

Maurice d'Ocagne et la nomographie : Utilisations pendant la Première Guerre Mondiale

Histoire des sciences et des techniques

HSS 415 F

BERTHIER Eloïse

27 mai 2017

1 Maurice d'Ocagne

1.1 Biographie

Maurice d'Ocagne [8] est né en 1862, et mort en 1938. Polytechnicien de la promotion 1880, il rejoint le Corps des Ponts et Chaussées en 1885. Il est nommé adjoint du directeur du Nivellement Général de la France en 1891. Parallèlement, il poursuit une carrière de mathématicien. A partir de 1893, il devient répétiteur d'astronomie et de géodésie à l'École polytechnique, puis titulaire de la Chaire de Géométrie. En 1901, d'Ocagne est nommé président de la Société mathématique de France. Après avoir été lauréat de l'Académie des Sciences en 1892, il y est admis en 1922.



1.2 Travaux

D'Ocagne est l'auteur de nombreux travaux, dans des domaines divers des mathématiques. Il apporte notamment des contributions en algèbre (théorie des équations, théorie des invariants), sur les séries et fractions continues,

et principalement en géométrie (coniques, quadriques, courbes et surfaces algébriques). Au total, la notice de 1901 [8] résumant ses travaux rassemble dix domaines auxquels d'Ocagne s'est intéressé, la dixième étant « Procédés de calculs. Nomographie. Instruments divers. » D'Ocagne précise : « De très nombreux exposés de la Nomographie, plus ou moins détaillés et souvent accompagnés d'applications nouvelles, ont été publiés en diverses langues d'après mes propres publications ». La nomographie devient à partir des années 1890 le cœur de l'étude de d'Ocagne.

2 La nomographie

2.1 Apports de d'Ocagne à la nomographie

Le calcul graphique n'est pas nouveau quand d'Ocagne commence à s'y intéresser. Les abaques (de $\alpha\beta\alpha\xi$ en grec signifiant « table à poussière »), au sens d'instruments de calculs, sont utilisés depuis des siècles. La forme moderne du calcul graphique fait l'objet de plusieurs études à partir des années 1890. Ainsi, Massau, Lalanne, Lallemand, et plus tard Clark et Soreau ont consacré une partie de leurs travaux au calcul graphique.

C'est d'Ocagne qui donne à la théorie du calcul graphique le nom de « nomographie ». Dans un de ses premiers travaux concernant la nomographie [5], il cite ceux qui ont, selon-lui, contribué à cette théorie : Pouchet, Lalanne, Lallemand, Massau, Favaro, Terrier et lui-même. L'attribution réelle des contributions de chacun engendre de nombreuses querelles de paternité, qui sont détaillées dans les travaux de Dominique Tournès [14].

Le véritable apport de d'Ocagne semble être la formalisation de la nomographie. C'est l'objet de son traité de référence, publié en 1899 [7]. Il y pose les bases théoriques de la nomographie, ainsi que de nombreux exemples d'applications. Dans l'introduction de ce traité, il écrit notamment : « *Dans l'œuvre de M. Massau, marquée au coin de l'esprit le plus inventif, l'exposé des principes n'est pas séparé d'applications de belle ampleur, et d'intérêt considérable, mais au milieu desquelles ils sont un peu noyés* ». Les contributions personnelles de d'Ocagne concernent : la détermination des abaques à entrecroisement, les transformations homographiques, les abaques à systèmes de droites et de points, les abaques à alignement et la théorie générale des abaques. A propos de cette dernière, Rouché écrit [4] : « *la théorie générale des abaques a, au point de vue de la classification des modes de représentation graphiques, la même valeur que la théorie cinématique de Reuleaux au*

point de vue de la classification des mécanismes ».

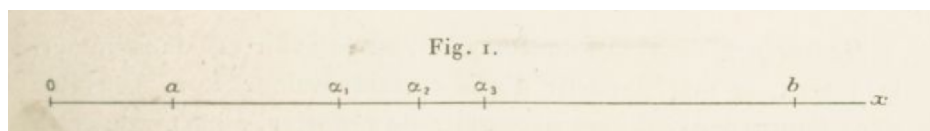
2.2 Formalisation de la théorie nomographique

D'Ocagne expose sa théorie de la nomographie de façon similaire dans plusieurs de ses ouvrages ([5], [7], [11], le plus complet étant [7]).

1. Il introduit d'abord les **échelles de fonctions**, la plus simple d'entre elles étant l'échelle normale. Pour une graduation régulière $\alpha_1, \alpha_2, \dots$, une longueur l arbitrairement choisie et une fonction $f(\alpha)$, l'échelle normale est

$$x_1 = lf(\alpha_1), x_2 = lf(\alpha_2), \dots$$

Les points d'abscisse x_i sont reportés sur un axe (Ox) , marqués d'un trait et repérés par les variables α_i .



D'Ocagne détaille ensuite la construction des échelles logarithmique, segmentaire, isograde, et les transformations homographiques.

2. Il définit les **abaques cartésiens à deux variables**. Chacune des variables est reportée sur un axe (Ox) et (Oy) , placés perpendiculairement, selon les échelles $x = l_1\alpha_1$ et $y = l_2\alpha_2$. Les solutions de l'équation

$$F(\alpha_1, \alpha_2) = 0$$

se situent sur la courbe d'équation

$$F\left(\frac{x}{l_1}, \frac{y}{l_2}\right) = 0$$

On constitue ainsi un abaque cartésien. Il s'agit simplement du tracé d'une fonction dans un repère cartésien. Ces abaques permettent également l'emploi d'échelles mobiles, impliquant l'utilisation de transparents.

3. Le véritable intérêt des abaques commence avec les équations à trois variables. Cette étude donne lieu à la définition des **abaques à entrecroisement**, à laquelle est consacré le chapitre 2 du traité. Il s'agit de résoudre des équations de la forme

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 0$$

On fixe d'abord une des variable, α_3 , généralement celle qui sera le plus souvent calculée en fonction des deux autres. Les variables α_1 et α_2 sont représentées comme pour un abaque à deux variables. Les solutions de l'équation sont situées sur la courbe d'équation

$$F\left(\frac{x}{l_1}, \frac{y}{l_2}, \alpha_3\right) = 0$$

On construit ainsi plusieurs courbe isoplèthes (d'égale valeur de α_3), pour différentes valeurs de α_3 .

4. Les **abaques à alignements** occupent le chapitre 3 du traité. Ils permettent de résoudre une catégorie beaucoup plus générale d'équations à trois variables, c'est-à-dire, les équations de la forme (les indices représentent les variables des fonctions) :

$$\begin{vmatrix} f_1 & \varphi_1 & \psi_1 \\ f_2 & \varphi_2 & \psi_2 \\ f_3 & \varphi_3 & \psi_3 \end{vmatrix} = 0$$

Il s'agit du déterminant de Massau. La caractérisation des équations qui peuvent se mettre sous la forme précédente a fait l'objet de nombreux travaux, notamment ceux de Lalanne en 1843, de Cauchy en 1843, et de Gronwall en 1912.

2.3 Implications en mathématiques

Le chapitre 6 du traité de nomographie, intitulé « Théorie générale. Développements analytiques. », tente de répondre à la question « *Peut-on déterminer et classer tous les modes possibles de représentation applicables à des équations à n variables ?* » ([7] p.390). Il s'agit d'un problème difficile, qui mène à divers développements mathématiques. Voici par exemple deux questions qui ont eu un intérêt au-delà de la nomographie.

La classification des abaques. Il s'agit de déterminer le nombre de types d'abaques applicables à des équations à n variables, constitués de m plans superposés. Ce nombre est noté par d'Ocagne \mathfrak{N}_n^m . Il établit d'abord que $\mathfrak{N}_n^1 = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1$, puis que le calcul de \mathfrak{N}_n^2 revient à rechercher le nombre de décompositions de n en une somme de 8 termes (éventuellement nuls). Il s'agit d'un problème de dénombrement difficile, résolu en 1898 par le Major P.-A. Mac Mahon, cité par d'Ocagne.

Le 13e problème de Hilbert. Il s'agit à l'origine d'un problème de nomographie : montrer l'impossibilité, pour l'équation générale du septième degré d'exprimer la solution comme composée d'un nombre fini de fonctions continues de seulement deux variables. Vladimir Arnold a réfuté cette conjecture en 1957, à partir des travaux de Kolmogorov. En revanche, la question de la résolubilité de l'équation du septième degré par des fonctions analytiques de deux variables est encore ouverte [15].

3 Applications de la nomographie

3.1 Domaines d'application

D'Ocagne semble accorder autant d'importance à ses modèles théoriques qu'aux applications. Il en donne de nombreux exemples dans ses ouvrages. Certains sont d'ordre purement mathématique (résolution d'équations du troisième degré, trigonométrie), d'autres sont plus appliqués, dans de nombreux domaines (physique, astronomie...)

Les nomogrammes ainsi construits ont vocation à être utilisés par les ingénieurs. C'est pourquoi, en 1913, il consacre le dernier chapitre de son cours de géométrie à l'École polytechnique à la nomographie [9]. Une des applications les plus importantes est le terrassement, notamment le calcul des déblais et remblais, et la construction de canaux découverts. En 1893 [6], d'Ocagne écrit : « *Les abaquages que j'ai ainsi construits [...] n'ont fait l'objet d'aucune publication mais ont été mis en usage dans les bureaux du Nivellement Général.* » Les abaquages intéressent également l'armée. D'Ocagne donne notamment l'exemple ([7] p.154) d'un nomogramme représentant les formules du Capitaine Goedseels de l'École de Guerre de Bruxelles, qui permettent de calculer la profondeur d'une colonne en fonction de la durée d'une marche et de la vitesse des troupes.

3.2 Applications à la balistique

La principale application de la nomographie utilisée par l'armée est la balistique. D'Ocagne donne dans ses ouvrages plusieurs exemples de nomogrammes permettant d'effectuer des calculs de balistique extérieure¹, et de

1. La balistique extérieure est la branche de la balistique qui étudie le vol libre des projectiles sans propulsion interne. Il s'agit de l'étude de la trajectoire des balles ou obus tirés par une arme à feu après qu'ils ont quitté le canon de l'arme

balistique intérieure².

Les abaques sont utilisés en pratique. En effet, d'Ocagne donne des conférences à la Section technique de l'Artillerie en 1919 [10]. Il évoque « *les nomogrammes construits pendant la guerre à la Section technique de l'Aéronautique sous la direction du lieutenant-colonel Dorand* » (p.34), et signale « *un ingénieux emploi de transparents, imaginé par l'ingénieur d'artillerie navale Bartoszewski, à l'occasion de certains problèmes à résoudre par le moyen des formules Charbonnier-Sugot de balistique intérieure* » (p.63). Ces abaques permettent notamment de calculer la vitesse d'une bombe, son plafond, son temps de montée, sa vitesse ascensionnelle au départ, en fonction de son coefficient de forme, de son diamètre, et de son poids. Le nomogramme ci-après permet de calculer les angles de tir initiaux.

4 La nomographie et la Première Guerre Mondiale

4.1 Utilisation de la nomographie pendant la guerre

Les documents dont j'ai disposé ne m'ont pas permis de montrer rigoureusement l'utilisation de la nomographie pendant la guerre. En effet, je n'ai pas trouvé de nomogrammes en taille réelle, datés entre 1914 et 1918.

Cependant, l'étude des tables de tir de cette période permet de trouver des traces de la nomographie. Les tables de tir du canon de 75, modèle 1897, publiés le 25 août 1917 [12] comportent presque exclusivement des tables, à l'exception de « deux abaques et un graphique », placés en introduction du livret :

- abaque de la pression barométrique à la batterie en fonction de la pression mesurée au poste météorologique qui dessert cette batterie ;
- abaque des variations du poids du litre d'air par rapport au poids normal en fonction de la température et de la pression barométrique ;
- graphique des composantes longitudinale et transversale de la vitesse du vent, pour une direction du vent donnée par rapport au plan de tir.

Il est possible que les tables de tirs aient été elles-mêmes construites grâce à des techniques de nomographie. C'est ce que suggère Paul Appell [13] : « *Il*

2. Il s'agit de l'étude des phénomènes se produisant à l'intérieur du canon (mouvement du projectile, détente des gaz...).

est d'ailleurs important de noter que ces tables à triple entrée n'ont pu être construites que grâce à l'application du principe des points alignés qui a, par conséquent, permis d'atteindre là un résultat pratique du plus haut intérêt, absolument inaccessible à la vieille méthode de représentation cartésienne dont tous les procédés antérieurs à ceux de M. d'Ocagne n'étaient que des variantes. »

Par ailleurs, plusieurs documents évoquent le gain de temps lié à l'utilisation des abaques sur le terrain, ce qui conforte l'idée qu'ils étaient effectivement utilisés directement.

4.2 L'après-guerre : quel bilan pour la nomographie ?

Pendant la guerre, d'Ocagne est invité par Painlevé, alors Ministre chargé des inventions intéressant la défense nationale, à [13] « *poursuivre l'étude de toutes les applications possibles de la Nomographie aux diverses techniques de la guerre* ». Après avoir servi au front comme lieutenant-colonel du Génie, il organise une « Section spéciale de Nomographie », rattachée à la Direction des Inventions, puis à la Section technique de l'Artillerie. Il y forme un groupe d'officiers placé sous ses ordres.

Dans ses Mémoires (citées dans [3]), d'Ocagne évoque sa collaboration avec Louis Potin :

Lorsque s'imposa la nécessité de remédier dans le plus bref délai possible à notre pénurie d'artillerie lourde, il y eut lieu de porter au maximum la simplicité et la rapidité des formidables calculs requis par l'autofrettage des grosses pièces, calculs qui comportaient jusque là la résolution de certaines équations transcendantes. Ce fut la nomographie qui permit de venir à bout de cette difficulté, notamment grâce aux nomogrammes construits, d'après ma méthode et sous mon contrôle pour les besoins du Creusot, par l'ingénieur L. Potin.

Il note que « *ces calculs étaient longs, pénibles, sujets à erreurs, du fait surtout qu'ils s'opéraient souvent sous le feu de l'ennemi* ». D'Ocagne a également travaillé avec Pierre Goybet, un officier de marine ayant servi à Verdun, détaché le 16 octobre 1916 pour travailler sur les nomogrammes de tir.

Les nomogrammes de tir ont fait l'objet d'un rapport officiel du Général commandant l'Artillerie de la 5^e armée au Général en chef, daté du 21 février 1917. Ce rapport constate que les temps de calculs ont été réduits de 15 à

moins de 5 minutes, et le risque d'erreur a été supprimé.

L'étude des rapports de la Commission de Gâvre ne m'a quant à elle pas permis de trouver de référence à la nomographie.

4.3 D'Ocagne à l'Académie des sciences

Le 1er février 1922, à 58 ans, d'Ocagne est élu académicien libre après quatre tours de scrutins. L'article [1] qui fait cette recension précise que « *Ses travaux nomographiques ont rendu les plus grands services pendant la guerre* », et que « *Henri Poincaré avait en haute estime les travaux de d'Ocagne* ».

D'Ocagne a alors acquis le respect et l'estime de ses pairs, et des militaires. L'article évoque la lecture d'une lettre de recommandation du Général Herr par le Général Bourgeois concernant les apports de la nomographie à l'artillerie. Cette lettre est présente dans les archives de l'École polytechnique (insérée dans la notice [8]), et n'est pas à ma connaissance, numérisée. J'en donne ci-dessous une transcription :

A Monsieur le Général BOURGEOIS, Membre de l'Académie des Sciences.

Le 2 Décembre 1921.

Mon Cher Ami,

J'apprends que M. d'Ocagne est candidat à l'Académie des Sciences. Je crois de mon devoir de compléter les renseignements que tu possèdes à son sujet pour te permettre d'éclairer entièrement l'opinion de tes collègues de l'Académie sur les Services qu'il a rendus à l'artillerie pendant la guerre.

A la fin de 1917, comme Président de la Commission Centrale d'Artillerie, j'avais été amené à étudier, pour la mise en application du Nouveau Manuel de Tir, les procédés à employer pour la préparation rapide du tir.

Parmi les moyens qui me furent proposés, figuraient les abaques du Lt Colonel d'Ocagne. Je les avais déjà étudiés au Centre d'Etudes de Vitry patronné par la Direction des Ecoles d'Officiers Orienteurs que tu avais organisées. Ils me paraissaient devoir supprimer les délicats et longs calculs auxquels les procédés en vi-

gueur condamnaient encore nos artilleurs. Je crus avantageux de préconiser l'emploi de ces tables graphiques dans les Cours de tir qui dépendaient de mon Inspection.

Je n'ai pas été déçu dans mon espoir et j'ai constaté plus tard comme Inspecteur Général de l'Artillerie que ces abaques rendaient les plus grands Services. Le Colonel d'Ocagne et ses disciples (car il avait fait école) avaient contribué dans une large mesure à développer l'instantanéité des effets du tir. Une part des succès incontestés de l'artillerie était due à la géométrie. Ils réclamaient pour elle une récompense qui lui est encore due. Je serais heureux si mon témoignage pouvait être retenu en faveur de la candidature de M. d'Ocagne. Je te prie de croire, mon Cher Ami, à mes sentiments les plus affectueux.

Signé : Général HERR, Ancien Inspecteur général de l'Artillerie aux Armées et Commandant supérieur de la Réserve générale d'Artillerie.

Le 2 février 1922, le journal l'Intransigeant [2], souligne lui aussi l'intérêt des abaques sur le champ de bataille : « *Ainsi, un simple sous-officier d'artillerie ignorant les mathématiques, dont les chefs viendraient d'être tués à côté de lui, pourrait, en consultant les tables graphiques, continuer le réglage des pièces et bombarder efficacement l'ennemi par un tir des plus justes. De même un matelot - mettons un timonnier, complètement étranger aux mystères des x , serait capable, en lisant convenablement les nomogrammes de M. Maurice d'Ocagne, de déterminer la situation d'un navire isolé au milieu des flots et de guider celui-ci sur la bonne route.* »

Sommaire

1	Maurice d'Ocagne	1
1.1	Biographie	1
1.2	Travaux	1
2	La nomographie	2
2.1	Apports de d'Ocagne à la nomographie	2
2.2	Formalisation de la théorie nomographique	3
2.3	Implications en mathématiques	4
3	Applications de la nomographie	5
3.1	Domaines d'application	5
3.2	Applications à la balistique	5
4	La nomographie et la Première Guerre Mondiale	6
4.1	Utilisation de la nomographie pendant la guerre	6
4.2	L'après-guerre : quel bilan pour la nomographie ?	8
4.3	D'Ocagne à l'Académie des sciences	9

Références

- [1] Le Temps, 1er février 1922.
- [2] L’Intransigeant, 2 février 1922.
- [3] C. Goldstein D. Aubin. *The war of guns and mathematics : mathematical practices and communities in France and its western allies around World War I*. Providence (R. I.) : American mathematical society, 2014.
- [4] M. d’Ocagne. Notice sur les travaux scientifiques de M. Maurice d’Ocagne. 1889.
- [5] M. d’Ocagne. *Nomographie. Les calculs usuels effectués au moyen des abaques. Essai d’une théorie générale*. Gauthier-Villars, 1891.
- [6] M. d’Ocagne. Supplément à la Notice de 1889 sur les travaux scientifiques de M. Maurice d’Ocagne. 1893.
- [7] M. d’Ocagne. *Traité de nomographie*. Gauthier-Villars, 1899.
- [8] M. d’Ocagne. Notice sur les travaux scientifiques de M. Maurice d’Ocagne. 1901.
- [9] M. d’Ocagne. *Cours de géométrie*. Ecole polytechnique, 1913 - 1914.
- [10] M. d’Ocagne. *Principes usuels de la nomographie. Application à divers problèmes concernant l’artillerie et l’aviation. Conférences faites à la section technique de l’artillerie (février 1919) par le lieutenant-colonel d’Ocagne, Chef de la section de nomographie, Professeur à l’Ecole polytechnique*. Gauthier-Villars, 1920.
- [11] M. d’Ocagne. *Calcul graphique et nomographie, 3e édition*. Gauthier-Villars, 1924.
- [12] M. d’Ocagne. *Tables de tir du canon de 75, modèle 1897*. Ministère de l’Armement et des fabrications de guerre, 25 août 1917.
- [13] P. Appell E. Picart. Bulletin des sciences mathématiques. 1921.
- [14] Dominique Tournès. Querelles de priorité autour de la nomographie. In *Maurice d’Ocagne (1862-1938) : questions historiques et historiographiques soulevées par ses archives*, Paris, France, March 2015. Institut Henri-Poincaré.
- [15] Encyclopaedia Universalis. *David Hilbert : Les Grands Articles d’Universalis*. Barnes & Noble, 2016.