

# Notion de section efficace



Historiquement, la diffusion élastique des particules  $\alpha$  a permis à Rutherford de mettre en évidence pour la première fois la structure de l'atome, en cernant l'extension spatiale du noyau  $\Rightarrow$  première preuve expérimentale de l'existence du noyau et base expérimentale du modèle atomique de Niels Bohr.

Expériences de diffusion de particules chargées permet la mesure expérimentale des distributions volumiques caractéristiques du noyau et d'explorer plus généralement la structure nucléaire ou subnucléaire.

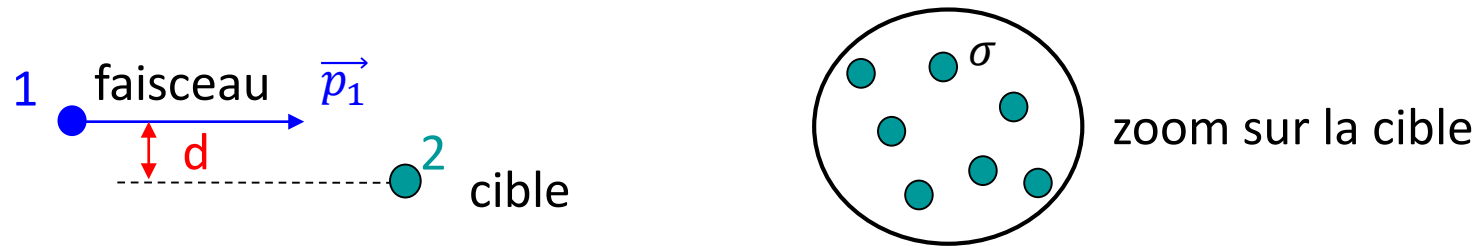
La diffusion d'électrons (leptons) de grande énergie a été utilisée pour sonder l'intérieur du noyau et des nucléons.

En physique subatomique, la notion **de section efficace** est reliée à la probabilité d'occurrence d'un processus donné (ex : diffusion d'un électron par un noyau, création d'une nouvelle particule en collision p-p au LHC...) pour une réaction données.

Attention, par abus de langage, on parle souvent de "probabilité" pour la section efficace, la section efficace n'est pas une probabilité (sans dimension) mais a la dimension d'une surface comme nous le verrons plus loin.

## Définition de la section efficace : section efficace totale.

Modèle simple où les particules sont représentées par des billes sphériques. La particule 1 correspond au projectile et la particule 2 correspond à la cible.



**Question :** comment caractériser la fréquence des collisions faisceau-cible étudiées ?

Soit  $d$  la distance entre le centre du noyau cible (2) et l'axe passant par la direction de la particule en mouvement (1)

Une particule du faisceau va interagir avec une particule de la cible si  $d \leq R_1 + R_2$  avec  $R_1$  et  $R_2$  les rayons de (1) et (2)

La probabilité d'interaction  $dP$  d'une particule qui traverse une couche de la cible d'épaisseur  $dx$ , normale à sa direction de propagation, est donnée par la fraction de la surface de la cible cachée par un disque de surface  $\sigma = \pi(R_1 + R_2)^2$  centré sur chacune des particules cibles. On appelle  $\sigma$  la section efficace géométrique.

Considérons une cible d'épaisseur  $dx$  et de surface  $S$ . Appelons  $n_2$  le nombre de particules par unité de volume de la cible.

La probabilité d'interaction  $dP$  d'une particule traversant l'épaisseur  $dx$  de la cible est donc donnée par :

$$dP = \frac{\sigma}{S} n_2 S dx = \sigma n_2 dx$$

$\sigma$  a donc la dimension d'une surface ( $m^2$ ).

Comme les surfaces considérées sont très petites, on exprimera la section efficace en barn avec  $1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2$ .

On utilisera bien entendu tous les multiples et sous multiples de cette unité.

La section efficace dépend du type de particules qui interagissent et de leur énergie.

Considérons un faisceau homogène de particules 1.

Soit  $\Phi = n_1 v_1$  le flux de particules incidentes par unité de temps et de surface.

Le nombre de particules qui frappe la cible de surface  $S$  par unité de temps est  $\Phi S$ .

Le nombre d'interactions sera donné par  $\Phi S dP = \Phi \sigma n_2 \Delta V$  avec  $\Delta V = S dx$  le volume de la cible.

Dans l'hypothèse, que l'on fera très souvent, que la cible est très mince ( $dx$  petit), on pourra négliger l'atténuation du faisceau incident. Le nombre d'interactions par unité de temps sera donc donné par :

$$\frac{\Delta N_i}{\Delta t} = N_2 \sigma \Phi$$

Avec  $N_2 = n_2 V$  le nombre total de particules dans la cible.

Que ce passe-t-il pour une cible plus épaisse ?

Dans une cible mince, les noyaux sont très éloignés les uns des autres → cible pratiquement transparente.

Dans une cible épaisse, le faisceau incident va être atténué.

La probabilité  $p(x)$  pour la particule 1 d'avoir traversée une épaisseur  $x$  de la cible sans avoir interagi, est donné par l'équation :  $dp(x) = -p(x)n_2\sigma dx$  ce qui donne :

$$p(x) = e^{-n_2\sigma x} = e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

Avec  $\lambda = 1/n_2\sigma$  le **libre parcours moyen**.

Considérons un flux  $\Phi_0$  (particule/unité de surface et de temps) de particules arrivant sur une cible. Quel est le flux à la profondeur  $x$  ?

$\Phi_0$   $\Phi(x)$



$x$   $dx$

Le flux  $\Phi(x)$  à la profondeur  $x$  se déduit du calcul ci-dessus avec  $p(x) = e^{-n_2 \sigma x} = e^{-x/\lambda}$

On en déduit donc qu'à la profondeur  $x$  le flux est de :

$$\Phi(x) = \Phi_0 \cdot e^{-\sigma n_2 x} = \Phi_0 \cdot e^{-x/\lambda}$$

Avec  $\Phi_0$  le flux à l'entrée de la cible et  $\lambda$  le libre parcours moyen



Remarque : Si la section du faisceau incident est plus petite que la surface de la cible (c'est très souvent le cas), on peut remarquer dans les formules précédentes que l'on peut remplacer  $\Phi S$  par  $F$  le nombre de particules incidentes par unité de temps. On pourra donc remplacer la formule qui donne le nombre d'interaction par unité de temps pour une cible mince d'épaisseur  $dx$  :

$$\frac{\Delta N_i}{\Delta t} = N_2 \sigma \Phi$$

Par

$$\frac{\Delta N_i}{\Delta t} = n_2 dx \sigma F$$

Suivant la manière dont on exprime le flux incident, vous trouverez les deux expressions.

Nombre de particules dans le faisceau par unité de temps si on connaît l'intensité  $I$  du faisceau :

$$F = \frac{I}{Z_p e}$$

avec

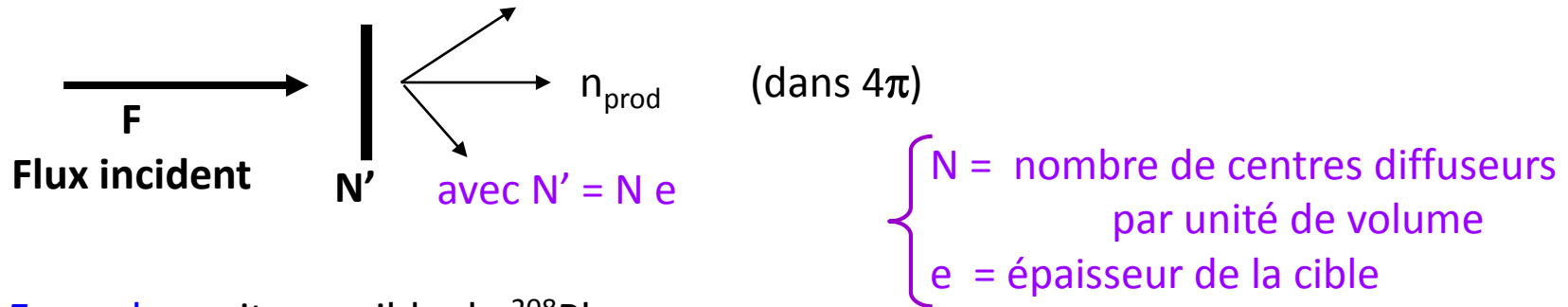
$I$  = intensité du faisceau en Ampère

$Z_p$  = Nombre de charge du projectile

$e$  : = charge élémentaire =  $1.6 \cdot 10^{-19}$  C

# Définition de la section efficace : section efficace totale.

Exemple dans le cas d'une cible mince, cible presque « transparente aux projectiles »



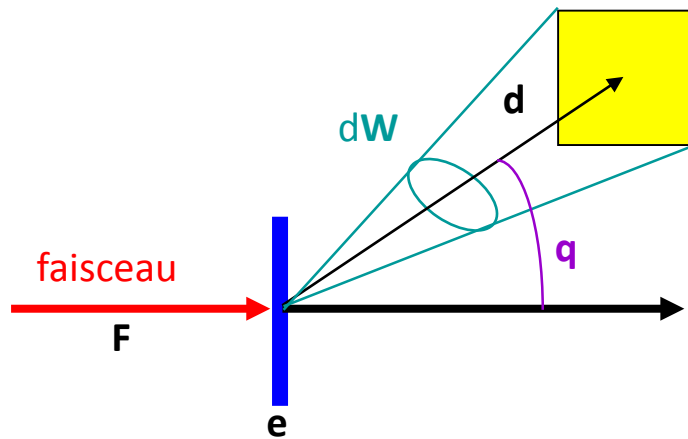
Exemple : soit une cible de  $^{208}\text{Pb}$  ;  
les noyaux sont très éloignés les uns des autres

$$n_{\text{prod}} = F N' \sigma_i = F (N e) \sigma_i \quad \text{par unité de temps avec :}$$
$$\Rightarrow n_{\text{prod}} / F = 2,7 \cdot 10^{-8}$$
$$\left\{ \begin{array}{l} N = 9 \cdot 10^{20} \text{ noyaux/cm}^3 \\ e = 30 \mu\text{m} \\ \sigma_i = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 1 \text{ barn} \end{array} \right.$$

$\Rightarrow$  la proportion des particules incidentes qui donnent lieu à une collision, donnée par  $n_{\text{prod}} / F \sim 10^{-8}$ , est négligeable

$\Rightarrow$  les collisions sont donc rares !

# Définition de la section efficace : section efficace différentielle.



détecteur de surface  $S$

(sensible à un certain type de particules, caractéristique d'une réaction nucléaire donnée)

$$dn_{prod} = FN' \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = FNe \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

$dn_{prod}$  = nombre de particules détectées par unité de temps, à  $\theta$  donné

$F$  = nombre de particules incidentes par unité de temps

$N$  = nombre de centres diffuseurs de la cible par unité de volume,  $N = \frac{\mathcal{N}_A \rho}{A}$

$\mathcal{N}_A$  : nombre d'Avogadro ( $\text{mol}^{-1}$ ) ;  $\rho$  : densité volumique ( $\text{g.cm}^{-3}$ ) ;  $A$  : masse molaire ( $\text{g.mol}^{-1}$ )

$e$  = épaisseur de la cible

$\frac{d\sigma}{d\Omega}$  = section efficace différentielle caractéristique de la réaction considérée, à  $\theta$  donné (en barn/stéradian =  $\text{b/sr}$ )

$d\Omega$  = angle solide sous lequel est vu le détecteur  $\equiv S/d^2$  (cas simple)

## Sections efficaces différentielle et totale

Dans  $4\pi$ , la section efficace totale s'obtient en intégrant la section efficace différentielle sur toutes les directions possibles

$$\sigma_T = \int_{d\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta \sin \theta d\theta$$

$$\Rightarrow n_{prod} = F(Ne)\sigma_{Tot}$$

$\sigma_T$  en barns, dimension  $[L^2]$ ,  
avec  $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2$

Le résultat d'une expérience de collision va s'exprimer notamment à l'aide de la valeur de sa section efficace (totale ou différentielle), après qu'on ait mesuré  $n_{prod}$ , et connaissant les valeurs de  $F$  et de  $(Ne)$ .

## Section efficace partielle

L'interaction de deux particules peut donner différents états finals.

Par exemple :  $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$  ;  $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$  ...

Si l'on ne comptabilise qu'un état final donné  $i$ , on obtiendra la section efficace partielle  $\sigma_i$ .

La sommation des  $\sigma_i$  sur l'ensemble des réactions possibles donne la section efficace totale.

$$\sigma_{\text{tot}} = \sum_i \sigma_i$$

## Luminosité d'un collisionneur circulaire

Dans un **collisionneur circulaire**, deux paquets de  $N_A$  et  $N_B$  particules tournent en sens opposés.

A chaque croisement, le nombre de collisions est proportionnel à  $N_A$  et  $N_B$ , ainsi qu'à la section efficace  $\sigma$ , mais il dépend aussi d'un facteur géométrique  $\Sigma$  (difficile à calculer) qui représente le recouvrement des faisceaux.

Expérimentalement, si on appelle  $f$  la fréquence de croisement des paquets au point de collision (vertex), alors le nombre  $n$  d'interactions observées par seconde est donné par :

$$n = f \frac{(N_A \cdot N_B)}{\Sigma} \sigma = \mathcal{L} \sigma$$

On définit la **luminosité**  $\mathcal{L}$  comme le nombre d'interactions dans la région des collisions, durant une seconde, pour un processus dont la section efficace est égale à l'unité. Pour un processus de section efficace  $\sigma$ , on a alors :

$$n = \sigma \mathcal{L}$$

⇒ un collisionneur d'électrons ayant une luminosité

$$\mathcal{L} = 10^{31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1},$$

produit une interaction par seconde pour une section efficace

$$\sigma = 10^{-31} \text{ cm}^2 \text{ (ou } 0,1 \text{ } \mu\text{b}).$$

Le paramètre important est la surface commune des faisceaux lors de la collision,  $\Sigma$ , qui doit être aussi faible que possible pour augmenter la valeur de la luminosité du collisionneur.

$$\text{Tevatron : } \mathcal{L} \sim 10^{32} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$$

$$\text{LHC : } \mathcal{L} \sim 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$$

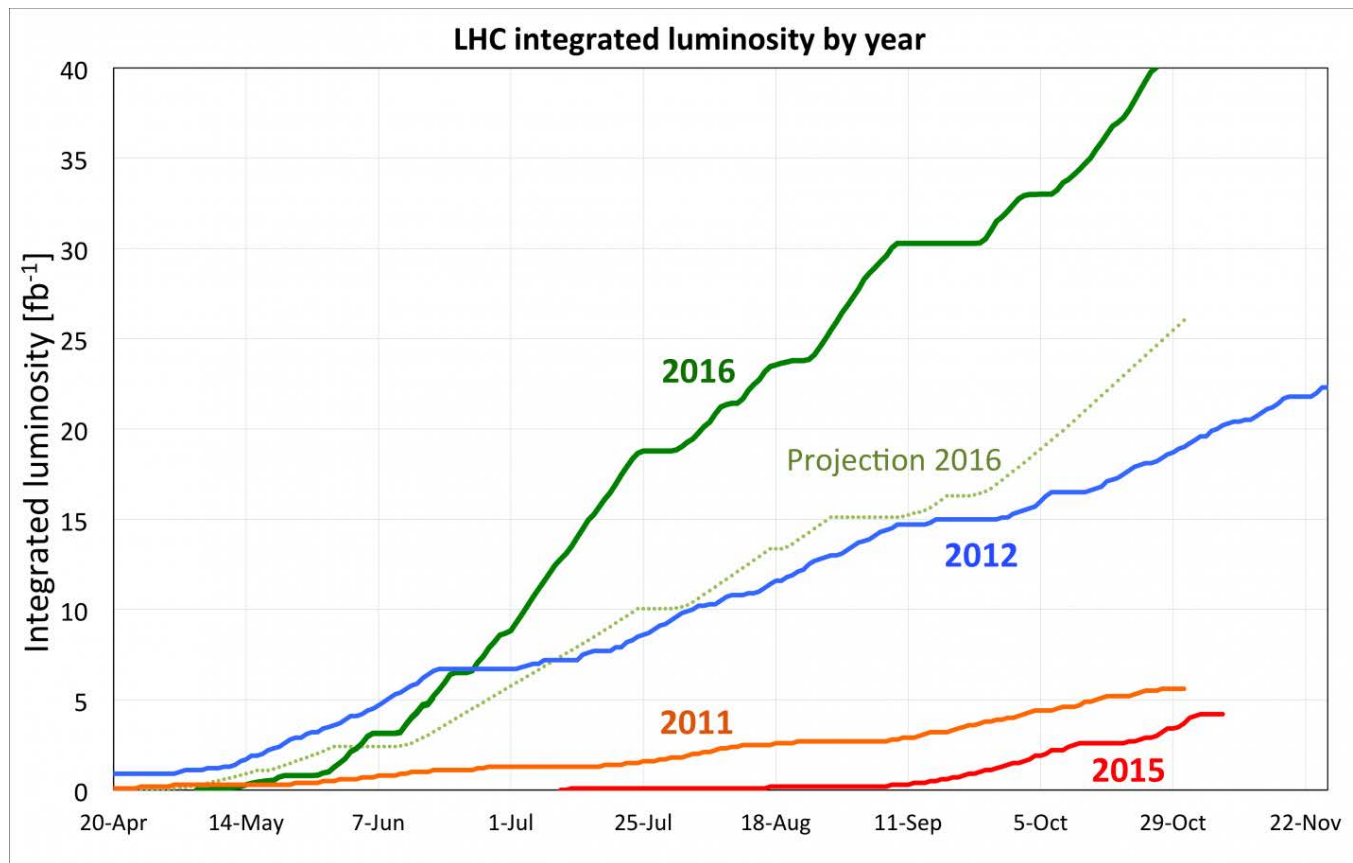
On exprime souvent la luminosité intégrée en inverse de section efficace  $b^{-1}$ ,  $fb^{-1}$ ...

Exemple : une luminosité  $\mathcal{L} = 10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  pendant 1000 s donne une luminosité intégrée de  $10^{37} \text{ cm}^{-2} = 10 \cdot (10^{-12} \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2)^{-1} = 10 \text{ pb}^{-1}$

La même luminosité pendant  $10^5$  s donnera une luminosité intégrée de  $10^{39} \text{ cm}^{-2}$  soit  $1 \text{ fb}^{-1}$ .



## Luminosité intégrée du LHC en pp de 2011 à 2016



Attention à l'unité, plus l'unité est petite et plus la luminosité intégrée est importante :  $1 \text{ fb}^{-1}$  correspond à 1000 fois plus d'interactions que  $1 \text{ pb}^{-1}$

Le calcul classique et quantique de la section efficace sera abordé plus tard dans la partie physique nucléaire.

