

Modèles nucléaires

Modèles nucléaires

Modèles à particules indépendantes

indépendantes

Introduction

Dans le **modèle de la goutte liquide** (voir chapitre suivant), le noyau est considéré comme un **ensemble de nucléons, traités collectivement**

→ **c'est une interprétation macroscopique** qui ignore totalement :

- la **nature quantique** des protons et des neutrons, ainsi que du noyau lui-même,
- la plupart des caractéristiques de **l'interaction nucléon-nucléon**

⇒ grâce à sa simplicité et son contenu physique, le modèle de la goutte liquide est toujours abondamment utilisé en physique de la structure nucléaire

MAIS il faut utiliser des techniques additionnelles pour obtenir une description quantique fiable du noyau.

On veut reproduire les propriétés nucléaires microscopiques



Spin nucléaire, parité, nombres magiques, moments magnétiques,
moments quadripolaires électriques, ...

Etudier un noyau ${}^A_ZX^N$ revient donc à étudier
un système de A nucléons en interaction,
avec A qui peut être très grand !

Etude par la résolution de l'équation de Shrödinger

Soit Ψ la fonction d'onde du noyau, on a :

$$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \text{ avec } \hat{H} = \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i \neq j}^A V_{ij} \longrightarrow$$

Energie cinétique des nucléons

Energie potentielle
d'interaction
coulombienne + nucléaire

Les 2 contributions T et V sont antagonistes : plus T est grand, plus V est grand aussi mais négatif, pour empêcher les nucléons de sortir du puits de potentiel nucléaire

Si on s'intéresse aux états stationnaires, en prenant comme fonction d'onde du noyau

$$\Psi = \varphi(r_i, \sigma_i, \tau_i) e^{-i\omega t}$$

dépendant du temps ainsi que des coordonnées d'espace, de spin et d'isospin des A nucléons, alors on se ramène à

$$\hat{H}\varphi = \left(\sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i \neq j}^A V_{ij} \right) \varphi = E\varphi$$

Etude par la résolution de l'équation de Shrödinger

E est l'énergie des états stationnaires, mais l'interaction nucléaire forte est mal connue

⇒ le problème sera difficile à traiter pour $A > 3$!

Le libre parcours moyen d'un nucléon est grand par rapport à la taille du noyau, ce qui est une conséquence pratique du principe d'exclusion de Pauli. De ce fait, la probabilité que trois nucléons interagissent simultanément est considérée comme suffisamment faible pour pouvoir être négligée.

⇒ On va pouvoir considérer que les nucléons n'interagissent que suivant une interaction à deux corps.

Etude par la résolution de l'équation de Shrödinger

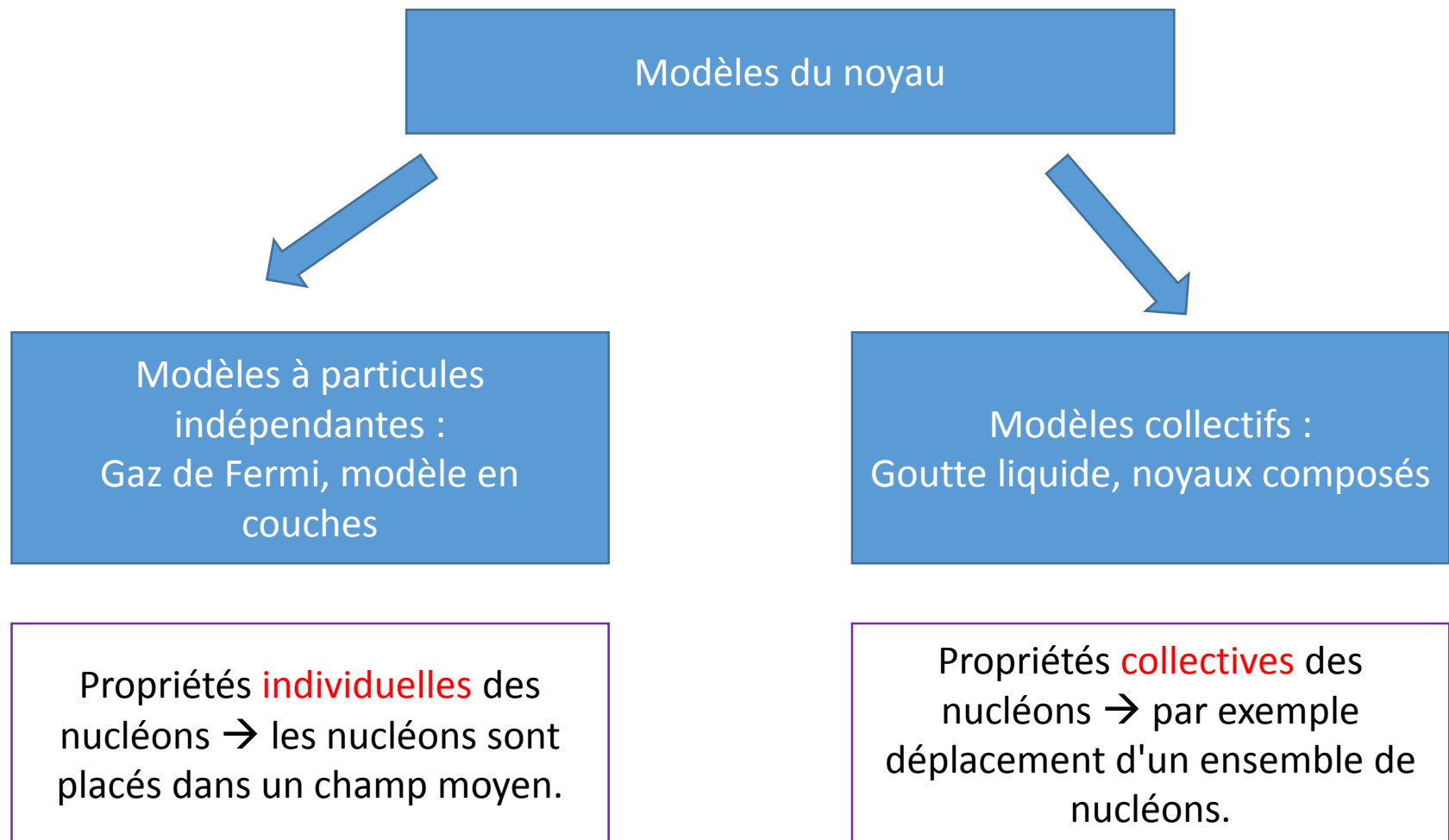
Deux classes de modèles vont permettre d'expliquer les états excités observés dans les noyaux.

⇒ Des « modèles à particules indépendantes », qui rendent compte des propriétés individuelles des nucléons : chaque nucléon est considéré individuellement, comme se déplaçant dans un puits de potentiel moyen, indépendamment des autres particules.

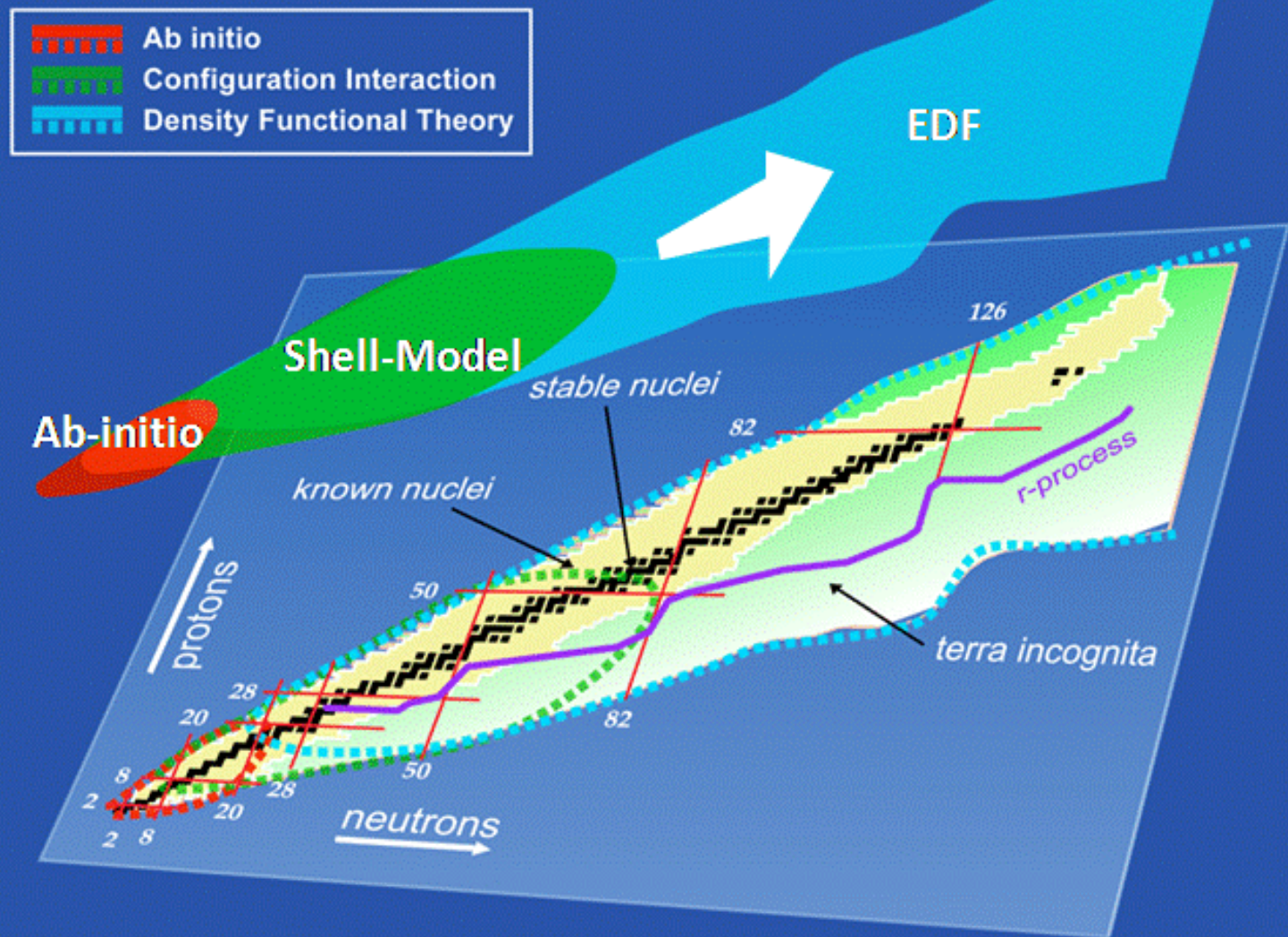
⇒ Des « modèles collectifs » (seulement évoqués dans ce cours), qui rendent compte des propriétés collectives du noyau, qui consistent en des déplacements globaux d'un ensemble de nucléons pouvant regrouper la totalité du noyau.

Il y a souvent couplage entre ces deux classes de phénomènes.

Effort actuel → Etude microscopique des propriétés nucléaires, à partir d'une interaction nucléon-nucléon effective, pour décrire l'ensemble de ces propriétés.

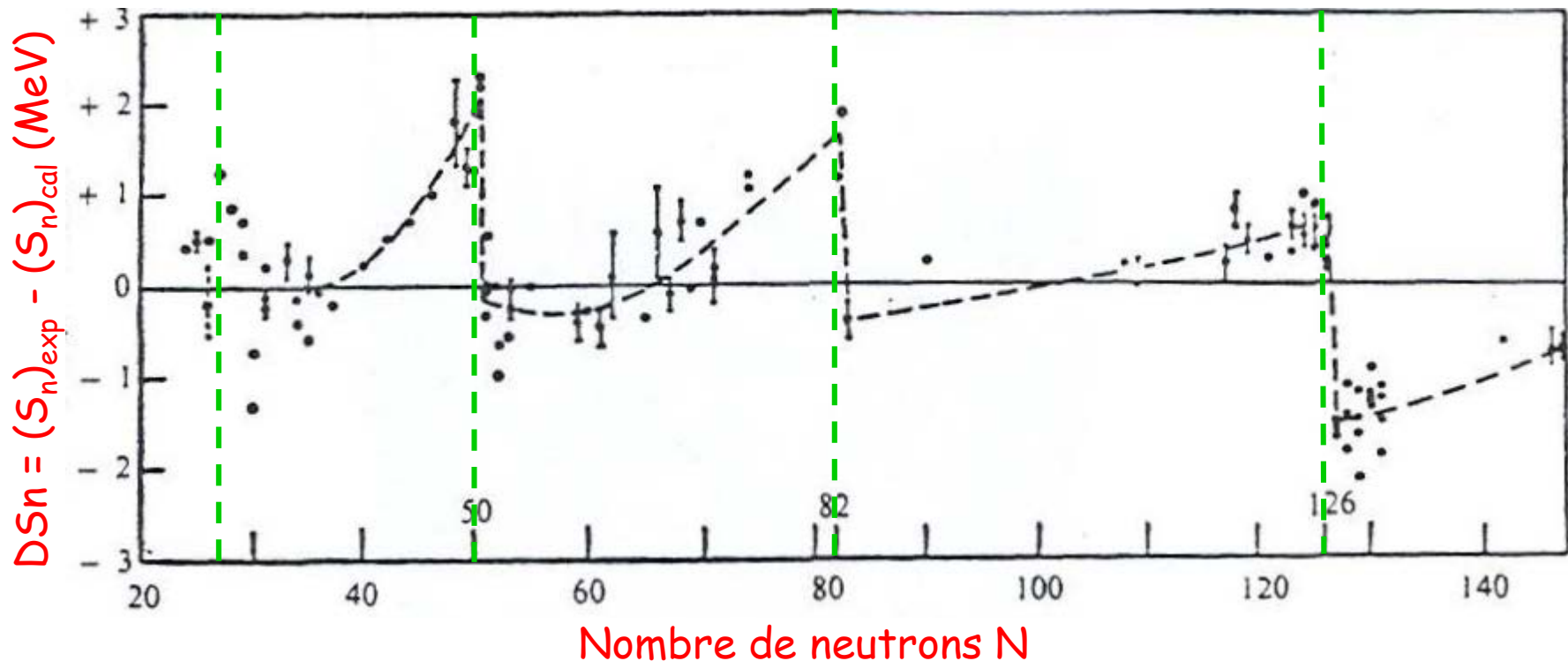


Nuclear Landscape (from <http://unedf.org/>)



Observations expérimentales

→ Certains noyaux, qui ont un nombre de nucléons particulier, possèdent une stabilité plus grande que ceux qui les environnent et ont une forme sphérique



Energie de séparation = énergie qu'il faut fournir pour arracher un neutron au noyau

Observations expérimentales

→ Certains noyaux, qui ont un nombre de nucléons particulier, possèdent une stabilité plus grande que ceux qui les environnent et ont une forme sphérique

Ces nombres, appelés **nombres magiques**, sont les mêmes pour les protons et pour les neutrons.

Ils ont pour valeurs :

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, 184

→ Le modèle à développer va s'inspirer du modèle planétaire atomique (les électrons, soumis au principe de Pauli, sont des particules qui se meuvent indépendamment les unes des autres, dans un potentiel central engendré par les constituants eux-mêmes)

L'idée majeure de cette approche est la suivante :
tout se passe comme si un nucléon se déplaçait dans un certain puits de potentiel (qui le confinerait dans le noyau) indépendamment de la présence des autres nucléons.

Sur le plan théorique, cette hypothèse revient à remplacer le problème à N corps (avec N particules en interaction) par N problèmes à 1 corps (une particule se déplaçant dans un certain potentiel).

Cette simplification essentielle du problème est la pierre angulaire des théories dites de champ-moyen.

→ On va donc construire le modèle nucléaire par étapes, en expliquant les nombres magiques. Il faut pour cela :

- ★ trouver de « bons » potentiels
- ★ trouver les solutions de l'équation de Schrödinger utilisant ces potentiels
- ★ trouver les niveaux d'énergie du noyau en prenant en compte le principe de Pauli
- ★ comparer aux nombres magiques en modifiant si nécessaire le potentiel

On va considérer

A particules indépendantes se mouvant dans un potentiel moyen
(ceci suppose que les particules se déplacent dans ce potentiel sans aucune interaction entre elles au 1^{er} ordre)

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{h}_{ir}$$

Hamiltonien du M.P.I

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=1}^A \hat{h}_i \text{ avec } \hat{h}_i \varphi_i = \epsilon_i \varphi_i$$

$$\hat{h}_i = \hat{T}_i + \hat{V} \text{ et } E = \sum_{i=1}^A \epsilon_i$$

T_i est l'énergie cinétique moyenne des nucléons

V est le potentiel moyen

Interaction résiduelle

↓
contient en particulier
l'appariement des nucléons

↓
voir modèle en couches

Une des grandes difficultés pratiques pour ces MPI est la définition (ou le calcul) du potentiel moyen. On distingue deux approches :

- l'**approche phénoménologique**, qui consiste à paramétriser le potentiel nucléaire par une fonction mathématique appropriée (oscillateur harmonique qui peut être déformé, Woods-Saxon,...).

 - comme dans le modèle en couches (à suivre)

- l'**approche auto-cohérente, ou Hartree-Fock**, qui a pour but de dériver mathématiquement le potentiel nucléaire à partir de l'interaction nucléon-nucléon, qui n'est pas connue analytiquement

 - c'est plus difficile car il faut résoudre l'équation de Schrödinger par une procédure itérative, puisque le potentiel qui y figure dépend des fonctions d'onde que l'on cherche à déterminer.

 - au programme du M2...

Modèle du gaz de Fermi

- un des premiers essais pour incorporer la mécanique quantique
- c'est le MPI le plus simple : donne des ordres de grandeur

Hypothèse physique : l'interaction d'un nucléon avec les autres est représentée par un potentiel attractif constant (potentiel moyen) limité dans le volume du noyau

Fermions enfermés dans **volume nucléaire** $V = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$

Les protons et les neutrons sont libres mais confinés dans un puits de potentiel sphérique

Potentiel vu par ces particules : $U = \begin{cases} 0 & \text{dans le volume } V \\ \infty & \text{à l'extérieur} \end{cases}$

On distribue les particules sur les niveaux d'énergie compatibles avec ces hypothèses → considérations statistiques → ordres de grandeur de certaines caractéristiques des noyaux

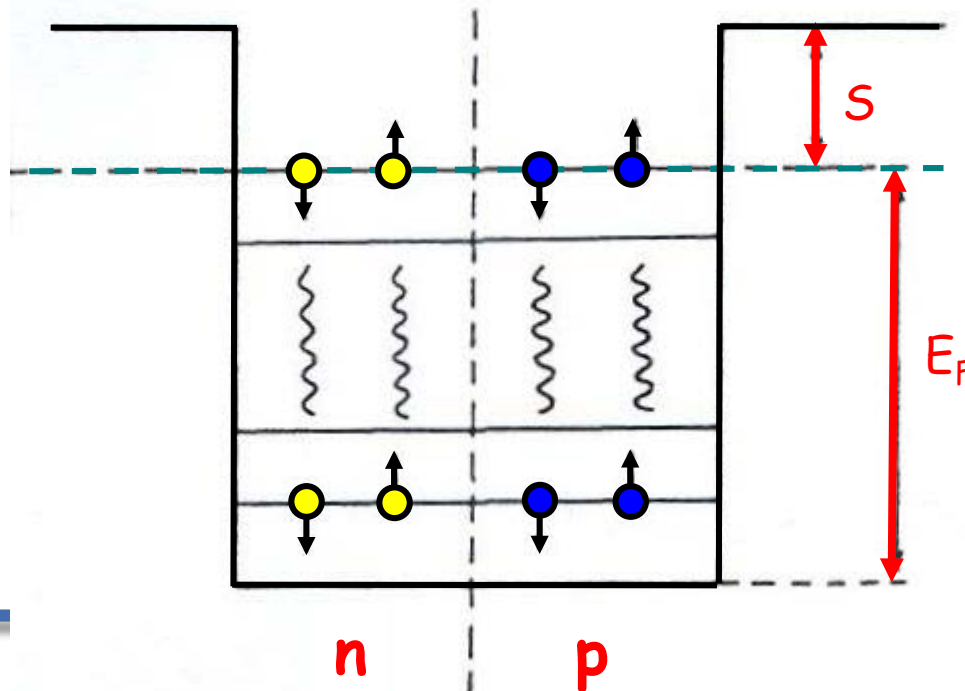
Energie de Fermi

Energie potentielle nulle au sein du noyau \rightarrow toute l'énergie est sous forme d'énergie cinétique.

On considère des niveaux d'énergie, tous équivalents. Les nucléons se répartissent à partir du niveau le plus bas.

Principe de Pauli : chaque niveau peut contenir deux protons et deux neutrons ayant des spins antiparallèles

Niveau de Fermi



Energie de Fermi

Au voisinage de $E = \frac{p^2}{2m}$

→ nombre d'états dn (nombre de nucléons) situés dans l'intervalle d'impulsion dp

$$dn = \frac{\text{volume d'espace de phase} \times (\text{spin} + \text{isospin})}{\text{volume d'une cellule}} = \frac{4V 4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3}$$

→ hypothèses

2 états de spin et 2 d'isospin

★ La densité des niveaux est suffisamment élevée pour que p varie continûment

★ $N = Z = A/2$

Energie de Fermi → énergie maximale obtenue en remplissant les niveaux à partir du plus bas

→ Quel est le lien avec le nombre de nucléons A ?

$$A = \int_0^{p_F} dn = \int_0^{p_F} \frac{4V 4\pi p^2}{(2\pi\hbar)^3} dp \quad \text{avec} \quad E_F = \frac{p_F^2}{2m}$$

d'où

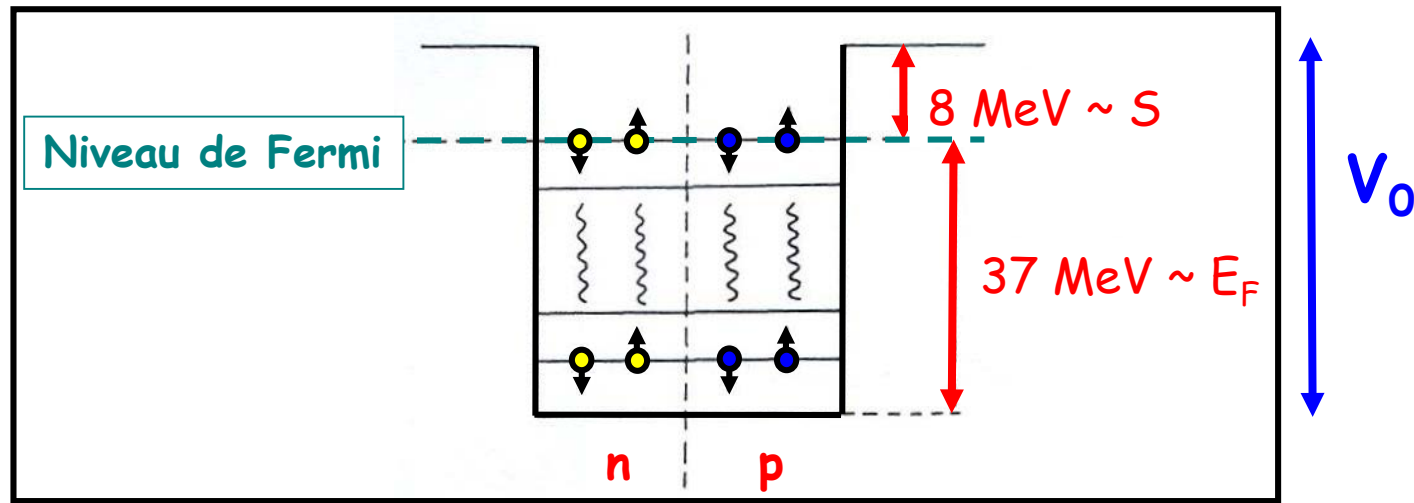
$$p_F = \frac{(9\pi)^{\frac{1}{3}}}{2} \frac{\hbar}{r_0} \quad \text{et} \quad E_F = \frac{(9\pi)^{\frac{2}{3}}}{8} \frac{\hbar^2}{mr_0^2}$$

Energie de Fermi

E_F et p_F indépendants de A , donc du noyau considéré

C'est une conséquence de la saturation nucléaire

Pour $r_0 = 1.2 \text{ fm}$, on obtient $E_F = 37 \text{ MeV}$
 $p_F \sim 250 \text{ MeV}/c$

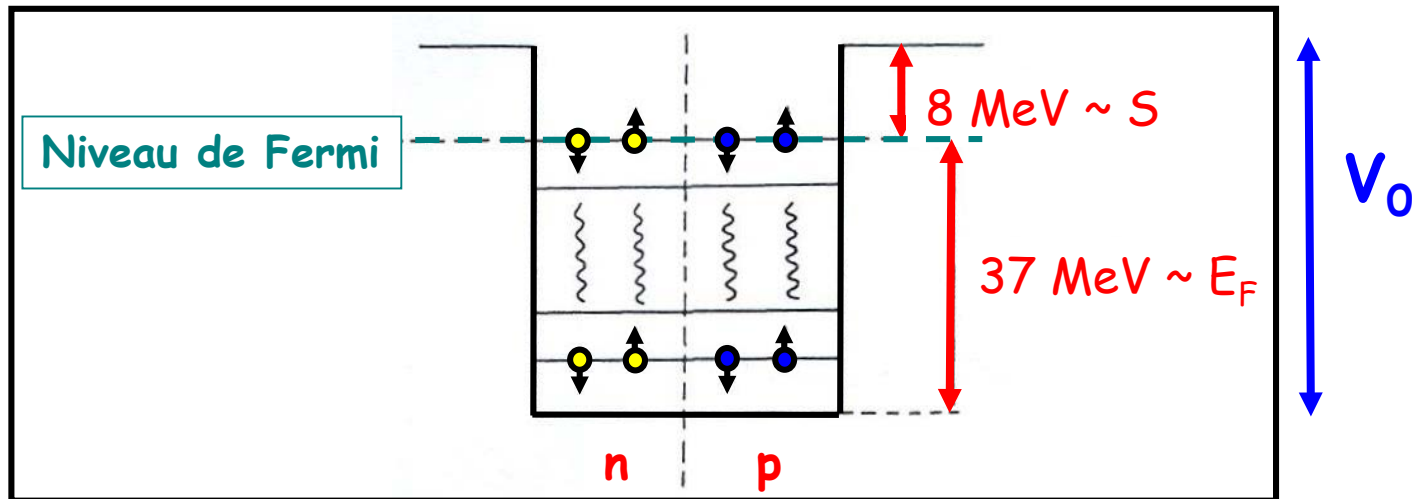


Profondeur du puits de potentiel

On voit que les nucléons qui occupent le niveau de Fermi sont ceux ayant la plus grande énergie cinétique E_F

Pour que ces nucléons ne sortent pas du puits, il faut que sa profondeur V_0 soit supérieure en valeur absolue à $E_F = 37 \text{ MeV}$.

Or, en moyenne il faut fournir une énergie de séparation $S = B_N/A \sim 8 \text{ MeV}$ pour faire sortir un nucléon du puits

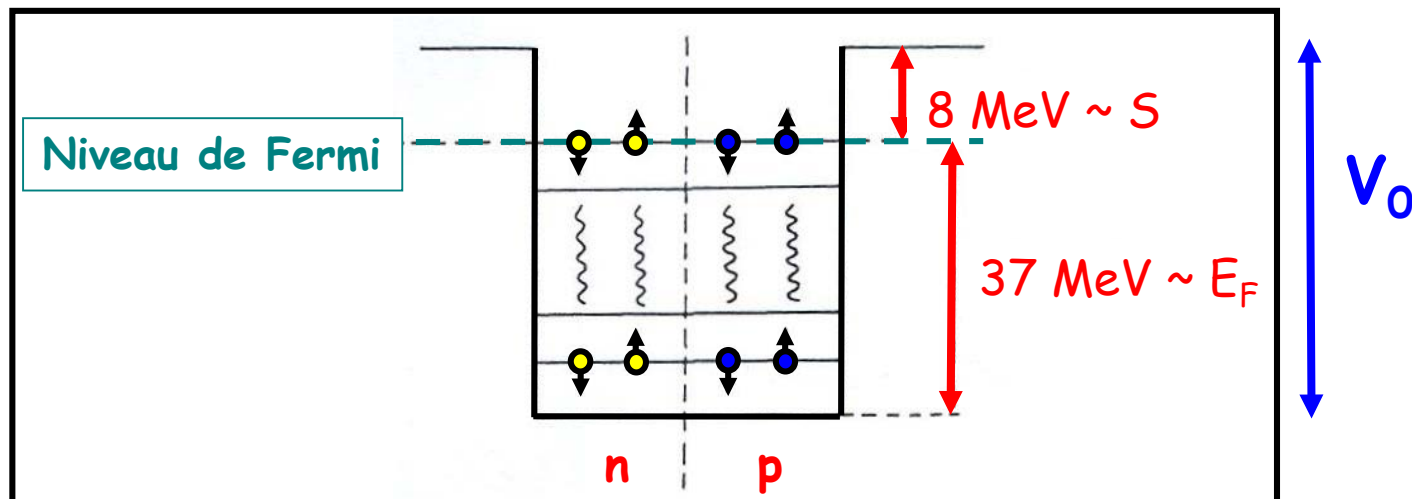


Profondeur du puits de potentiel

On peut donc estimer la profondeur du puits de potentiel

$$V_0 = E_F + S = 37 + 8 = 45 \text{ MeV}$$

Cette profondeur est aussi indépendante du noyau



Energie cinétique moyenne par nucléon

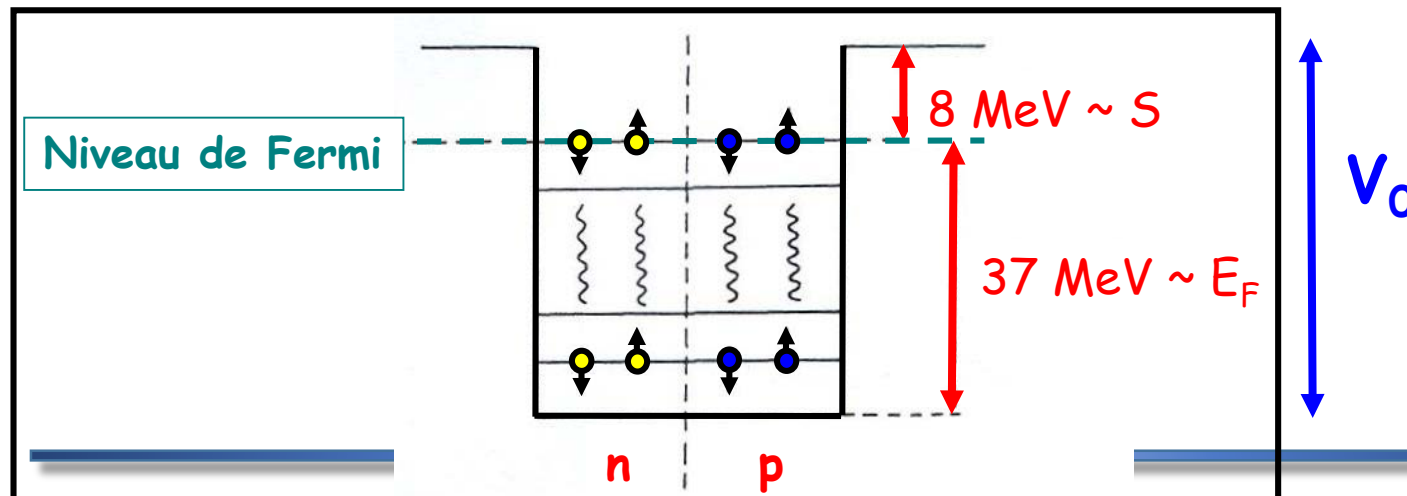
Energie cinétique totale

$$T_{tot} = \int_0^{P_F} \frac{p^2}{2m} dn \rightarrow T_{tot} = \frac{3}{5} A E_F$$

Energie cinétique moyenne par nucléon

$$\langle T_0 \rangle = \frac{T_{tot}}{A} \rightarrow \langle T_0 \rangle = \frac{3}{5} E_F \sim 22 \text{ MeV}$$

Les calculs sont très simples dans ce modèle mais ne donnent que des ordres de grandeur
 ⇒ Il faut un modèle plus élaboré pour avoir + d'informations



Modèle en couches - Quelques applications du modèle

Les discontinuités observées pour les nombres magiques suggèrent des effets de couches. Similitudes avec ce qui est observé en physique atomique.

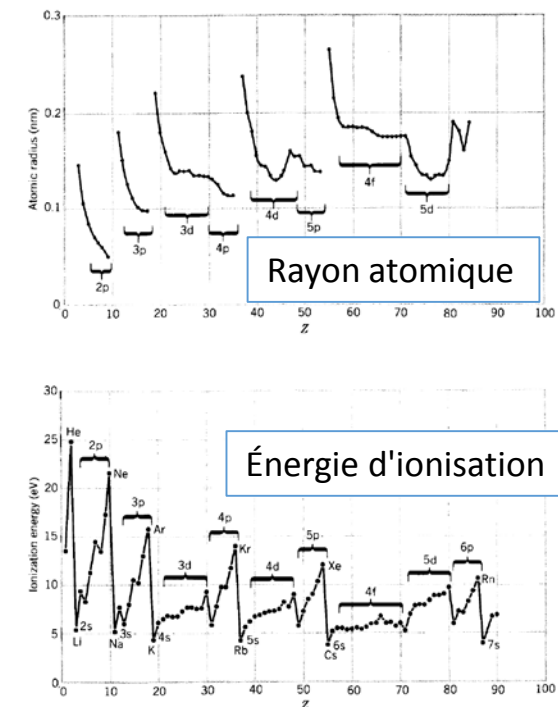


Figure 5.1 Atomic radius (top) and ionization energy (bottom) of the elements. The smooth variations in these properties correspond to the gradual filling of an atomic shell, and the sudden jumps show transitions to the next shell.

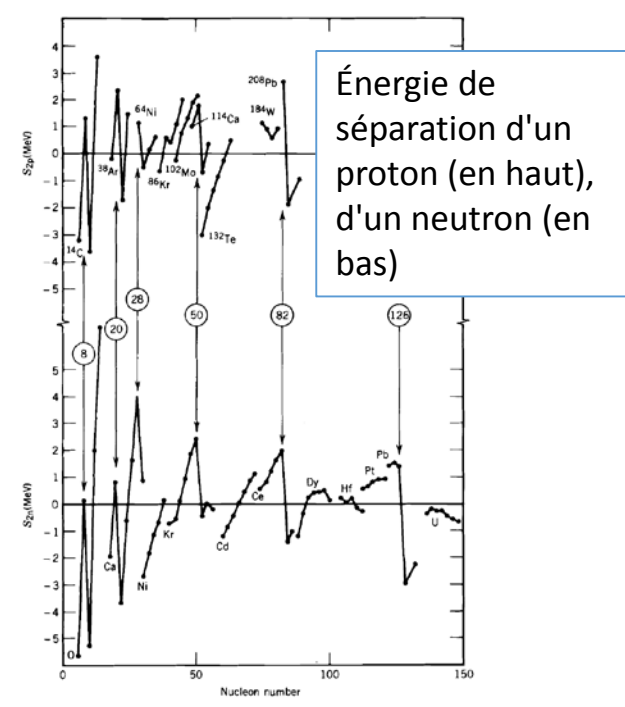


Figure 5.2 (Top) Two-proton separation energies of sequences of isotones (constant N). The lowest Z member of each sequence is noted. (Bottom) Two-neutron separation energies of sequences of isotopes. The sudden changes at the indicated "magic numbers" are apparent. The data plotted are differences between the measured values and the predictions of the semiempirical mass formula. Measured values are from the 1977 atomic mass tables (A. H. Wapstra and K. Bos, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 19, 215 (1977)).

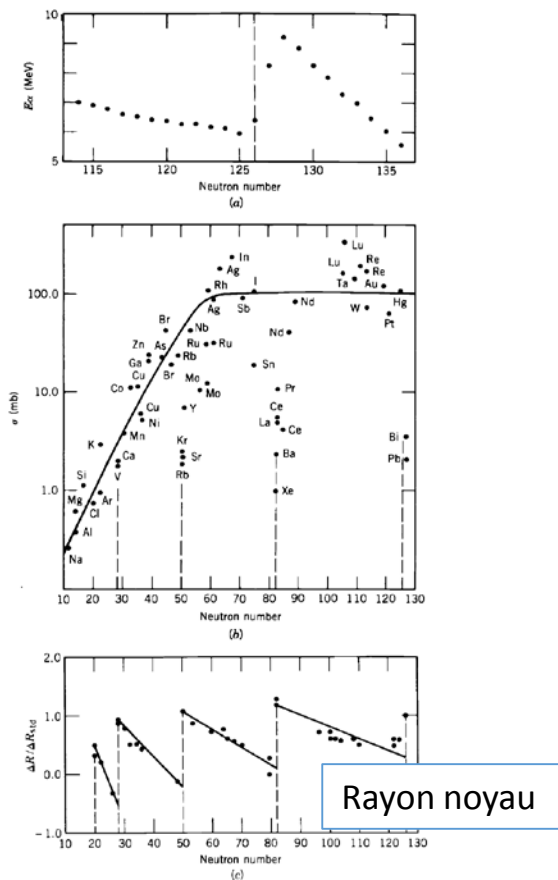


Figure 5.3 Additional evidence for nuclear shell structure. (a) Energies of α particles emitted by isotopes of Rn. Note the sudden increase when the daughter has $N = 126$ (i.e., when the parent has $N = 128$). If the daughter nucleus is more tightly bound, the α decay is able to carry away more energy. (b) Neutron-capture cross sections of various nuclei. Note the decreases by roughly two orders of magnitude near $N = 50, 82$, and 126 . (c) Change in the nuclear charge radius when $\Delta N = 2$. Note the sudden jumps at 20, 28, 50, 82, and 126 and compare with Figure 5.1. To emphasize the shell effects, the radius difference ΔR has been divided by the standard ΔR expected from the $A^{1/3}$ dependence. From E. B. Shera et al., *Phys. Rev. C* 14, 731 (1976).

Modèle des couches - Quelques applications du modèle

Etude du **modèle en couches sphériques** (Mayer, Haxel, Jansen et Suess – 1948)



C'est un modèle à particules indépendantes :
A particules indépendantes dans un puits de potentiel moyen

Pour obtenir les états individuels occupés par les nucléons
⇒ résolution de l'équation

$$\hat{h}_i \varphi_i = \epsilon_i \varphi_i \text{ avec } \hat{h}_i = \hat{T}_i + \hat{V}$$

T_i = énergie cinétique des nucléons
 V = potentiel moyen

Pb : il faut connaître le potentiel moyen \hat{V} qui figure dans \hat{h}_i

Quelques exemples de potentiels moyens V utilisés

le potentiel d'un puits infini

Très simple mais peu réaliste : énergie infinie pour arracher un nucléon ; le potentiel nucléaire n'est pas aussi raide.

$$V(r) = \begin{cases} \infty & r \geq R \\ 0 & 0 \leq r \leq R \end{cases}$$

le potentiel d'un oscillateur harmonique

Potentiel un peu plus évolué, permettant de faire des calculs analytiques. Mais toujours une énergie infinie pour arracher un nucléon ; potentiel pas assez proche de celui du noyau qui suit la distribution de charge et de matière.

$$V(r) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

le potentiel de Woods-Saxon

Modèle plus réaliste, qui admet que la forme du potentiel est celle de la distribution de Fermi

→ même variation en r que pour la répartition radiale de la matière nucléaire

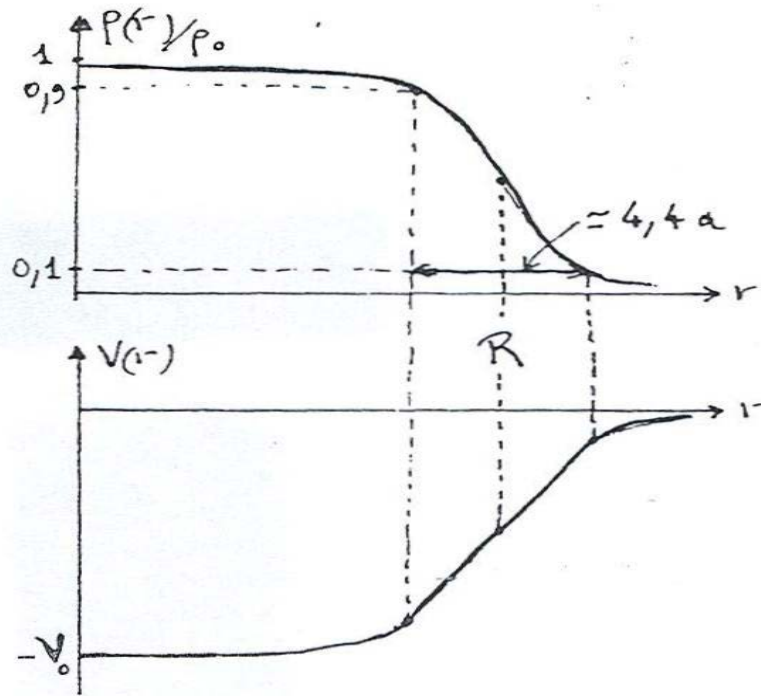
Mais pas de calcul analytique pour le potentiel de Woods-Saxon, les niveaux d'énergie sont trouvés numériquement par ordinateur.

$$V(r) = - \frac{V_0}{1 + e^{\left(\frac{r-R}{a}\right)}}$$

V_0 profondeur
 R rayon
 a diffusivité

Pb: ces potentiels ne reproduisent que les nombres magiques 2, 8 et 20

Quelques exemples de potentiels moyens V utilisés



Distribution de matière dans le noyau et potentiel correspondant.

R = le rayon moyen

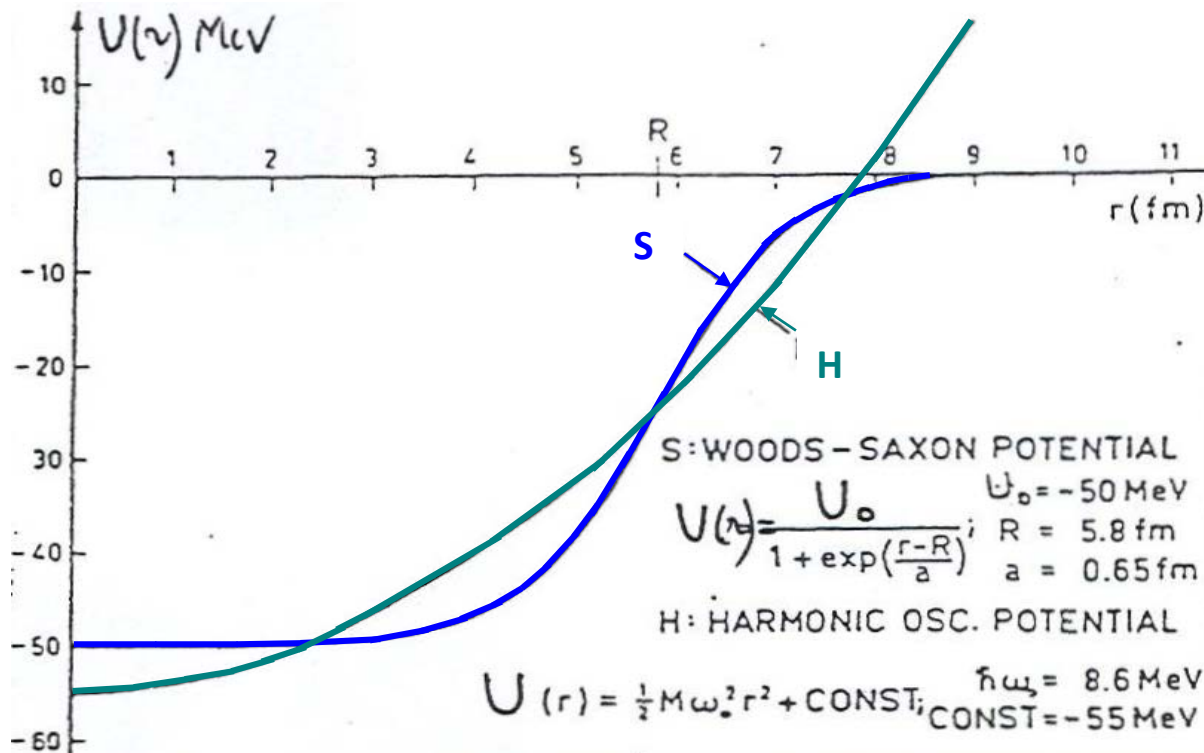
a = épaisseur de peau

le potentiel de type Hartree-Fock

Un potentiel microscopique, de type Hartree-Fock, est obtenu à partir du potentiel moyen d'interaction nucléon-nucléon et de la distribution de densité de charge.

Quelques exemples de potentiels moyens V utilisés

Woods-Saxon et potentiel harmonique donnent des résultats voisins



⇒ Même si l'oscillateur harmonique est moins réaliste, l'avantage est que les calculs analytiques sont possibles donc on va partir de ce potentiel

Hamiltonien utilisé

$$\hat{h} = \hat{H}_{OH} - D\hat{l}^2 - a \vec{l} \cdot \vec{s}$$

\hat{H}_{OH} = hamiltonien d'une particule dans un potentiel harmonique

$D\hat{l}^2$ = terme correctif d'effet de bord

$a \vec{l} \cdot \vec{s}$ = couplage spin-orbite

Potentiel harmonique $H_{OH} = T + V(r)$ avec $V(r) = -V_0 \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$

$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2} m \omega_0^2 r^2$ avec $\omega_0^2 = \frac{2V_0}{mR^2}$ où m est la masse du nucléon

$$\Rightarrow \hbar \omega_0 = \sqrt{\frac{2V_0}{m}} \frac{\hbar}{r_0 A^{1/3}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} V_0 = 45 \text{ MeV} \\ r_0 = 1,2 \text{ fm} \end{cases} \Rightarrow \hbar \omega_0 \sim 50 A^{-\frac{1}{3}} \text{ MeV}$$

Remplissage des couches de l'oscillateur harmonique

Pour les détails voir le D. Griffiths : Introduction to quantum mechanics chap 4 ou le K. Krane : Introductory nuclear Physics ou J.L. Basdevant et J. Dalibard : Mécanique Quantique

On cherche les fonctions propres de l'équation : $H_{OH}\phi = E_0\phi$

Comme l et l_z commutent avec H_{OH} , le moment angulaire est une constante du mouvement \rightarrow on recherche la fct d'onde dans un état de moment angulaire l sous la forme :

$$\phi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = \frac{f_{nl}(r)}{r} Y_l^m(\theta, \varphi)$$

Avec : $\hat{l}^2 Y_l^m = l(l+1)\hbar^2 Y_l^m$ et $\hat{l}_z Y_l^m = m\hbar Y_l^m$

La partie radiale de la fonction d'onde est solution de :

$$\frac{d^2 f_{nl}}{dr^2} + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(E_0 - \frac{m\omega_0^2}{2} r^2 \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] f_{nl} = 0$$

La partie radiale de la fonction d'onde est solution de :

$$\frac{d^2 f_{nl}}{dr^2} + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(E_0 - \frac{m\omega_0^2}{2} r^2 \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] f_{nl} = 0$$

La solution sera $\phi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = C x^l L_n^{l+\frac{1}{2}}(x^2) e^{-\frac{x^2}{2}} Y_l^m(\theta, \varphi)$ avec $x = r \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$

C est une constante de normalisation et les $L_n^{(\alpha)}$ sont les polynômes de Laguerre généralisés.

Remplissage des couches de l'oscillateur harmonique

Quelques exemples de polynômes de Laguerre :

$$L_0^{(\alpha)}(x) = 1$$

$$L_1^{(\alpha)}(x) = -x + \alpha + 1$$

$$L_2^{(\alpha)}(x) = \frac{x^2}{2} - (\alpha + 2)x + \frac{(\alpha + 2)(\alpha + 1)}{2}$$

Valeurs propres de l'énergie :

$$E_{OH} = \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar \omega_0 = \left[2(n - 1) + l + \frac{3}{2}\right] \hbar \omega_0 = E_{nl}$$

- $N = 0, 1, 2, \dots$ **nombre quantique principal** \rightarrow fixe les valeurs de E
- n **nombre quantique radial** \rightarrow fixe le nombre de nœuds de la fonction d'onde qui comporte $(n-1)$ zéros
- $l = 0, 1, 2, \dots$ **nombre quantique azimutal (ou orbital)**

Remplissage des couches de l'oscillateur harmonique

La dégénérescence totale d'un état d'énergie se calcul à partir du nombre de combinaisons $n_x + n_y + n_z = N$ de l'oscillateur harmonique à 3 dimensions.

On remarque que l'énergie ne dépend pas de m , chaque niveau d'énergie est donc $(2l+1)$ fois dégénéré. De plus chaque valeur de $N = 2(n-1) + l$ correspond à la même énergie pour des valeurs de n et de l différentes. On a de plus un facteur 2 de dégénérescence dû au spin.

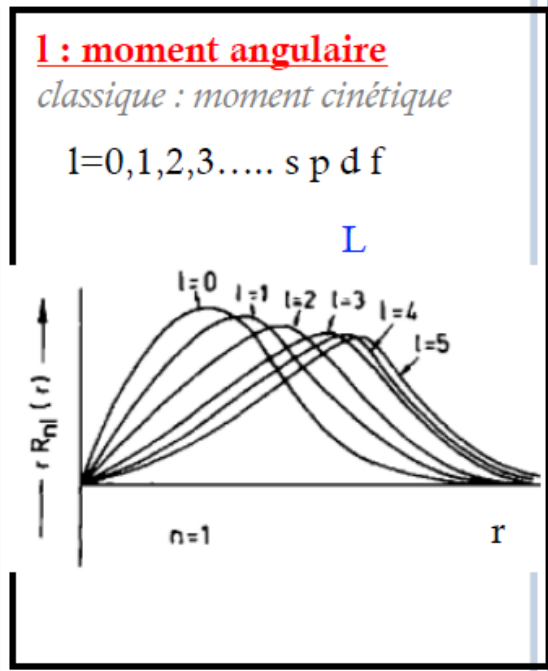
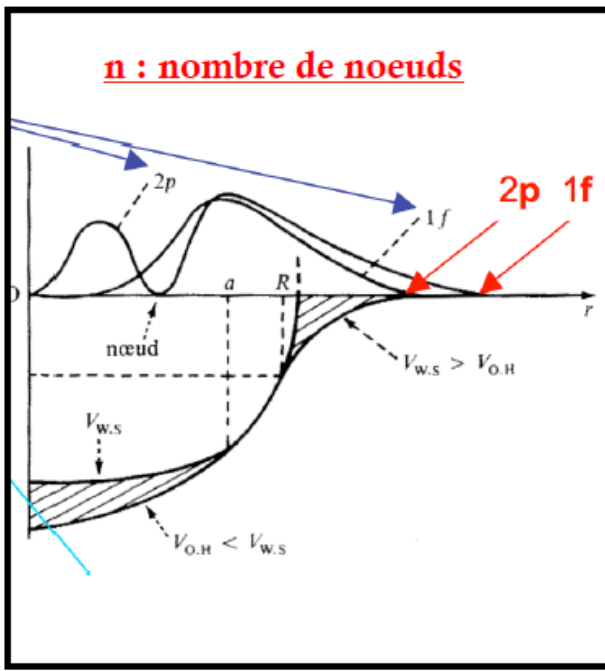
$$d_N = (N+1)(N+2)$$




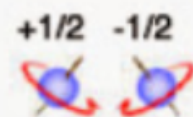
On peut donc déposer $(N+1)(N+2)$ nucléons identiques (protons par exemple) dans une couche N . On distinguera les protons et les neutrons.

On prendra la notation utilisé en spectroscopie, pour désigner les différentes valeurs de $l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6... \rightarrow s, p, d, f, g, h, i, j...$

La parité associée à l'état d'un nucléon dans la sous-couche (n, l) est fixée par la parité de la fonction d'onde lorsqu'on change \vec{r} en $-\vec{r}$, c'est-à-dire (r, θ, φ) en $(r, \pi - \theta, \varphi + \pi)$. Cette parité est celle de $Y_l^m(\theta, \varphi)$ soit $(-1)^l = (-1)^N$ comme $N = 2(n-1) + l$.

N	$n \ell$
112	
$5h\omega \pi^-$	$\begin{cases} 2p \\ 1f \\ 0h \end{cases}$
70	68
$4h\omega \pi^+$	$\begin{cases} 2s \\ 1d \\ 0g \end{cases}$
40	40
$3h\omega \pi^-$	$\begin{cases} 1p \\ 0f \end{cases}$
20	20
$2h\omega \pi^+$	$\begin{cases} 1s \\ 0d \end{cases}$
8	8
$1h\omega \pi^-$	0p
2	2
$0h\omega \pi^+$	0s



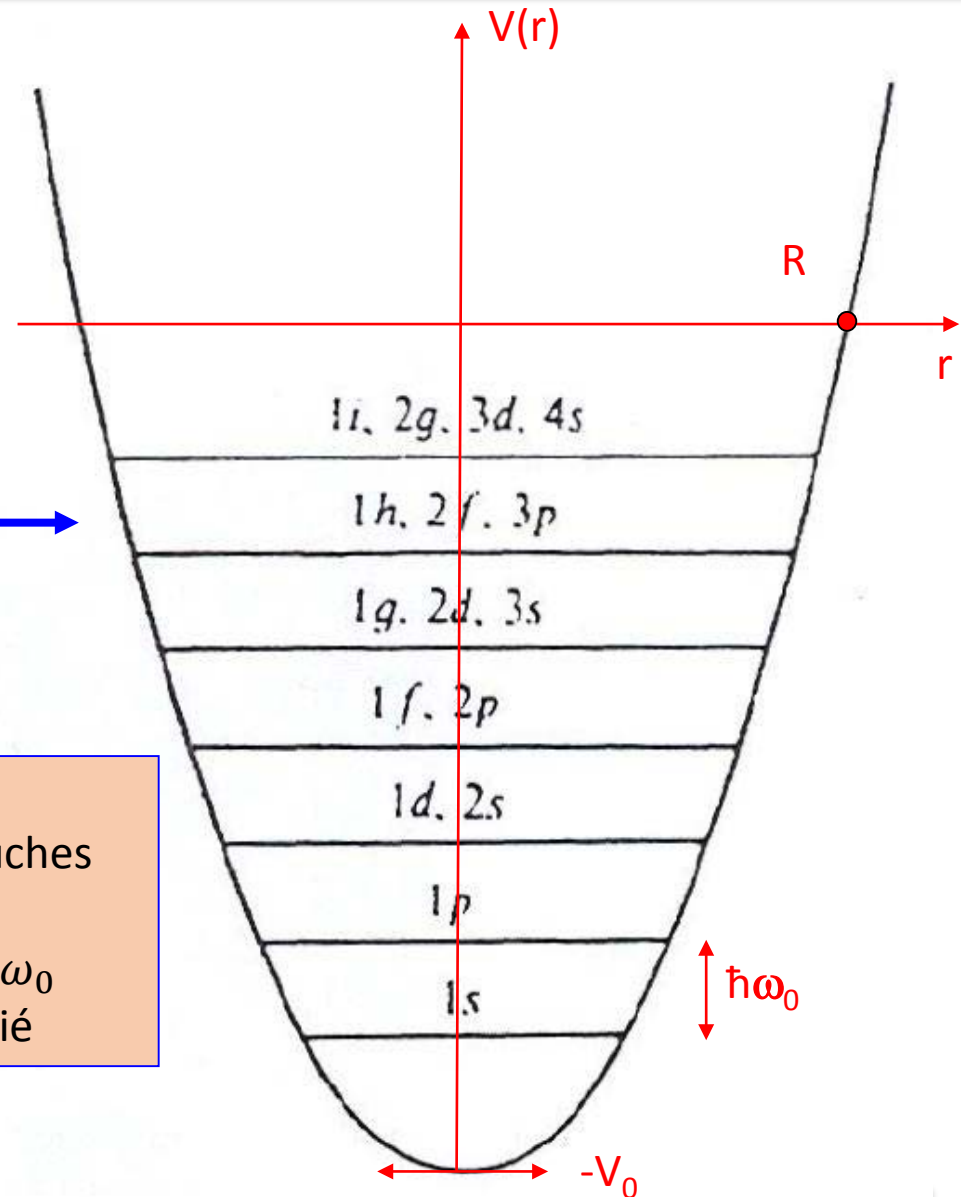
			
$n = \text{principal}$	$l = \text{angulaire}$	$m = \text{magnétique}$	$s = \text{spin}$
distance du noyau	forme du nuage	orientation spatiale	sens de rotation

Hamiltonien utilisé

Potentiel harmonique

Séquence des couches principales
de l'oscillateur harmonique

Plus le noyau comporte de nucléons,
- plus $\hbar\omega_0$ est petit, donc plus les couches
sont serrées
- plus il y a de couches distantes de $\hbar\omega_0$
entre le fond du puits et l'état le moins lié



Remplissage des couches de l'oscillateur harmonique

Exemple sur les premières couches :

N	n	l	m	d_N : nombre de nucléons dans une sous-couche en prenant en compte les 2 états de spin	nl	Nombre de nucléons dans une couche
0	1	0	0	2	1s	2
1	1	1	-1, 0, 1	6	1p	6
2	1	2	-2, -1, 0, 1, 2	10	1d	12
	2	0	0	2	2s	
3	1	3	-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3	14	1f	20
	2	1	-1, 0, 1	6	2p	

Remplissage des couches de l'oscillateur harmonique

N	E_N	d_N	$\Sigma_N d_N$	$n\ell$	parité
0	$(3/2) \hbar\omega$	2	2	1s	+
1	$(5/2) \hbar\omega$	6	8	1p	-
2	$(7/2) \hbar\omega$	12	20	1d, 2s	+
3	$(9/2) \hbar\omega$	20	40	1f, 2p	-
4	$(11/2) \hbar\omega$	30	70	1g, 2d, 3s	+
5	$(13/2) \hbar\omega$	42	112	1h, 2f, 3p	-
6	$(15/2) \hbar\omega$	56	168	1i, 2g, 3d, 4s	+

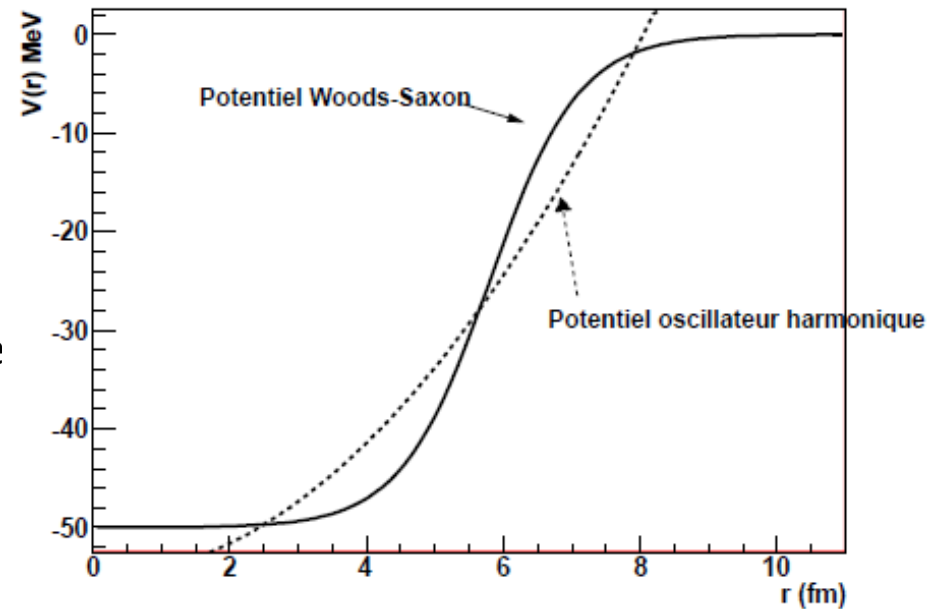
On retrouve les 3 premiers nombres magiques, ensuite le modèle est mis en défaut
 Il faut ajouter effets de bord et couplage spin-orbite pour retrouver les autres nombres magiques !

Effet de bord

Le potentiel de Woods-Saxon tend vers 0 lorsque $r \rightarrow \infty$, ce qui n'est pas le cas pour le potentiel de l'OH.

Les nucléons avec un l petit ont une probabilité de présence au centre plus grande et voient un potentiel effectif plus faible. Au contraire les nucléons de moment l élevé voient un potentiel effectif plus attractif.

Afin d'abaisser les niveaux d'énergie, un potentiel, $-Bl^2$, dit d'effets de bords est rajouté comme une perturbation.



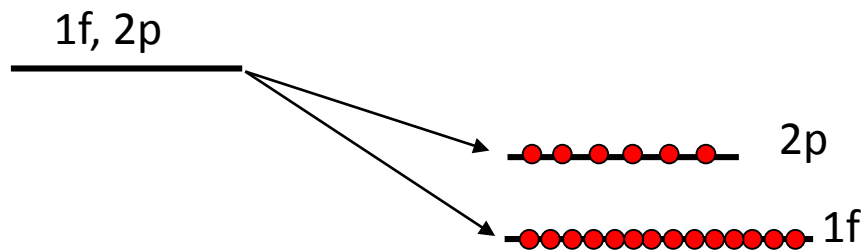
Effet de bord

$$V_l = -Dl^2 \text{ avec } D > 0$$

l^2 lève la dégénérescence en l (cette dégénérescence est accidentelle et n'existe pas avec un potentiel de Woods-Saxon)

$V_l = -Dl^2$ donc les valeurs propres sont $-D\hbar^2 l(l+1)$, ce qui abaisse les états de grand l et lève la dégénérescence.

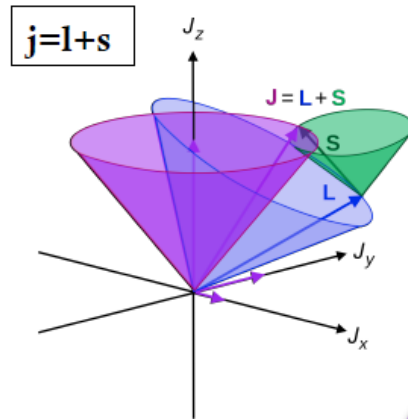
Par exemple, pour $N = 3$ on fait apparaître 2 sous-couches 1f et 2p, qui peuvent contenir respectivement $(2s+1)(2l+1)$ particules, c.a.d 14 et 6



Correspondance :	Etat	s	p	d	f	g	h	i
	l	0	1	2	3	4	5	6

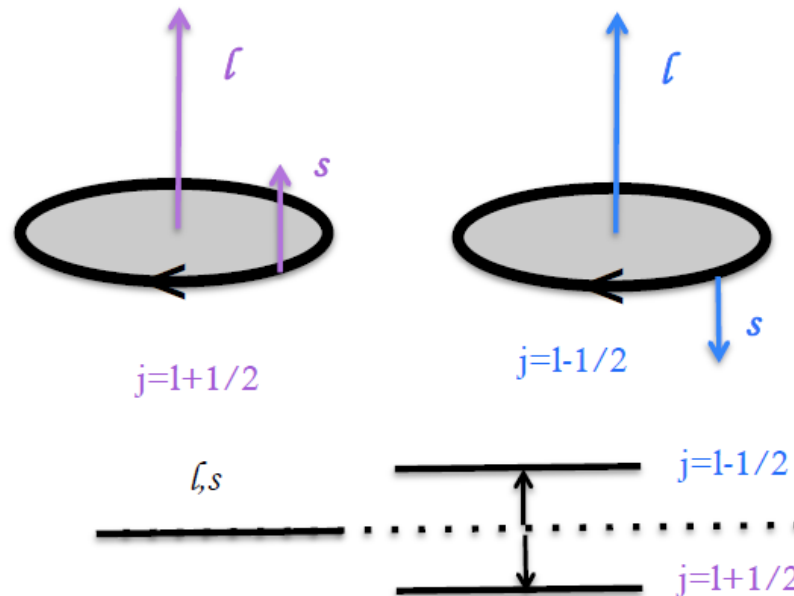
Toutefois, cette amélioration n'est pas encore suffisante pour retrouver tous les nombres magiques. On retrouve seulement les 3 premiers.

Couplage spin-orbite



- **Spin-orbite** = interaction du spin avec le mouvement

→ importé de la physique atomique : interaction électromagn. du moment magnétique de l'électron avec le champ magnétique généré par son mouvement autour du noyau



Couplage spin-orbite

$$V_{SO} = -a \vec{l} \cdot \vec{s} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{l} \text{ l'opérateur moment cinétique orbital} \\ \vec{s} \text{ l'opérateur de spin} \\ \vec{j} = \vec{l} + \vec{s} \text{ l'opérateur moment cinétique total} \end{array} \right.$$

$$\hat{h} = \hat{H}_{OH} - D\hat{l}^2 - a \vec{l} \cdot \vec{s} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} [\hat{h}, \hat{l}^2] = [\hat{h}, \hat{s}^2] = 0 \\ \vec{l} \cdot \vec{s} = \frac{1}{2}(\hat{j}^2 - \hat{l}^2 - \hat{s}^2) \end{array} \right.$$

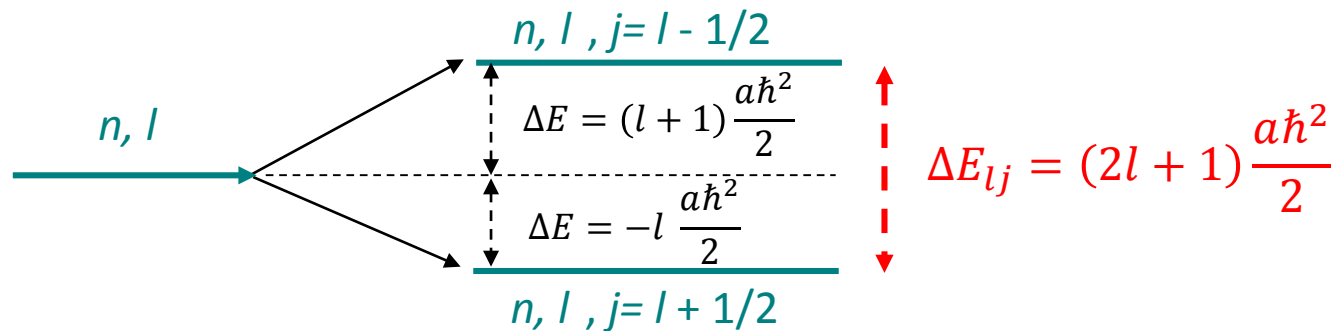
Les nombres quantiques qui caractérisent chaque état individuel ne sont plus (n, l, m_l, s, m_s) mais (n, l, s, j, m_j) car le hamiltonien ne commute plus avec \vec{l} et \vec{s} .

Couplage spin-orbite

★ Les valeurs propres correspondant au potentiel spin-orbite sont de la forme
 $-a \frac{\hbar^2}{2} \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right]$.

★ Pour un l donné, 2 valeurs de $j \Rightarrow$ 2 valeurs propres :

$$j = l + \frac{1}{2} \rightarrow -a \frac{\hbar^2}{2} l \quad \text{et} \quad j = l - \frac{1}{2} \rightarrow +a \frac{\hbar^2}{2} (l+1)$$

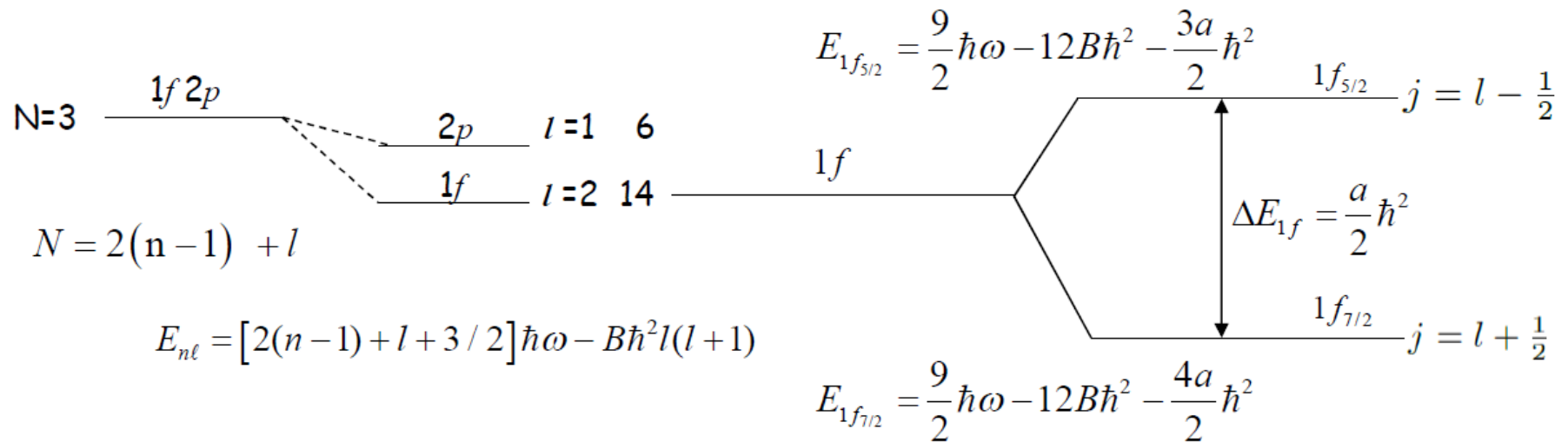


Remplissage des couches en prenant en compte les effets de spin-orbite

Exemple sur les premières couches :

N	n	l	$j=l+s$	m_j	d_N : nombre de nucléons dans une sous-couche	nlj	Nombre de nucléons dans une couche
0	1	0	1/2	-1/2, 1/2	2	1s1/2	2
1	1	1	1/2	-1/2, 1/2	2	1p1/2	6
			3/2	-3/2, -1/2, 1/2, 3/2	4	1p3/2	
2	1	2	3/2	-3/2, -1/2, 1/2, 3/2	4	1d3/2	12
			5/2	-5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2	6	1d5/2	
	2	0	1/2	0	2	2s1/2	
3	1	3	5/2	-5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2	6	1f5/2	20
			7/2	-7/2, -5/2, -3/2, -1/2, 1/2, 3/2, 5/2, 7/2	8	1f7/2	
	2	1	1/2	-1/2, 1/2	2	2p1/2	
			3/2	-3/2, -1/2, 1/2, 3/2	4	2p3/2	

Exemple des niveaux d'énergie après levé des dégénérescences pour $N=3$ et $l = 2$.



Modèle des couches

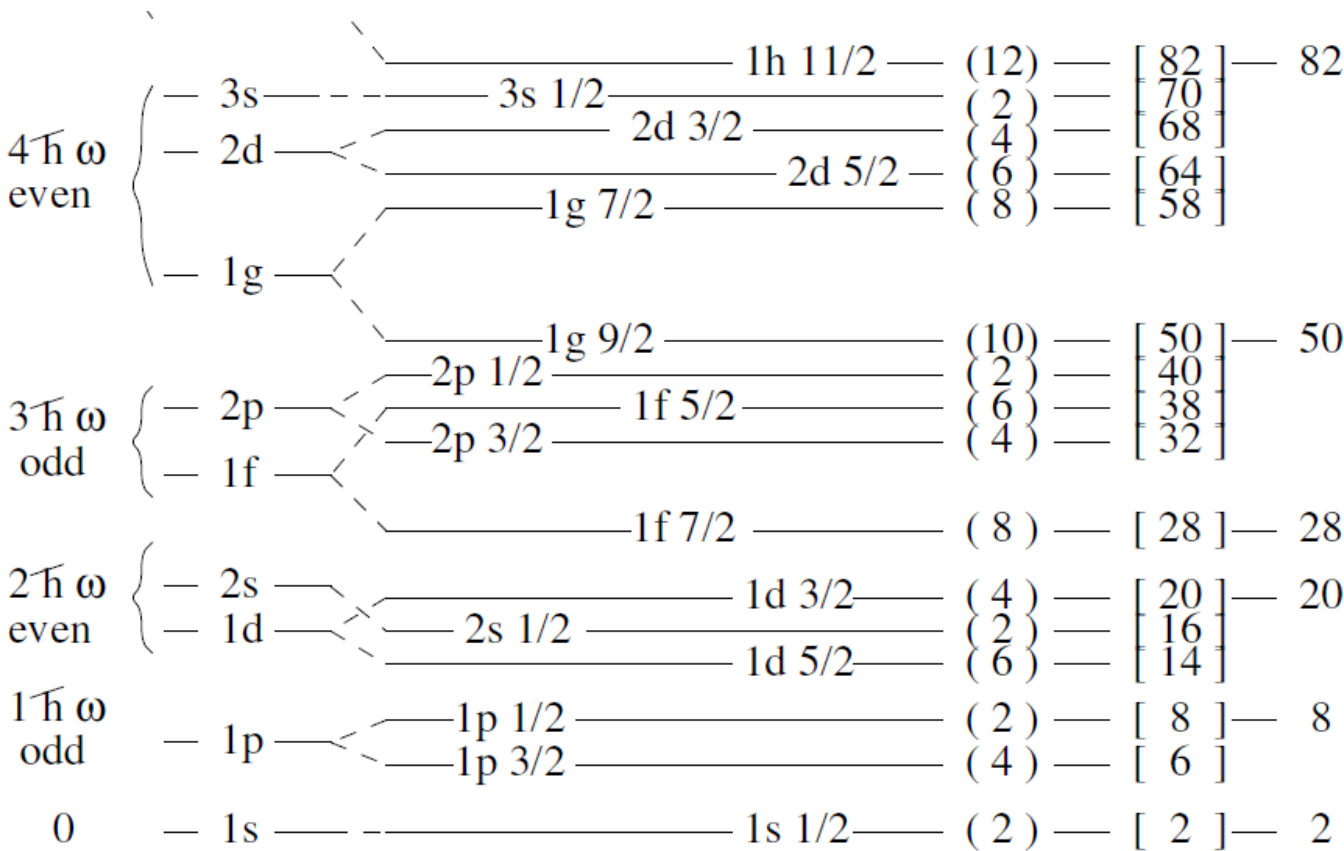
N nbre quantique principal

n nbre quantique radial

l nbre quantique orbital

j moment cinétique total

$j = l \pm 1/2$



↑

O.H.

(N)

↑

$-Dl^2$

(nl)

↑

spin-orbite

(j)

↗

(2j+1)

↑

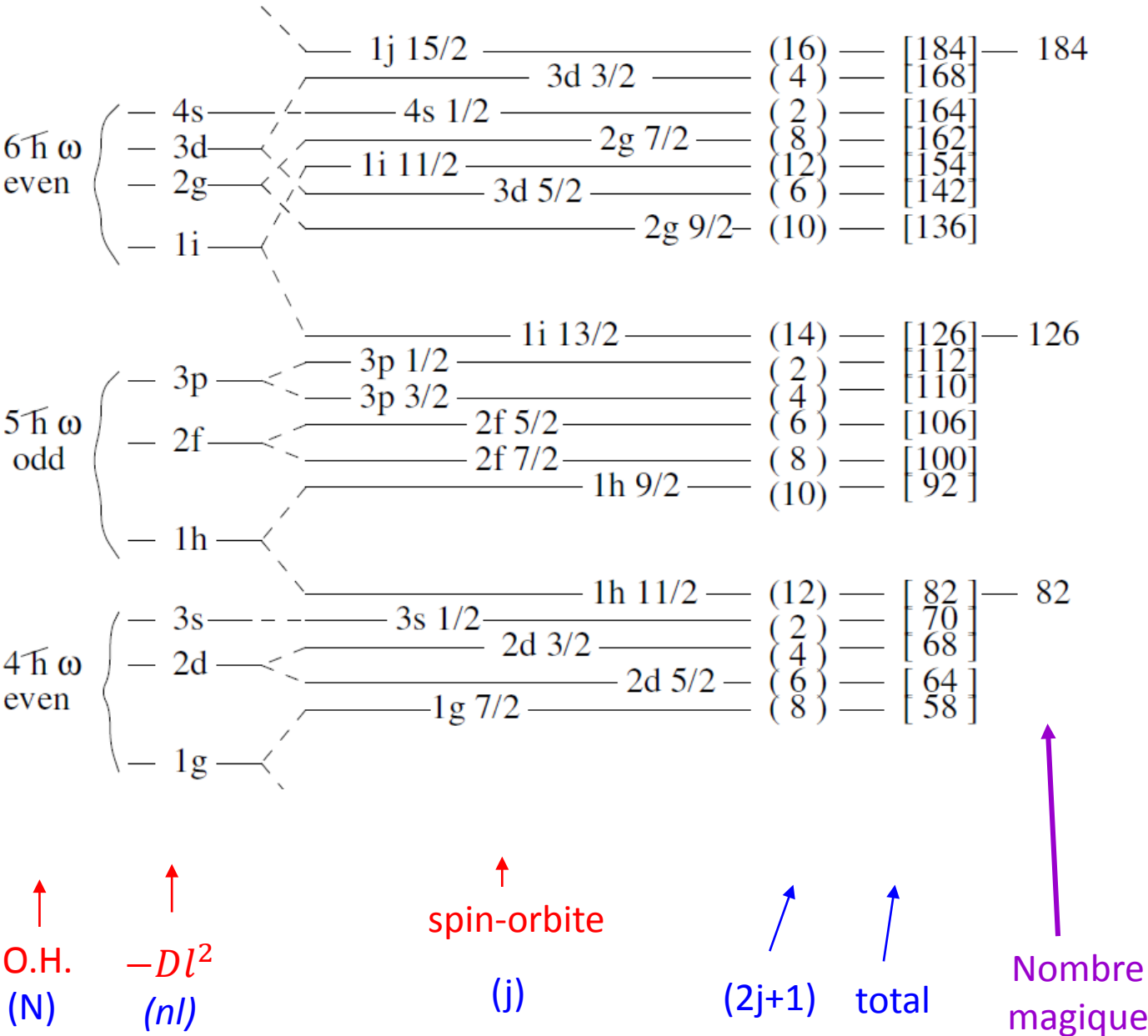
total

↖

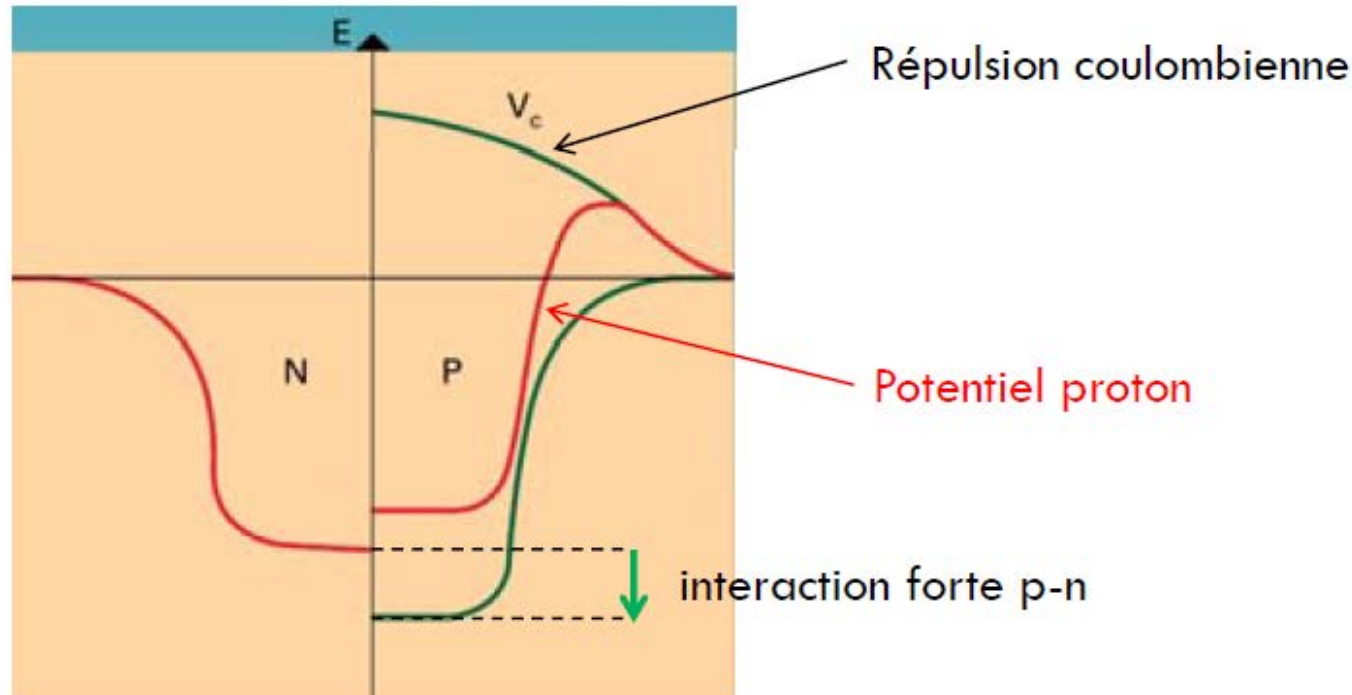
Nombre magique

Modèle des couches (suite)

Les sous-couches d'une couche N se mêlent aux sous-couches du niveau N-1 => apparition de "fermetures de couches" correspondant aux nombres magiques



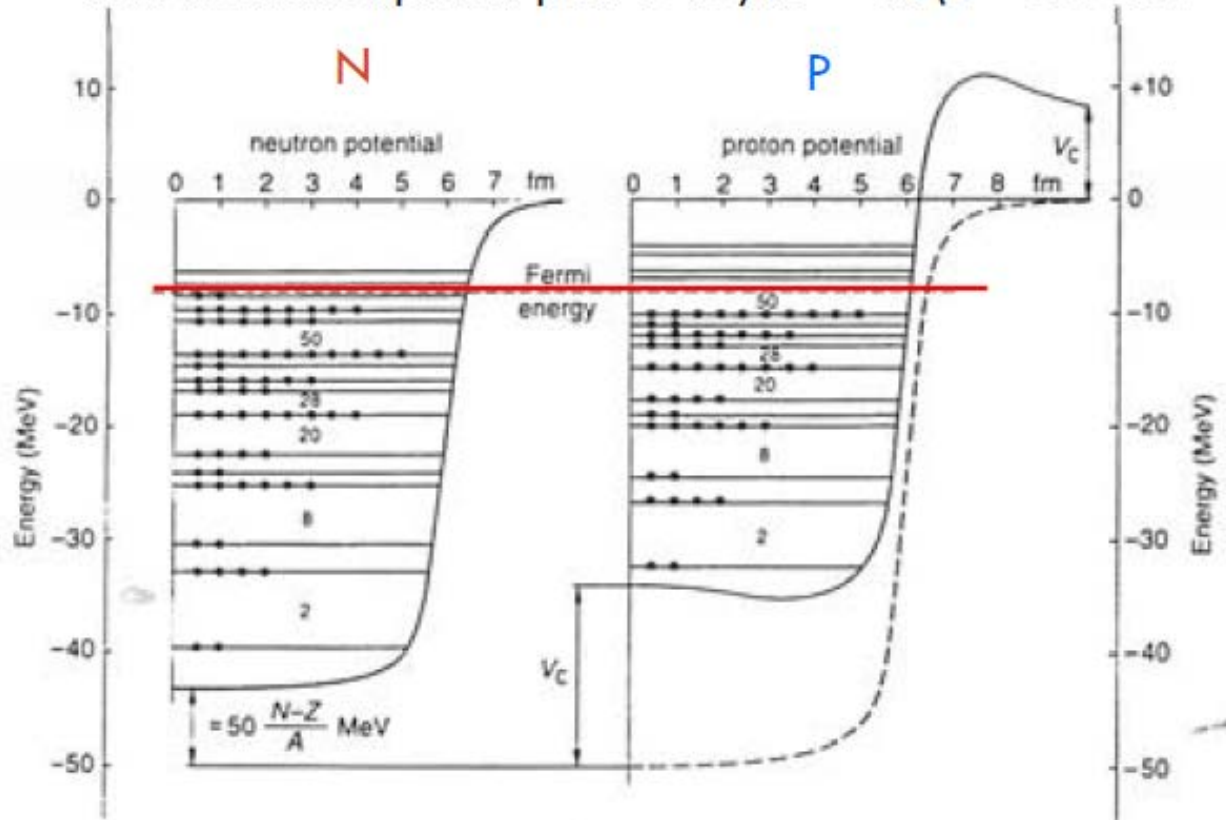
Différence entre puits de potentiel pour les protons et les neutrons.



- La répulsion coulombienne entre les Z protons fait qu'ils sont moins liés \rightarrow Le puit de potentiel des protons est rehaussé d'une quantité $\propto Z^2$. On voit aussi apparaître une barrière de potentiel coulombienne.
- Pour les noyaux stables avec $N > Z$, un proton voit plus de neutrons que l'inverse \rightarrow la profondeur du puit en protons va s'abaisser d'une valeur $\propto (N - Z)/A$

Différence entre puits de potentiel pour les protons et les neutrons.

Puits neutron et proton pour le noyau ^{114}Sn ($Z = 50$ et $N = 64$)



Pour les noyaux stables, le niveau de Fermi est le même pour le puits en neutron et proton
 → Si ce n'était pas le cas, un neutron se transformerait en proton par désintégration β pour que le noyau gagne en stabilité.

Moment cinétique et parité d'un noyau

L'observation que les noyaux ayant un nombre pair de nucléons, sont systématiquement plus liés que ceux ayant un nombre impair de nucléons, a conduit à faire l'hypothèse que les nucléons se regroupent par paires \rightarrow c'est la notion importante d'appariement.

Les nucléons se regroupent par paires avec des projections m et $-m$ de j .

- Si une couche contient un nombre pair de nucléons, tous les nucléons de cette couche sont appariés.
 - \rightarrow le moment cinétique résultant I de chaque paire est nul : $I = 0$.
 - \rightarrow la parité associée, définie comme $\pi = (-1)^{l_1+l_2}$, vaut pour 2 nucléons appariés dans une même couche : $\pi = (-1)^{2l} = +1$

Ayant posé cela, plusieurs cas peuvent ensuite se présenter : noyaux pair-pair, pair-impair, impair-impair.

Moment cinétique et parité d'un noyau

- Un **noyau pair-pair**, dans son **état fondamental**, ne va contenir que des nucléons appariés dans chacune des couches, et chaque paire va contribuer pour 0^+ au moment cinétique total I et à la parité π de l'état

⇒ L'état fondamental d'un noyau pair-pair a donc nécessairement $I^\pi = 0^+$

- Pour un **noyau pair-pair** dans un état excité :

Différents cas peuvent se présenter qui dépassent le cadre de ce cours.

Nous ne considérerons que le cas simple où l'on casse une paire de nucléons sur une même couche. Il va falloir donc considérer le couplage de deux protons ou de deux neutrons dans une même couche jl (en général la moins remplie) pour obtenir les propriétés des premiers états du noyau.

Moment cinétique et parité d'un noyau

On s'intéresse donc d'abord à la configuration de l'état fondamental. On couple pour obtenir les valeurs de I^π et on a en général plusieurs valeurs résultantes.

$$|j_1 - j_2| \leq I \leq j_1 + j_2 \quad \text{et} \quad \pi = \pi_1 \pi_2 = (-1)^{l_1 + l_2} \quad \text{et pour une même couche } j_1 = j_2 = j$$

$$\Rightarrow \quad 0 \leq I \leq 2j \quad \text{et} \quad \pi = (-1)^{2l} = +1$$

★ Donc $I^\pi = 0^+, 2^+, \dots (2j - 1)^+$ car seuls les valeurs paires de I sont autorisées (voir Krane et Annexe de ce cours)

★ On obtient plusieurs états dont la dégénérescence est levée par l'interaction résiduelle

Moment cinétique et parité d'un noyau

- Pour un noyau pair-pair

- ★ l'ordre des états est respecté
- ★ L'état fondamental est donc un état $I^\pi = 0^+$
- ★ Les états excités apparaissent, dans l'ordre : $I^\pi = 2^+, 4^+, \dots$
- ★ Le modèle en couches est très prédictif pour les noyaux pair-pair

→ On retrouve en fait le résultat concernant la valeur $I^\pi = 0^+$ obtenue précédemment pour l'état fondamental d'un noyau pair-pair, et on voit que c'est en fait la valeur résultante la plus basse que l'on obtient par le couplage de deux nucléons identiques dans une même couche.

Moment cinétique et parité d'un noyau

- Pour un noyau ayant A impair (pair-impair ou impair-pair), après remplissage des couches avec l'ensemble des nucléons, il reste un nucléon célibataire dans une couche j (que ce soit dans son état fondamental ou dans un état excité).

On définit alors pour le moment cinétique total et la parité de l'état associé :

$$I = j \quad \text{et} \quad \pi = (-1)^l$$

Pour obtenir les états excités du noyau et les valeurs de I^π associées, on déplace le nucléon célibataire sur les couches plus élevées (d'autres possibilités existent, que nous verrons en TD).

Moment cinétique et parité d'un noyau

- Un **noyau impair-impair** possède à la fois un proton célibataire dans une couche $j_1 l_1$ et un neutron célibataire dans une couche $j_2 l_2$ (que ce soit dans son état fondamental ou dans un état excité).

On s'intéresse tout d'abord à la configuration de l'état fondamental. On couple pour obtenir les valeurs de I^π

On a alors en général plusieurs valeurs résultantes.

$$|j_1 - j_2| \leq I \leq j_1 + j_2 \quad \text{et} \quad \pi = \pi_1 \pi_2 = (-1)^{l_1 + l_2}$$

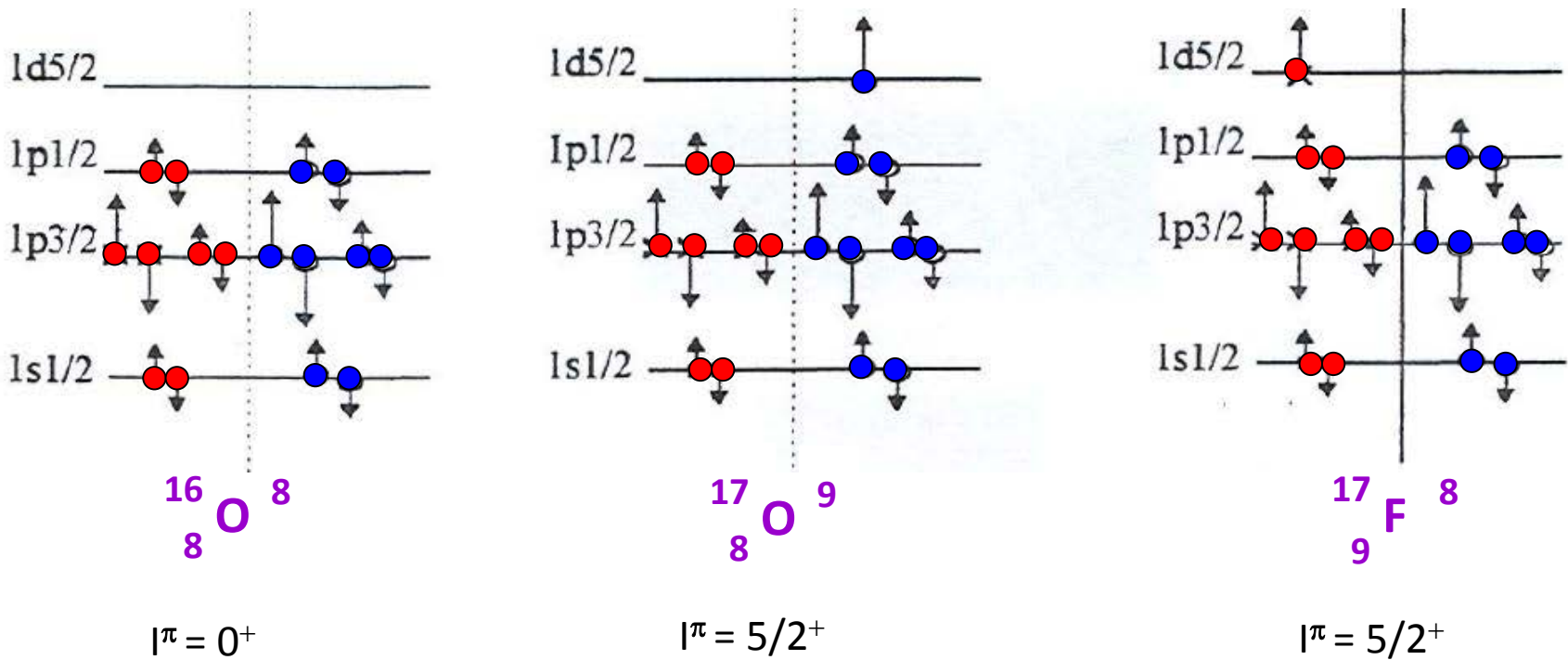
- ★ On obtient donc plusieurs états dont la dégénérescence est levée par l'interaction résiduelle
- ★ Un de ces états est l'état fondamental, les autres sont les premiers états excités.
- ★ L'ordre des états n'est pas respecté : le modèle en couches n'est pas prédictif pour les noyaux impair-impair

Résultats expérimentaux

Exemple des noyaux $^{16}_8\text{O}^8$, $^{17}_8\text{O}^9$, $^{17}_9\text{F}^8$

Moment cinétique et parité de l'état fondamental ?

La longueur des flèches est proportionnelle à m



Noyaux miroirs, mêmes valeurs de I^π

Noyau doublement magique

Prévisions du modèle en couches en accord avec résultats expérimentaux

Le rôle de l'interaction résiduelle

En fait, le modèle en couches simplifié présenté ici n'est pas suffisant pour expliquer tous les résultats expérimentaux

$$\hat{H} = \hat{H}_{MPI}$$

Modèle à particules indépendantes

- ★ Explique l'existence des nombres magiques
- ★ Justifie le spin et la parité des états fondamentaux
- ★ Au voisinage des couches fermées, explique les isotopes impair comme un cœur fermé + un nucléon célibataire

⇒ il faut introduire l'interaction résiduelle

$$\hat{H} = \hat{H}_{MPI} + \hat{h}_{ir}$$

Modèle à particules indépendantes

- ★ explique l'existence des nombres magiques
- ★ justifie le spin et la parité des états fondamentaux
- ★ au voisinage des couches fermées, explique les isotopes impairs comme un cœur fermé + un nucléon célibataire

Interaction résiduelle

- ★ dès que plusieurs nucléons de valence interviennent, couplage entre les états individuels
- ★ situation expérimentale plus complexe, avec plus grand nombre d'états excités

Interaction résiduelle \hat{h}_{ir}

Cette interaction résiduelle d'appariement est d'autant plus grande que le j de la couche considérée est grand.

→ Ceci peut expliquer l'inversion de certaines sous-couches si le noyau « souhaite » gagner en stabilité

$$\text{Energie des états } E = \sum_i \epsilon_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V_{ij}$$

V_{ij} = potentiel d'interaction résiduel, dont la forme n'est pas au programme du cours.

L'énergie d'appariement est responsable de la stabilité des noyaux pair-pair et de la valeur de $I^\pi = 0^+$ pour l'état fondamental de ces noyaux, conforme à l'expérience

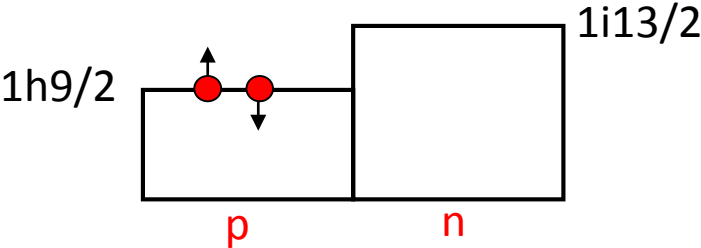
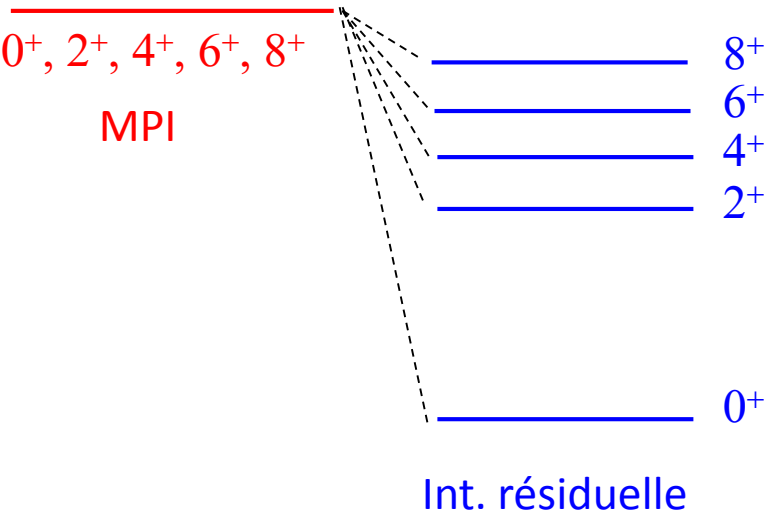
→ Comme on a vu précédemment, ceci correspond à l'état le plus bas de la séquence $0^+, 2^+, \dots$ obtenu pour ces noyaux après levée de dégénérescence par l'interaction résiduelle.

Effets de l'interaction résiduelle \hat{h}_{ir}

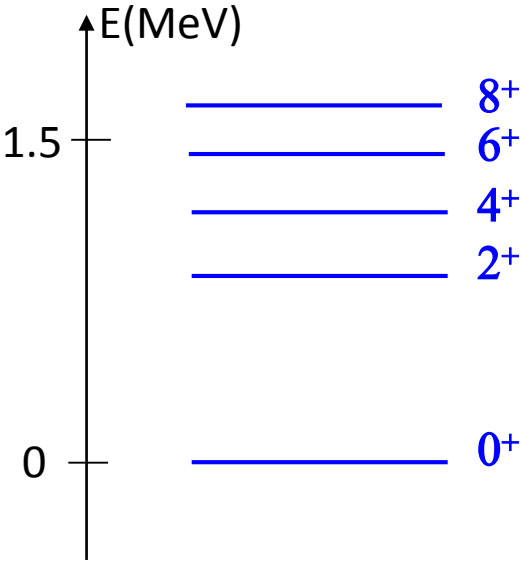
$^{210}_{84}\text{Po}^{126}$
pair-pair

Prédiction du modèle en couches

Magique en neutrons, cœur fermé en protons + 2 protons de valence dans la couche $1h9/2$



→ $(1h9/2)^{+2}$: Séquence $0^+, 2^+, 4^+, 6^+, 8^+$



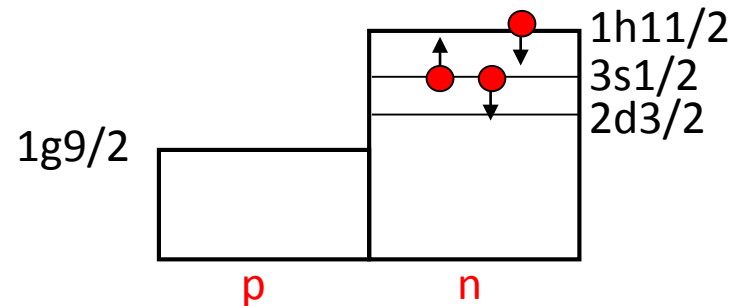
Prédiction du modèle en couches

Expérience

Effets de l'interaction résiduelle \hat{h}_{ir}

$^{121}_{50}\text{Sn}^{71}$
pair-impair

Prédiction du modèle en couches

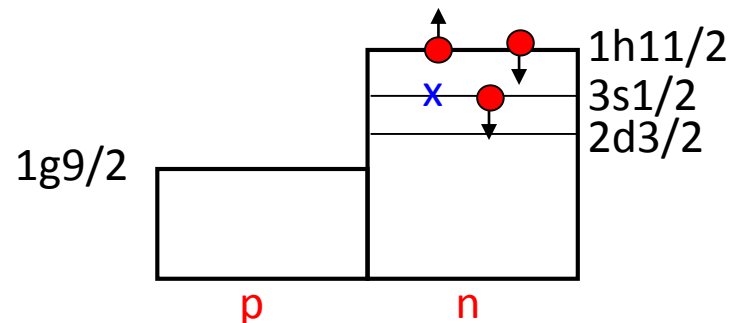


Magique en protons, 1 neutron célibataire dans la couche $1h_{11/2}$ → fondamental $(1h_{11/2})^{+1}$ d'où $I^\pi = 11/2^-$

Expérimentalement

On mesure $I^\pi = 1/2^+$

Comment expliquer ce résultat ?



Rupture de paire en $3s_{1/2}$ pour aller former une paire en $1h_{11/2}$

On crée un « trou » en $3s_{1/2}$

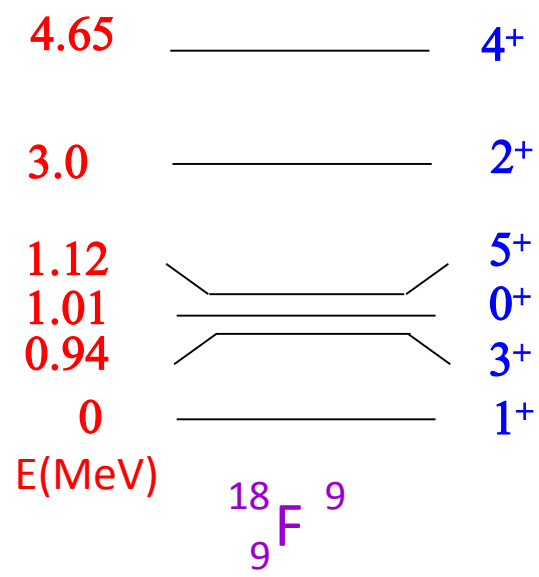
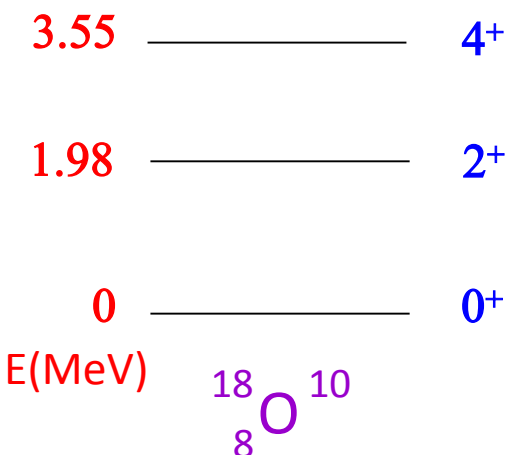
→ fondamental $(3s_{1/2})^{+1}$ d'où $I^\pi = 1/2^+$

Favorable car l'interaction résiduelle d'appariement augmente avec j

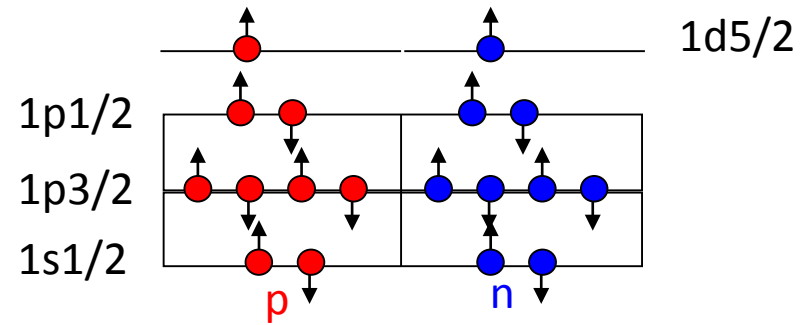
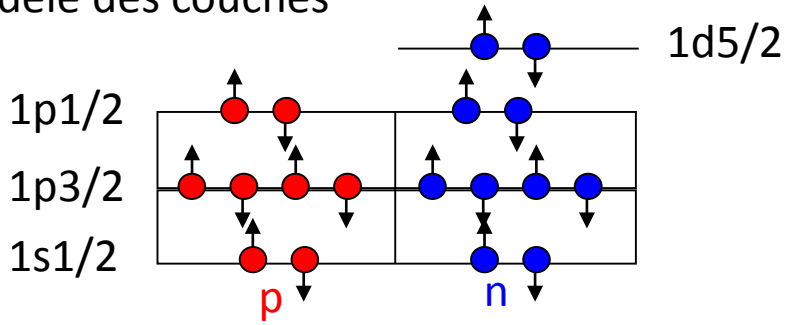
→ Noyau plus stable avec la configuration choisie

Effets de l'interaction résiduelle \hat{h}_{ir}

Résultats expérimentaux



Modèle des couches



$(1d5/2)^{+2}$ d'où $I^\pi = 0^+, 2^+, 4^+$

$(1d5/2)^{+1} (1d5/2)^{+1}$ d'où $I^\pi = 0^+, 1^+, 2^+, 3^+, 4^+, 5^+$

$D = 15$ ← Dégénérescence $\sum_l 2l+1$ → $D = 36$
- d'états, + grands ΔE + d'états, - grands ΔE

En résumé sur le modèle des couches sphériques

noyau pair-pair

Couplage $I^\pi = 0^+, 2^+, \dots (2j-1)^+$

Fondamental $I^\pi = 0^+$

Ordre des états respecté

noyau pair-impair

$I = j$ et $\pi = (-1)^l$

Etats de particule et de trous

noyau impair-impair

Couplage $|j_1 - j_2| \leq I \leq j_1 + j_2$ et $\pi = \pi_1 \pi_2 = (-1)^{l_1 + l_2}$

Fondamental : une des valeurs de I^π obtenues

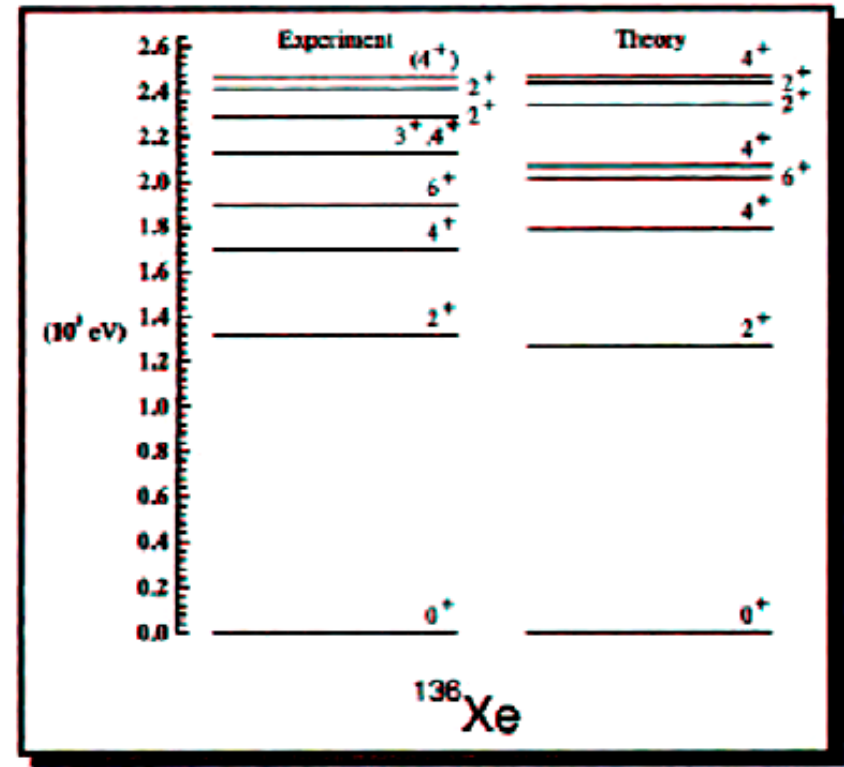
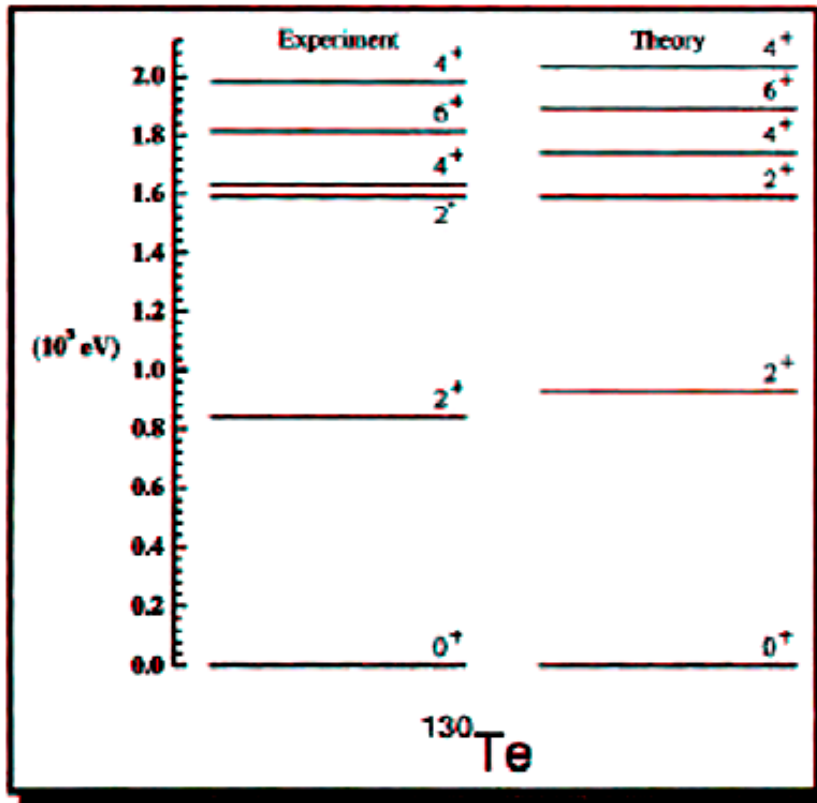
Ordre des états non respecté

Le modèle en couches incluant l'interaction résiduelle d'appariement explique bien les états d'un noyau pair-pair ou d'un noyau pair-impair proche des couches magiques.

Par contre, les noyaux impair-impair sont mal décrits.

En résumé sur le modèle des couches sphériques

Dans le cadre de ce cours, on ne fera aucun calcul, mais les théoriciens nucléaires qui travaillent sur ce modèle sont capables de faire des prédictions théoriques, même sur des noyaux à grande valeur de A



Comparaison entre les schémas de niveau expérimentaux et théoriques calculés dans le cadre du modèle des couches pour le ^{130}Te et le ^{136}Xe [Caurier *et al.*].

En résumé sur le modèle des couches sphériques

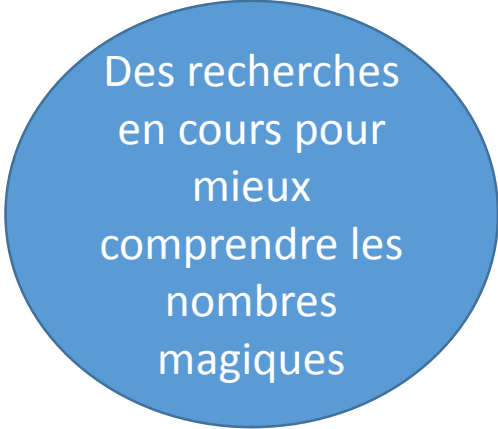
Avec l'étude des noyaux exotiques, il est apparu que les nombres magiques découverts sur les noyaux stables pourraient être remis en cause sur les noyaux radioactifs

Exemples :

- magnésium 32, avec 20 neutrons, très instable

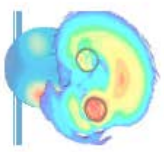
Il se peut que $N = 20$ ne soit plus un bon nombre magique si Z petit

- oxygène 24, 8 protons et 16 neutrons, plus stable
- nickel 48, 10 neutrons de moins que le nickel stable, à la limite des possibilités de liaison de l'IF, et pourtant observé, avec une durée de vie non négligeable

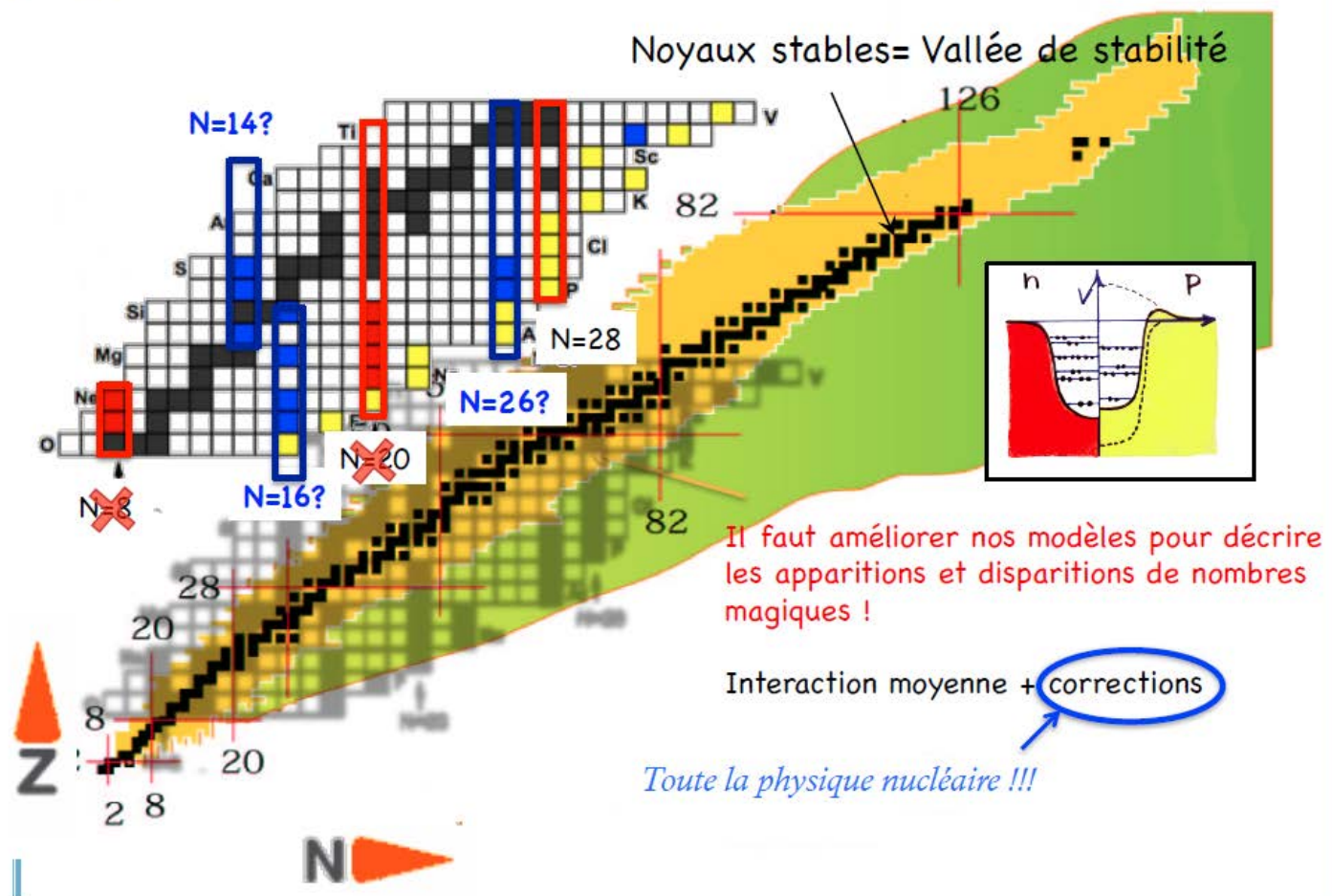


Des recherches
en cours pour
mieux
comprendre les
nombres
magiques

→ Peut-être un autre modèle en couches est-il nécessaire ?



NOTRE TERRAIN DE JEU : LA CARTE DES NOYAUX



M. Assié : http://www.in2p3.fr/actions/formation/PhysDet17/Support_PhysDet17.html

Symétrie d'isospin

Symétrie d'isospin

Indépendance de charge et propriétés spectroscopiques du noyau

Rappels :

Le nombre quantique d'isospin \vec{T} caractérise l'indépendance de charge de l'interaction forte.

Pour un noyau, système de $A = Z + N$ nucléons d'isospin $1/2$

$$T_3 = \frac{Z - N}{2} \quad T_{\text{fond}} = |T_3| = \left| \frac{Z - N}{2} \right| \quad T_{\text{fond}} \leq T \leq A/2$$

→ un noyau est caractérisé par sa valeur de T_3

→ un état donné d'un noyau est caractérisé par son isospin

L'interaction forte conserve \vec{T} et T_3 , mais on dit qu'elle est indépendante de charge, donc de T_3 → mêmes propriétés pour tous les membres d'un multiplet d'isospin \vec{T} , quel que soit T_3

Multiplets d'isospin - Définition

$$\hat{H} = \hat{H}_{IF} + \hat{H}_{IE}$$

Si on néglige l'interaction électromagnétique et les effets coulombiens, l'état de A nucléons est indépendant du nombre de protons et de neutrons, pourvu que ces nucléons soient répartis dans les mêmes états quantiques.

- Le système est invariant par rotation dans l'iso-espace.
- H_{IF} commute avec T et les trois composantes de T qui agissent dans l'iso-espace
- Les états propres de H_{IF} ont une dégénérescence de $2T+1$

Si on prend en compte H_{IE} , le système n'est plus invariant qu'autour de la 3^{ème} composante T_3 de l'isospin (conservation de la charge)

- H ne commute plus qu'avec T_3 et la dégénérescence est levée
- On observe les $2T+1$ membres du multiplet d'isospin avec des masses légèrement différentes

Multiplets d'isospin – Etats analogues isobariques

Les états d'un multiplet d'isospin qui se correspondent sont appelés des états analogues isobariques

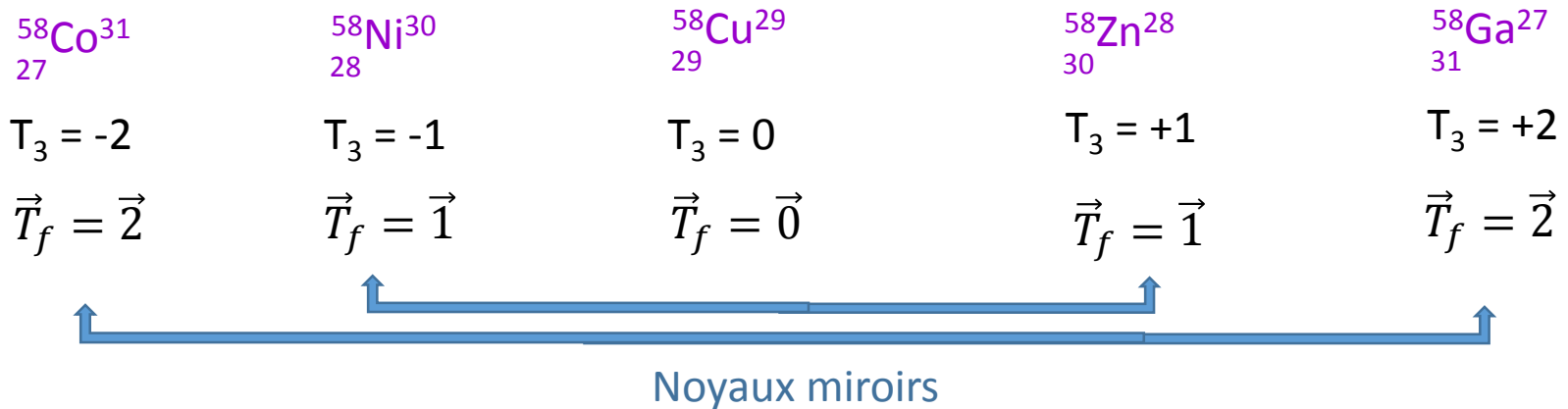
A tout état d'isospin $T \neq 0$ dans un noyau (A, Z) correspond un état analogue dans l'isobare $(A, Z-1)$, $(A, Z-2)$, ... ou $(A, Z+1)$, $(A, Z+2)$, ... qui présente les mêmes caractéristiques nucléaires

Ceci est dû au fait que l'énergie de liaison due à la force d'interaction nucléaire résulte des interactions que peuvent avoir deux à deux les nucléons en présence :

- elle est indépendante de charge
- elle est la même quelle que soit la nature des nucléons pourvu qu'ils soient répartis dans des états ayant les mêmes caractéristiques quantiques (moment orbital et spin).
- cette situation s'observe en particulier pour les noyaux miroirs

Multiplets d'isospin – Etats analogues isobariques

Exemple : famille d'isobares $A = 58$



En termes de multiplet d'isospin, les états ayant :

$$\begin{array}{lll}
 T = 0 & \rightarrow 2T+1 = 1 & \rightarrow \in \text{ singulet} \\
 T = 1 & \rightarrow 2T+1 = 3 & \rightarrow \in \text{ triplet} \\
 T = 2 & \rightarrow 2T+1 = 5 & \rightarrow \in \text{ quintuplet}
 \end{array}$$

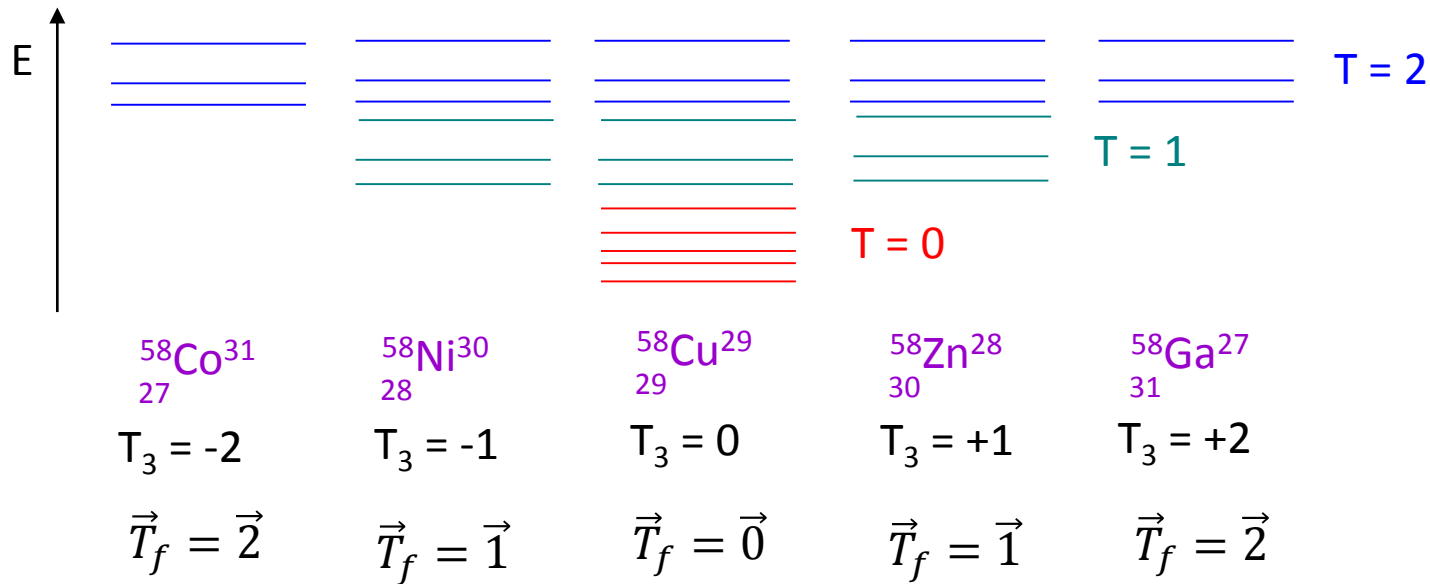
Dans le cadre de l'interaction forte, les niveaux sont dégénérés

Levée de dégénérescence avec l'interaction coulombienne
 \rightarrow La charge des isobares est différente

Multiplets d'isospin – Etats analogues isobariques

Exemple : famille d'isobares A = 58

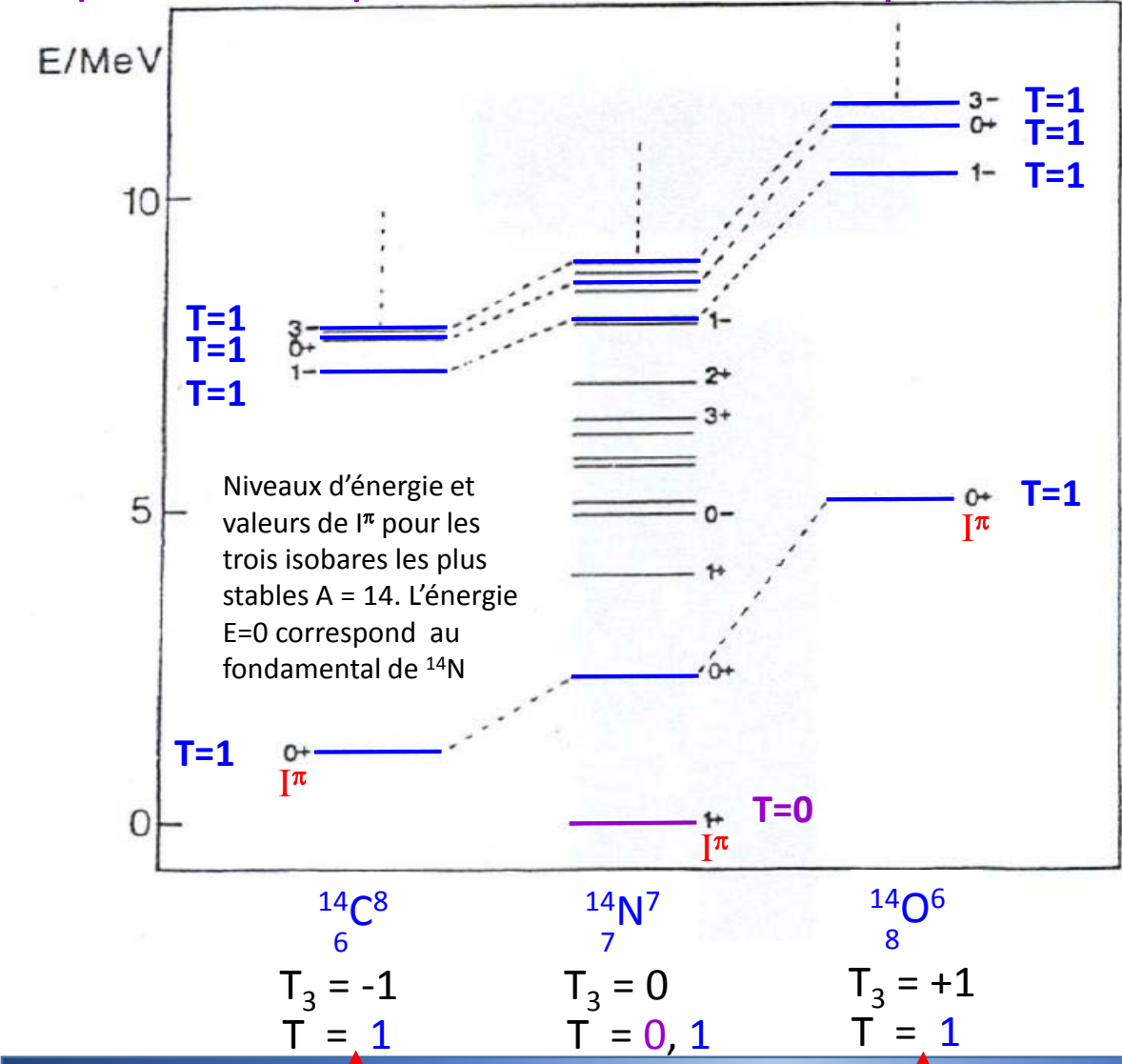
Schéma (pas à l'échelle pour les énergies)



I^π est le même pour tous les états analogues isobariques

→ les états analogues isobariques ont la même énergie de liaison

Multiplets d'isospin – Observations expérimentales



Dégénérescence $2T+1$

$T = 1 \Rightarrow 3$ états

Donc 3 noyaux isobares, avec Z consécutifs, ayant des états analogues isobariques

Mêmes propriétés nucléaires

noyaux miroirs

Multiplets d'isospin - Masses

$$M_{\text{at}}c^2 = a(A,T) + b(A,T) T_3 + c(A,T) T_3^2$$

Cette équation, correspondant à une forme quadratique de T_3 , est connue sous le nom de **I.M.M.E. (Isobaric Multiple Mass Equation)**

Justification

On verra plus tard que l'on a la relation $M_{\text{at}}c^2 = \alpha + \beta Z + \gamma Z^2$

$$\text{Or } T_3 = (Z-N)/2 = (2Z-A)/2 = Z - A/2 \quad \Rightarrow \quad Z = (2T_3 + A)/2$$

$$\text{Et finalement } M_{\text{at}}c^2 = a(A,T) + b(A,T) T_3 + c(A,T) T_3^2$$

On peut vérifier expérimentalement cette formule de l'I.M.M.E.

On utilisera en TD cette formule de IMME

Conservation de \vec{T} dans les réactions nucléaires d'IF

Les réactions nucléaires permettent de mesurer les niveaux d'isospin T

Ex. $p + {}^{10}_4\text{Be}^6 \rightarrow {}^3_2\text{He}^1 + {}^8_3\text{Li}^{5*}$ Pour étudier les états d'isospin du ${}^8_3\text{Li}$

Cons. de T_3 $1/2 + (-1) = 1/2 + (-1)$ OK

Cons. de T $\underbrace{\overrightarrow{1/2} + \vec{1}}_{1/2, 3/2} = \underbrace{\overrightarrow{1/2} + \vec{1}}_{1/2, 3/2}$ OK pour $\vec{T}({}^8\text{Li}) = \vec{1}$

$\underbrace{\overrightarrow{1/2} + \vec{1}}_{\cancel{1/2}, 3/2} = \underbrace{\overrightarrow{1/2} + \vec{2}}_{3/2, \cancel{5/2}}$ OK pour $\vec{T}({}^8\text{Li}) = \vec{2}$

$\underbrace{\overrightarrow{1/2} + \vec{1}}_{1/2, 3/2} = \underbrace{\overrightarrow{1/2} + \vec{3}}_{\cancel{5/2}, \cancel{7/2}}$ NON pour $\vec{T}({}^8\text{Li}) = \vec{3}$

Avec cette réaction, on peut atteindre les niveaux $\vec{T} = \vec{1}$ et $\vec{T} = \vec{2}$ du noyau ${}^8\text{Li}$

Conservation de \vec{T} dans les réactions nucléaires d'IF

Ex. ${}^8_3\text{Li}^5 + {}^4_2\text{He}^2 \rightarrow {}^4_2\text{He}^2 + {}^8_3\text{Li}^{5*}$ Pour étudier les états d'isospin du ${}^8_3\text{Li}$

Cons. de T_3 $-1 + 0 = 0 + (-1)$ OK

Cons. de T $\underbrace{\vec{1} + \vec{0}}_1 = \underbrace{\vec{0} + \vec{1}}_1$ OK pour $\vec{T}({}^8\text{Li}) = \vec{1}$

$\underbrace{\vec{1} + \vec{0}}_1 = \underbrace{\vec{0} + \vec{2}}_{\cancel{2}}$ NON pour $\vec{T}({}^8\text{Li}) = \vec{2}$

Avec cette réaction, on ne peut atteindre que les niveaux $\vec{T} = \vec{1}$ du noyau ${}^8\text{Li}$

La différence entre les spectres du ${}^8\text{Li}$ obtenus dans ces deux réactions correspond aux états du ${}^8\text{Li}$ ayant $\vec{T} = \vec{2}$, et donc qui n'apparaissent que dans la réaction $p + {}^{10}\text{Be} \rightarrow {}^3\text{He} + {}^8\text{Li}$ et pas dans la réaction de diffusion ci-dessus.

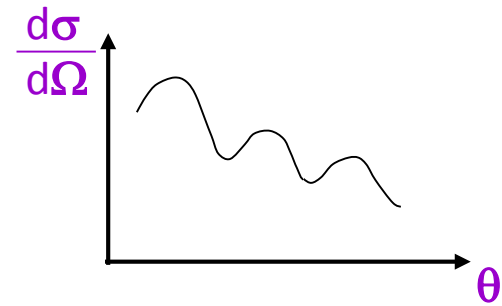
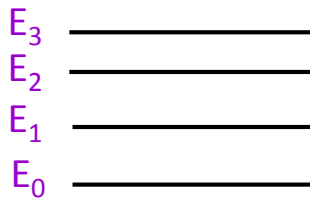
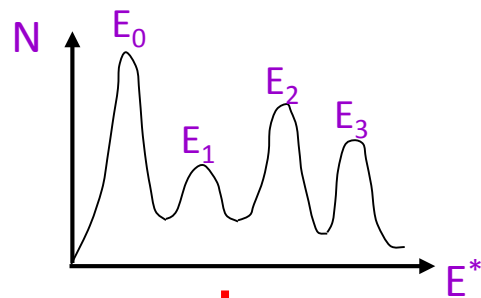
Aspects expérimentaux

Aspects expérimentaux

Les réactions de transfert

Pour étudier les niveaux d'énergie d'un noyau, c'est-à-dire les états d'excitation de ce noyau, il faut réaliser une réaction (élastique, inélastique, de transfert, ...)

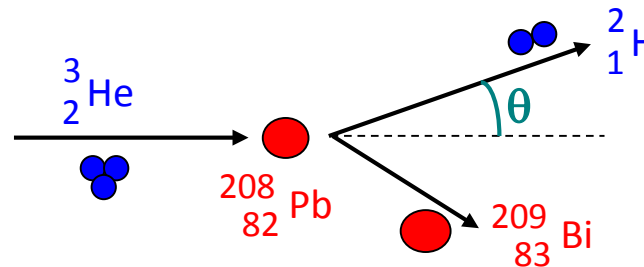
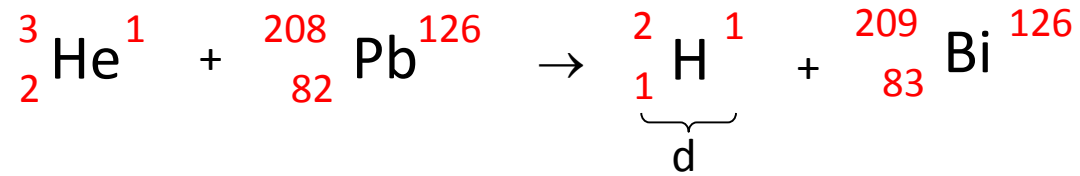
On obtient alors un spectre en énergie d'excitation et une distribution angulaire



Mesure de la distribution angulaire de chaque pic
→ moment angulaire l
→ parité → $\vec{I} = \vec{l} + \vec{s}$ → spin

Le schéma de niveaux expérimental est ensuite à comparer au schéma de niveaux obtenu par le modèle des couches

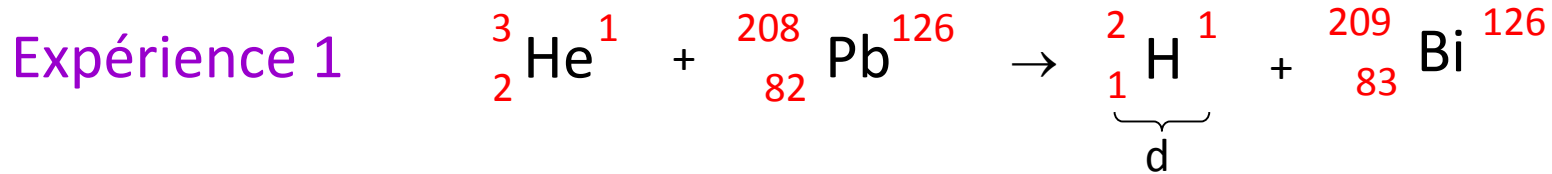
Expérience 1



Transfert d'un proton de ${}^3\text{He}$ à ${}^{208}\text{Pb}$ pour donner ${}^{209}\text{Bi}$

C'est ce qu'on appelle une réaction de transfert.

On pourra aussi écrire : ${}^{208}_{82}\text{Pb}({}^3_2\text{He}, d){}^{209}_{83}\text{Bi}$ c'est une réaction de "stripping"



Réaction à deux corps \rightarrow la cinématique est parfaitement connue.

Soit E_0 l'énergie cinétique de l' ${}^3_2\text{He}$, $M(X)$ la masse du noyau X et E_R l'énergie de recul du Bi .

Si le Bi est produit dans son état fondamental, l'énergie du deuton d est donné par :

$$E_d = E_0 + [M({}^{208}_{82}\text{Pb}) + M({}^3_2\text{He}) - M({}^{209}_{83}\text{Bi}) - M(d)]c^2 - E_R$$

$$\Rightarrow E_d + E_R = E_0 + \Delta M c^2$$

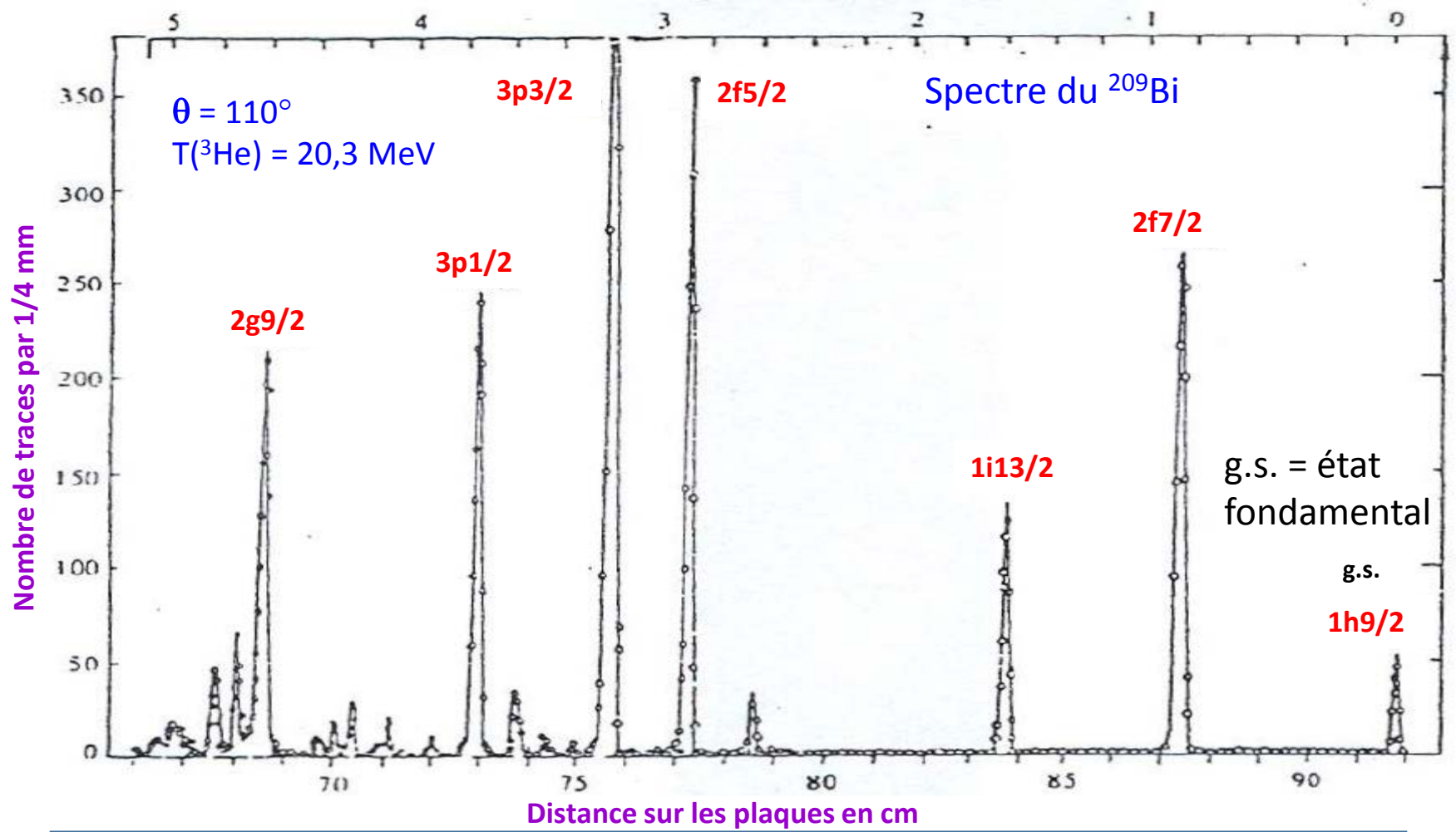
Si le Bi est produit dans un état excité d'énergie E_f , l'énergie du deuton d est donné par :

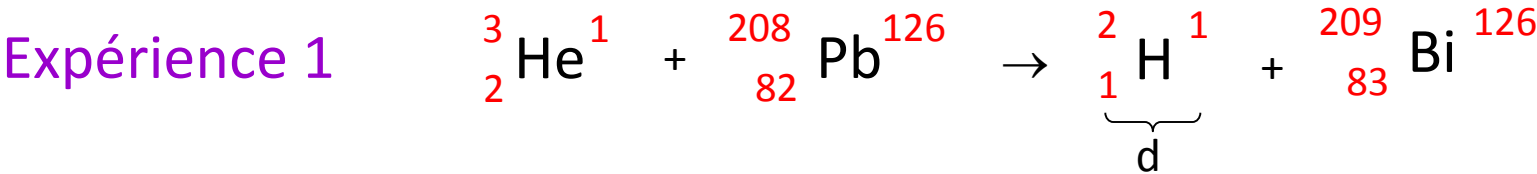
$$E'_d = E_0 + \Delta M c^2 - E'_R - E_f$$

$$\Rightarrow E'_d = E_d - E_f - (E'_R - E_R)$$

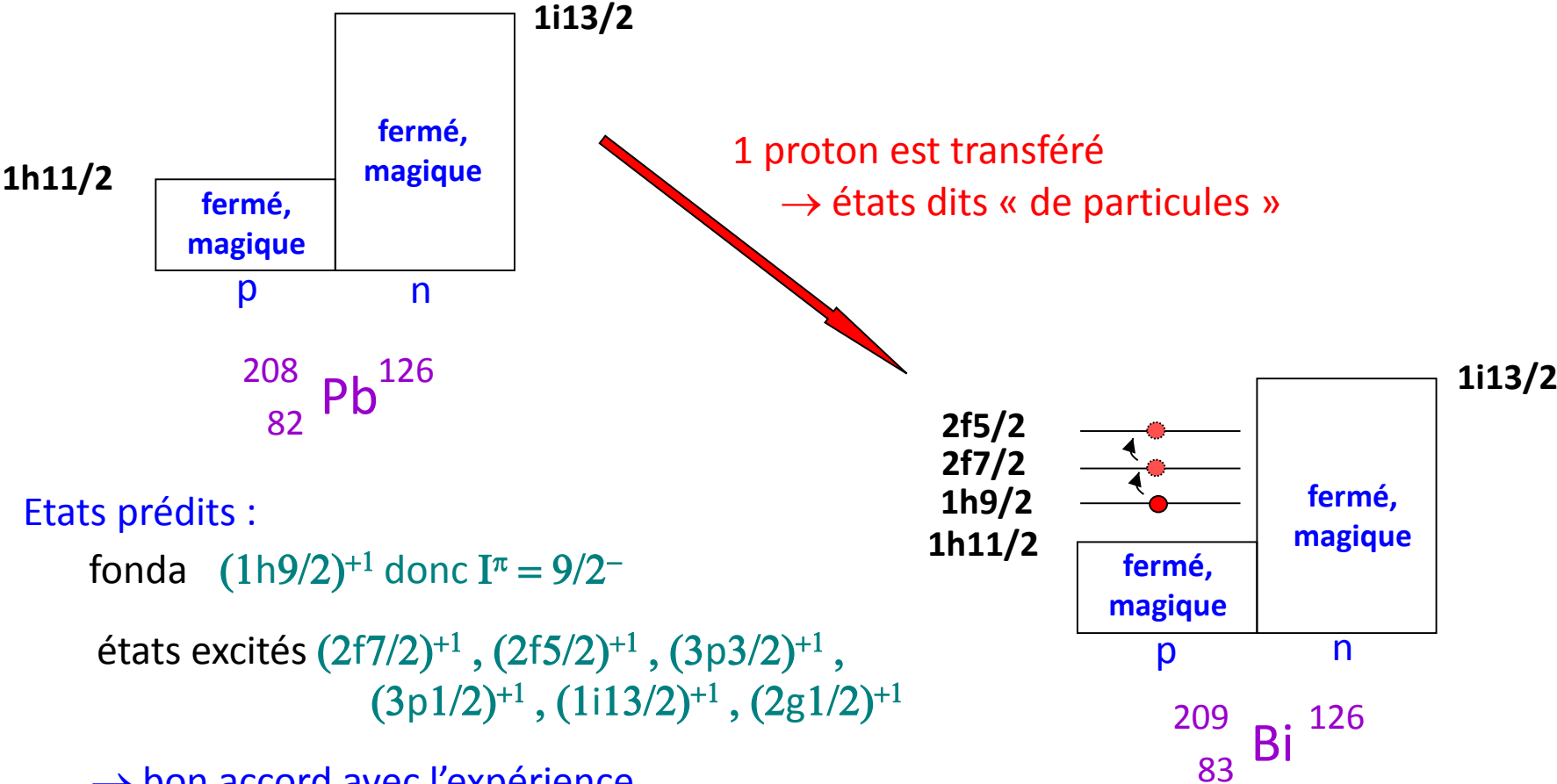
Et donc $E'_d < E_d$ puisque une partie de l'énergie est utilisée pour exciter le noyau.

Expérience 1

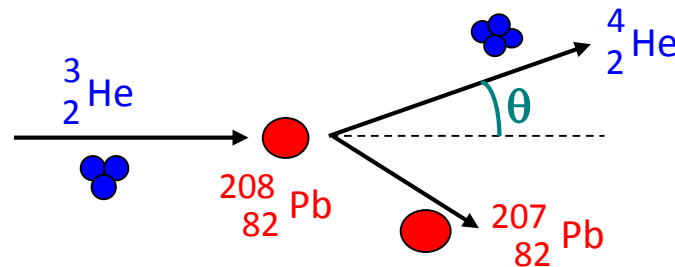
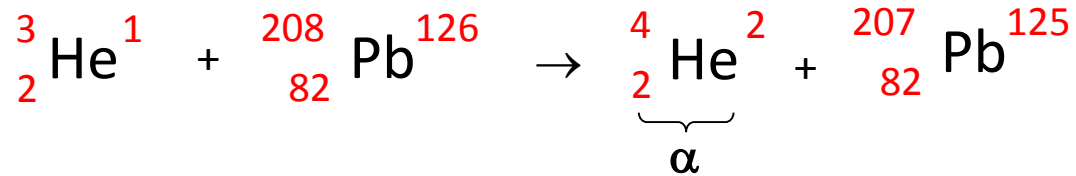




Comparaison avec le modèle des couches



Expérience 2

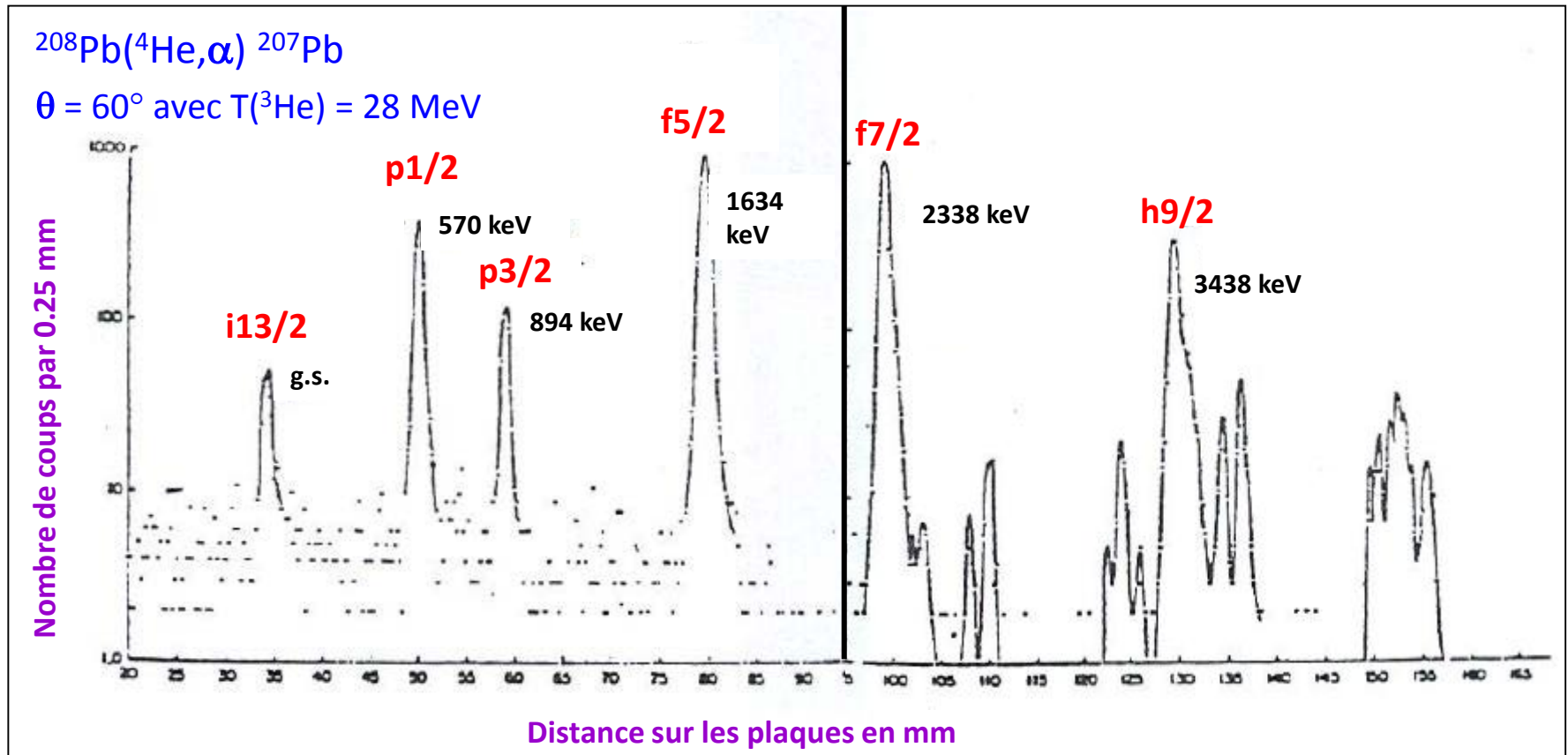
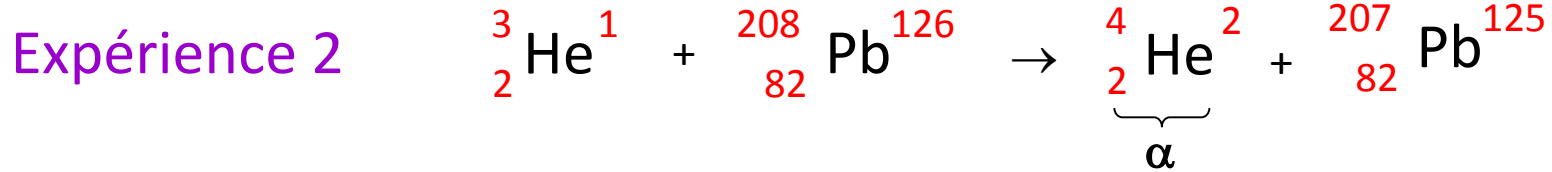


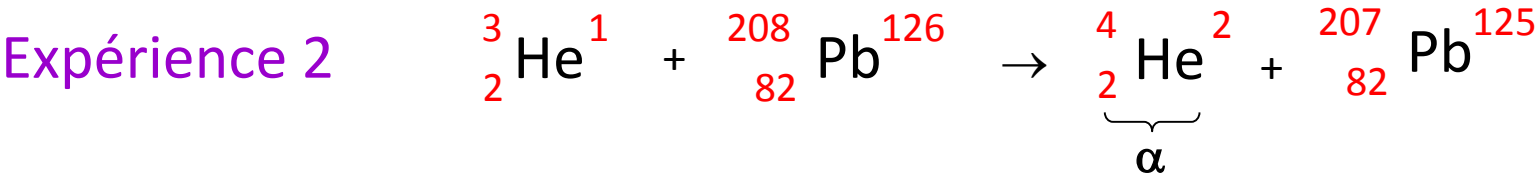
Le projectile capture un neutron



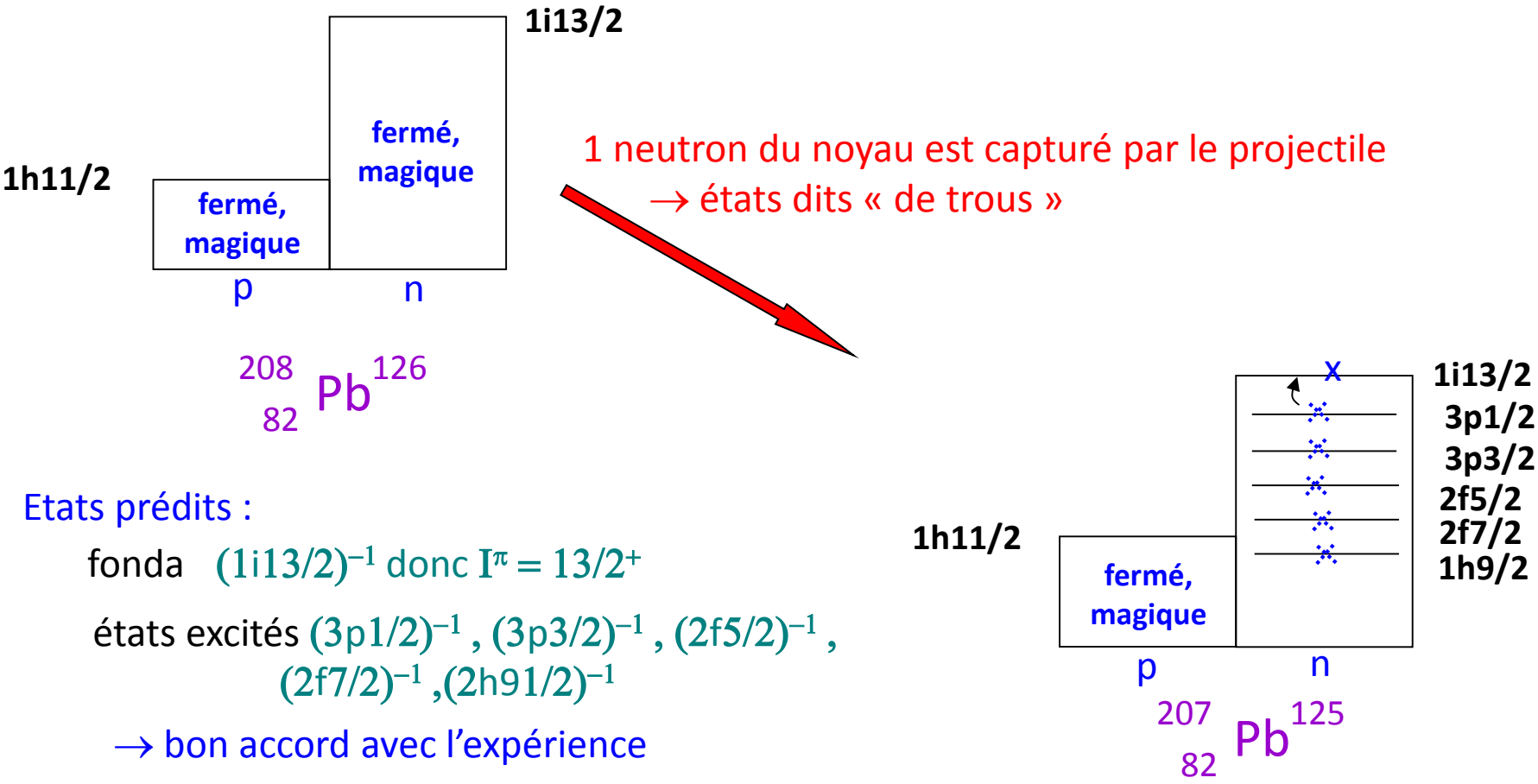
Transfert d'un neutron de ${}^{208}\text{Pb}$ à ${}^3\text{He}$ pour donner ${}^4\text{He}$

On pourra aussi écrire : ${}^{208}_{82}\text{Pb}({}^3_2\text{He}, \alpha){}^{207}_{82}\text{Pb}$ c'est une réaction de "pick-up"





Comparaison avec le modèle des couches



Notions sur les excitations collectives

collectives

Le model en couche ne rend pas compte des propriétés des noyaux dont les nombres de nucléons se situent entre deux nombres magiques.

Le potentiel moyen n'a plus une symétrie sphérique. Il peut changer d'orientation dans l'espace ou osciller autour de sa position d'équilibre.

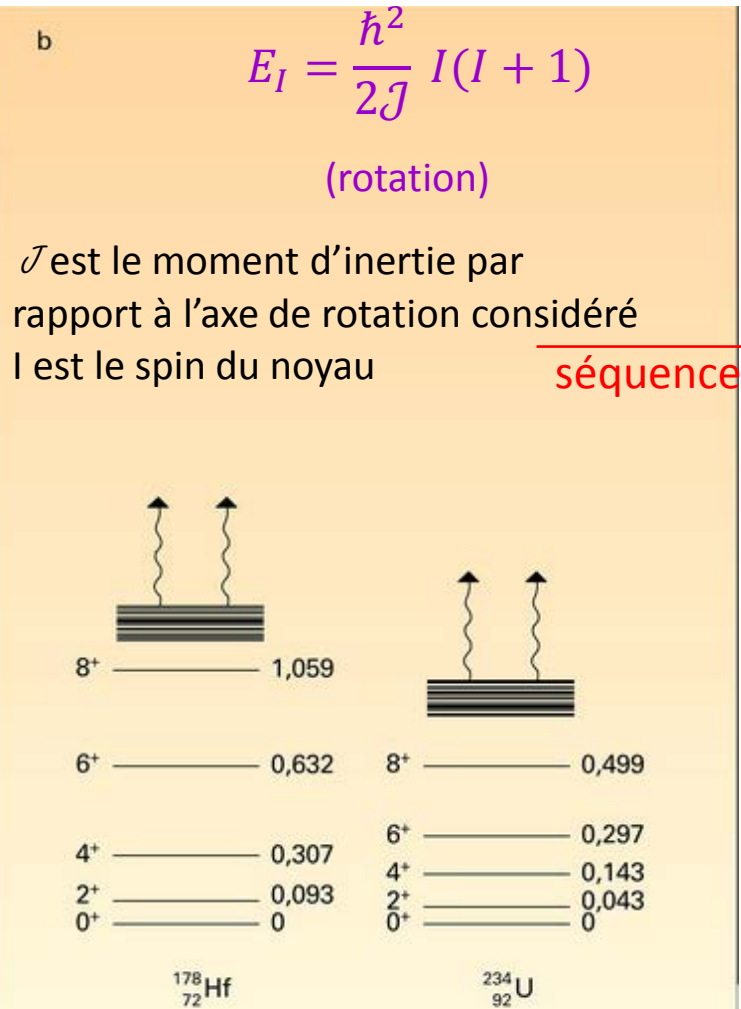
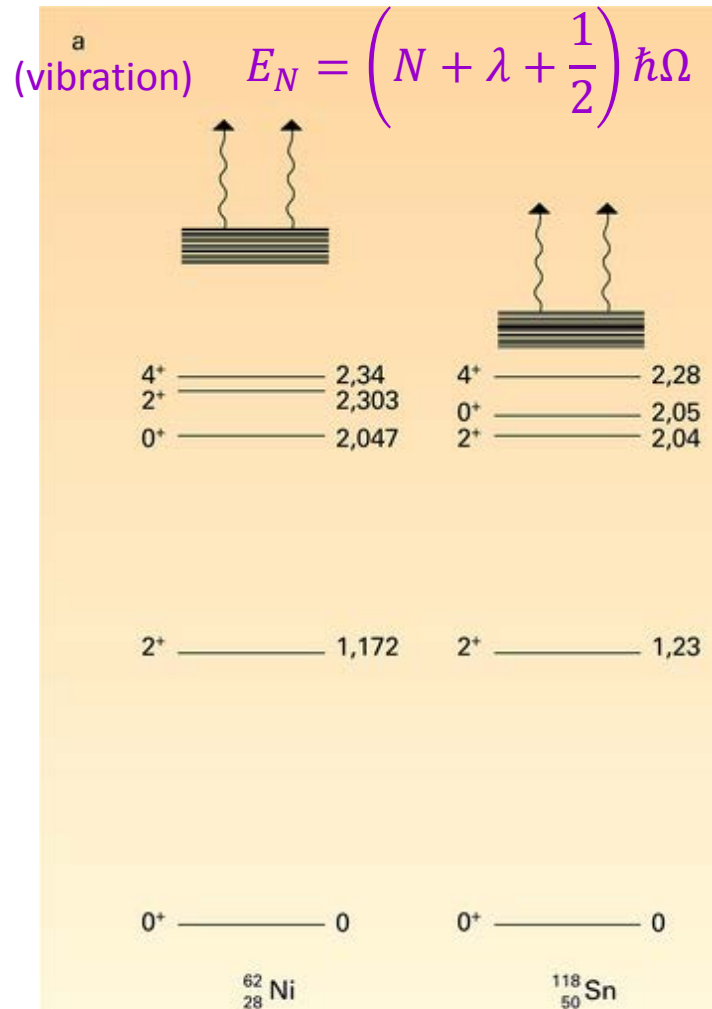
On aura apparition de mouvements collectifs : rotations et vibrations

Typiquement on aura que $E_{excitation\ nucléon} > E_{vibration} > E_{rotation}$

Notons aussi qu'un noyau sphérique n'a pas d'états de rotation.

Quelques notions sur les excitations collectives

Modes collectifs dans les noyaux



8+
6+
4+
2+
0+

séquence

(a) sphériques Séquence des états de noyaux pair-pair (b) Déformés
(même séquence mais + d'état et + petits ΔE)

Modes collectifs dans les noyaux

Vibration

(modèle hydrodynamique)

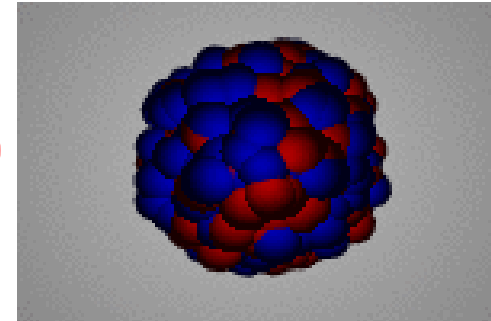
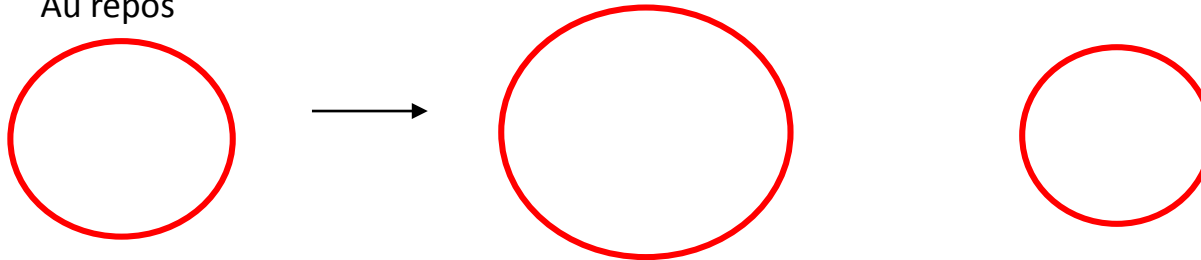
$$E_N = \left(N + \lambda + \frac{1}{2} \right) \hbar \Omega$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N = 0, 1, 2 \dots \text{nbre d'oscillateurs} \\ \lambda \text{ entier} = \text{mode de vibration} \\ \Omega = \text{fréquence d'oscillation} = f(\lambda) \end{array} \right.$$

$\lambda = 0$, monopolaire

- mode respiratoire, le noyau reste sphérique
- énergie d'excitation $E_N \sim (65 A^{-1/3}) \text{ MeV}$
- fréquence de vibration fonction du module de compressibilité du liquide

Au repos



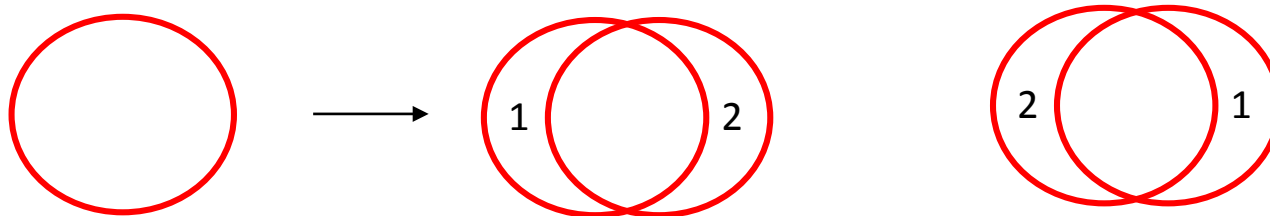
Résonance Géante Monopolaire

$\lambda = 1$, dipolaire → oscillation relative de l'ensemble des p et n

→ énergie d'excitation $E_N \sim (78 A^{-1/3}) \text{ MeV}$

Au repos

→ observation de résonance géante dipolaire



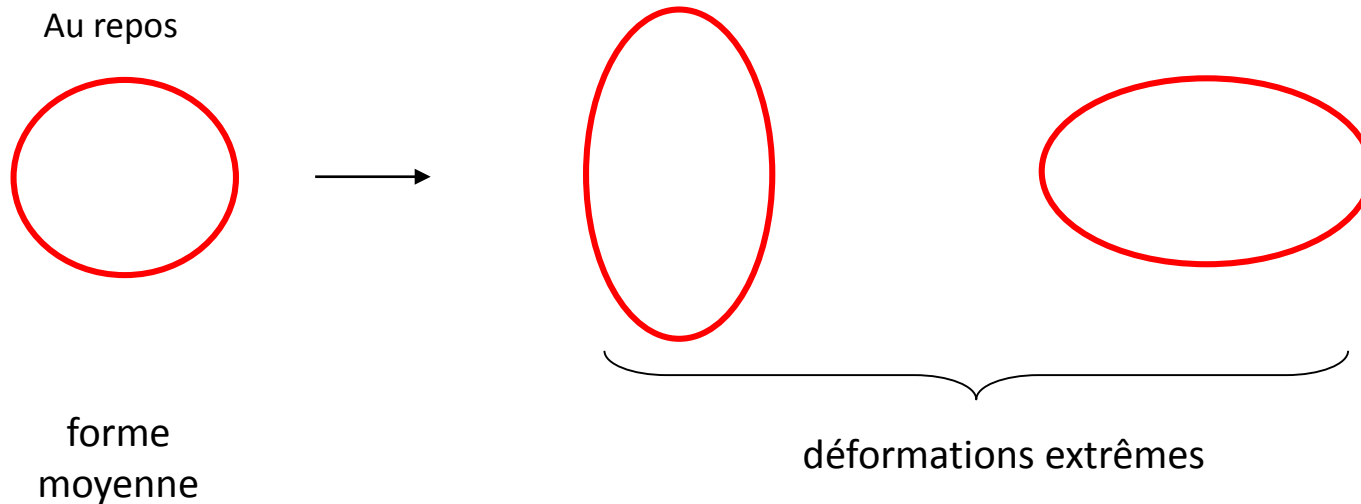
Modes collectifs dans les noyaux

Vibration

$$E_N = (N + \lambda + \frac{1}{2}) \hbar \Omega$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N = 0, 1, 2 \dots \text{nbre d'oscillateurs} \\ \lambda \text{ entier} = \text{mode de vibration} \\ \Omega = \text{fréquence d'oscillation} = f(\lambda) \end{array} \right.$$

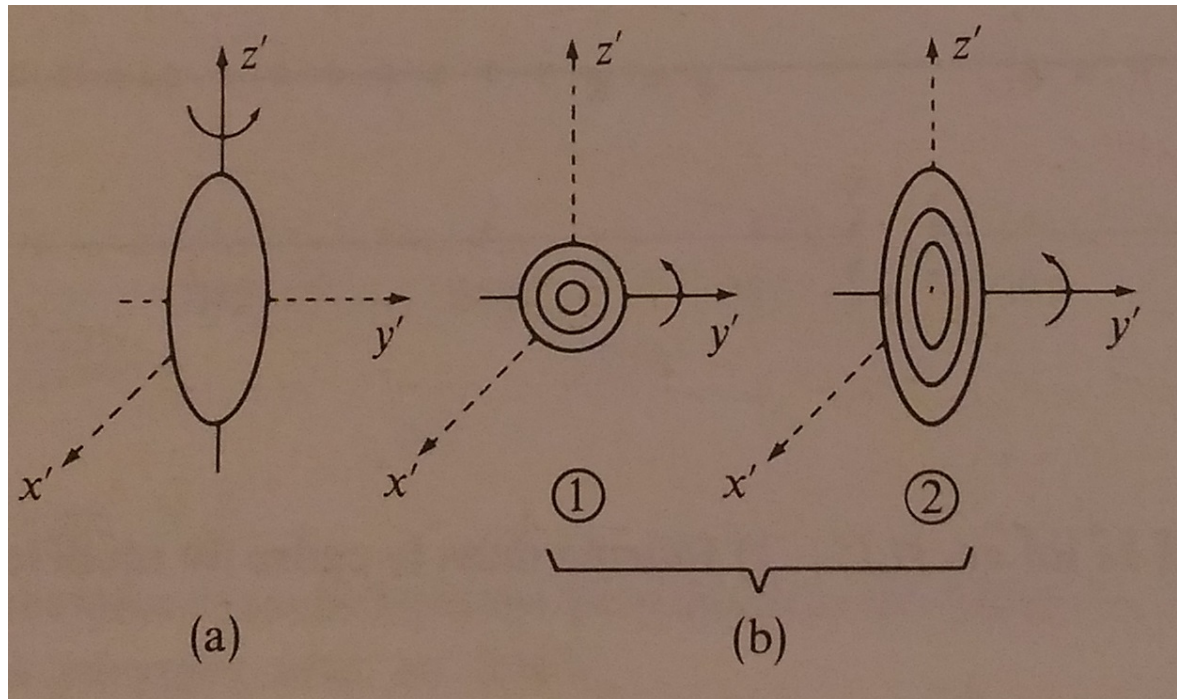
$\lambda = 2$, quadrupolaire \rightarrow noyau oscille d'une sphère à un ellipsoïde de révolution, déformé dans un sens puis dans l'autre
 \rightarrow énergie d'excitation $E_N \sim (63 A^{-1/3}) \text{ MeV}$
 \rightarrow observation de résonance géante quadrupolaire



Modes collectifs dans les noyaux

Rotation

Les noyaux ont tendance à se déformer quand ils tournent très vite sur eux-mêmes



$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} I(I + 1)$$

(rotation)

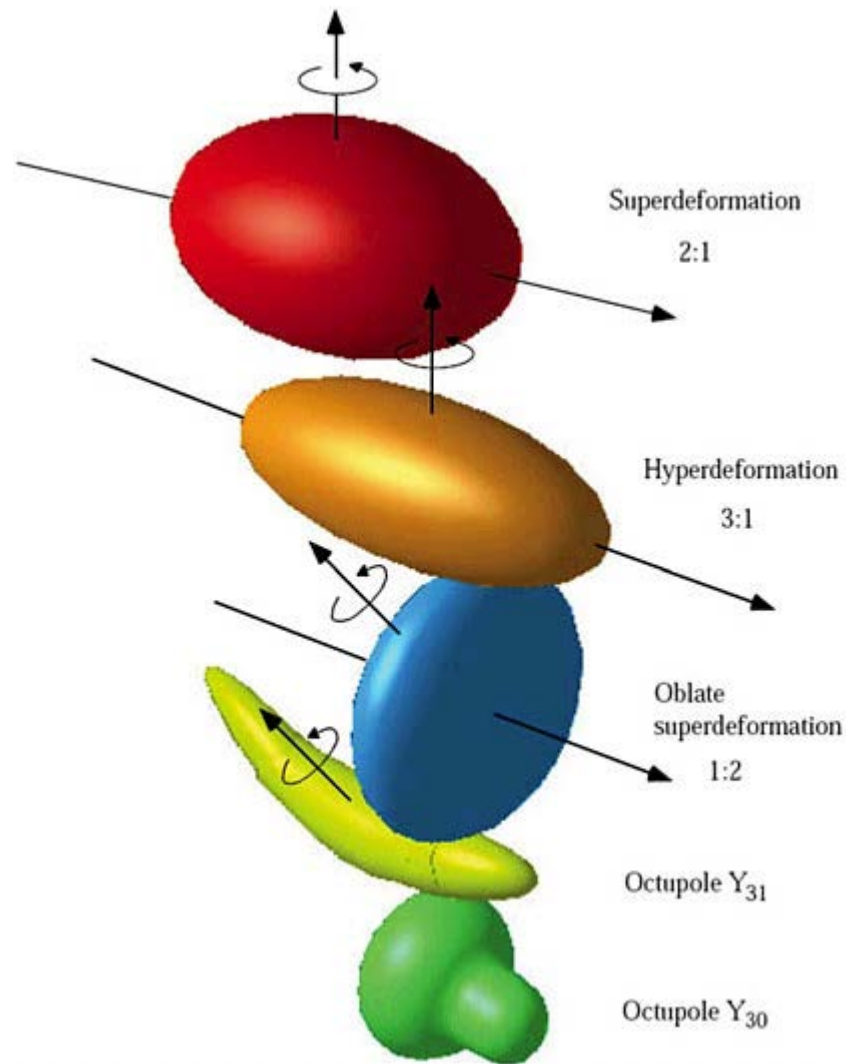
\mathcal{J} est le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation considéré

I est le spin du noyau

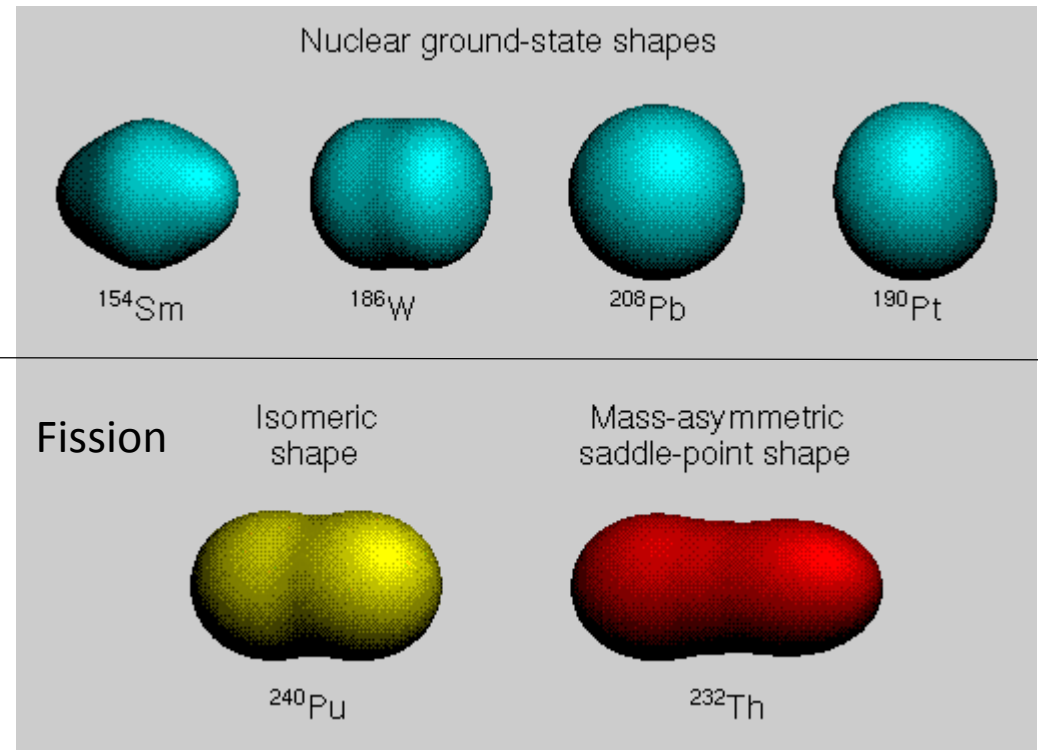
L. Valentin : Noyaux et particules

Un **noyau déformé à symétrie axiale** est invariant par rotation autour de Oz' (a), mais il n'est pas invariant par rotation autour d'un axe contenu dans le plan $x'Oy'$ (b) : il évolue périodiquement de l'aspect ① à l'aspect ②.

Déformation







<https://t2.lanl.gov/nis/tour/sch001.html>

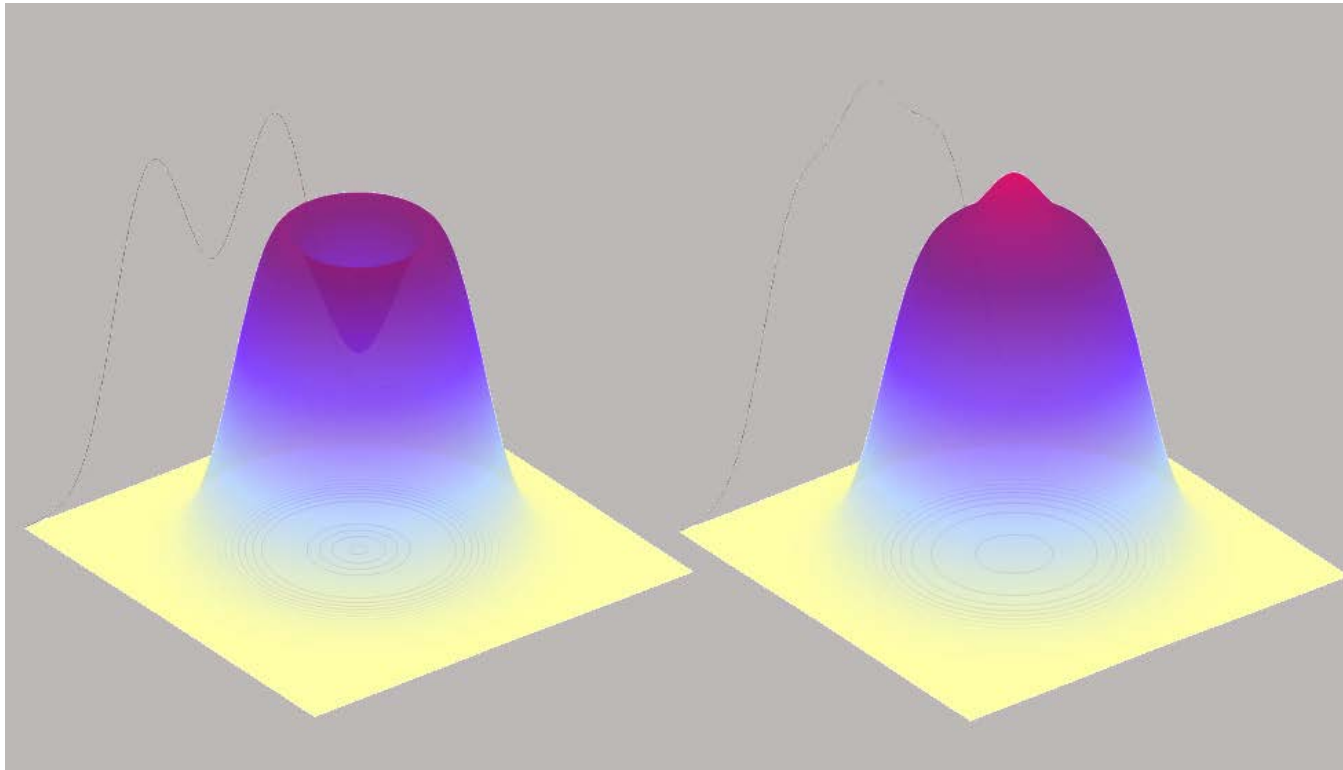


Forme de poire du radium 224 déduite de mesures aux CERN (2013)

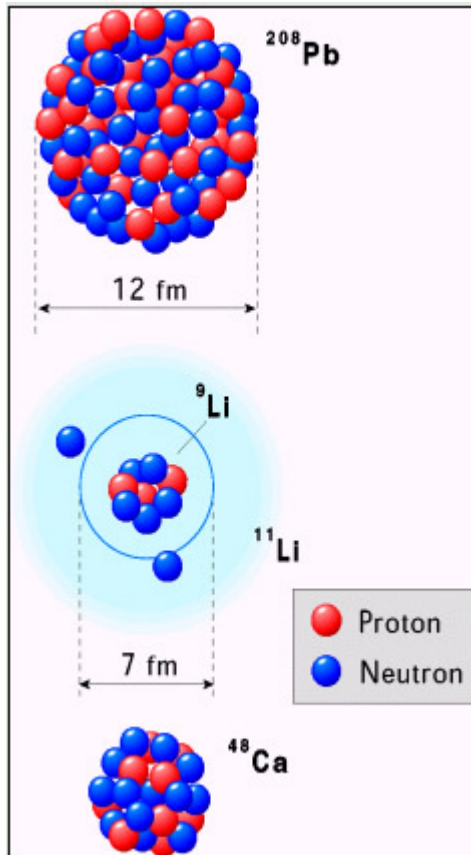
<https://home.cern/fr/about/updates/2013/05/first-observations-short-lived-pear-shaped-atomic-nuclei>

Noyau bulle (2016) :

Profils de la densité en protons calculés pour le silicium-34 (à gauche) et pour le soufre-36 (à droite). Une diminution de la densité de près de 40 % au centre du silicium-34 est déduite de la mesure du très faible taux de peuplement des orbitales occupées dans le soufre-36 par les deux protons supplémentaires que compte ce noyau.

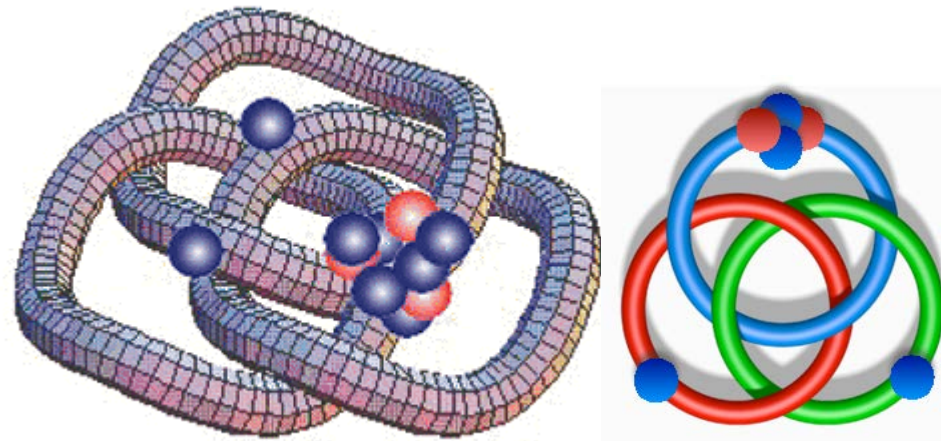


http://www.in2p3.fr/recherche/actualites/2016/nouvelle_Ganil_Nature_silicium_34.html



^{11}Li = cœur de ^9Li + halo de 2 neutrons
Taille équivalente à celle d'un noyau de Pb.

<https://www.nucleonica.com/Application/Help/Helpfiles/BindingEnergy.htm>



The lithium-11 nucleus consists of a core lithium-9 nucleus orbited by two neutrons. If any one of the three bodies is removed the remaining two would be unbound, rather like heraldic Borromean rings.

<http://cerncourier.com/cws/article/cern/28139>

Le ^{12}C excité est aussi un noyau borroméen composé de 3 particules α



Explication des du moment angulaire pair pour 2 particules (fermions) identiques sur une même orbitale j :

On étudie le cas d'un noyau fermé en proton (ou en neutron) et ayant 2 neutrons (ou protons) appariées sur la dernière couche non fermée.

Les propriétés de l'état fondamental et des premiers états excités d'un tel noyau s'expliquent par ces 2 nucléons sur un cœur fermé.

La fonction d'onde totale de 2 fermions doit être antisymétrique par permutation des 2 fermions :

$$|JM\rangle = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | JM \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} [|j_1 j_2 m_1 m_2\rangle - |j_2 j_1 m_2 m_1\rangle]$$

Or une des propriétés des coefficients de Clebsch-Gordan est donnée par :

$$\langle j_2 j_1 m_2 m_1 | JM \rangle = (-1)^{J-j_1-j_2} \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | JM \rangle$$

Comme 2 nucléons sur la même couche ont même valeur de j , on en déduit :

$$|JM\rangle = \sum_{m_1, m_2} \langle jj m_1 m_2 | JM \rangle \frac{1 - (-1)^{J-2j}}{\sqrt{2}} |jj m_1 m_2\rangle$$

Cette fonction ne diffère de 0 que si J est pair (car $2j$ est impair). Les seuls états possibles sont donc $I = 0, 2, \dots (2j - 1)$