$^\circ$ des ldc : $\boxed{\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z}}$

$$\frac{D\cdot}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial \cdot}{\partial t}}_{\text{varia° tp''}} + \underbrace{(\vec{v}\cdot\vec{grad})\cdot}_{\text{varia° spatiale}}$$

→ déplacem^t de la part de fluide

D_m : débit de masse ⇒ $\boxed{\delta m = D_m dt}$

$$dm = \rho d\tau = \underbrace{\rho\vec{v}}_{\vec{j}} dt \, d\vec{S}$$

$$\boxed{D_m = \iint \vec{j}_m \cdot d\vec{S}}$$

conserva° de la matière :

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\vec{j}_m) = 0}$$

Ostrogradski :

$$\boxed{\oiint \vec{A}\cdot d\vec{S} = \iiint div(\vec{A}) d\tau}$$

Stokes :

$$\boxed{\oint \vec{A}\cdot d\vec{l} = \iint \vec{rot}(\vec{A})\cdot d\vec{S}_{sortant}}$$

$$\boxed{\vec{rot}(\vec{A}) = 0 \Leftrightarrow \vec{A} = \vec{grad}(\varphi)}$$

$$\boxed{div(\vec{B}) = 0 \Leftrightarrow \vec{B} = \vec{rot}(\vec{C})}$$

$$\boxed{\Delta u = div(\vec{grad}(u))}$$

Écoulem^t incompressif :

$\boxed{\rho = cst}$ et $\boxed{p \neq p(\rho)}$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{=0} + div(\rho\vec{v}) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{div(\vec{v}) = 0}$$

~~$D_v = \oiint \vec{v}\cdot d\vec{S} = \iiint ...$~~ $= 0$

⇒ D_v se conserve

⇒ $v \nearrow$ qd les ldc se resserent

Écoulem^t irrotationnel

$$\boxed{\vec{\nabla}\wedge\vec{v} = \vec{0}} \Rightarrow \vec{v} = \vec{grad}(\varphi)$$

⇒ écoulem^t potentiel

PFD en continue :

$$\vec{P} = \iiint_{V_m} \rho\vec{u} \, dV$$

$$\vec{F} = \iiint_{V_m} \vec{f}_v(\vec{r},t) \, dV$$

tenseur de contrainte

$$F_\Sigma = \oiint_V \vec{\vec{\sigma}}\cdot dS = \iiint_{V_m} div(\vec{\vec{\sigma}}) \, dV$$

P° : $\vec{\vec{\sigma}}_{p°} = -\vec{p}\,\mathbb{1}$

...osité : $\vec{\vec{\sigma}}_\eta = \eta(\vec{\vec{\nabla}}_u + \vec{\vec{\nabla}}_u^T)$ ← ≠ de vitesse entre part de fluide influe sur le mvt

PFD

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\iiint_{V_m} \rho\vec{u} \, dV\right) = \iiint_{V_m} \left(div(\vec{\vec{\sigma}}) + \vec{f}_v\right) dV}$$

or V_m dpdt des tps (~~part de fluide~~) (volume matériel)

Thm de transport de Reynolds :

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\iiint \vec{g}(\vec{r},t) \, dV\right) = \iiint \left(\frac{\partial \vec{g}}{\partial t} + \underbrace{div(\vec{g}\otimes\vec{u})}\right) dV}$$

$$= \frac{\partial g_i u_j}{\partial x_j}\vec{e}_i = \left[\frac{\partial g_x u_x}{dx} + \frac{\partial g_x u_y}{\partial y} + \cdots\right]\vec{e}_x + \left[\frac{\partial g_y u_x}{\partial x} + \cdots\right]\vec{e}_y + [\cdot]\vec{e}_3$$

$\boxed{\text{Éq° général du mvt}}$

$$\boxed{\rho\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\cdot\vec{\nabla})\vec{u}\right) = \vec{f}_v + div(\vec{\vec{\sigma}})}$$

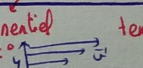
$\boxed{\text{Ecoulem}^t\text{ visqueux}}$ et incompressible

$\vec{f}_v = \rho\vec{g}$ $\quad div(\vec{\vec{\sigma}}) = -\vec{\nabla}p + \eta\nabla^2\vec{u}$ ← viscosité dynamiq

Éq° de Navier-Stokes

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \underbrace{(\vec{u}\vec{\nabla})\vec{u}}_{\text{terme inertiel}}\right) = -\vec{\nabla}p + \rho g + \underbrace{\nabla^2\vec{u}\,\eta}_{\text{terme visqueux}}$$

⇒ convec°



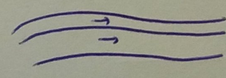
$$\vec{F}_{visq\,h\to b} = \eta\frac{\partial v}{\partial y} \, dS\vec{u}_x$$

⚠ $(\vec{u}\cdot\vec{\nabla})\vec{v} = \vec{grad}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \vec{rot}(\vec{v})\wedge\vec{v}$

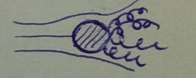
$$\boxed{(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v} = \vec{\nabla}\left(\frac{v^2}{2}\right) + (\vec{\nabla}\wedge\vec{v})\wedge\vec{v}}$$

Transi° laminaire - turbulent :

laminaire : écoulem^t où le fluide bouge en couches/lamelles bien établies → tubes de courant



Turbulent : écoulem^t ≠ lamelles



Laminaire ⟶ turbulent

$\eta\searrow$; taille$\nearrow$; vitesse$\nearrow$

Pr les écarts

→ déf : réseau, motif, maille, popula°, coordinence, compacité, masse volumiq, contact tangent

→ emplem^t compact AB a ABC

→ CFC

→ ~~types de cristaux~~

• Réseau : ens infini de p

Des choses en cristallo.

nb de Reynolds :

$$Re = \left\| \frac{\text{convec}^\circ}{\text{viscosité}} \right\| = \frac{\|(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\rho\|}{\|\eta \nabla^2 v\|} = \frac{\rho \frac{v^2}{L}}{\eta \frac{v}{L^2}}$$

$$\boxed{Re = \frac{\rho v L}{\eta} = \frac{vL}{\nu}}$$

L ← dimension sur laquelle v varie

v : vitesse de l'écoulem^t

ν : viscosité cinétiq

Re<<1 : Écoulem^t visqueux/laminaire

$\Rightarrow \rho \partial_t \vec{v} \simeq \rho \frac{v}{T} = \rho \frac{v^2}{L} \ll \eta \frac{v}{L^2}$

$\Rightarrow 0 \simeq -\vec{\nabla} p + \eta \nabla^2 \vec{v}$ Stokes

Re>>1 : Écoulem^t turbulent

Pr écoulem^t stationnaire quasi // :

$(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v} = \vec{0}$ (géométriq)

et $\boxed{0 = -\vec{\nabla} p + \eta \nabla^2 \vec{v}}$

Condi° limites :

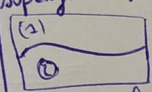
Soit une paroi Σ qui va à la vitesse $\vec{v}_\Sigma$

- Condi° cinétiq :

$\Rightarrow \boxed{\vec{v}_{fluide}\Big|_\Sigma = \vec{v}_\Sigma}$

Si paroi au repos, $\vec{v}_\perp = \vec{0}$ et $\exists$ une couche limite $\delta = \frac{L}{\sqrt{Re}}$ ds laquelle $\vec{v}_{//\delta} = \vec{0}$

→ Si surface libre entre 2 fluide 1 et 2 ($\neq$ tension superficielle)



$\vec{v}_1 = \vec{v}_2$

on localise la surface à l'aide d'une f° : $f(\vec{r},t)\Big|_\Sigma = 0$

et la normale à cette surface est $\vec{n} = \frac{\vec{\nabla} f}{\|\vec{\nabla} f\|}$

- Condi° dynamiq :

Young-Laplace

- $\exists$ une tension de surface γ en $\frac{N}{m}$ qui cherche à diminuer la surface de contact des deux fluides

$$\boxed{P_{2\Sigma} - P_1 = \gamma K = \gamma\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) = \gamma \vec{\nabla}\cdot\vec{n}}$$

$\vec{n}$: normale

Si on neg la tension de surface :

$\boxed{P_1 = P_2}$ et

$$\boxed{\eta_1 \frac{\partial v_x}{\partial z}\Big)_1 = \eta_2 \frac{\partial v_x}{\partial z}\Big)_2}$$

Force de Stokes : bille ds fluide visqueux

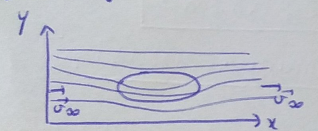
$$\boxed{\vec{F}_{f\to b} = -6\pi\eta R\vec{v}}$$

Écoulem^t autour d'un obstacle :

- obstacle au repos ds fluide de vitesse v
- obstacle à la vitesse

v ds fluide au repos :

forces du fluides sur l'obstacle :



$v_\infty = -v_{ob} = U$

Force de portance : $\perp$ à v_∞ : $f_y \vec{u}_y$

Force de trainée : // à v_∞ : $f_x \vec{u}_y$

$$\boxed{f_x = \frac{1}{2} C_x \rho S_{app} U^2}$$

$f_x \propto U$ qd $Re \leq 1$ (laminaire)

$f_x \propto U^2$ qd $Re \geq 10^3$ (turbulent)

Écoulement parfait

$Re \longrightarrow +\infty$ et $\eta \longrightarrow 0$

convexion domine

Euler

$$\boxed{\rho\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\right) = -\vec{\nabla} p + \vec{f}_{ext}}$$

$+\vec{f}_{ext}$ ($\rho\vec{g}$)

$$\boxed{\begin{aligned} \chi_T &= -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial P}\Big)_T \\ \chi_T &= \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial P}\Big)_T \end{aligned}}$$

- le long d'une ldc (// $\vec{v}$)

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} d\vec{P} + \underbrace{(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\cdot d\vec{P}}_{} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla} p \cdot d\vec{P} + \frac{1}{\rho}\vec{f}_{ext}\cdot d\vec{P}$$

$$\left(\vec{\nabla}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \underbrace{(\vec{\nabla}\wedge\vec{v})\wedge\vec{v}}_{}\right) d\vec{P}$$

ok $\perp$

or $\vec{f}_{ext} = -\overrightarrow{grad}(e_{p,m})$

$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} d\vec{P} + d\left(\frac{v^2}{2}\right) = -\frac{1}{\rho} dp - \frac{1}{\rho} de_{p,m}$

or $\frac{e_{pv}}{\rho} = e_{pmass}$

et pr un écoulem^t stationnaire $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{0}$

$$\boxed{\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + e_{pm} = cst}$$

le long d'une ldc pr écoulem^t Homogène (ρ = cst), Stationnaire, Parfait, Incompressible et Conservatif (CHIPS)

et $\rho \neq \rho(e)$

Thm de Bernoulli

si en plus irrotationnel, alors c'est vrai ds tout le fluide.

fluide incompressible si $\boxed{v_{fluide} \ll v_{son} = \frac{1}{\sqrt{\rho \chi_T}}}$

Dans fluide parfait incompressible

Effet venturi : qd ldc se ressert, $v \uparrow$ et $p \downarrow$

Effet Magnus : sphère en rotation ⇒ dépression