Plan du chapitre « Propagation des ondes électromagnétiques »

1. Concepts généraux sur les ondes
   1. Généralités sur la propagation d'une onde
   2. Les divers types d'ondes
   3. Généralisation aux équations de propagation linéaires
2. Ondes électromagnétiques dans le vide
3. Ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique
4. Ondes électromagnétiques dans un milieu conducteur
5. Propagation d'une onde électromagnétique le long d'un fil
6. Propagation dans un plasma
7. Propagation guidée

Equation de propagation

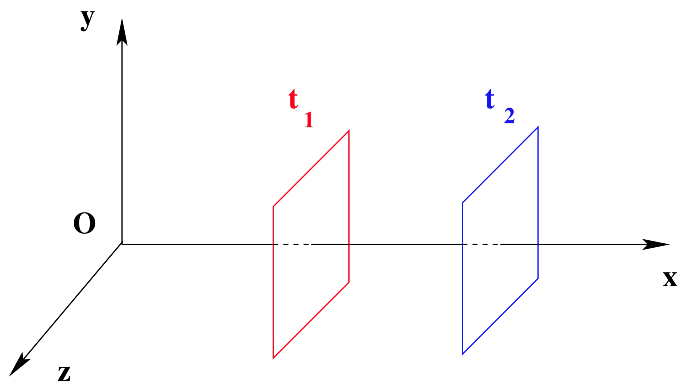
- Lorsqu'un paramètre physique f dépend de l'espace et du temps de manière couplée, on dit que f est une onde qui se propage dans l'espace au cours du temps

- Les composantes des champs E et B se comportent comme des ondes sous certaines conditions
  - Dans le cas d'une description vectorielle, on doit/peut étudier séparément la propagation de chaque composante

- On dira d'une onde vectorielle $\vec{A}$ qu'elle est polarisée si une ou plusieurs de ses composantes sont nulles. Si $\vec{A}$:
  - a une direction fixe : polarisation rectiligne
  - est colinéaire à sa direction de propagation : pol. longitudinale
  - est orthogonal à sa direction de propagation : pola. transverse

- On dira d'une onde vectorielle $f(\vec{r},t)$ qu'elle est plane s'il existe un repère $(\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z)$ tel que dans ce repère, l'onde ne dépende en coordonnées cartésiennes que d'une seule variable :

$$\forall y \quad \forall z \quad f(x,y,z,t) = f(x,t)$$



- Elle prend la même valeur en tout point d'un plan quelconque perpendiculaire à l'axe des *x*, appelé plan d'onde

Equation de d'Alembert

- Les paramètres physiques d'un grand nombre de phénomènes ondulatoires vérifient :

$$\Delta f - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \longleftarrow \text{Equation de d'Alembert}$$

  - *v* est une vitesse qui n'est pas nécessairement la vitesse de la lumière

- L'équation de d'Alembert devient pour une onde plane :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

  - Comme toute équation aux dérivées partielles, l'équation de d'Alembert admet des solutions qui peuvent être très différentes (cf la variété des solutions de $\Delta V = 0$)

Résolution de l'équation de d'Alembert à 1D (1/2)

- Les solutions de l'équation de d'Alembert se mettent sous la forme générale :

$$f(x,t) = g\left(\frac{x}{v} - t\right) + h\left(\frac{x}{v} + t\right)$$

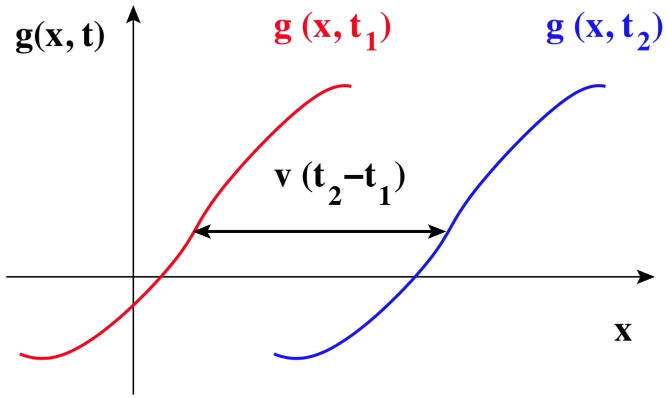
  - On trouve parfois la forme équivalente :

$$f(x,t) = G(x - v\,t) + H(x + v\,t)$$

- Pour deux instants t_1 et t_2, on a :

$$g(x,t_2) = g\left(\frac{x}{v} - t_2\right) = g\left(\frac{x - v\,(t_2 - t_1)}{v} - t_1\right)$$

$$g(x,t_2) = g\big(x - v(t_2 - t_1), t_1\big)$$



Résolution de l'équation de d'Alembert à 1D (2/2)

- Translation dans le sens des $x > 0$ à la vitesse v : onde progressive

- De même, la représentation spatiale de $h(x,t) = h\left(\frac{x}{v} + t\right)$ se translate vers les $x < 0$ à la vitesse $-v$
  - C'est une onde régressive

- Toute solution de l'équation de d'Alembert est la somme d'une onde progressive et d'une onde régressive

Plan du chapitre « Propagation des ondes électromagnétiques »

1. Concepts généraux sur les ondes
   1. Généralités sur la propagation d'une onde
   2. Les divers types d'ondes
   3. Généralisation aux équations de propagation linéaires

2. Ondes électromagnétiques dans le vide
3. Ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique
4. Ondes électromagnétiques dans un milieu conducteur
5. Propagation d'une onde électromagnétique le long d'un fil
6. Propagation dans un plasma
7. Propagation guidée

Plan du chapitre « Propagation des ondes électromagnétiques »

1. Concepts généraux sur les ondes
    1. Généralités sur la propagation d'une onde
    2. Les divers types d'ondes
    3. Généralisation aux équations de propagation linéaires

2. Ondes électromagnétiques dans le vide
3. Ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique
4. Ondes électromagnétiques dans un milieu conducteur
5. Propagation d'une onde électromagnétique le long d'un fil
6. Propagation dans un plasma
7. Propagation guidée

Généralisation – Notation complexe (1/3)

- En notation complexe : $f = \mathrm{Re}(\bar{f}) \quad \text{avec} \quad \bar{f}(\vec{r},t) = f_0 \, e^{i(\vec{k}.\vec{r}-\omega t+\varphi)}$

- Attention : on écrira souvent $f(\vec{r},t)$ au lieu de $\bar{f}(\vec{r},t)$

- Toute équation de propagation linéaire admet comme solution des ondes planes harmoniques de la forme :

$$f(\vec{r},t) = f_0 \, e^{i(\vec{k}.\vec{r}-\omega t)}$$

  où le vecteur d'onde peut être complexe $\vec{k} = \vec{k}_1 + i\,\vec{k}_2$

Généralisation - Notation complexe (2/3)

- Lorsque le vecteur d'onde est complexe, une OPPH s'écrira :

$$\vec{k}(\omega) = \vec{k}_1(\omega) + i\,\vec{k}_2(\omega) \quad \Rightarrow \quad f(\vec{r},t) = f_0\, e^{i(\vec{k}\,.\vec{r}-\omega\, t)} = f_0\, e^{-\vec{k}_2\,.\vec{r}}\, e^{i(\vec{k}_1\,.\vec{r}-\omega\, t)}$$

- Il y a atténuation (ou absorption) dans la direction de $\vec{k}_2$.

- Dans le cas extrême où le vecteur d'onde est imaginaire pur, l'onde est évanescente :

$$\vec{k} = i\,\vec{k}_2 \quad \Rightarrow \quad f(\vec{r},t) = f_0\, e^{-\vec{k}_2\,.\vec{r}}\, e^{-i\,\omega\, t} \quad \text{soit en réels} \quad f(\vec{r},t) = f_0\, e^{-\vec{k}_2\,.\vec{r}} \cos(\omega\, t)$$

  - Espace et temps découplés
  - L'onde ne se propage pas. Le signal oscille en chaque point à la pulsation ω avec l'amplitude modulée dans l'espace $f_0\, e^{-\vec{k}_2\,.\vec{r}}$

- On retiendra que propagation $\Leftrightarrow$ $k_1(\omega) \neq 0$ et que $k_2(\omega) \neq 0$ $\Leftrightarrow$ transfert d'énergie entre l'onde et le milieu

Généralisation – Notation complexe (3/3)

- Lorsque l'équation de propagation comporte à la fois des dérivées d'ordre pair et d'ordre impair, le vecteur d'onde est complexe : la coexistence des 2 introduit une irréversibilité qui entraîne une atténuation de l'onde (quelque soit le sens de propagation)

- Les dérivées d'ordre impair correspondent généralement à des phénomènes dissipatifs

- Par exemple : $$\Delta f - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \frac{\nu}{c^2}\frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

  donne pour une onde harmonique :

$$-k^2(\omega) + \frac{\omega^2}{c^2} + i\,\frac{\omega\,\nu}{c^2} = 0$$

Vitesse de phase – Relation de dispersion (1/2)

- La vitesse de phase v_φ du signal harmonique

$$\boxed{f(\vec{r},t) = f_0\, e^{i(\vec{k}.\vec{r}-\omega t)} = f_0\, e^{-\vec{k}_2.\vec{r}}\; e^{i(\vec{k}_1.\vec{r}-\omega t)}}$$

est la vitesse à laquelle il faut se déplacer dans le sens de propagation pour que la phase reste constante :

$$k_1(\omega)\, r - \omega\, t = Cste \quad \Rightarrow \quad k_1(\omega)\, dr = \omega\, dt \quad \Rightarrow \quad v_\varphi = \frac{\omega}{k_1(\omega)}$$

- Si v_φ dépend de ω, les différentes harmoniques qui constituent le signal n'ont pas la même vitesse de phase : le signal se déforme au cours du temps. Le milieu est dispersif

Vitesse de phase – Relation de dispersion (2/2)

- La relation de dispersion est la fonction $k_1(\omega)$ qui exprime la partie réelle du nombre d'onde k en fonction de la pulsation ω. Elle impose une relation entre la pulsation temporelle d'une harmonique et sa période spatiale

- Une onde plane vérifiant l'équation de d'Alembert aura $v_\varphi = v$
  - Idem pour une superposition d'ondes planes..

- Remarque : si une onde quelconque vérifie l'équation de d'Alembert sous la forme :

$$f(\vec{r},t) = g(\vec{r})\, e^{\,i\,(\vec{k}(\omega)\,.\vec{r}-\omega\, t)}$$

avec g fonction réelle, alors la vitesse de phase n'est généralement pas égale à c et peut dépendre de ω

Vitesse de groupe

- Une onde sinusoïdale ne transporte aucune information car ses propriétés sont les mêmes en tout point de l'espace (elle n'a ni début, ni fin)
  - Pour qu'une onde porte de l'information, elle doit donc être modulée en phase, en amplitude ou en fréquence

- La vitesse de groupe v_g d'une onde représente par définition la vitesse de propagation de l'information. Elle est a priori différente de v_φ

Par définition $\longrightarrow$ $$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

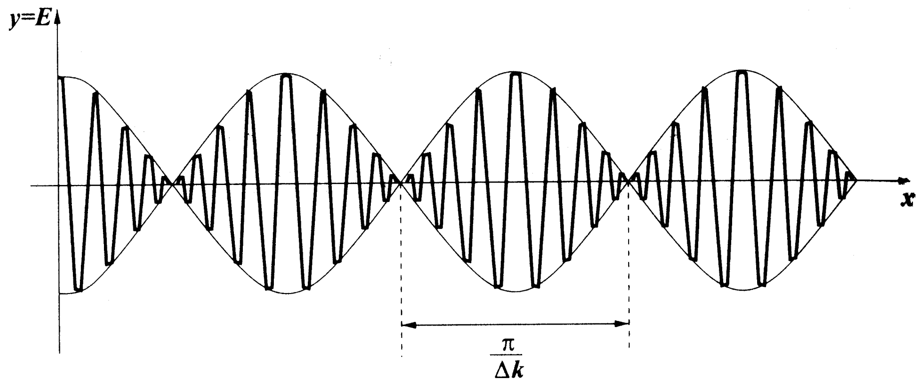
Exemple : superposition de 2 OPPH de même amplitude et de pulsation ω+Δω et ω-Δω (Δω << ω)

- On a : $f(x,t) = f_0 \cos\left[(k+\Delta k)\, x - (\omega+\Delta\omega)\, t\right] + f_0 \cos\left[(k-\Delta k)\, x - (\omega-\Delta\omega)\, t\right]$

$$= 2\, f_0 \cos\left(\Delta k\, x - \Delta\omega\, t\right) \cos\left(k\, x - \omega\, t\right)$$

- Le terme en *cos(Δk x-Δω t)* module en amplitude le terme $f_0 \cos(kx - \omega t)$. Il contient l'information (ie la modulation de l'onde). Sa vitesse de phase $\Delta\omega/\Delta k$ est la vitesse de groupe de l'onde :

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$



Allure de l'onde

- Lorsque $v_\varphi = \omega / k$ alors :

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{\omega}{k} = v_\varphi$$

Plan du chapitre « Propagation des ondes électromagnétiques »

1. Concepts généraux sur les ondes
2. Ondes électromagnétiques dans le vide
    1. Equations de propagation des champs et des potentiels
    2. Ondes planes progressives électromagnétiques
    3. Polarisation des ondes planes
    4. Energie électromagnétique des ondes planes
3. Ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique
4. Ondes électromagnétiques dans un milieu conducteur
5. Propagation d'une onde électromagnétique le long d'un fil
6. Propagation dans un plasma
7. Propagation guidée

Les équations de Maxwell dans le vide

- On a vu que la forme locale des équations de Maxwell dans le vide est, en l'absence de charge et de courant :

$$\boxed{\vec{\nabla}\,.\vec{E} = 0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \vec{0} \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E} + \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \qquad \vec{\nabla}\,.\vec{B} = 0}$$

(MG) (MA) (MF) (MΦ)

et qu'en jauge de Lorentz, on avait :

Lorentz $$\boxed{\vec{\nabla}\,.\vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\Phi}{\partial t} = 0 \quad\Rightarrow\quad \Delta\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \Delta\Phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = \vec{0}}$$

- Les potentiels vérifient donc l'équation de d'Alembert (avec la vitesse *c* de la lumière dans le vide pour vitesse de propagation)

Equations de propagation dans le vide

- On montre que c'est également le cas pour *E* et *B* :
  - (MA) :

$$\Rightarrow \quad \vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)=\frac{1}{c^2}\,\vec{\nabla}\times\left(\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)=\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)=-\,\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$$

$$=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\,.\vec{B}\right)-\Delta\vec{B}=-\,\Delta\vec{B}$$

Dans un milieu vide de courant

$$\Rightarrow \quad \Delta\vec{B}-\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}=\vec{0}$$

Savoir refaire ce calcul

  - (MF) :

$$\Rightarrow \quad \vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{E}\right)=-\,\vec{\nabla}\times\left(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)=-\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)=-\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)=-\,\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

$$=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}\,.\vec{E}\right)-\Delta\vec{E}=-\,\Delta\vec{E}\quad \text{si}\quad \vec{\nabla}\,.\vec{E}=0$$

Dans un milieu vide de charge

$$\Rightarrow \quad \Delta\vec{E}-\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=\vec{0}$$

Savoir refaire ce calcul

Plan du chapitre « Propagation des ondes électromagnétiques »

1. Concepts généraux sur les ondes

2. Ondes électromagnétiques dans le vide
   1. Equations de propagation des champs et des potentiels
   2. Ondes planes progressives électromagnétiques
   3. Polarisation des ondes planes
   4. Energie électromagnétique des ondes planes

3. Ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique
4. Ondes électromagnétiques dans un milieu conducteur
5. Propagation d'une onde électromagnétique le long d'un fil
6. Propagation dans un plasma
7. Propagation guidée

Vitesse de propagation dans le vide

- On se placera toujours dans le cas d'une onde plane se propageant dans la direction Ox

- En jauge de Lorentz et en l'absence de charge et de courant, les champs et les potentiels sont tous solutions de l'équation de d'Alembert

- Ils peuvent donc s'écrire comme la somme d'une onde progressive (dépendant de $x/c - t$) et d'une onde régressive (dépendant de $x/c + t$)

- La vitesse de propagation des ondes dans le vide est $c = (\varepsilon_0 \, \mu_0)^{-1/2}$ d'après l'équation d'onde obtenue à partir des équations de Maxwell

Structure de l'onde (1/3)

- L'onde sera plane si *E* et *B* ne dépendent que de *x* :

- (MG) entraîne : $\vec{\nabla}\,.\,\vec{E} = 0 = \dfrac{\partial E_x}{\partial x} + \dfrac{\partial E_y}{\partial y} + \dfrac{\partial E_z}{\partial z} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\partial E_x}{\partial x} = 0$

- (MΦ) entraîne : $\vec{\nabla}\,.\,\vec{B} = 0 = \dfrac{\partial B_x}{\partial x} + \dfrac{\partial B_y}{\partial y} + \dfrac{\partial B_z}{\partial z} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\partial B_x}{\partial x} = 0$

- (MF) entraîne : $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\partial E_z}{\partial y} - \dfrac{\partial E_y}{\partial z} = -\dfrac{\partial B_x}{\partial t}$ En projetant sur Ox

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial B_x}{\partial t} = 0$$

Structure de l'onde (2/3)

- (MA) entraîne : $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} = -\frac{\partial E_x}{\partial t}$ En projetant sur Ox

$$\Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0$$

- Finalement, E_x et B_x sont indépendant de l'espace et du temps

Savoir refaire ce calcul

- On peut écrire $\vec{E} = \vec{E}_t + E_x\,\vec{u}_x$ et $\vec{B} = \vec{B}_t + B_x\,\vec{u}_x$ avec E_t et B_t projections dans le plan (Oyz)

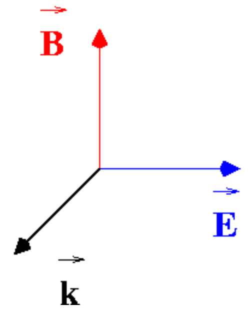
Structure de l'onde (3/3)

- Les dérivées spatiales et temporelles de E_x et B_x sont nulles donc E_t et B_t vérifient les équations de Maxwell et l'équation de d'Alembert : seules les composantes transverses sont responsables du phénomène ondulatoire. On prendra donc (principe de superposition) :

$$E_x(x) = 0 \quad \text{et} \quad B_x(x) = 0$$

  même si ce n'est pas toujours le cas en réalité !!

- Les champs E et B d'une onde plane sont donc transverses : E et B sont orthogonaux à la direction de propagation donc contenus dans le plan d'onde. L'onde est dite transverse électrique et magnétique (TEM)



$$\vec{B} = \frac{1}{c}\vec{u}_x \times \vec{E}$$

Conséquence sur la force de Lorentz

$$\boxed{\vec{B} = \frac{1}{c}\,\vec{u}_x \times \vec{E}}$$

- La relation de structure de l'onde plane est très importante : si une onde possède (au moins localement) la structure de l'onde plane, la force de Lorentz s'écrira :

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

$$\vec{F}_e = q\,\vec{E}$$

$$\vec{F}_m = q\,\frac{\vec{v}}{c} \times \left(\vec{u}_x \times \vec{E}\right)$$

- Très souvent (mais pas toujours) , F_m est négligeable. Ceci est en particulier vrai lorsque $v \ll c$

Opérateurs différentiels en notation complexe (1/3)

- Dans le cas d'une onde plane monochromatique, on écrira les champs *E* ou *B* sous la forme :

$$\vec{F} = \vec{F}_0 \exp(i\,(k\,x - \omega\,t + \varphi))$$

- L'intérêt de la notation complexe est de séparer les variables spatiales et temporelles et d'avoir une notation simple pour les opérateurs différentiels (pour l'OPPM) :

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} \equiv -i\,\omega\,\vec{F} \qquad \vec{\nabla}\,.\vec{F} \equiv i\,\vec{k}\,.\vec{F} \qquad \vec{\nabla}\times\vec{F} \equiv i\,\vec{k}\times\vec{F} \qquad \Delta\vec{F} \equiv -k^2\,\vec{F}$$

- Attention, ceci est lié à la convention en *exp (- iωt)*. Physiquement, il est équivalent de prendre *exp (iωt)* puisque seule compte l'égalité des parties réelles. On a alors :

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} \equiv i\,\omega\,\vec{F} \qquad \vec{\nabla}\,.\vec{F} \equiv -i\,\vec{k}\,.\vec{F} \qquad \vec{\nabla}\times\vec{F} \equiv -i\,\vec{k}\times\vec{F} \qquad \Delta\vec{F} \equiv -k^2\,\vec{F}$$

Opérateurs différentiels en notation complexe (2/3)

- Les équations de Maxwell fournissent :

$$\left.\begin{array}{l}\vec{\nabla}\,.\vec{E}=0 \quad\Rightarrow\quad i\,\vec{k}\,.\vec{E}=0\\[2ex] \vec{\nabla}\,.\vec{B}=0 \quad\Rightarrow\quad i\,\vec{k}\,.\vec{B}=0\end{array}\right\}$$

E et *B* sont transverses

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad\Rightarrow\quad i\,\vec{k}\times\vec{E}=i\,\omega\,\vec{B}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \quad\Rightarrow\quad i\,\vec{k}\times\vec{B}=-\,i\,\frac{\omega}{c^2}\,\vec{E}$$

- On en déduit :

$$\left.\begin{array}{l}\vec{k}\times(\vec{k}\times\vec{E})=(\vec{k}\,.\vec{E})\,\vec{k}-k^2\,\vec{E}=-\,k^2\,\vec{E}\\[2ex] \qquad\qquad =\vec{k}\times(\omega\,\vec{B})=-\,\dfrac{\omega^2}{c^2}\,\vec{E}\end{array}\right\} \quad\Rightarrow\quad k=\frac{\omega}{c}$$

Relation de dispersion dans le vide illimité

Savoir refaire ce calcul

Opérateurs différentiels en notation complexe (3/3)

- On a encore : $\vec{u}_x \times \vec{E} = c\,\vec{B}$ $\qquad B = \dfrac{E}{c}$
- Il faut faire bien attention à restreindre l'utilisation de la notation complexe aux équations linéaires
- En particulier, tout calcul de la densité d'énergie électromagnétique ou du vecteur de Poynting devra se faire en réels !
  - La partie réelle du produit de 2 complexes n'est pas dans le cas général égale au produit des parties réelles de chaque complexe : attention aux calculs de :

$$u = \frac{1}{2}\,\varepsilon_0\;E^2 + \frac{B^2}{2\,\mu_0} \qquad \vec{R} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0}$$

Onde plane progressive monochromatique (OPPM)

- Une solution particulière de l'équation de propagation est l'onde plane harmonique (onde plane monochromatique en EM) :
  - Rôle capital car toute onde peut être décomposée en une série de fonctions monochromatiques (les équations de Maxwell sont linéaires !!)

- Une composante quelconque prise parmi E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z, a pour expression :

$$\Psi = \Psi_m \cos\left(\omega\, t - k\; x - \varphi\right)$$

où Ψ_m est l'amplitude, ω la pulsation, $k = \omega/c$ le nombre d'onde et φ la phase à l'origine des temps et de l'espace. La quantité $\Phi = kx - \omega t + \varphi$ est la phase. Le nombre d'onde k a la signification d'une périodicité spatiale

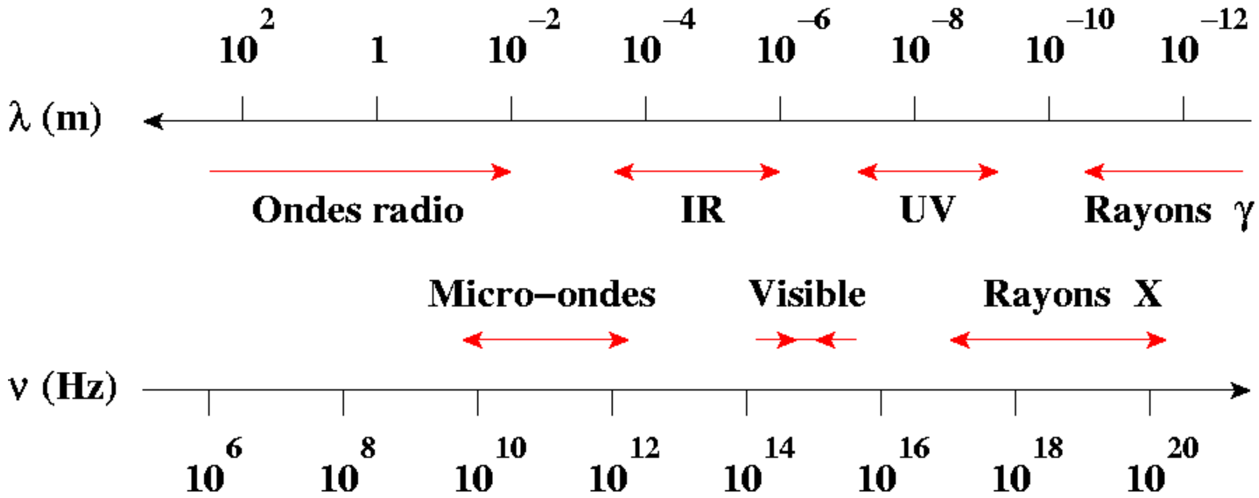
$$\Rightarrow \quad \lambda = c\, T$$

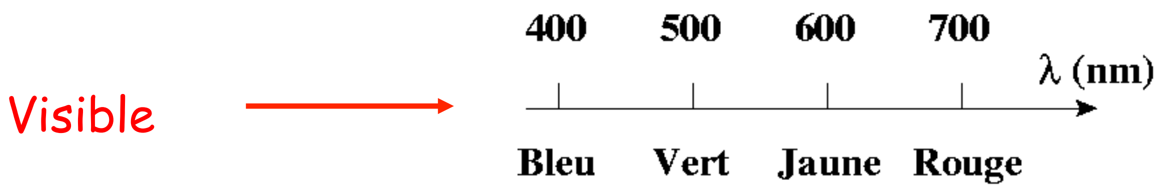
Onde plane progressive monochromatique (OPPM)

- Double périodicité :
  - Spatiale : longueur d'onde dans le vide : $\lambda = 2\pi/k$
  - Temporelle : période : $T = 2\pi/\omega$

Les différents domaines de fréquence

- Un des avantages de l'OPPM est de permettre une classification des pulsations





Onde électromagnétique sphérique (1/2)

- L'onde plane est un concept simple mais qui n'est pas toujours physiquement acceptable

- Le concept d'onde sphérique est plus réaliste quand on se rapproche de la source car il correspond à l'émission isotrope d'un signal électromagnétique à partir d'une source ponctuelle. Une onde sera sphérique si à chaque instant le champ a la même valeur en tout point d'une sphère

- Chacune des composantes de *E* ou de *B* vérifie l'équation de d'Alembert. Chaque composante est donc de la forme :

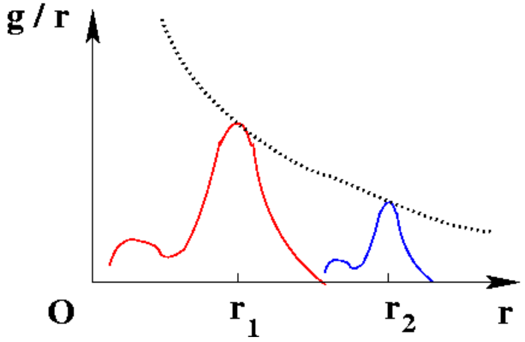
$$\underbrace{\frac{1}{r}g\left(\frac{r}{c}-t\right)}_{\text{Onde divergente}}+\underbrace{\frac{1}{r}h\left(\frac{r}{c}+t\right)}_{\text{Onde convergente}}$$

Onde électromagnétique sphérique (2/2)

$$\boxed{\frac{1}{r}\,g\left(\frac{r}{c}-t\right)+\frac{1}{r}\,h\left(\frac{r}{c}+t\right)}$$

- Contrairement aux ondes planes, ces ondes se déforment avec la distance *r*

- L'onde divergente est une onde TEM pour laquelle $(\vec{E},\vec{B},\vec{u}_r)$ est un trièdre direct

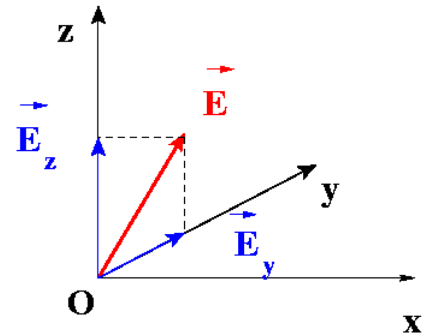


Plan du chapitre « Propagation des ondes électromagnétiques »

Polarisation

- La polarisation d'une onde est l'évolution de la direction de son champ électrique au cours du temps

$$\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = E_{0y} \cos(k\,x - \omega\,t + \phi_y) \\ E_z = E_{0z} \cos(k\,x - \omega\,t + \phi_z) \end{cases} \qquad k = \frac{\omega}{c}$$



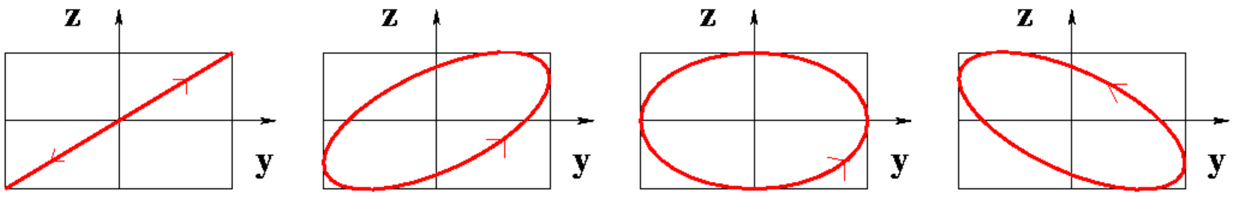
- Le champ EM est parfaitement défini puisque $\vec{B} = \frac{1}{c}\vec{u}_x \times \vec{E}$

- Il existe deux méthodes :
  - Fixer la position et étudier en fonction du temps (pratique)
  - Fixer le temps et étudier en fonction de la position (plus visuel que pratique)

Polarisation à *x* fixé

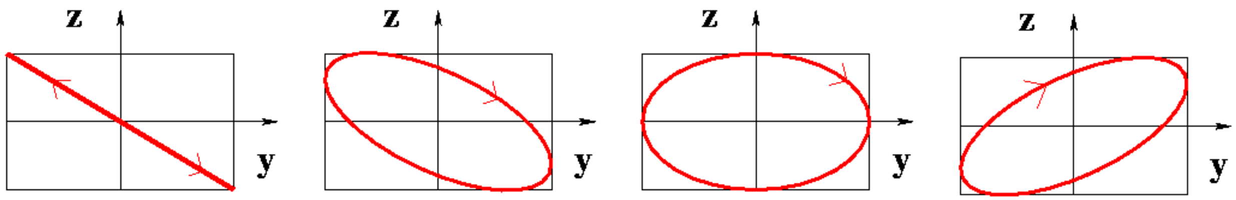
Représente ce « qu'observerait » quelqu'un placé face à la direction de propagation

$$E_y = E_{0y} \cos(k\,x - \omega\,t + \phi_y) \qquad E_z = E_{0z} \cos(k\,x - \omega\,t + \phi_z)$$



Hélicité > 0

Rectiligne $\phi = 0$ | $0 < \phi < \pi/2$ | **Elliptique gauche** $\phi = \pi/2$ | $\pi/2 < \phi < \pi$

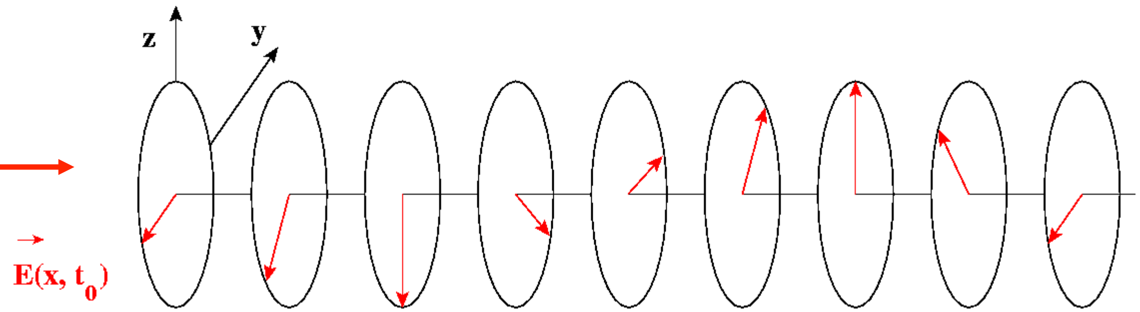


Hélicité < 0

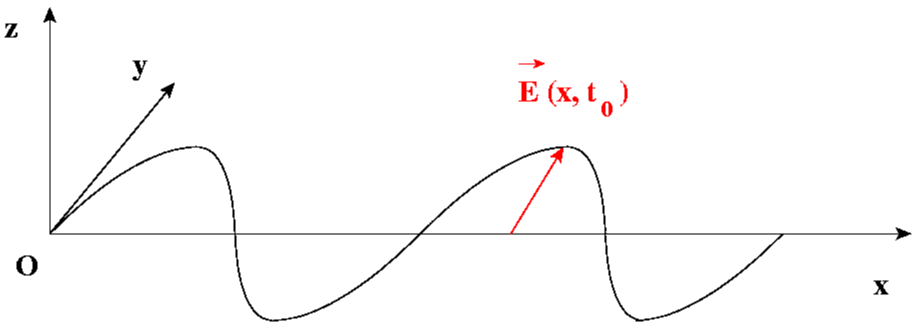
Rectiligne $\phi = \pi$ | $\pi < \phi < 3\pi/2$ | **Elliptique droite** $\phi = 3\pi/2$ | $3\pi/2 < \phi < 2\pi$

Polarisation à *t* fixé

Polarisation circulaire



Polarisation rectiligne



Cas de la lumière

- La polarisation correspond à la description de E :
  - La lumière totalement polarisée correspond à l'un des états de polarisation possibles pour UNE onde plane monochromatique (circulaire, rectiligne, elliptique)
  - La lumière naturelle (ex : sources incandescentes) est la superposition d'ondes de même amplitude polarisées rectilignement dans des directions différentes, mais sans relation de phase entre elles ($\varphi = \varphi_2$-φ_1 varie aléatoirement)
  - La superposition d'une lumière naturelle et d'une lumière totalement polarisée donne une lumière partiellement polarisée

- Certains générateurs fournissent directement de la lumière polarisée (cf rayonnement)

- Les sources lumineuses traditionnelles (lampes) fournissent des vibrations EM qui sont la superposition d'ondes émises par un grand nombre de sources individuelles
  - Le rayonnement est incohérent donc pas de polarisation
  - Les lasers sont LE contre-exemple

- On peut, en sacrifiant une partie du flux, ne récupérer qu'une partie polarisée du rayonnement (à l'aide de polariseurs)

Plan du chapitre « Propagation des ondes électromagnétiques »

1. Concepts généraux sur les ondes

2. Ondes électromagnétiques dans le vide
    1. Equations de propagation des champs et des potentiels
    2. Ondes planes progressives électromagnétiques
    3. Polarisation des ondes planes
    4. Energie électromagnétique des ondes planes

3. Ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique
4. Ondes électromagnétiques dans un milieu conducteur
5. Propagation d'une onde électromagnétique le long d'un fil
6. Propagation dans un plasma
7. Propagation guidée

Retour sur l'énergie électromagnétique

- On a toujours : $\boxed{\dfrac{\partial u}{\partial t} + \vec{\nabla} . \vec{R} = -\sigma \quad \text{avec} \quad \sigma = \vec{J}_{tot} . \vec{E}}$

Equation locale de conservation de l'énergie

Puissance volumique transférée aux charges par le champ

où *R* représente le vecteur de Poynting et *u* la densité d'énergie électromagnétique :

$$\vec{R} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \qquad u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2 \mu_0}$$

Application à l'onde plane progressive monochromatique

- Pour une onde plane progressive monochromatique :

$$E = c\,B \quad \Rightarrow \quad u = \varepsilon_0\, E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} \quad \text{et} \quad \vec{R} = \frac{E^2}{\mu_0\, c}\,\vec{u}_x = \frac{c\,B^2}{\mu_0}\,\vec{u}_x$$

R est dans la direction de l'onde

- La puissance portée par *R* à travers une section *S* transverse est :

$$\frac{\delta W}{dt} = \frac{E^2}{\mu_0\, c}\, S$$

ce qui donne l'énergie traversant S pendant dt : $\delta W = \varepsilon_0\, c\, E^2\, S\, dt = u\, S\, c\, dt$

  - C'est l'énergie contenue dans un cylindre de base *S* et de longueur *c dt*

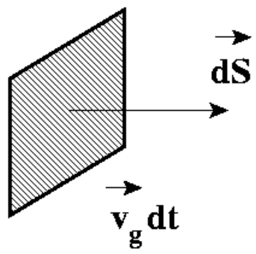
Remarques « fondamentales »

$$\boxed{\frac{\delta W}{dt} = \frac{E^2}{\mu_0\, c} S}$$

- L'onde plane n'est pas limitée transversalement donc elle porte une énergie infinie : elle n'est donc « pas physique ». Ceci n'est pas un problème car :
  - Elle représente LOCALEMENT le champ de rayonnement et donc la difficulté disparaît
  - Elle permet d'obtenir par superposition des champs plus compliqués pour lesquels la limitation disparaît
- Le rapport puissance/surface (ie l'éclairement) vaut $\frac{E^2}{\mu_0\, c}$
  - Il s'exprime en W/m^2 et ne dépend que de E

Vitesse de l'énergie

- On appelle vitesse de l'énergie la vitesse v_g à laquelle se propage la moyenne spatiale et temporelle de l'énergie électromagnétique portée par une onde



- C'est la vitesse de groupe de l'onde

- La quantité moyenne d'énergie qui traverse la surface élémentaire *dS* pendant *dt* est :

$$<<\vec{R}>_t>_{Espace} .\vec{n}\, dS\, dt = <<u>_t>_{Espace}\, \vec{v}_g\, dt\, \vec{n}\, dS$$

- Ceci est valable pour toute surface *dS* donc :

$$\vec{v}_g = \frac{<<\vec{R}>_t>_{Espace}}{<<u>_t>_{Espace}}$$

L'intégration se fait sur un temps >> période