

Phénoménologie des Hadrons

Le pion



Le pion

Caractéristiques générales – Interaction de Yukawa

Le pion existe sous trois états de charge, π^+ , π^0 et π^- . Les pions sont les mésons les plus légers : $mc^2(\pi^\pm) = 139,6 \text{ MeV}$ et $mc^2(\pi^0) = 135 \text{ MeV}$

Interaction de Yukawa : permet de décrire l'interaction nucléaire forte entre les nucléons comme véhiculée par l'échange de pions

Par analogie avec l'électromagnétisme on obtient le potentiel $V(r)$

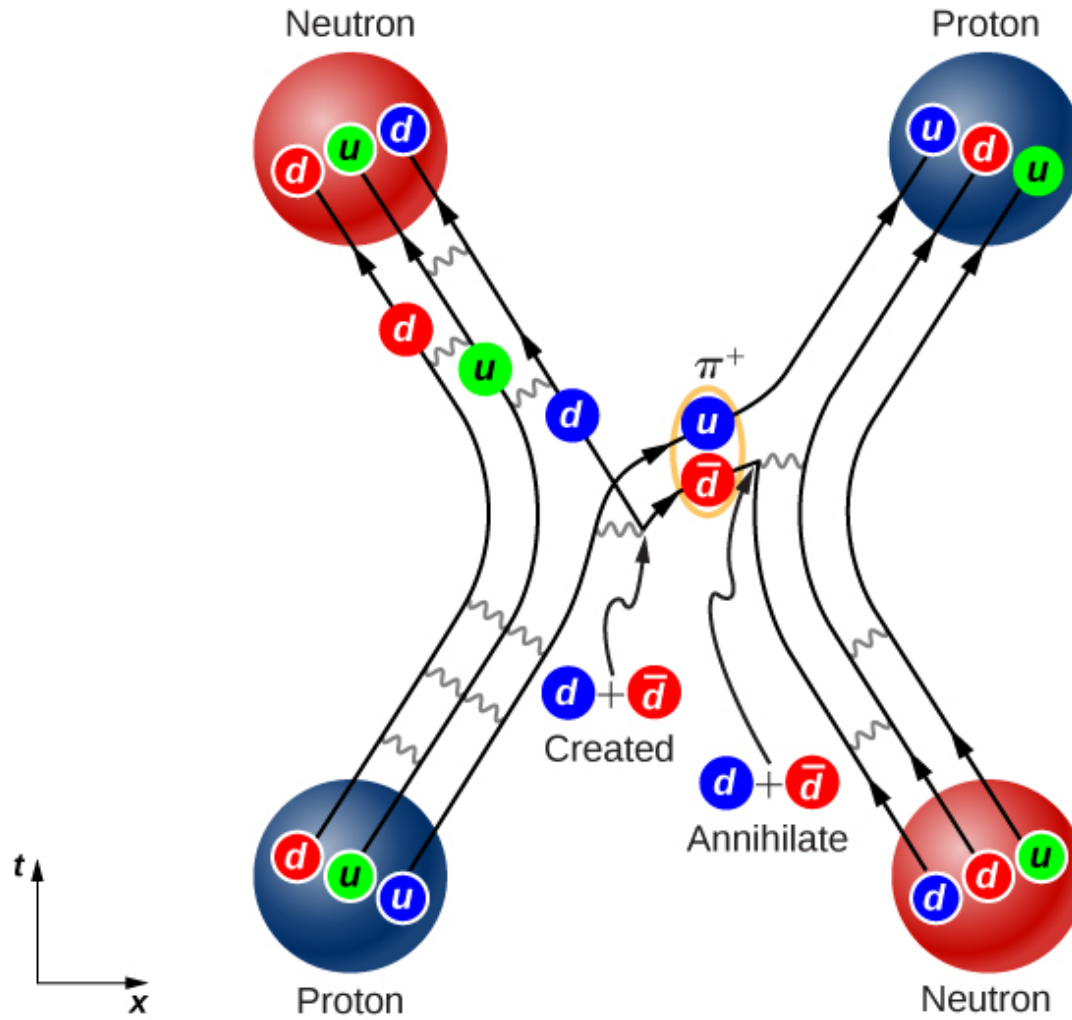
$$V_{Coul} = q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 r \quad \longleftrightarrow \quad V(r) = -\frac{g^2}{4\pi} \times \frac{e^{-Kr}}{r} \quad \text{Avec } K = mc/\hbar$$

C'est ce qui a conduit à prendre la même forme pour la constante de couplage sans dimension de l'interaction forte ($\alpha_s = g_F^2 / 4\pi\hbar c$) que pour la constante de structure fine ($\alpha = e^2 / 4\pi\epsilon_0 \hbar c = 1/137$).

Toujours par analogie avec l'électromagnétisme, on parle de couplage du pion au nucléon pour l'interaction nucléaire forte, comme on a couplage du photon à une particule chargée par IE.

$$N_1 + N_2 \rightarrow (N'_1 + \pi) + N_2 \rightarrow N'_1 + (\pi + N_2) = N'_1 + N'_2$$

$$N_1 + N_2 \rightarrow N_1 + (\pi + N'_2) \rightarrow (N_1 + \pi) + N'_2 = N'_1 + N'_2$$

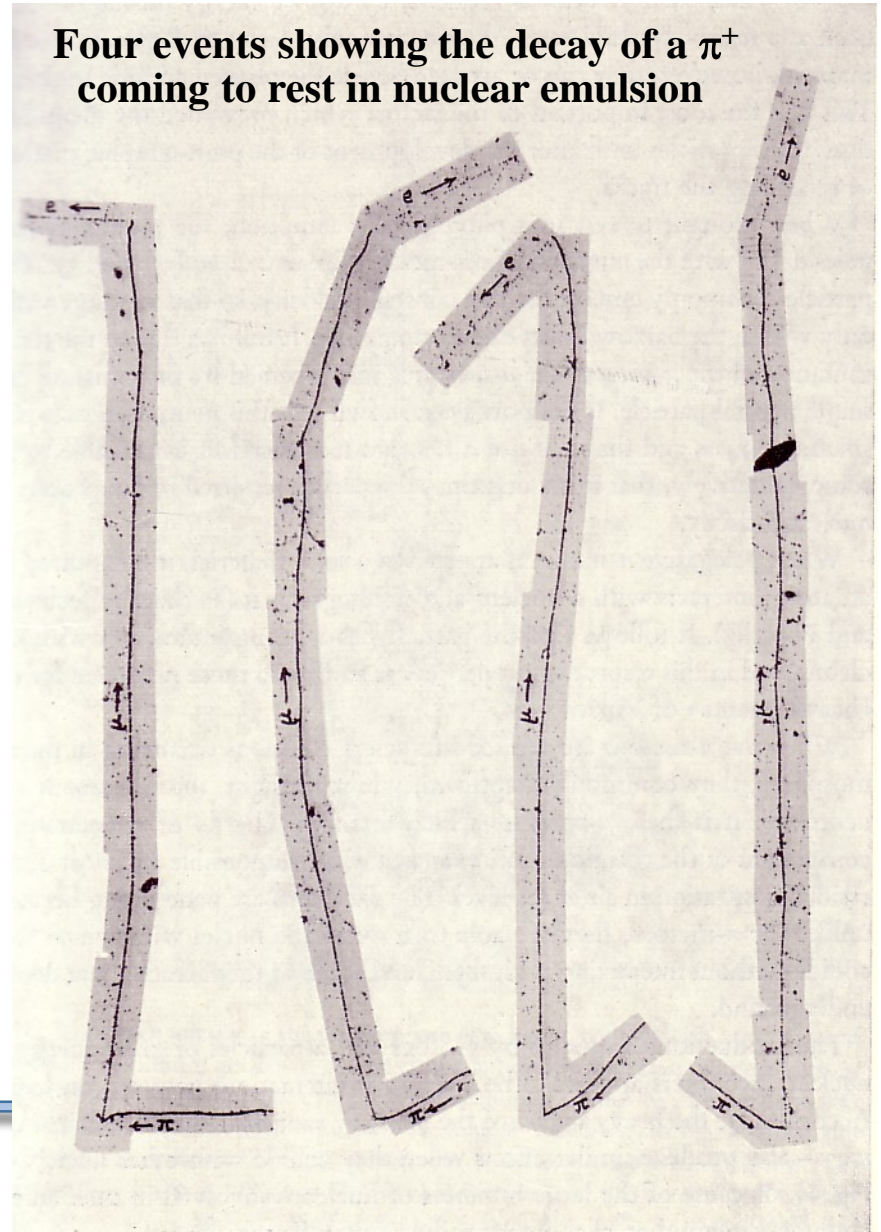


Découverte du pion dans les rayonnements cosmiques en 1947

Observation des désintégrations
 $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow e^+$ dans des émulsions
nucléaires exposées aux
rayonnements cosmiques de haute
altitude

Le π^- au repos conduit à des
réactions de capture nucléaire,
comme il était prédit pour la
particule de Yukawa

Four events showing the decay of a π^+
coming to rest in nuclear emulsion



Isospin et spin du pion

Trois particules \rightarrow 3 états quantiques de la même entité, le pion

Trois valeurs propres -1, 0 et 1 pour la charge électrique du pion, correspondant à trois valeurs de T_3 valant -1, 0 et 1

Donc le pion est un état d'isospin $\vec{T} = \vec{1}$, avec

$$|\pi^+\rangle = |11\rangle \quad |\pi^0\rangle = |10\rangle \quad |\pi^-\rangle = |1-1\rangle$$

Il y a conservation de l'isospin dans l'interaction πN

\Rightarrow Les nucléons changent d'état de charge par échange de π^\pm

\Rightarrow Les nucléons gardent leur charge par échange de π^0

Les pions sont des mésons (bosons) de spin entier et de moment cinétique total et parité intrinsèque $I^\pi = 0^-$

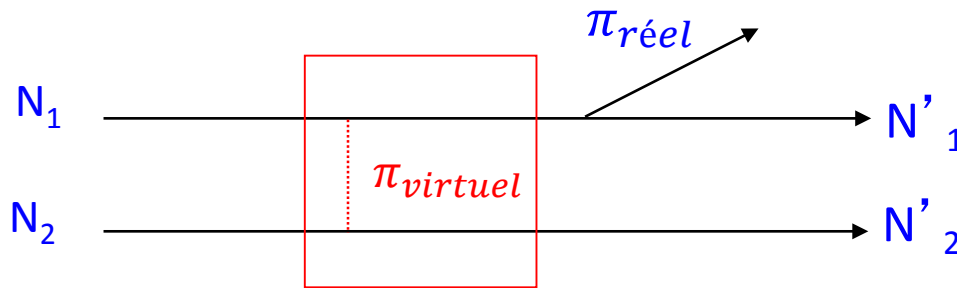
Les pions sont créés par interaction forte, comme les nucléons, et se dés excitent par interaction électromagnétique ou faible

Production, absorption, désintégration : spin et parité du pion

Production des pions

Les pions sont produits par réaction nucléaire, à condition d'avoir l'énergie incidente suffisante

Dans les réactions de diffusion nucléon-nucléon, on échange un pion virtuel et on peut émettre un pion réel



A $T = 280$ MeV, on a par exemple



Production des pions

Considérons une réaction d'interaction forte, qui produit un état final f à partir d'un état initial i .

Dans cette réaction d'interaction forte, qui se produit par l'intermédiaire du potentiel d'interaction forte V_{fi} , l'isospin total \vec{T} et la 3^{ème} composante de l'isospin T_3 sont conservés

On peut alors écrire la section efficace totale de la réaction comme proportionnelle au carré de l'élément de matrice d'isospin $M(T)$ du potentiel d'interaction, c'est-à-dire

$$\sigma(i \rightarrow f) = a |\langle f | V_{fi} | i \rangle|^2$$

$$\text{Avec } \langle f | V_{fi} | i \rangle = \begin{cases} M(T) & \text{si } T_i = T_f = T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le facteur « a » regroupe ici l'ensemble des conditions cinématiques et de spin de la réaction.

Production des pions

Bien que T_3 soit conservé par interaction forte, l'indépendance de charge de l'interaction forte (l'interaction forte entre deux nucléons est pratiquement indépendante du nucléon : neutron ou proton) entraîne son indépendance vis-à-vis de T_3

C'est la raison pour laquelle l'élément de matrice nucléaire d'isospin $M(T)$ ne dépend que de la valeur T de l'isospin résultant dans la réaction, et pas de celle de T_3

La forme de $M(T)$ n'est pas donnée ici, donc la méthode ne permettra pas le calcul de sections efficaces, mais seulement la comparaison des sections efficaces de différentes réactions obtenues dans les mêmes conditions cinématiques et de spin (même facteur « a » pour le calcul du rapport des sections efficaces).

Voir application en TD.

Absorption et moment cinétique total du pion

En comparant une réaction directe et sa réaction inverse, dont les sections efficaces ne diffèrent que par des facteurs statistiques, cela permet d'obtenir des informations sur le moment cinétique du pion

Exemple : $p + p \rightarrow d + \pi^+$ et $d + \pi^+ \rightarrow p + p$

A la même énergie cinétique dans le référentiel du centre de masse, si \vec{p}_p et \vec{p}_π sont les impulsions respectives du proton incident et du pion incident dans les deux réactions, on peut montrer que :

$$\frac{\sigma(pp \rightarrow d\pi^+)}{\sigma(d\pi^+ \rightarrow pp)} = \frac{p_\pi^2 (2I_d + 1)(2I_\pi + 1)}{p_p^2 \frac{1}{2} (2I_p + 1)(2I_p + 1)}$$

$$\begin{aligned} \vec{I}_d &= \vec{1} \\ \vec{I}_p &= \frac{\vec{1}}{2} \end{aligned}$$

(Principe de Pauli pour les particules indiscernables)

La mesure des deux sections efficaces a permis d'obtenir $\vec{I}_\pi = \vec{0}$

Absorption et parité intrinsèque du pion (1)

Soit la réaction d'interaction forte $\pi^- + d \rightarrow n + n$

Le pion est absorbé, formant un atome pi-mésique dans lequel un pion a pris la place d'un électron du cortège. La capture s'effectue dans l'état s du deutérium, correspondant à un moment orbital relatif $\vec{L}_{\pi d} = \vec{0}$, avec $\vec{I}(d) = \vec{S}(d) = \vec{1}$, $\pi(d) = +1$ et $\vec{I}(\pi) = \vec{S}(\pi) = \vec{0}$.

On étudie cette réaction afin d'en déduire la parité intrinsèque du pion. La conservation du moment cinétique total impose

$$\begin{aligned}\vec{I}_{\pi d} &= \vec{S}_{\pi} + \vec{S}_d + \vec{L}_{\pi d} = \vec{S}_n + \vec{S}_n + \vec{L}_{nn} \\ \vec{0} + \vec{1} + \vec{0} &= \frac{\vec{1}}{2} + \frac{\vec{1}}{2} + \vec{L}_{nn}\end{aligned}$$

Deux possibilités pour le système de deux neutrons :

$$\text{Si } S_{nn} = 0 \rightarrow L_{nn} = 1$$

$$\text{Si } S_{nn} = 1 \rightarrow L_{nn} = 0, 1 \text{ ou } 2$$

Absorption et parité intrinsèque du pion (2)

Ce système de deux fermions indiscernables doit satisfaire le principe de Pauli, avec une fonction d'onde globale antisymétrique.

Utilisons le principe de Pauli généralisé : $L + S + T$ impair

Système neutron-neutron, symétrique d'isospin $T = 1 \Rightarrow L + S$ pair

Si $S_{nn} = 0$ et $L_{nn} = 1 \rightarrow$ fonction d'onde globale symétrique

Si $S_{nn} = 1$ et $L_{nn} = 0 \rightarrow$ fonction d'onde globale symétrique

Si $S_{nn} = 1$ et $L_{nn} = 1 \rightarrow$ fonction d'onde globale antisymétrique

Si $S_{nn} = 1$ et $L_{nn} = 2 \rightarrow$ fonction d'onde globale symétrique

Donc on a comme solution unique $\overrightarrow{S_{nn}} = \vec{1}$ et $\overrightarrow{L_{nn}} = \vec{1}$

Absorption et parité intrinsèque du pion (3)

On en déduit la parité du pion, par conservation de la parité dans la réaction d'interaction forte $\pi^- + d \rightarrow n + n$

$$\pi_{\pi} \pi_d (-1)^{L_{\pi d}} = \pi_n \pi_n (-1)^{L_{nn}}$$

$$\pi_{\pi} (+1) (-1)^0 = (+1)(+1) (-1)^1$$

$$\text{Donc } \pi_{\pi} = -1$$

Désintégration du pion

- Les pions chargés sont instables, et se désintègrent avec la même vie moyenne

$$\tau_{\pi^+} = \tau_{\pi^-} = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Ce temps est caractéristique de l'interaction faible

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}^+$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_{\mu}^-$$

- Le pion neutre π^0 se désintègre en deux photons

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

La durée de vie du pion neutre est $\tau_{\pi^0} = 8,4 \cdot 10^{-17} \text{ s}$

Ce temps est caractéristique de l'interaction électromagnétique

Ceci a laissé supposer l'existence au sein du pion neutre de charges électriques se compensant mais permettant le couplage avec le champ électromagnétique. Une indication de la structure composite du pion...

En résumé sur les pions

Les pions sont des mésons, avec un nombre baryonique $B = 0$. Ce sont des bosons de spin entier et de moment cinétique total et parité intrinsèque $I^\pi = 0^-$

Pion	Masse (en MeV)	τ (en s)	\vec{T}	$\vec{I} = \vec{S}$	π
π^\pm	139.57	$2,6 \cdot 10^{-8}$	1	0	-1
π^0	134.98	$8,4 \cdot 10^{-17}$	1	0	-1

Les pions se désintègrent par interaction électromagnétique ou interaction faible suivant leur charge

Les résonances



Résonances

Supposons une réaction entre particules correspondant à l'échange d'une particule de masse mc^2 , ce quanta échangé étant réel ou virtuel. La probabilité $P(E)$ d'obtenir la particule échangée avec une énergie E est :

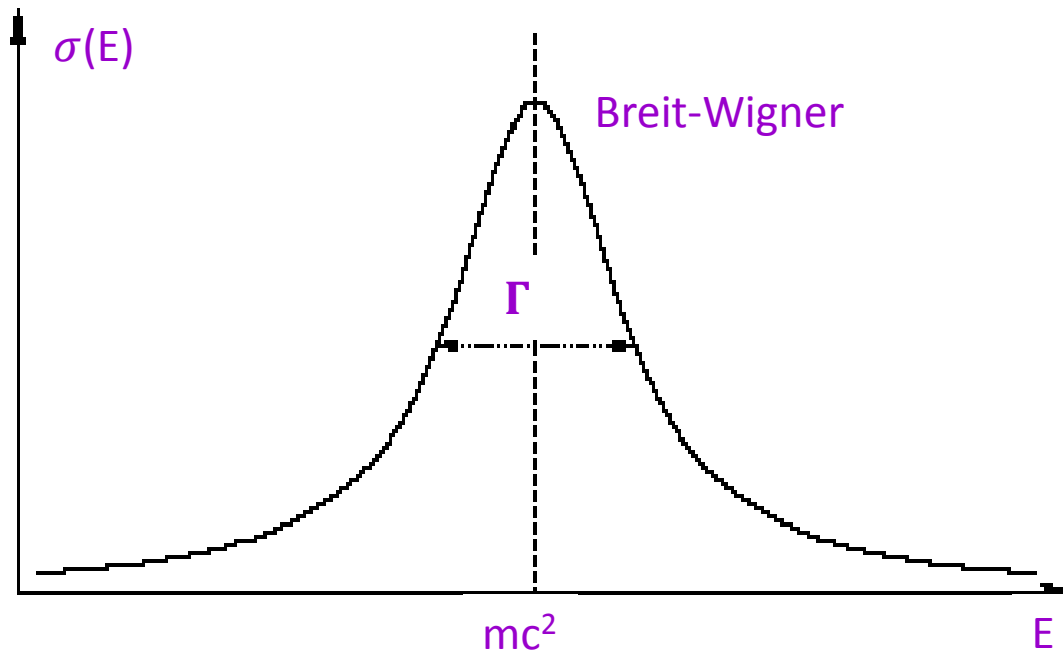
$$P(E) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(E - mc^2)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$$

Cette forme de $P(E)$ correspond à une distribution de Lorentz (ou Breit-Wigner), centrée en $E = mc^2$ et de largeur à mi-hauteur Γ

La section efficace de la réaction, à l'énergie associée à cet échange, suit la même distribution que $P(E)$ dont elle est en fait la mesure, ce qui produit un pic sur le spectre associé à la section efficace.

Le quanta, de masse mc^2 , apparaît donc comme un pic dans la distribution en section efficace, reportée en fonction de E ou pc : ce phénomène est appelé **résonance**.

Une résonance est une particule à durée de vie brève, formée par l'état initial de la réaction et qui se désintègre pour donner l'état final observé.



Section efficace $\sigma(E)$ en fonction de l'énergie E dans le référentiel du CdM, autour d'une résonance de masse mc^2

La largeur à mi-hauteur du pic observé est inversement proportionnelle à la vie moyenne de la résonance

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{\hbar c}{\Gamma c}$$

τ en s, avec

$\hbar c = 197.3 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$,

Γ en MeV et

$c = 3 \cdot 10^{23} \text{ fm/s}$

Le quanta échangé peut être une particule fondamentale comme le Z^0 , ou un objet plus complexe comme un hadron (comme par exemple le Δ dans les réactions de diffusion pion-nucléon). Des résonances peuvent aussi apparaître dans l'état final d'une réaction (voir TD).

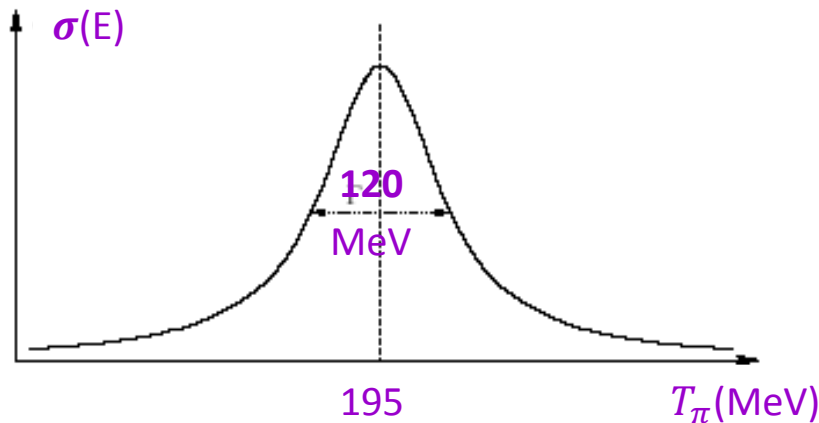
Diffusion pion-nucléon, résonances Δ

Soient les réactions à étudier

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p \\ \pi^- + p \rightarrow \pi^- + p \end{array} \right.$$

Expérimentalement, on mesure la section efficace de la diffusion en fonction de l'énergie de la particule incidente T_π

A une énergie donnée, $T_\pi = 195$ MeV, on voit apparaître dans le spectre en énergie de la réaction ($\sigma = f(T_\pi)$) une résonance, de largeur $\Gamma = 115$ à 125 MeV (donc $\Gamma \sim 120$ MeV)

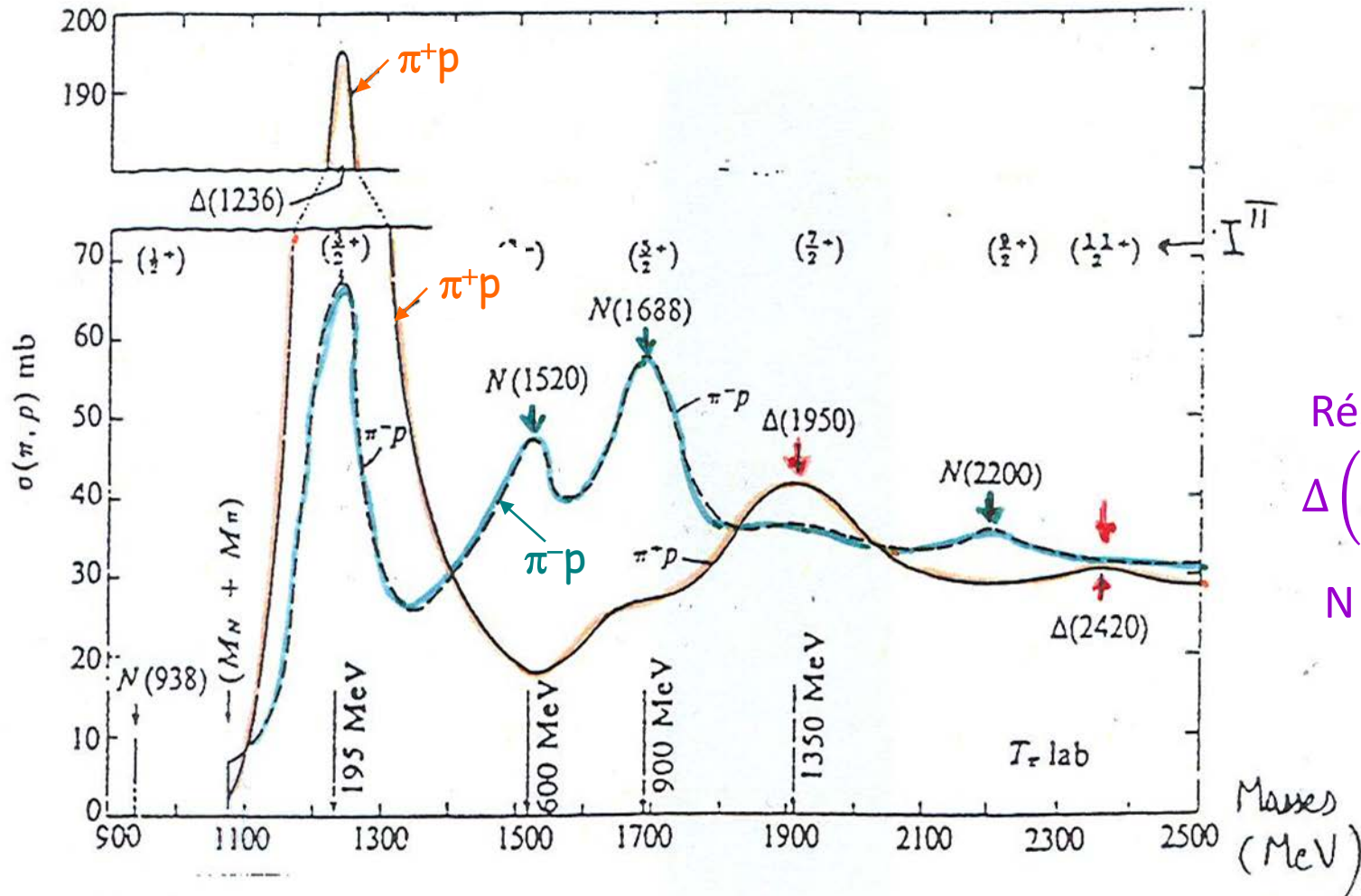


Cette résonance est interprétée comme l'apparition d'une nouvelle particule, le Δ , dont on va étudier les caractéristiques : masse, spin, parité, temps de vie, isospin et section efficace

Cette résonance apparaît dans toutes les diffusions pion-nucléon, elle existe donc sous 4 états de charge, on s'attend donc à 4 états de particules : $\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$

Spectre expérimental

Diffusion (π , N)



Résonances
 $\Delta \left(\vec{T} = \frac{3}{2} \right)$ et
 $N \left(\vec{T} = \frac{1}{2} \right)$

Caractéristiques du Δ

Soit la réaction



Par conservation de l'invariant relativiste, on détermine la masse

$$m_{\Delta}c^2 = 1232 \text{ MeV} \quad (1230 \text{ à } 1234 \text{ MeV dans le PDG 2014})$$

D'après la relation d'incertitude de Heisenberg, la vie moyenne τ de la résonance est reliée à sa largeur naturelle Γ par la relation

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{\hbar c}{\Gamma c}$$

avec $\Gamma \sim 120 \text{ MeV}$, $\hbar c = 197,3 \text{ MeV.fm}$ et $c = 3.10^{23} \text{ fm.s}^{-1}$

Donc $\tau_{\Delta} = 5,5.10^{-24} \text{ s}$

\Rightarrow La particule se désintègre par interaction forte

Moment cinétique total et parité du Δ

Toujours avec la réaction $\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++}$

Expérimentalement, on mesure $\vec{L} = \vec{1}$ (onde p)

Conservation du moment cinétique total

$$\vec{I}_\pi + \vec{I}_p + \vec{L} = \vec{I}_\Delta$$

Pas de moment relatif dans l'état final
car une seule particule

Conservation de la parité par interaction forte

$$\pi_\pi \pi_p (-1)^L = \pi_\Delta$$

Donc
$$I^\pi(\Delta) = \left(\frac{1}{2}\right)^+ \text{ ou } \left(\frac{3}{2}\right)^+$$

Expérimentalement, on a mesuré $\left(\frac{3}{2}\right)^+$

Isospin de la résonance Δ

Rappel : par la diffusion pion-nucléon, il y a production de 6 états d'isospin possibles avec $T = 1/2$ ou $T = 3/2$

Les états associés du système pion-nucléon sont

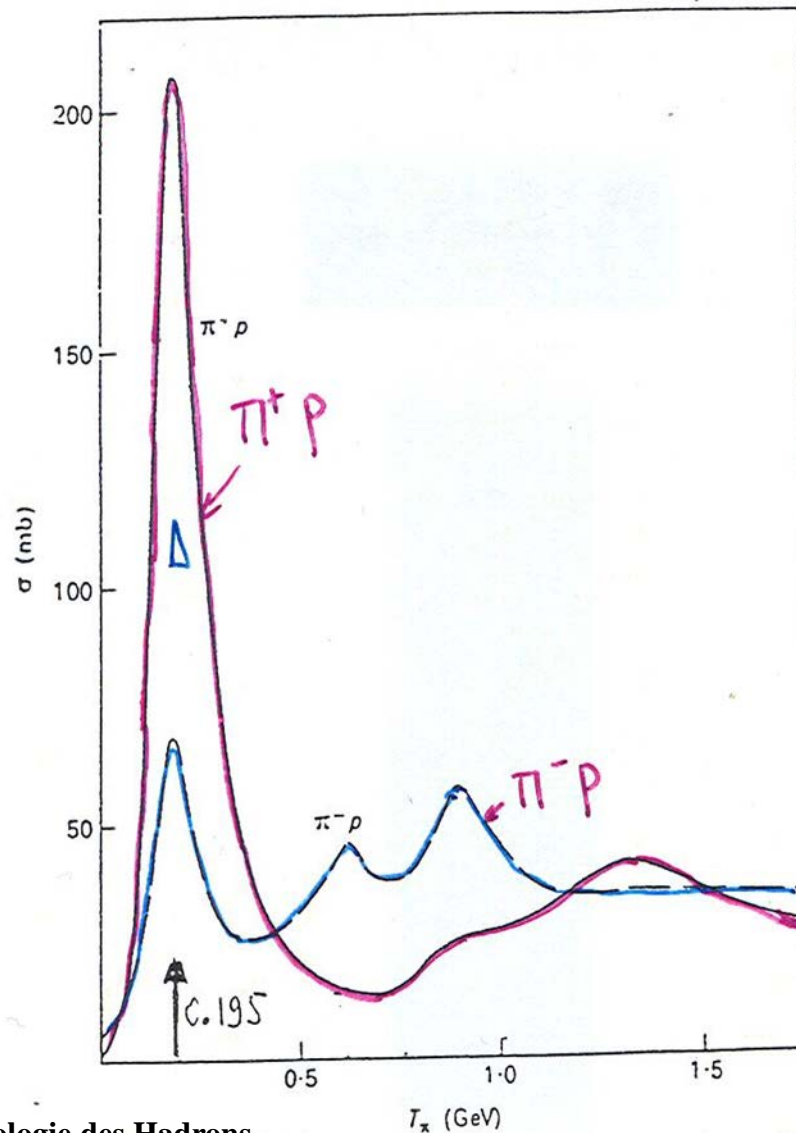
1 x 1/2		3/2			
		+3/2	3/2	1/2	
+1	+1/2	1	+1/2	+1/2	
	+1	-1/2	1/3	2/3	3/2 1/2
	0	+1/2	2/3	-1/3	-1/2 -1/2
			0	-1/2	2/3 1/3
			-1	+1/2	1/3 -2/3
					3/2
					-3/2
				-1	-1/2
					1

$ \pi^+ p\rangle = 3/2 \ 3/2\rangle$	\longrightarrow	$\Delta^{++} = 3/2 \ 3/2\rangle$	$T_3 = 3/2$
$ \pi^0 p\rangle = (2/3)^{1/2} 3/2 \ 1/2\rangle - (1/3)^{1/2} 1/2 \ 1/2\rangle$	\longrightarrow	Δ^+	$T_3 = 1/2$
$ \pi^- p\rangle = (1/3)^{1/2} 3/2 \ -1/2\rangle - (2/3)^{1/2} 1/2 \ -1/2\rangle$	\longrightarrow	Δ^0	$T_3 = -1/2$
$ \pi^+ n\rangle = (1/3)^{1/2} 3/2 \ 1/2\rangle + (2/3)^{1/2} 1/2 \ 1/2\rangle$	\longrightarrow	Δ^+	$T_3 = 1/2$
$ \pi^0 n\rangle = (2/3)^{1/2} 3/2 \ -1/2\rangle + (1/3)^{1/2} 1/2 \ -1/2\rangle$	\longrightarrow	Δ^0	$T_3 = -1/2$
$ \pi^- n\rangle = 3/2 \ -3/2\rangle$	\longrightarrow	$\Delta^- = 3/2 \ -3/2\rangle$	$T_3 = -3/2$

Donc la résonance Δ est une résonance $T = 3/2$, qui existe sous 4 états de charge correspondant aux 4 valeurs de T_3 possibles. Elle est observée dans les 6 réactions.

On voit bien aussi dans ces diffusions les résonances appelées N ($\vec{T} = \frac{1}{2}$) avec 2 états de charge (N^+, N^0) comme le nucléon

En résumé sur le Δ



Δ

$T = 3/2 \rightarrow 4$ états

$$I^\pi = 3/2^+$$

$$mc^2 = 1232 \text{ MeV}$$

$$\Gamma \sim 120 \text{ MeV}$$

$$\tau \sim 5,5 \cdot 10^{-24} \text{ s}$$

Les résonances mésoniques

L'existence de résonances a été observée dans des systèmes constitués uniquement de pions : ce sont les résonances mésoniques.

Comme le Δ , elles sont interprétées comme des particules de durée de vie courte. Ce sont des bosons qui jouent le même rôle que les états du noyau composé dans les réactions nucléaires

Exemple : $\pi^- + p \rightarrow \rho^0 + n$

└ Avec $\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ où ρ^0 est la particule neutre instable jouant le rôle du noyau composé

Quelques exemples de résonances mésoniques (source PDG 2014)

Particule	Système résonant	Masse (MeV)	Largeur (MeV)	Etats de charge	T	I_π
ρ	2π	775	149	$\rho^+ \rho^0 \rho^-$	1	1^-
f_2	2π	1275	185	f_2^0	0	2^+
η	3π	548	0.0013	η^0	0	0^-
ω	3π	782	8.49	ω^0	0	1^-

↑ Désintégration par Int. forte

Les particules étranges

Historique

Les particules étranges

A la fin des années 40, découverte d'une nouvelle variété de mésons lourds (les mésons K) et de baryons (les hypérons), étudiés en détail dans les années 50 avec les nouveaux synchrotrons (le cosmotron de 3 GeV à Brookhaven National Lab et le Bevatron de 6 GeV à Berkeley)

Propriétés observées pour ces particules

- Production abondante dans les collisions proton-nucléon et pion-nucléon
- Sections efficaces de production typiques des interactions fortes ($\sigma > 1 \text{ mb}$)
- Production par paires de ces nouvelles particules
exemples : $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$; $K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+$
- Ces particules se désintègrent en particules plus légères, avec des durées de vie moyennes entre 10^{-8} et 10^{-10} s, comme on l'attend pour des décroissances par interaction faible

→ propriétés inattendues : on les a appelées des particules étranges



Observation des particules étranges (en forme de V)

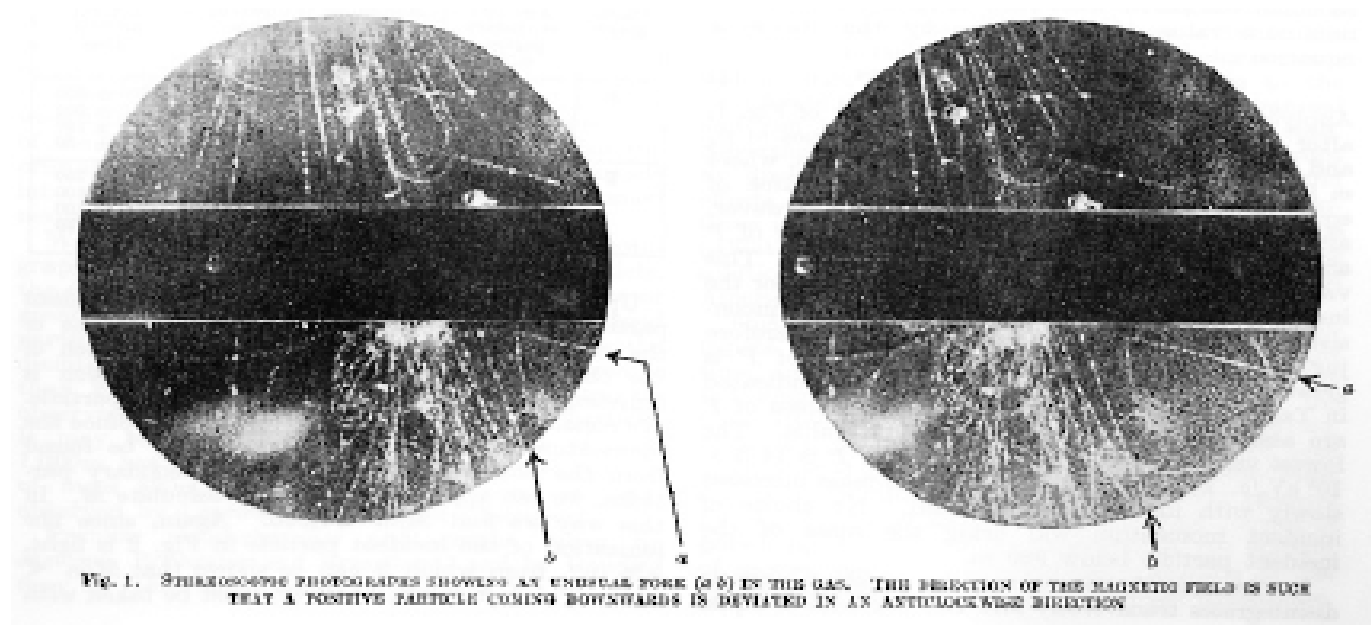


Figure 3 : Le premier événement V^0 observé dans la chambre à brouillard de Blackett le 15 octobre 1946 par G. Rochester et C. Butler. Il s'agit probablement d'un K^0 provenant de la gerbe hadronique créée par l'interaction d'un rayon cosmique au-dessus de la chambre. Les deux particules chargées originaires du vertex sont caractéristiques de la désintégration $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$.

Production, désintégration, étrangeté

Le comportement des particules étranges a été expliqué en observant leur production par paires, suggérant l'existence d'une nouvelle loi de conservation. Cette loi de conservation serait satisfaite par l'interaction forte responsable de la production des particules étranges, et elle serait violée par l'interaction faible responsable de leur désintégration

→ Invention d'un nouveau nombre quantique additif, l'étrangeté (strangeness, s) par Gell-Mann, Nakano, Nishijima, en 1963

→ conservé dans les processus d'interaction forte
$$\sum_i s_i = \sum_f s_f$$

→ non conservé dans les processus d'interaction faible
$$\sum_i s_i \neq \sum_f s_f$$

Quelques exemples de valeurs d'étrangeté données à ces particules

$s = +1 : K^+, K^0$; $s = -1 : \Lambda, \Sigma^\pm, \Sigma^0$; $s = -2 : \Xi^0, \Xi^-$ et étrangeté opposée $-s$ pour les antiparticules correspondantes

$s = 0$: pour les autres particules comme les nucléons ou les pions

Les particules étranges

On distingue deux familles

Les mésons étranges, qui sont des bosons, de spin = 0

$$mc^2(K^\pm) = 493,7 \text{ MeV}, mc^2(K^0) = 497,7 \text{ MeV}$$

Les baryons étranges, ou hypérons, qui sont des fermions de spin = 1/2 :

$$mc^2(\Lambda^0) = 1115,7 \text{ MeV}, mc^2(\Sigma^\pm) = 1189,4 \text{ MeV}$$

$$mc^2(\Xi^0) = 1314,8 \text{ MeV}, mc^2(\Xi^-) = 1321,3 \text{ MeV}$$

Exemples de modes de désintégration

$$K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 ; K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^- ; K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0 ; K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- ; K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 ; \dots$$

$$\Lambda^0 \rightarrow p \pi^- ; \Lambda \rightarrow n \pi^0 ; \Sigma^+ \rightarrow p \pi^0 ; \Sigma^+ \rightarrow n \pi^+ \dots$$

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda \pi^- ; \Xi^0 \rightarrow \Lambda \pi^0$$

Observations

Méson étrange K^- stoppé dans de l'hydrogène liquide

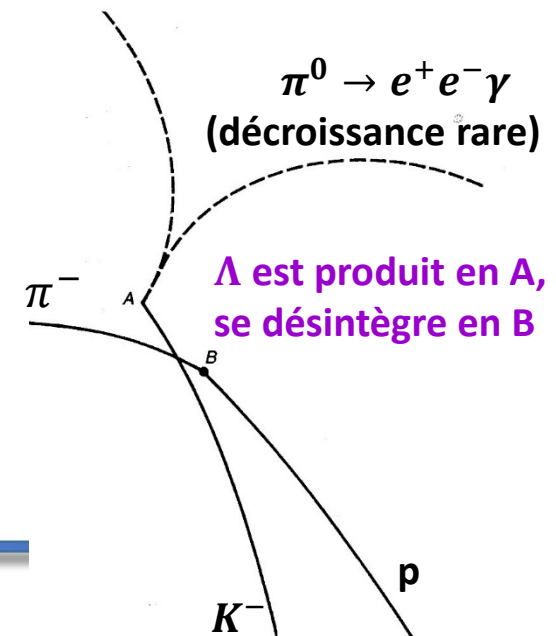
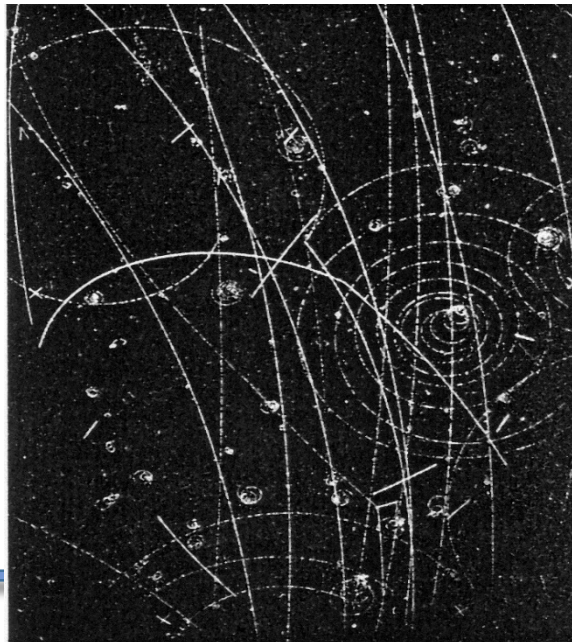
$$K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$$

(conservation de l'étrangeté)

suivi de la décroissance

$$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$$

(violation de l'étrangeté)



Il a été établi ultérieurement que le nombre quantique appelé étrangeté (s pour strangeness), qui venait d'être défini pour les hadrons étranges (mésons ou hyperons), était en fait **lié à la composition en quarks de ces hadrons, qui tous contiennent au moins un quark s ou un antiquark \bar{s} .**

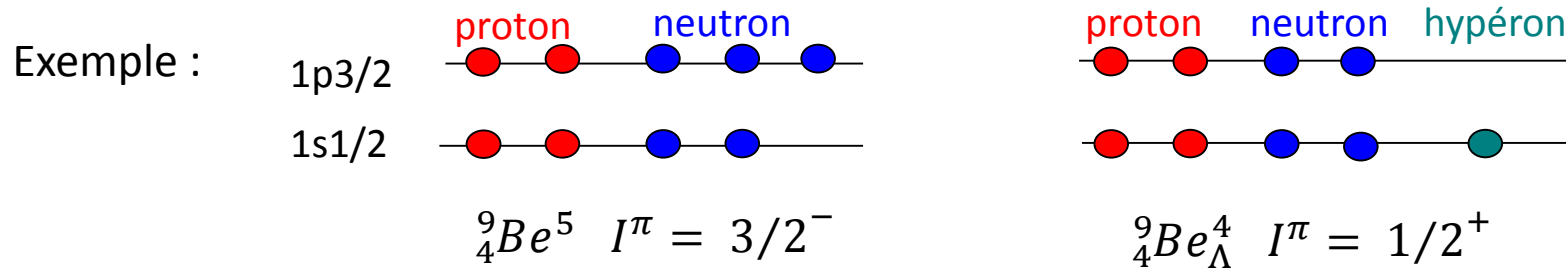
C'est le quark étrange s (ou l'antiquark associé) qui porte la saveur s .

méson	B	T	T ₃	S	I	π
K^+	0	1/2	+1/2	+1	0	-1
K^0	0	1/2	-1/2	+1	0	-1
K^-	0	1/2	-1/2	-1	0	-1
\bar{K}^0	0	1/2	+1/2	-1	0	-1

hyperons	B	T	T ₃	S	I	π
Λ^0	1	0	0	-1	1/2	+
Σ^+	1	1	+1	-1	1/2	+
Σ^0	1	1	0	-1	1/2	+
Σ^-	1	1	-1	-1	1/2	+
Ξ^0	1	1/2	+1/2	-2	1/2	+
Ξ^-	1	1/2	-1/2	-2	1/2	+
Ω^-	1	0	0	-3	3/2	+

Les hypernoyaux

Définition : Un hypernoyau est un noyau au sein duquel un hypéron Λ remplace un neutron



Réaction de production : $K^- + {}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^9_4\text{Be}_\Lambda + \pi^-$

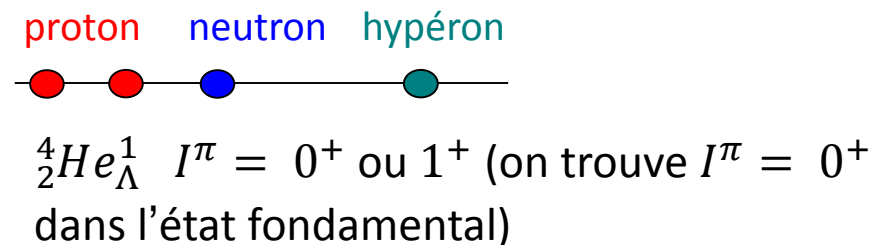
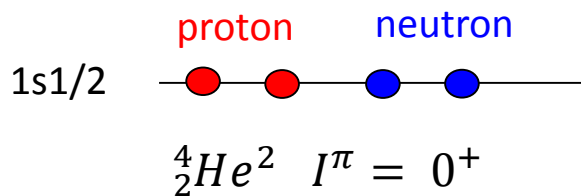
Généralisation : ${}^A_Z X^N (K^-, \pi^-) {}^A_Z X_\Lambda^{N-1}$

Les hypernoyaux sont instables et se désintègrent en redonnant le noyau initial

L'étude de ces hypernoyaux a permis la détermination expérimentale de la parité des mésons K.



On connaît $I^\pi(\pi) = 0^-$ et $\vec{I}(K) = \vec{0}$



L'expérience est réalisée dans l'état fondamental, et la capture du Λ pour former l'hypernoyau se fait dans l'état s (on a donc $\vec{L}_f = \vec{0}$)

Conservation du moment cinétique total et de la parité

$$\left. \begin{aligned} \vec{I}_K + \vec{I}_{\text{He}} + \vec{L}_i &= \vec{I}_{\text{He}_\Lambda} + \vec{I}_\pi + \vec{L}_f \\ \vec{0} + \vec{0} + \vec{L}_i &= \vec{0} + \vec{0} + \vec{L}_f \end{aligned} \right\} L_i = L_f = 0$$

$$\pi_K \pi_{\text{He}} (-1)^{L_i} = \pi_{\text{He}_\Lambda} \pi_\pi (-1)^{L_f}$$

D'où la parité du méson étrange K^- : $\pi_K = -1$

Les quarkonia

Les « quarkonia »

Les états hadroniques constitués d'un quark et d'un antiquark de même saveurs lourdes (c , b et t) sont appelés quarkonia (charmonium, bottomonium), par analogie avec les états du positronium e^+e^- constitués d'un électron et d'un positron.

Le charmonium $c\bar{c}$

Les états liés $c\bar{c}$ du charmonium ont pu être identifiés expérimentalement en observant la matérialisation de photons virtuels créés par annihilation e^+e^- à des énergies de l'ordre de 4 GeV dans le centre de masse des collisions e^+e^- . Tous les états ainsi produits ont les nombres quantiques du photon, avec $I^\pi = 1^-$. Tout comme pour le positronium, les niveaux d'énergie des états liés sont calculés à partir de l'équation de Schrödinger non-relativiste (l'approximation non-relativiste est suffisante lorsqu'on traite de quarks de saveur lourde).



Le charmonium $c\bar{c}$

1974

Découverte du J/ψ , simultanément à SLAC et à Brookhaven

→ introduction du quark c

- à SLAC

$e^+e^- \rightarrow \psi \rightarrow \text{hadrons}$

- à Brookhaven

$p + p \rightarrow J + X$ avec $J \rightarrow e^+e^-$

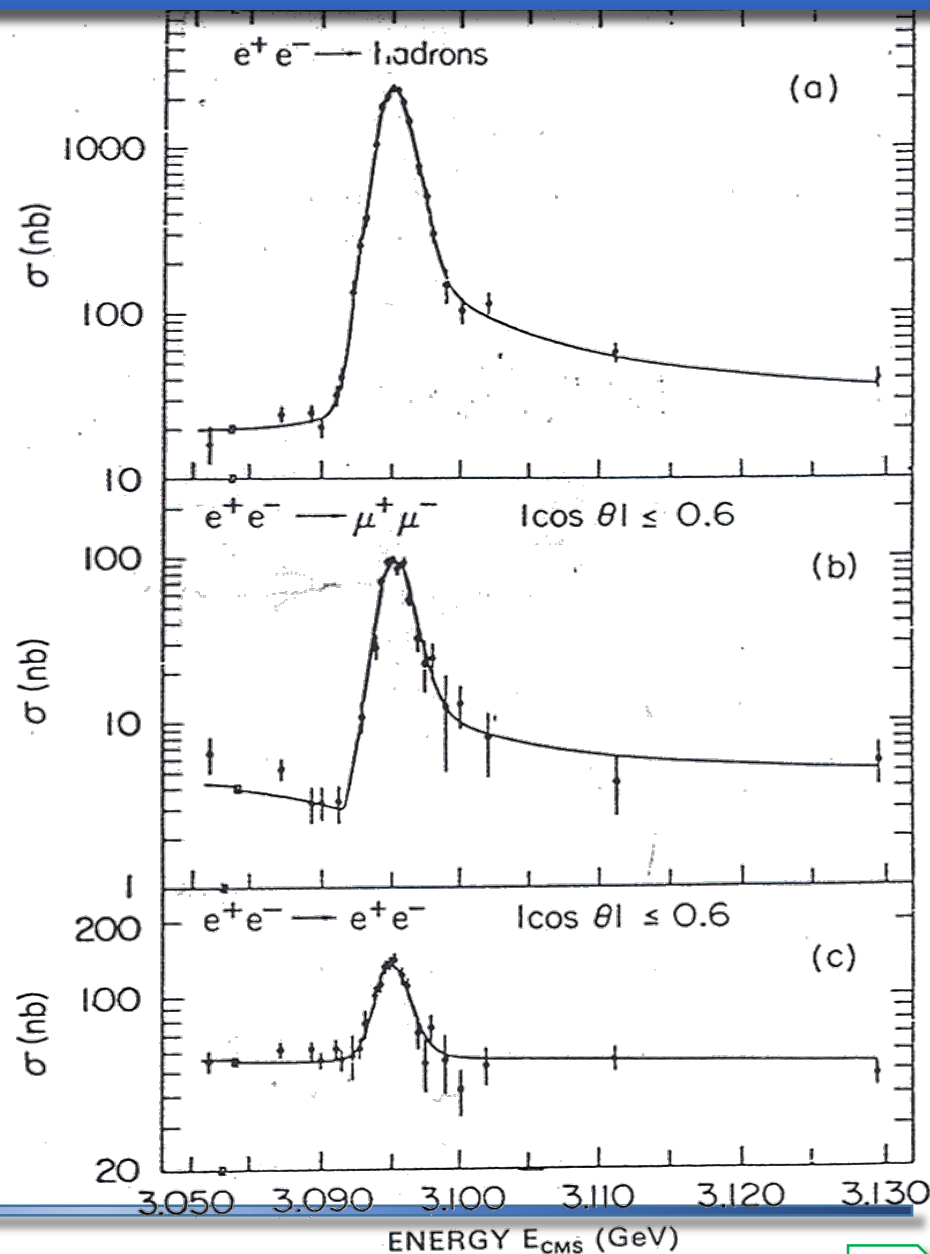
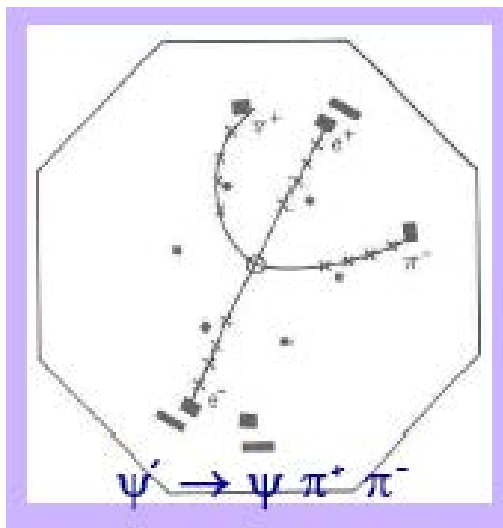
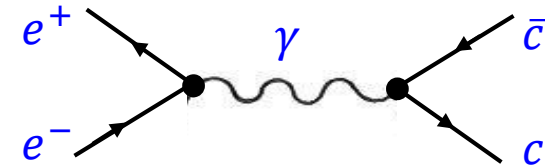


Figure 5.9 Results of Augustin *et al.* (1974) showing the observation of the ψ/J resonance of mass 3.1 GeV, produced in e^+e^- annihilation at the SPEAR storage ring, SLAC.

Le charmonium $c\bar{c}$

$e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow c\bar{c} \rightarrow \text{hadrons}$ ou e^+e^- ou $\mu^+\mu^-$

$$m_D c^2 = 1869,6 \text{ MeV} \rightarrow 2 m_D c^2 = 3739,2 \text{ MeV}$$



Masse (MeV)	J^P	Isospin	Largeur (MeV)	Vie moyenne (s)	Désintégrations principales
J/Ψ (1S) 3096.9±0.01	1^-	0	0.0910 ± 0.0032	$7.2 \cdot 10^{-21}$	hadrons 87.7% e^+e^- 5.93% $\mu^+\mu^-$ 5.88%
$\Psi' \equiv \Psi(2S)$ 3686.1±0.03	1^-	0	0.281 ± 0.017	$2.3 \cdot 10^{-21}$	hadrons 97.9% e^+e^- 0.76% $\mu^+\mu^-$ 0.73%
Ψ'' 3770	1^-	0	23.6 ± 2.7	$2.8 \cdot 10^{-23}$	$D\bar{D}$ dominant
Ψ 4040	1^-	0	52 ± 10	$1.3 \cdot 10^{-23}$	
Ψ 4159	1^-	0	78 ± 20	$8.4 \cdot 10^{-24}$	
Ψ 4415	1^-	0	43 ± 20	$1.5 \cdot 10^{-23}$	

Le charmonium $c\bar{c}$

quark	I	Q/e	B	T	T ₃	c	π
c	1/2	2/3	1/3	0	0	1	1
\bar{c}	1/2	-2/3	-1/3	0	0	-1	-1
$c\bar{c}$	1	0	0	0	0	0	-1

La règle de Zweig (ou règle OZI) explique les largeurs observées

$$e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow c\bar{c} \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$$

Avec $\pi^0(u\bar{u}), \pi^+(u\bar{d}), \pi^-(\bar{u}d)$

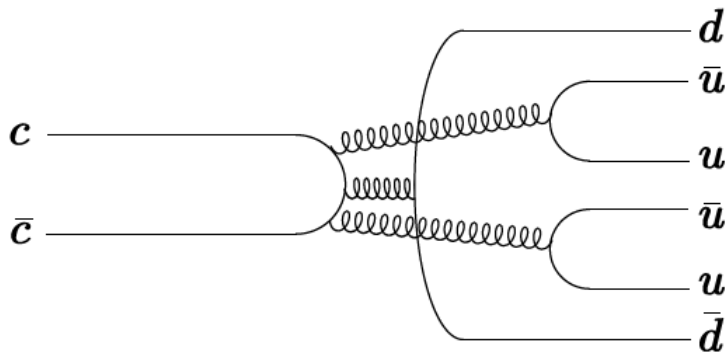


Diagramme "supprimé" (avec un rapport de branchement plus petit qu'attendu)

Par contre, $\psi''(3770 \text{ MeV}) \rightarrow D\bar{D}$

$$\psi(4040 \text{ MeV}) \rightarrow D\bar{D}$$

$$\psi(4159 \text{ MeV}) \rightarrow D\bar{D}$$

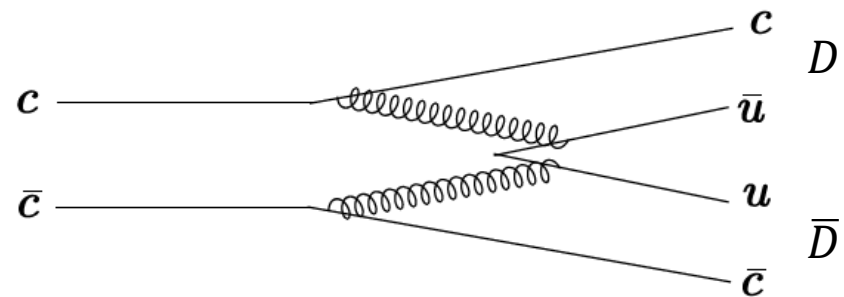
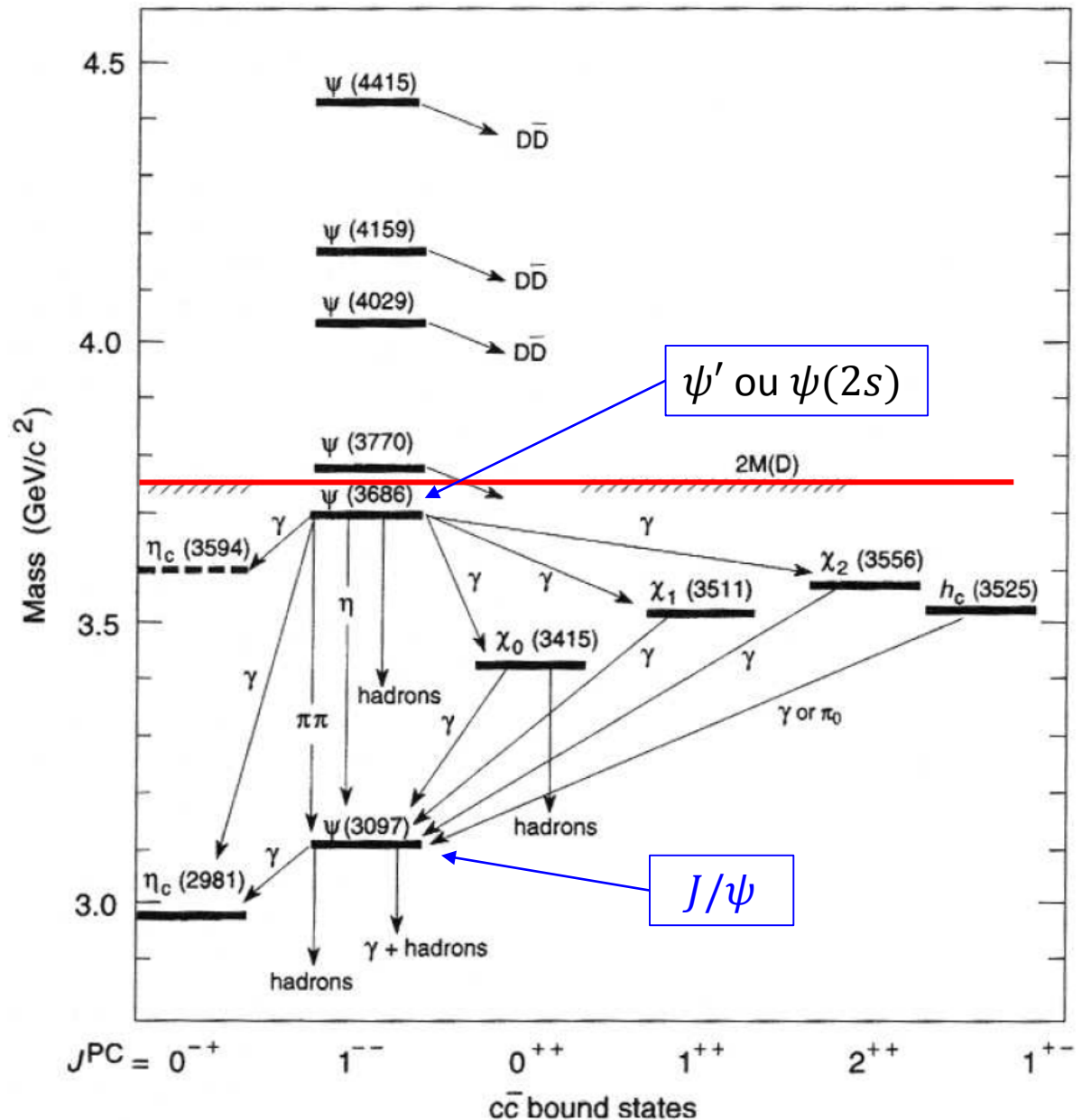


Diagramme énergétiquement interdit pour J/ψ et aussi le ψ'

Le charmonium $c\bar{c}$

Les résonances s'appellent les résonances Psi (ψ)

On observe un seuil de production des mésons D par désintégration des résonances ψ

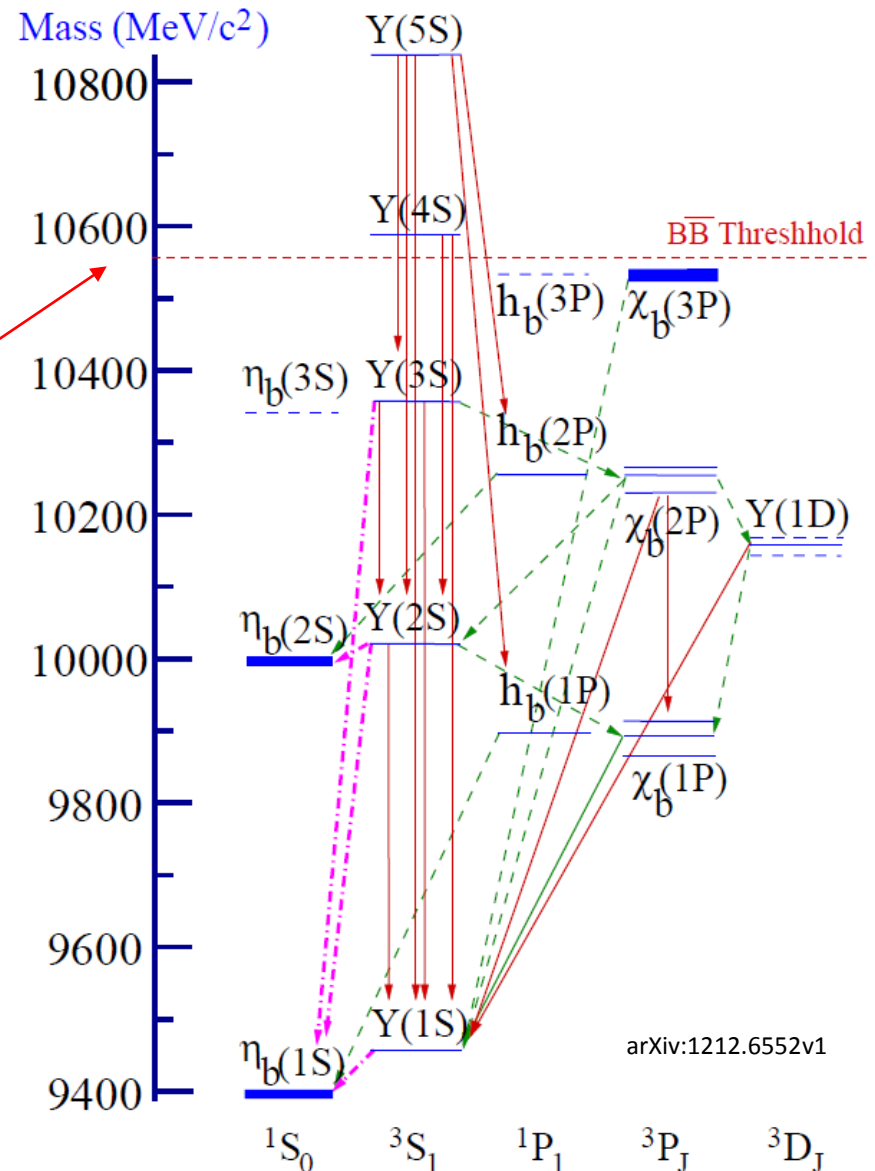


Le bottomonium $b\bar{b}$

Les résonances associées au quark b s'appellent les résonances Upsilon Υ

Là encore, on observe un seuil de production des mésons B par désintégration des résonances Υ

Le toponium $t\bar{t}$ n'a jamais été observé, on s'attend à ce que les états liés associés soient de durée de vie trop brève pour être mis en évidence du fait de la masse élevée du quark top



Liens avec la recherche

Les motivations contemporaines pour la recherche des hypernoyaux sont les suivantes :

- ils sont prédits au coeur des étoiles à neutrons (la matière nucléaire étrange apparaît à haute densité)
- pourrait permettre d'étudier le rôle de l'étrangeté dans les interactions entre les baryons du noyau
- pourrait permettre d'étudier la stabilité de l'édifice nucléaire en fonction du nombre d'hyperons : on essaye d'explorer la carte des noyaux en rajoutant l'axe d'étrangeté

Développement de l'accélérateur J-parc pour l'étude des hypernoyaux, notamment par la spectroscopie gamma

- J-parc est un très bel exemple d'accélérateur qui va démarrer pour étudier à la fois physique nucléaire (hypernoyaux), physique des particules (violation de CP) et physique des neutrinos
(voir <http://j-parc.jp/en/AccSci.html> pour en savoir plus).



Précision sur les notations utilisées dans ce cours :

Dans ce cours on utilise les notations de la physique nucléaire :

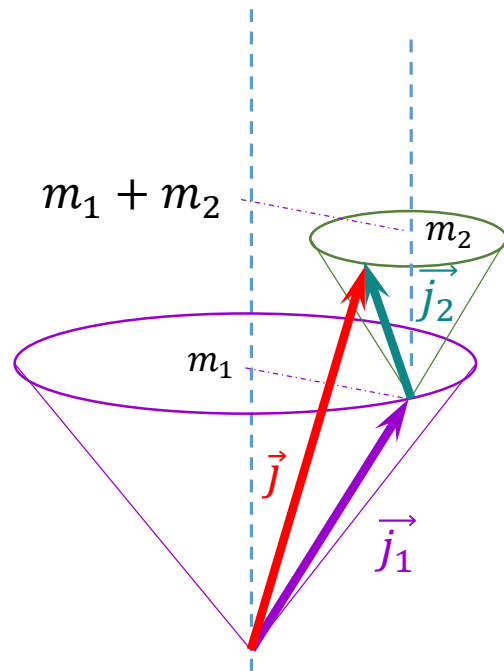
Le spin est noté \vec{I} et l'isospin \vec{T}

En physique des particules on utilise la notation suivante :

Pour le spin \vec{J} et l'isospin \vec{I}

Considérons 2 états de moment cinétique $|j_1, m_1\rangle$ et $|j_2, m_2\rangle$ quel est le moment angulaire total résultant de l'addition $\vec{j}_1 + \vec{j}_2$?

Ceci peut correspondre par exemple à l'addition du moment orbital \vec{L} et du spin \vec{S} d'un électron dans un atome d'hydrogène. On peut aussi imaginer l'addition des spins de 2 quarks dans un méson : $\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$.



En mécanique quantique on n'a pas accès simultanément aux 3 composantes de \vec{j}_i , on doit travailler avec une composante et l'amplitude. La question est donc, si l'on combine les 2 états $|j_1, m_1\rangle$ et $|j_2, m_2\rangle$, quel état $|j, m\rangle$ obtient-on ?

La composante suivant z s'additionne simplement $m = m_1 + m_2$ mais l'amplitude non. Elle dépend de l'orientation relative de \vec{j}_1 et \vec{j}_2 .

Introduction to elementary particles – D. Griffiths (chap 4)

La valeur de j va varier de : $j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, (j_1 + j_2) - 1, (j_1 + j_2)$

Ex : pour une particule de spin 1 dans un état de moment orbital $l = 3$, on aura :
 $j = 2$ ($J^2 = 6\hbar^2$) ou $j = 3$ ($J^2 = 12\hbar^2$) ou $j = 4$ ($J^2 = 20\hbar^2$)

Pour additionner 3 moments cinétiques, on commence à en additionner 2, puis on ajoute ensuite le 3^{ème} en suivant la règle ci-dessus.

Ex : addition de 3 quarks de spin $1/2$:

- L'addition de 2 quarks donne : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ et $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$
- On ajoute le 3^{ème} et on obtient :
 - $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ et $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
 - $0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

On peut souhaiter connaître la décomposition de l'état $|j_1, m_1\rangle|j_2, m_2\rangle$ dans un état spécifique de moment cinétique total $|j, m\rangle$ ou, à l'inverse, connaître $|j, m\rangle$ en fonction des états $|j_1, m_1\rangle|j_2, m_2\rangle$. Ces décompositions sont données par les relations :

$$|j_1, m_1\rangle|j_2, m_2\rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{(j_1+j_2)} C_{mm_1m_2}^{jj_1j_2} |jm\rangle$$

ou

$$|j, m\rangle = \sum_{j_1j_2} C_{mm_1m_2}^{jj_1j_2} |j_1, m_1\rangle|j_2, m_2\rangle$$

avec $m = m_1 + m_2$

Les $C_{mm_1m_2}^{jj_1j_2}$ sont les coefficients de Clebsh-Gordan

Tableau des coefficients de Clebsh-Gordan

On ne donne ci-dessous que les coefficients de Clebsh-Gordan utilisables en TD. Tous les coefficients C donnés dans cette table doivent être lus comme \sqrt{C} .

Annexe TD

Tableau des coefficients de Clebsh-Gordan
Note : Les coefficients ont tous une racine $\sqrt{}$

Notation

j1	j2	J	J	...
		m	m	...
m1	m2	Coefficients		
⋮	⋮			

1/2 x 1/2		1			
		1	1	0	
+1/2	+1/2	1	0	0	
+1/2	-1/2	1/2	1/2	1	
-1/2	+1/2	1/2	-1/2	-1	
		-1/2	-1/2	1	

1 x 1/2		3/2				
		+3/2	3/2	1/2		
+1	+1/2	1	+1/2	+1/2		
	+1	-1/2	1/3	2/3	3/2	1/2
	0	+1/2	2/3	-1/3	-1/2	-1/2
			0	-1/2	2/3	1/3
			-1	+1/2	1/3	-2/3
					-1	-1/2
						1

Par exemple, le coefficient correspondant à $j_1 = 1, j_2 = 1/2, m_1 = 1, m_2 = -1/2, J = 3/2, M = 1/2$ vaut :

$$\langle 1 \frac{1}{2} \ 1 \ -\frac{1}{2} | \frac{3}{2} \ \frac{1}{2} \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Rappel : addition de moments cinétiques

Exemple : nous avons vu que deux spins $\frac{1}{2}$ se combinent pour donner un spin 1 et un spin 0.

En consultant la table des coefficients de CG on a :

$$|j_1, m_1\rangle |j_2, m_2\rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{(j_1+j_2)} C_{mm_1m_2}^{jj_1j_2} |jm\rangle$$

$$\left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle = |1 \ 1\rangle$$

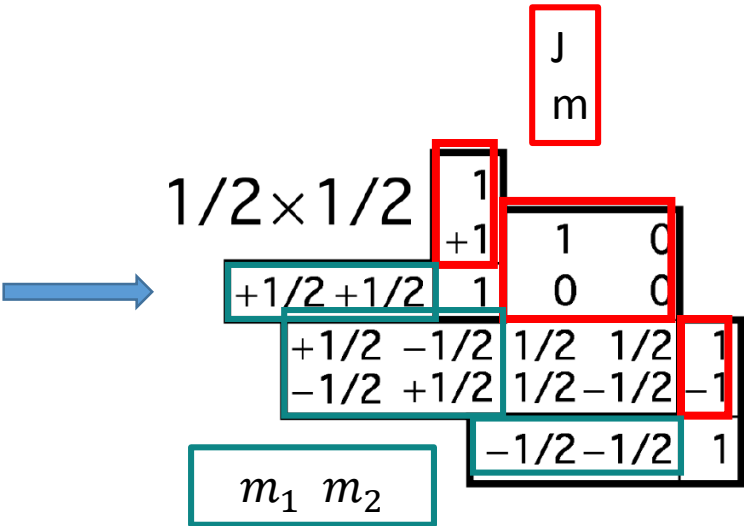
$$\left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |1 \ 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |0 \ 0\rangle$$

$$\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |1 \ 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |0 \ 0\rangle$$

$$\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right\rangle = |1 \ -1\rangle$$

Donc l'état de spin 1 sera :

$$\begin{cases} |1 \ 1\rangle = \left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle \\ |1 \ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right\rangle + \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle \right) \\ |1 \ -1\rangle = \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right\rangle \end{cases}$$



Et l'état de spin 0 sera :

$$|0 \ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right\rangle - \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle \right)$$

En fait comme les coefficients de CG se lisent dans les 2 sens, on pouvait directement écrire :

$$|j, m\rangle = \sum_{j_1 j_2} C_{mm_1 m_2}^{jj_1 j_2} |j_1, m_1\rangle |j_2, m_2\rangle$$

L'état de spin 1 sera :

$$\begin{cases} |1\ 1\rangle = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \\ |1\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle + \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right) \\ |1\ -1\rangle = \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle \end{cases}$$

Diagram illustrating the addition of two spin-1/2 particles. The table shows the Clebsch-Gordan coefficients for the addition of two spin-1/2 particles to form a total spin J.

Labels:

- Top right: J (total spin), m (magnetic quantum number)
- Bottom left: m_1 , m_2 (individual magnetic quantum numbers)

Table structure (rows represent J, m states, columns represent m_1, m_2 states):

J, m	$m_1 = 1/2, m_2 = 1/2$	$m_1 = 1/2, m_2 = -1/2$	$m_1 = -1/2, m_2 = 1/2$	$m_1 = -1/2, m_2 = -1/2$
$1, 1$	1	0	0	0
$1, 0$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	0	0
$1, -1$	0	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	0
$0, 0$	0	$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	0

Et l'état de spin 0 sera :

$$|0\ 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle - \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \right)$$