

Processus Nucléaires Dynamiques

Δυναμικές

Sections efficaces Dimensions des noyaux

Expériences de diffusion de particules chargées

→ permet la mesure expérimentale des distributions volumiques caractéristiques du noyau.

La diffusion élastique des particules α a permis à Rutherford de mettre en évidence pour la première fois la structure de l'atome, en cernant l'extension spatiale du noyau \Rightarrow première preuve expérimentale de l'existence du noyau et base expérimentale du modèle atomique de Niels Bohr.

Par la suite, la diffusion élastique d'électrons (leptons) de grande énergie a été utilisée pour sonder l'intérieur du noyau et mesurer sa densité de charge électrique et magnétique.

Sections efficaces → Rappel des formules utiles

- Nombre de noyaux produits par unité de temps

$$dn_{\text{prod}} = \phi (N e) \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \phi \frac{N_A (pe)}{A} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$

$$\Rightarrow n_{\text{prod}} = \phi \frac{N_A (pe)}{A} \sigma_T$$

$d\Omega$ = angle solide sous lequel est vu le détecteur = S/d^2

(pe) = densité surfacique ou « épaisseur » en g/cm^2

- Nombre de particules dans le faisceau par unité de temps

$$\phi = \frac{I}{Z_p q}$$

avec

I = intensité du faisceau en Ampère

Z_p = Nombre de charge du projectile

q = charge élémentaire = $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

- Section efficace totale

$$\sigma_T = \int_{d\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta \sin\theta d\theta = 2\pi \int_0^\pi \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta \sin\theta d\theta$$

Diffusion de Rutherford

Diffusion de Rutherford = diffusion élastique de particules α (de charge ze) par un noyau lourd (de charge Ze)

- on suppose que seules l'interaction coulombienne intervient
- énergie mécanique E et moment cinétique orbital L sont conservés



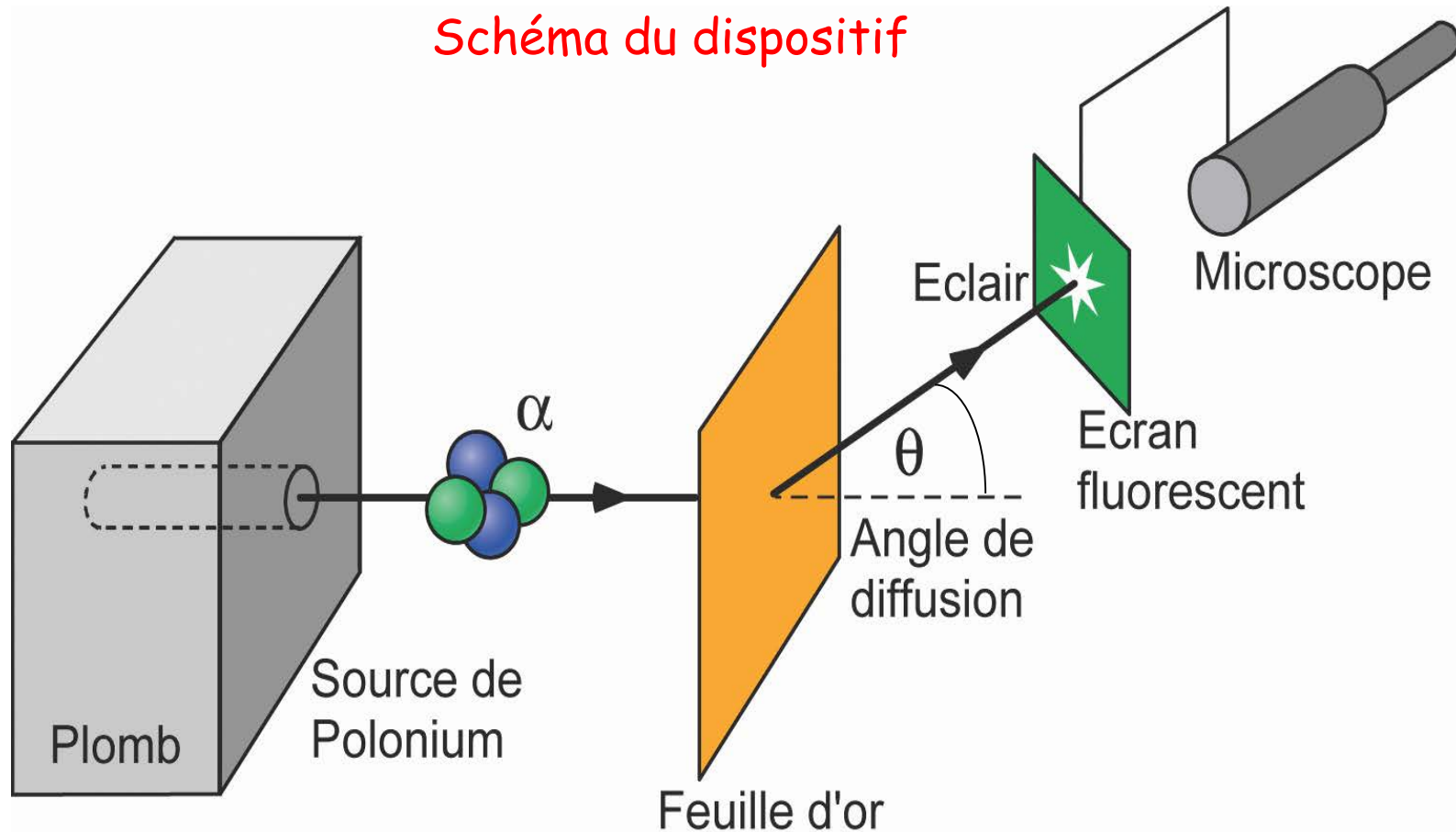
Hypothèses :

- $m_{\alpha} \gg m_e \Rightarrow$ les électrons de la cible n'interagissent pas sur la trajectoire des particules α
- la cible est très lourde par rapport à la particule α , donc recule peu dans la collision \Rightarrow la mécanique classique est valide
- on considère cible et particules incidentes comme ponctuelles
 - \Rightarrow il existe entre elles l'interaction coulombienne $U(r)$, avec r la distance entre les 2 noyaux

$$U(r) = \frac{Z z e^2}{4 \pi \epsilon_0 r} \quad \text{Diffusion coulombienne}$$

Diffusion de Rutherford = diffusion élastique de particules α (de charge ze) par un noyau lourd (de charge Ze)

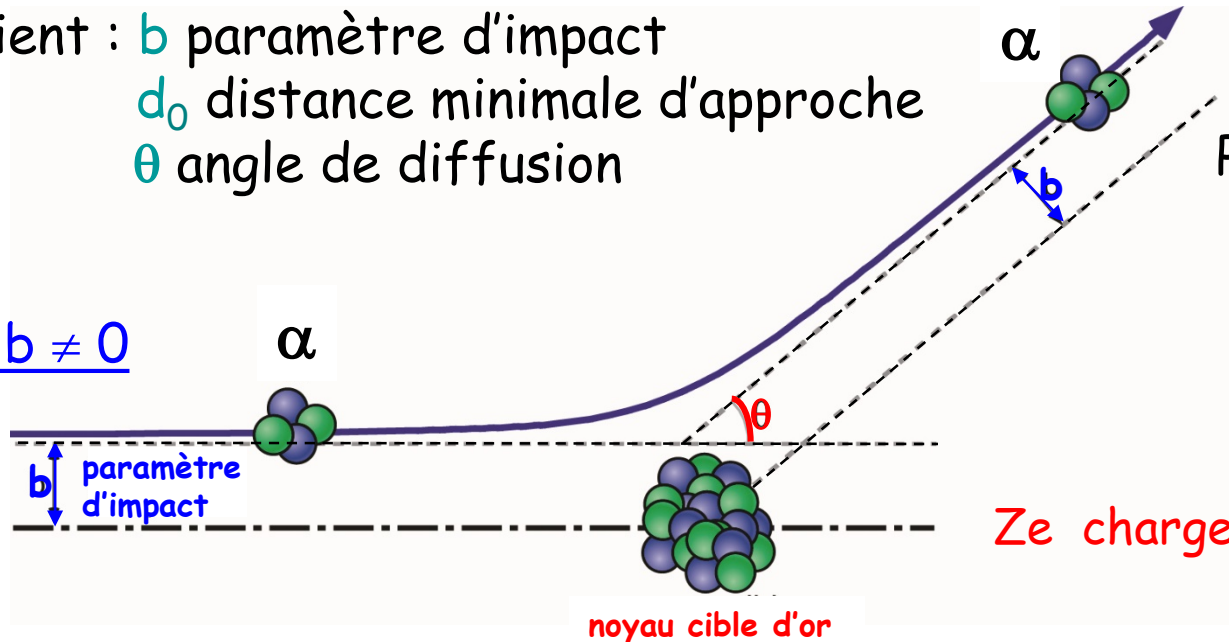
Schéma du dispositif



Diffusion de Rutherford = diffusion élastique de particules α (de charge ze) par un noyau lourd (de charge Ze)

Soient : b paramètre d'impact
 d_0 distance minimale d'approche
 θ angle de diffusion

Si $b \neq 0$

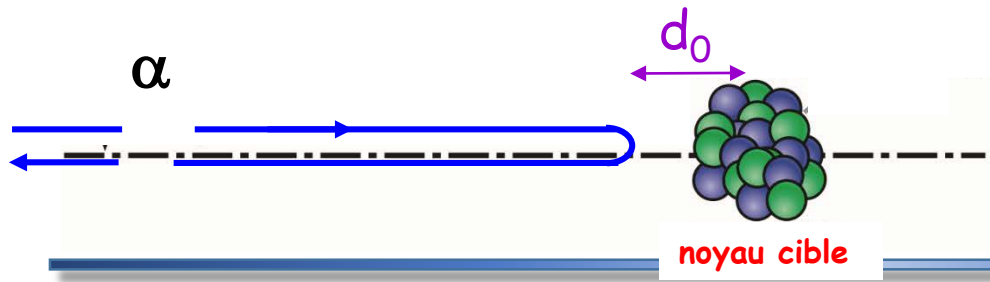


Particule α incidente
 m masse
 v vitesse
 T énergie cinétique
 ze charge

Ze charge de la cible

Si $b = 0$

d_0 est la distance minimale d'approche pour $b = 0$



Ze charge de la cible

Diffusion de Rutherford = diffusion élastique de particules α (de charge ze) par un noyau lourd (de charge Ze)

Au point de rebroussement on a égalité entre énergie cinétique et énergie coulombienne : $T = mv^2/2 = U$, d'où

$$d_0 = \frac{Z z e^2}{4 \pi \epsilon_0 T_\alpha}$$

Pour tout processus de collision, coulombien ou non, il va exister une relation entre b , d_0 et θ .

En utilisant les lois de conservation du moment cinétique et de l'énergie, et en considérant une trajectoire hyperbolique, on obtient (voir cours de mécanique) :

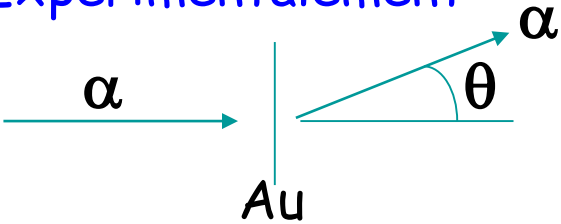
$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{d_0}{2b} \quad \text{et} \quad \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{point}} = \frac{d_0^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

On calcule d_0 , on mesure θ et on en déduit b . Quand $b \nearrow$, $\theta \searrow$

Section efficace différentielle de Rutherford

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{point}} = \frac{d_0^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad \text{avec} \quad d_0 = \frac{Z z e^2}{4 \pi \epsilon_0 T_\alpha} \quad \left(\text{et } \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0} = 1.44 \text{ MeV.fm}\right)$$

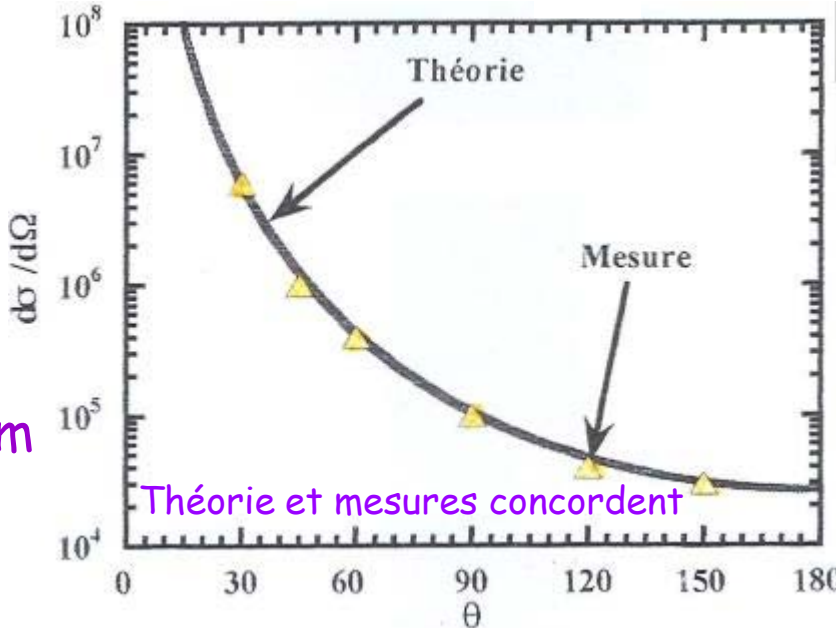
Expérimentalement



$$\begin{cases} T_\alpha = 5 \text{ MeV} \\ d_0 \sim 45 \text{ fm} \end{cases}$$



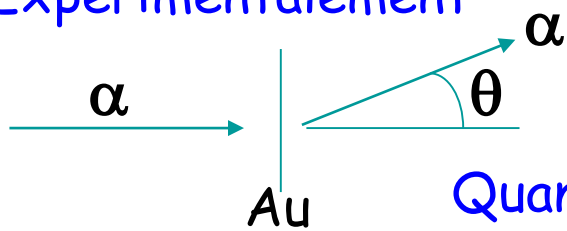
- Noyaux ponctuels
- Taille noyau < 45 fm



Section efficace différentielle de Rutherford

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{point}} = \frac{d_0^2}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad \text{avec} \quad d_0 = \frac{Z z e^2}{4 \pi \epsilon_0 T_\alpha} \quad \left(\text{et } \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0} = 1.44 \text{ MeV.fm}\right)$$

Expérimentalement

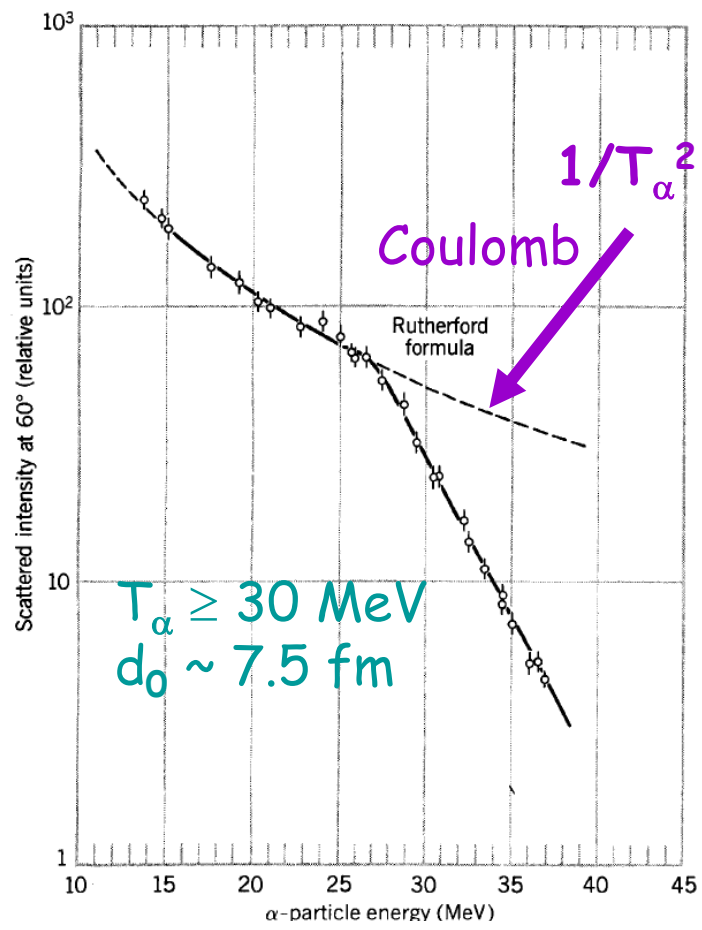


Quand on augmente T_α
Avec θ fixe ($\theta = 60^\circ$),

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta = 60^\circ} = d_0^2 \sim \frac{2 Z^2 z^2}{T_\alpha^2}$$

On observe déviation / à la loi de Coulomb
au-delà de 30 MeV

⇒ Noyau ~ nuage de nucléons pour
distances < 7.5 fm



Section efficace différentielle de Rutherford

Cas de la diffusion de Rutherford : section efficace totale.

Pour un angle $\theta \in [0, \pi]$, l'intégrale sur θ qui permet d'obtenir la section efficace totale à partir de la section efficace différentielle, tend vers l'infini car on a une divergence en $\theta = 0$.

Même conclusion quand l'intégration se fait sur les bornes de b entre 0 et b_{\max} .

\Rightarrow on en déduit que la portée de l'interaction électromagnétique est infinie.

Barrière coulombienne

On considère deux noyaux chargés entrant en collision.

Pour la particule incidente, supposée ponctuelle :

- il y a d'abord l'effet du potentiel répulsif

Diffusion coulombienne
$$U(r) = \frac{Z z e^2}{4 \pi \epsilon_0 r}$$

- puis brutalement l'effet d'un potentiel violemment attractif
→ schématisé par un **puit profond abrupt** qui représente l'effet du potentiel d'interaction nucléaire

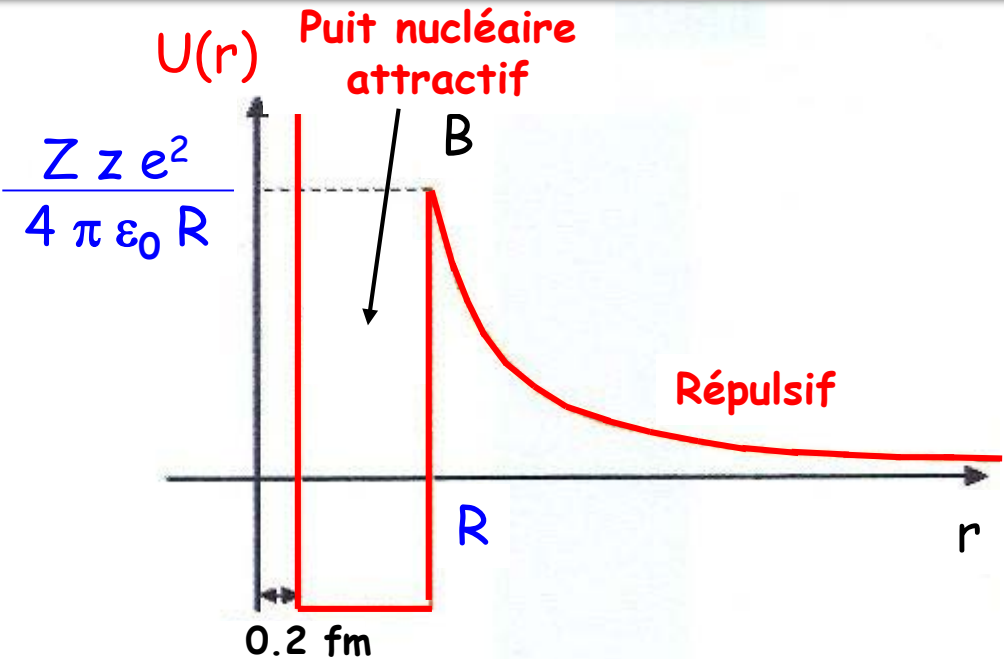
L'interaction forte se manifeste lorsque les deux noyaux sont en contact, à la **distance R l'un de l'autre** (portée de l'IF ~ 1.5 fm)

$$\rightarrow R = r_1 + r_2$$

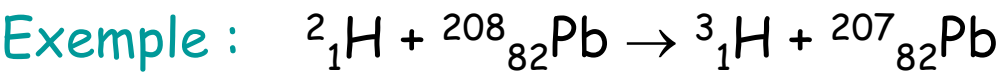
Barrière coulombienne

Evolution du potentiel en fonction de la distance r entre les deux particules

- classiquement → mur
- en quantique → la barrière peut transmettre **par effet tunnel**



Valeur maximale de la barrière B quand $r = R \rightarrow B_c = \frac{Z z e^2}{4 \pi \epsilon_0 R}$



$$T_s = \frac{|Q| (\sum_{if} m_i c^2)}{2 m_{\text{cible}} c^2} = 2 \text{ MeV}$$

$$B_c = \frac{Z z e^2}{4 \pi \epsilon_0 R} = 16.8 \text{ MeV}$$

⚠ la barrière coulombienne peut être importante pour les noyaux lourds

Distribution de charges dans le noyau

Distribution de charge dans le noyau

Les dimensions du noyau sont négligeables devant celles de l'atome néanmoins le noyau a une certaine extension spatiale. Quel est son rayon R ?

Problème : on ne peut mesurer directement le rayon du noyau

→ il faut utiliser les diffusions de particules, en mesurant « l'ombre » du noyau,

→ il faut spécifier la définition du rayon utilisée (rayon nucléaire, rayon de charge ou rayon de masse), qui va être liée au modèle nucléaire choisi pour représenter la diffusion.

Exemple : noyau sphérique rayon R , densité uniforme ρ_0 dans volume V

Distribution de Fermi $\rho(r)$ → mesure de R_c = rayon de 1/2 densité
= rayon de charge

De plus, le noyau est un système d'objets microscopiques dont l'état du mouvement est décrit par la MQ, entretenu à la fois par

l'interaction forte et par l'int. électromagnétique entre les nucléons

⇒ on a donc affaire à une distribution de probabilité de présence de nucléons dans une région déterminée de l'atome

Diffusion élastique d'électrons par un noyau $e^- + N$

Distribution de charge dans le noyau

Les informations les plus détaillées dont on dispose sur la distribution des nucléons ont été fournies par la diffusion des électrons de moyenne énergie (200 MeV à ~ 1 GeV), collision qui ne fait intervenir que l'interaction électromagnétique bien connue

→ Cette méthode ne permet de mesurer avec précision que la distribution des protons, mais on sait aujourd'hui que la distribution des neutrons n'est pas très différente

On discute ici de la diffusion élastique d'électrons par des noyaux.

→ c'est d'abord un bon exemple d'application du formalisme de la mécanique quantique au domaine nucléaire

→ de plus les connaissances obtenues par ces études viennent de la comparaison des sections efficaces expérimentales et théoriques

Expérimentalement, on mesure la section efficace différentielle de diffusion élastique d'un noyau donné à un angle θ .

Diffusion élastique d'électrons par un noyau $e^- + N$

Distribution de charge dans le noyau

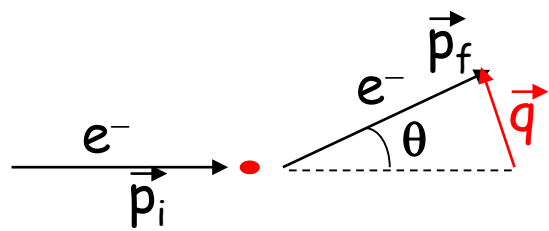
Soit l'hamiltonien non perturbé $H_0 = H_N + T_e$. Dans l'état initial et l'état final, le système (noyau + électron) est dans un état propre (ψ_i, ψ_f) de H_0

Le potentiel perturbateur V qui induit la transition (et le changement de direction de l'électron) est le **potentiel d'interaction coulombienne entre l'électron et chacun des protons du noyau**

$$V = - \sum_{j=1}^Z \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_j|}$$

\vec{r} coordonnée position de e^-
 \vec{r}_j coordonnée du $j^{\text{ème}}$ proton

Hamiltonien total $H = H_0 + V$



$\hbar \vec{q} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \hbar (\vec{k}_f - \vec{k}_i)$ **transfert d'impulsion**

\vec{q} est le moment transféré

\vec{k} est le vecteur d'onde

Diffusion élastique d'électrons par un noyau $e^- + N$

Distribution de charge dans le noyau

Si l'énergie d'interaction est petite devant l'énergie propre du système
 \Rightarrow l'effet du potentiel d'interaction peut être traité par la méthode des perturbations dépendant du temps.

Règle d'or de Fermi \rightarrow probabilité de transition par unité de temps et par noyau cible, entre l'état initial et l'état final

$$\lambda_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \Psi_f | V | \Psi_i \rangle|^2 g_f = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{if}|^2 g_f$$

avec g_f = densité d'états finals

$$g_f = \frac{dn_f}{dE_f} = \frac{2m_e p_i v d\Omega}{(2\pi\hbar)^3} \quad \text{où } v \text{ est le volume de normalisation}$$

et V_{if} = élément de matrice du potentiel d'interaction entre l'état initial et l'état final

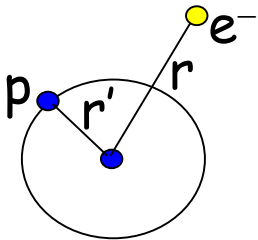
$$V_{if} = \langle \Psi_f | V | \Psi_i \rangle = - \frac{1}{v} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi}{q^2} F(\vec{q}) \quad \text{où } F(\vec{q}) \text{ est appelé facteur de forme}$$

Facteur de forme de la distribution de charge du noyau

Si on considère un noyau non ponctuel, $\rho_p(\vec{r})$ représente la probabilité de présence d'un proton au point \vec{r} , aussi appelée **densité de proton**

avec la normalisation $\int \rho_p(\vec{r}) d^3\vec{r} = 1$

On appelle **facteur de forme** $F(\vec{q})$ de la distribution de charge du **noyau** la transformée de Fourier de la densité $\rho_p(\vec{r})$



$$F(\vec{q}) = \int d^3r' \ e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}'} \ \rho_p(\vec{r}')$$

Le facteur de forme $F(q)$ contient toute l'information sur la distribution spatiale de la charge de l'objet étudié

Lien avec la section efficace de diffusion élastique

Soit λ_{if} la probabilité de diffusion par seconde et par noyau cible, où ϕ est le flux de particules incidentes $\lambda_{if} = \phi \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta d\Omega$

$$\rightarrow \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta = \frac{1}{8} \left(\frac{Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 T_i} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} |F(q)|^2$$

$\underbrace{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\theta}_{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{point}}}$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{point}} \times |F(q)|^2 = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth.}} \times |F(q)|^2$$

$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth.}}$ } est la section efficace de diffusion par une charge ponctuelle.

On obtient le même résultat qu'avec la particule α à un facteur 2 près, qui tient compte du spin de l'électron.

Lien avec la section efficace de diffusion élastique

La séparation obtenue

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{point}} \times |F(q)|^2$$

reste valable dans un calcul relativiste, mais l'expression de $(d\sigma/d\Omega)_{\text{point}}$ est différente

Elle est connue sous le nom de **section efficace de Mott** :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{point}}^{\text{relat}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} = \frac{1}{4} \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T_i} \right)^2 \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Quelques remarques sur les distributions de charge

- ★ $F(0) = 1 = \int d^3r' \rho_p(\vec{r}')$
- ★ Pour un transfert d'impulsion petit, avec $q \ll p/\hbar$
→ développement en série de Taylor de l'exponentielle dans $F(\vec{q})$

$$F(\vec{q}) = \int d^3r' \rho_p(\vec{r}') \left\{ 1 + i \vec{q} \cdot \vec{r}' - \frac{1}{2} (\vec{q} \cdot \vec{r}')^2 + \dots \right\}$$

→ si la densité $\rho_p(r')$ ne dépend que de r' (symétrie sphérique) alors

$$F(\vec{q}) \equiv F(q) = 1 - \frac{q^2}{6} \langle R^2 \rangle$$

Avec $\langle R^2 \rangle = \int r'^2 \rho_p(r') d^3r'$

→ $\langle R^2 \rangle$ est appelé le rayon quadratique moyen, et fournit une des estimations possibles pour le rayon nucléaire

Distributions de charge expérimentales

→ Mesures expérimentales

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{exp}} \rightarrow \text{facteur de forme } F(q)$$



densité de charge $\rho_p(r)$



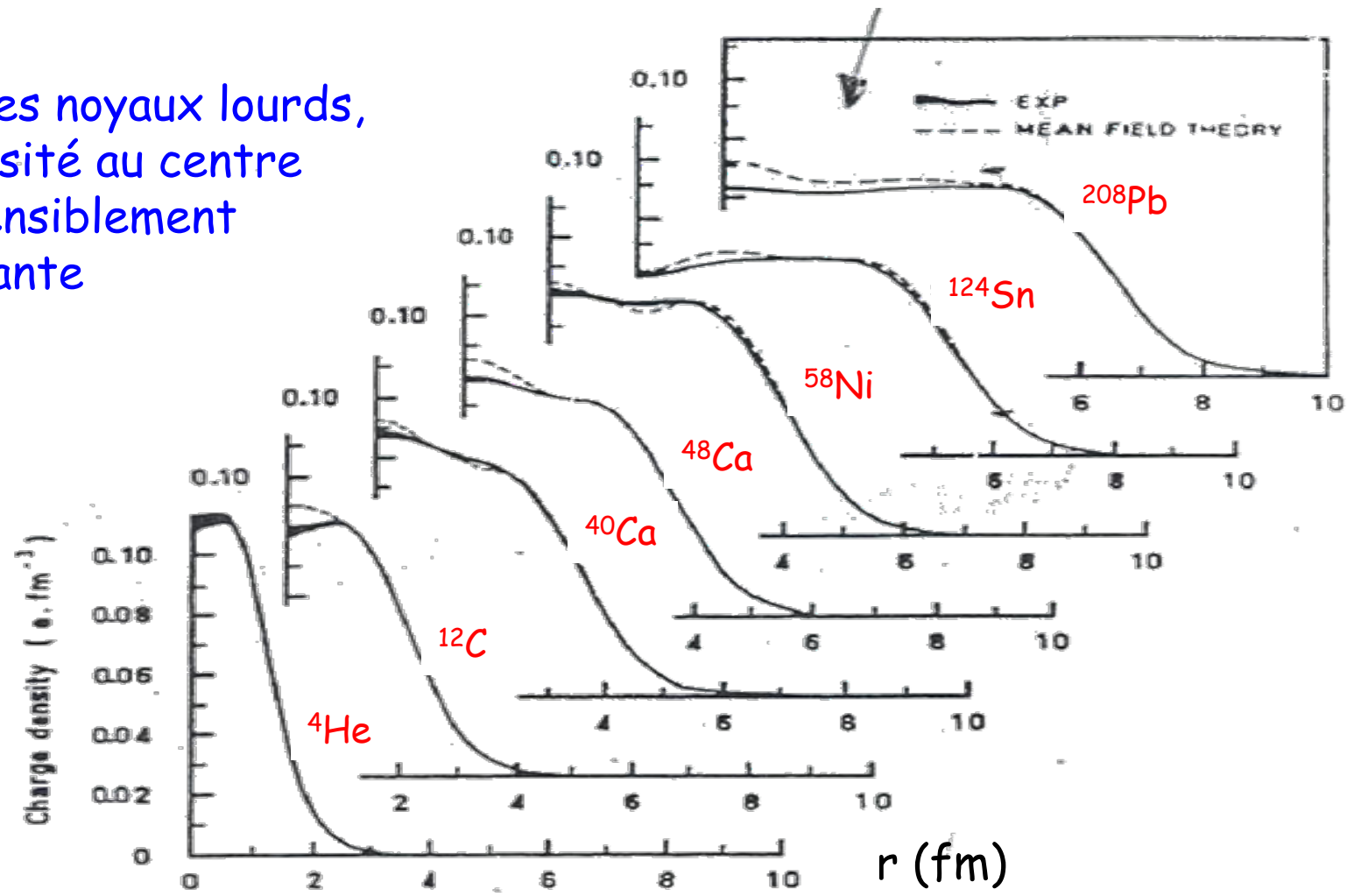
rayon quadratique moyen $\sqrt{\langle R^2 \rangle}$

→ Expériences systématiques faites dans ce but

→ Quelques exemples

Densités de charge mesurées pour différents noyaux par diffusion d'électrons

Pour les noyaux lourds, la densité au centre est sensiblement constante



Densités de charge mesurées pour différents noyaux par diffusion d'électrons

En observant les distributions de charge obtenues pour les différents noyaux, on voit que pour les noyaux lourds, la densité de charge est sensiblement constante sur une distance appréciable à partir du centre

→ il est raisonnable de penser qu'il existe une surface du noyau, bien que celle-ci soit diffuse.

⇒ Bien que naïve, l'image d'un noyau réduit à une sphère de rayon R est donc assez réaliste.

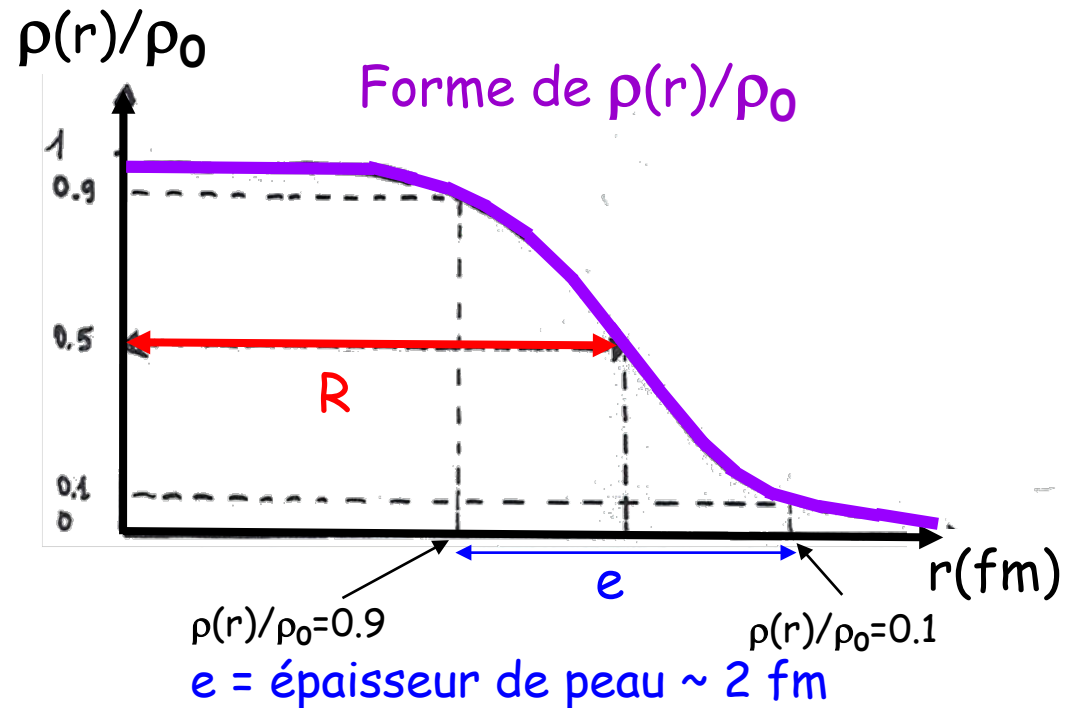
Distributions de charge électrique dans les noyaux : forme analytique

Une forme analytique largement utilisée, qui représente bien les résultats expérimentaux pour $A > 30$ est la **distribution de Woods-Saxon (distribution de Fermi)**

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

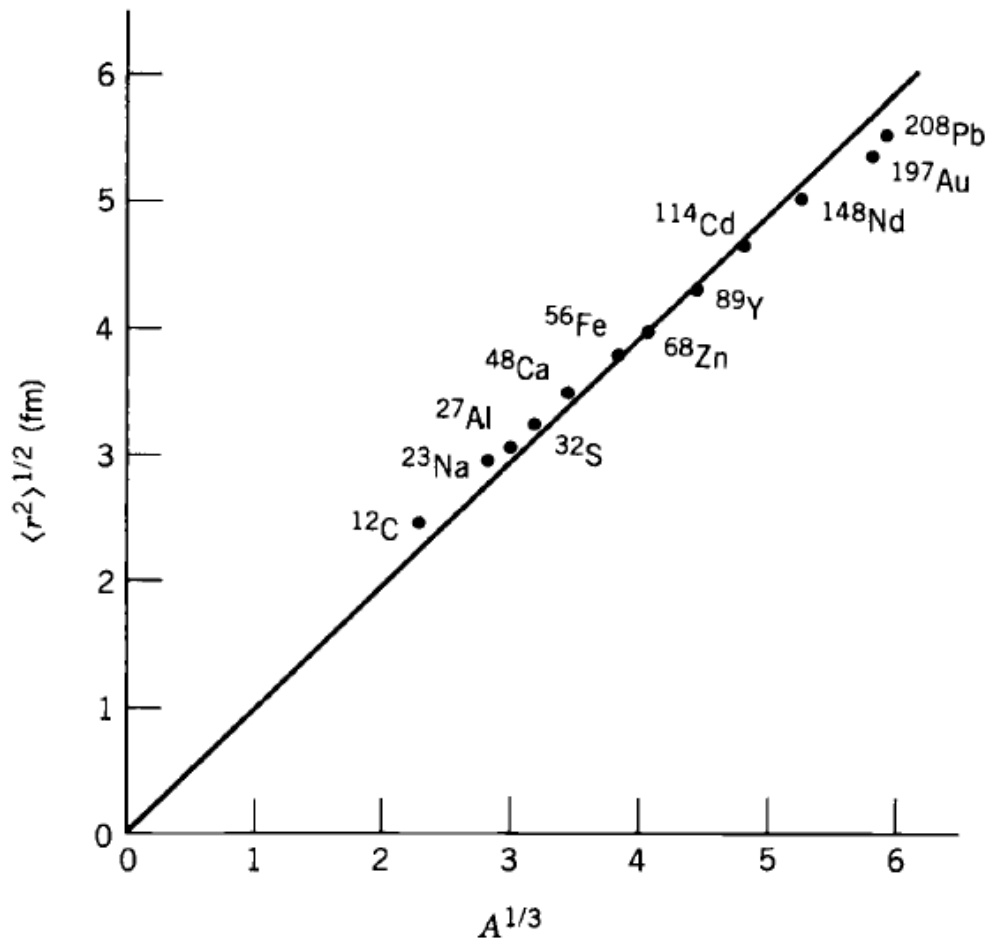
- Le paramètre R est tel que $\rho(r)/\rho_0 = 1/2 \rightarrow$ mesure du rayon de charge
- Le paramètre a caractérise la diffusivité de la surface
- La constante ρ_0 est déterminée en fonction de R et de a par la condition de normalisation

$$4\pi \int_0^{\infty} \rho(r) r^2 dr = Ze$$



Cette paramétrisation donne

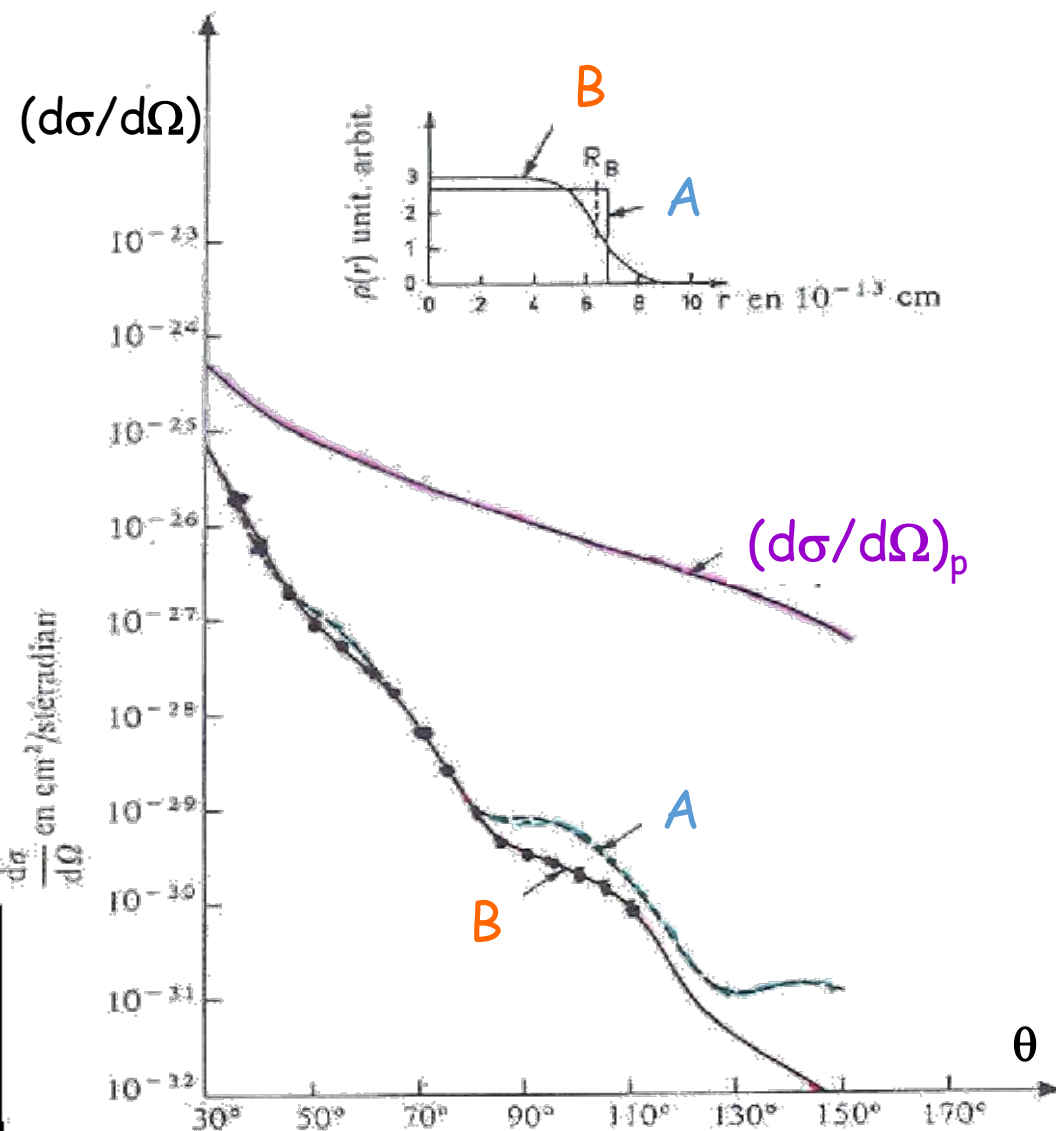
$$\begin{cases} R = 1.07 A^{1/3} \text{ fm} \\ a = 0.545 \text{ fm} \end{cases}$$



Evolution du rayon
moyen des noyaux en
fonction de $A^{\frac{1}{3}}$

C.W. de Jager et al., Atomic Data and Nuclear Tables 14, 479 (1974)

Exemple : distribution angulaire de la diffusion élastique d'électrons sur des noyaux d'or : $e^- + Au, T_e(e^-) = 153 \text{ MeV}$



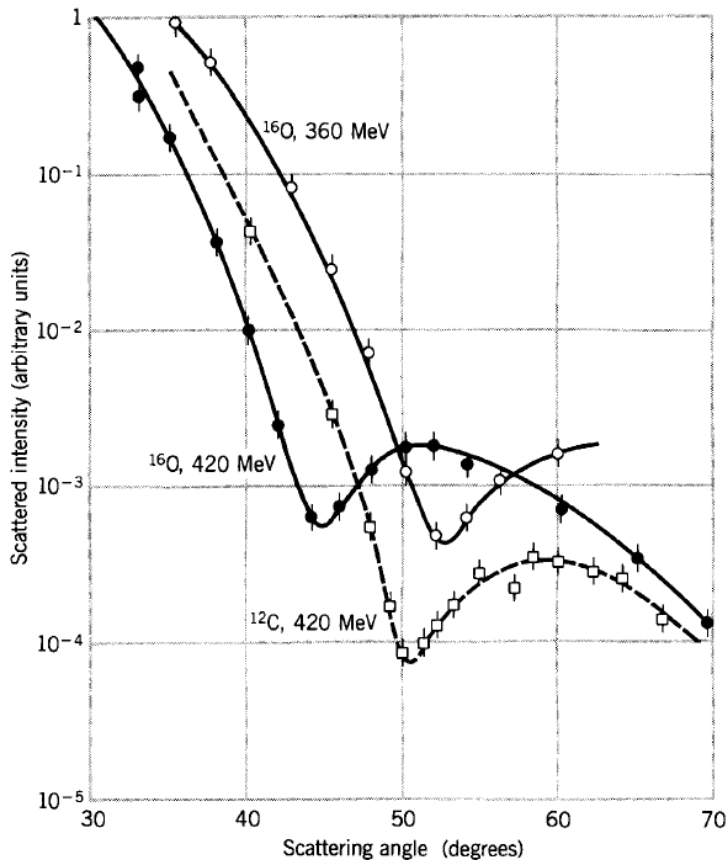
- Charge ponctuelle
- Densité uniforme (A)
- Densité à bord diffus (B)

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

Le meilleur accord avec l'expérience est obtenu dans l'hypothèse (B) pour une distribution de charge $\rho(r)$ à bord diffus (courbe théorique en trait plein passant au mieux par les points expérimentaux en noir)

Mesure du facteur de forme du ^{12}C par diffusion élastique d'électrons
 $e^- + ^{12}\text{C} \rightarrow e^- + ^{12}\text{C}$

Distribution angulaire : $d\sigma/d\Omega$ en fonction de θ



Observations

- $d\sigma/d\Omega$ mesuré sur une grande plage en θ , donc en $|q|$
→ évolue de plusieurs ordres de grandeur
- plusieurs minima visibles (figure de diffraction)
→ fournissent estimation de R avec une bonne précision ($R = \frac{1}{2} \frac{1,22 \lambda}{\sin \theta}$ avec $\lambda = h/p$)

En conclusion sur la densité nucléaire

La distribution des protons au sein des noyaux est bien connue

La distribution des neutrons commence à l'être (+ difficile à mesurer car seule l'interaction nucléaire forte est mise en jeu et elle est moins bien connue) → elle diffère peu de celle des protons

La densité nucléaire $\rho(r)$ est une bonne représentation de la distribution des nucléons dans les noyaux moyens et lourds.

Cette densité nucléaire $\rho(r)$ est caractérisée par sa valeur au centre, sensiblement la même pour tous ces noyaux moyens et lourds.

$$\rho_{\text{nucléon}}(r) = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi r_0^3} \sim 0.14 \text{ nucléons}/(\text{fm})^3$$

La densité nucléaire est indépendante de A .

Propriété remarquable : proportionnalité entre volume nucléaire et nombre de nucléons → on l'appelle propriété de saturation de la densité nucléaire