

Plan du chapitre « Milieux magnétiques »

1. Sources microscopiques de l'aimantation en régime statique
2. Etude macroscopique de l'aimantation en régime statique
3. Aimantation en régime variable
- 4. Les divers types de milieux magnétiques**
5. Aspects énergétiques des milieux magnétiques

Classification des milieux magnétiques

- Milieux dont les atomes ne portent pas de moments magnétiques permanents
 - Diamagnétisme
- Milieux dont les atomes portent des moments magnétiques qui n'interagissent quasiment pas entre eux
 - Paramagnétisme
- Milieux dont les atomes portent des moments magnétiques qui interagissent fortement entre eux
 - Ferromagnétisme

Plan du chapitre « Milieux magnétiques »

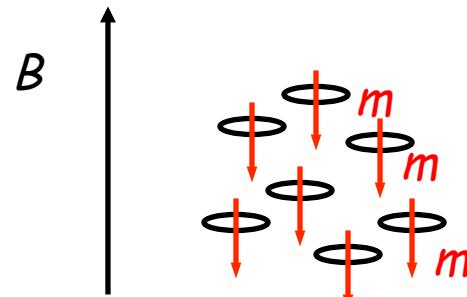
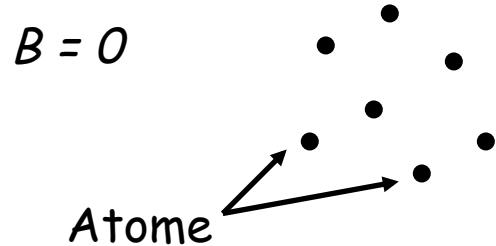
1. Sources microscopiques de l'aimantation en régime statique
2. Etude macroscopique de l'aimantation en régime statique
3. Aimantation en régime variable

- 4. Les divers types de milieux magnétiques**
 1. Diamagnétisme
 2. Paramagnétisme
 3. Ferromagnétisme
 4. Résumé

5. Aspects énergétiques des milieux magnétiques

- Associé au mouvement orbital des électrons : concerne tous les corps
- Le problème se traite en considérant la « réponse » d'un atome à un champ B appliqué. **On supposera que l'atome ne porte pas de moment permanent**
 - S'il en porte, ceci rajoutera un autre type de magnétisme (ferro ou para - voir plus loin)

- Loi de Lenz : si on applique B à un atome, il va apparaître un moment magnétique m de sens opposé à celui de B



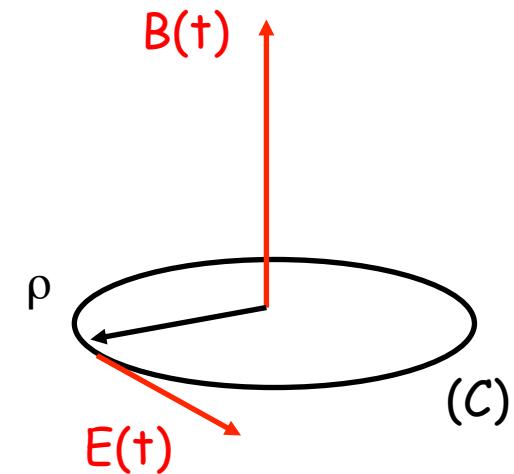
- D'où l'apparition d'une aimantation M (n atomes par unité de volume) :

$$\vec{M} = n \vec{m} = \chi_m \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

- On suppose que la distribution électronique est à symétrie sphérique et on applique $B(t)$ variable selon Oz. Il apparaît donc un champ E orthoradial :

$$\vec{E} = E(\rho) \vec{u}_\varphi \quad \text{avec} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \left[\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right]$$



- En supposant que $B(t)$ ne varie pas sur le volume de l'atome :

$$2\pi\rho E(\rho) = - \frac{\partial}{\partial t} \left[\pi \rho^2 B(t) \right] \Rightarrow \vec{E}(\rho) = - \frac{1}{2} \rho \frac{\partial B}{\partial t} \vec{u}_\varphi$$

- La force électrique dépend de ρ selon :

$$d\vec{F}(\rho) = n(\rho) d\rho (-e) \vec{E}(\rho) \quad n(\rho) d\rho : \text{nombre d'e- à la distance } \rho \text{ de l'axe Oz}$$

- Cette force entraîne l'apparition d'un couple selon Oz :

$$d\vec{\Gamma} = \rho \vec{u}_\rho \times d\vec{F}(\rho) \Rightarrow d\Gamma = \rho dF(\rho) \Rightarrow \vec{\Gamma} = \frac{e}{2} \frac{d\vec{B}}{dt} \int n(\rho) \rho^2 d\rho$$

- Or pour un atome à symétrie sphérique à Z électrons :

$$\frac{1}{Z} \int n(\rho) \rho^2 d\rho = \langle \rho^2 \rangle \quad \text{et} \quad \langle \rho^2 \rangle = \langle x^2 + y^2 \rangle = \frac{2}{3} \langle r^2 \rangle$$

Théorème d'équipartition
de l'énergie



Rayon quadratique moyen

Milieux magnétiques

- Finalement :

$$\vec{\Gamma} = \frac{Z e \langle r^2 \rangle}{3} \frac{d\vec{B}}{dt}$$

- Le théorème du moment cinétique entraîne : $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\Gamma} \Rightarrow \vec{L} = \frac{Z e \langle r^2 \rangle}{3} \vec{B}$
- Ce moment cinétique, induit par le champ B , est un moment orbital.
On en déduit le **moment magnétique orbital de Langevin** :

$$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{2 m_e} \vec{L} = -\frac{Z e^2 \langle r^2 \rangle}{6 m_e} \vec{B}$$

- D'où la **susceptibilité diamagnétique** :

$$\vec{M} = n \vec{\mu}_L = \chi_m \frac{\vec{B}}{\mu_0} \Rightarrow \chi_m = -\frac{\mu_0 n Z e^2}{6 m_e} \langle r^2 \rangle$$

□ χ_m est négative

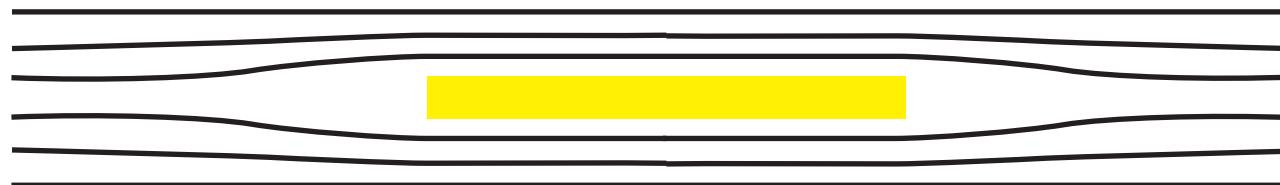
$$\chi_m = - \frac{\mu_0 n Z e^2}{6 m_e} \langle r^2 \rangle$$

- La MQ permet de calculer $\langle r^2 \rangle$ à partir des fonctions d'onde
 - L'accord expérience/théorie est excellent pour les gaz nobles (à symétrie sphérique)
 - χ_m ne dépend de la température que par l'intermédiaire de n
 - χ_m ne variera pas avec la température pour les liquides et les solides (au contraire du paramagnétisme)
- Le diamagnétisme est très faible (de $\chi_m \approx -10^{-6}$ pour les solides à $\chi_m \approx -10^{-9}$ pour les gaz)
- Exception notable des supraconducteurs qu'on modélise parfois comme des corps diamagnétiques parfaits ($\chi_m = -1$)
 - Attention : ce n'est qu'une modélisation !

Allure des lignes de champ

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{M} \quad \text{et} \quad \vec{M} = \chi_m \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

Matériau diamagnétique



Théorème d'équipartition de l'énergie

- La Physique Statistique permet de montrer que pour tout système en contact avec un thermostat à la température T , la valeur moyenne de toute contribution quadratique d'un paramètre dans l'expression de l'énergie vaut $k_B T/2$
- Exemples :
 - Oscillateur harmonique 1D

$$E = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow \langle E \rangle = 2 \times \frac{1}{2} k_B T = k_B T$$

- Gaz parfait monoatomique

$$E = \frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} m v_y^2 + \frac{1}{2} m v_z^2 \Rightarrow \langle E \rangle = 3 \times \frac{1}{2} k_B T = \frac{3}{2} k_B T$$

d'où l'expression (fausse) « $1/2 k_B T$ par degré de liberté » ...

Susceptibilité diamagnétique de H atomique

- Dans l'état fondamental, en négligeant le mouvement du proton, la fonction d'onde φ de l'électron vérifie (E : énergie totale et U : énergie potentielle) :

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta\varphi + U\varphi = E\varphi \quad \text{avec} \quad U = -eV = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

- On montre que φ vérifie $\varphi = A \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$ avec $a = \frac{4\pi\epsilon_0}{m_e e^2} \hbar^2$ et $E = \frac{U(a)}{2}$

et que :

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\iiint r^2 dP}{\iiint dP} = 3a^2$$

- On en déduit : $\chi_m = -\frac{\mu_0 n Z e^2}{6 m_e} \langle r^2 \rangle \approx -1.24 \times 10^{-9}$

Anisotropie diamagnétique

$$\chi_m = - \frac{\mu_0 n Z e^2}{6 m_e} \langle r^2 \rangle$$

- Cette expression reste valable pour les corps dont les atomes n'ont pas la symétrie sphérique tout en étant disposés aléatoirement (gaz et liquides)
- Pour les cristaux anisotropes, les résultats sont différents puisque l'aimantation dépend de la direction de B
 - Par exemple, un monocristal de graphite s'aimante moins facilement dans la direction de ses plans de clivage que dans la direction orthogonale
 - ✗ Ceci s'explique par les e^- qui se déplacent facilement dans les plans de clivage : on observe des courants induits importants quand B est \perp aux plans de clivage

Plan du chapitre « Milieux magnétiques »

1. Sources microscopiques de l'aimantation en régime statique
2. Etude macroscopique de l'aimantation en régime statique
3. Aimantation en régime variable
- 4. Les divers types de milieux magnétiques**
 1. Diamagnétisme
 2. Paramagnétisme
 3. Ferromagnétisme
 4. Résumé
5. Aspects énergétiques des milieux magnétiques

- Concerne des milieux dont les atomes portent des moments magnétiques qui n'interagissent (quasiment) pas entre eux
 - Le moment magnétique d'un atome isolé est la somme des moments magnétiques orbitaux et de spin
- Résulte de l'orientation des moments magnétiques microscopiques du milieu sous l'action de B extérieur

Liens avec la Physique Atomique

- Les atomes doivent posséder un moment orbital non nul
 - Une sous-couche électronique complète (ie à l fixé) aura la moitié des e- avec $\mu_z > 0$ et l'autre moitié avec $\mu_z < 0$ d'après le principe d'exclusion de Pauli
 - ↗ Le moment cinétique total sera donc nul
 - Un matériau paramagnétique est nécessairement constitué d'ions (ou atomes ou molécules) avec une sous-couche électronique **incomplète**
 - Le paramagnétisme résulte de la présence d'e- célibataires
- « s'apparente » à la polarisation d'orientation dans les diélectriques constitués de molécules polaires

Théorie classique (1/2)

- Langevin (1905) : l'énergie d'interaction d'un moment m dans un champ B s'écrit :

$$W = - \vec{m} \cdot \vec{B} = - m B \cos(\theta)$$

où θ représente l'angle entre m et B . Cet effet tend à aligner le moment dans la direction du champ alors que l'agitation thermique tend à rétablir le désordre

- Explique pourquoi l'aimantation est nulle en l'absence de champ appliqué
- Cette tendance à l'orientation des dipôles est contrariée par l'agitation thermique :
 - On s'attend à ce que l'aimantation soit une fonction décroissante de T (à B constant)

Théorie classique (2/2)

- La probabilité d'un état d'énergie W (et donc d'un angle θ) est proportionnelle à

$$\exp\left(-\frac{W}{k_B T}\right)$$

- La physique classique montre qu'on peut définir une susceptibilité par la **loi de Curie** :

$$\chi_m = \frac{C}{T} \quad \text{avec} \quad C = \frac{\mu_0 n m^2}{3 k_B} \quad C : \text{constante de Curie}$$

- On observe un accord à température ordinaire et un désaccord à basse température

Théorie semi-quantique (1/2)

- En réalité, on doit considérer que l'énergie ne peut prendre que des valeurs discrètes et ne peut pas varier de manière continue
- L'atome, de moment magnétique J (entier ou demi-entier), peut occuper $2J+1$ sous-niveaux d'énergie régulièrement espacés, avec une probabilité identique
- Le moment magnétique d'un atome isolé est la somme des moments magnétiques orbitaux et de spin. Les différentes valeurs de la projection μ_z sont :

$$\mu_z = -m_J g \mu_B \quad \text{où} \quad \mu_B = |\gamma_e| \hbar = \frac{e \hbar}{2 m_e} \approx 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$$

μ_B : Magneton de Bohr

- L'aimantation vaut alors : $\vec{M} = n \langle \mu_z \rangle \vec{u}_z$

Théorie semi-quantique (2/2)

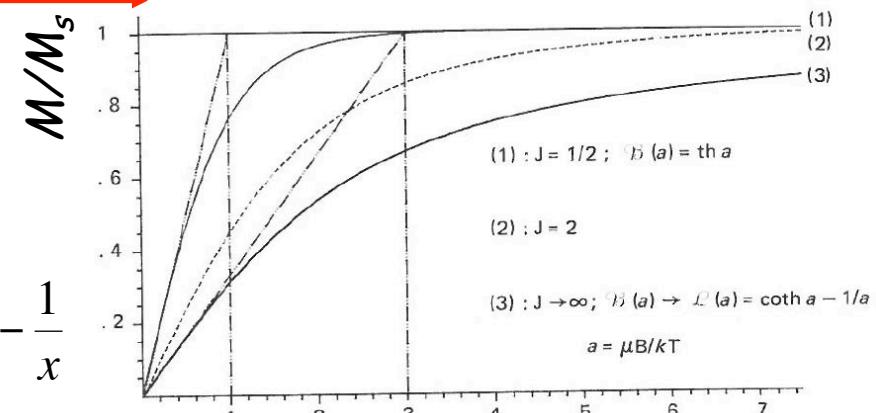
- Après un calcul de Physique Statistique :

$$M(x) = M_s B_J(x) \quad \text{avec} \quad x = \frac{J g \mu_B B}{k_B T} \quad \text{et} \quad M_s = n g J \mu_B$$

Fonction de Brillouin

$$B_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \coth\left(\frac{2J+1}{2J}x\right) - \frac{1}{2J} \coth\left(\frac{x}{2J}\right)$$

$$B_{1/2}(x) = \tanh(x) \quad \text{et} \quad B_{J \rightarrow \infty}(x) = L(x) - \coth(x) - \frac{1}{x}$$



$L(x)$: Fonction de Langevin

Loi de Curie (1/2)

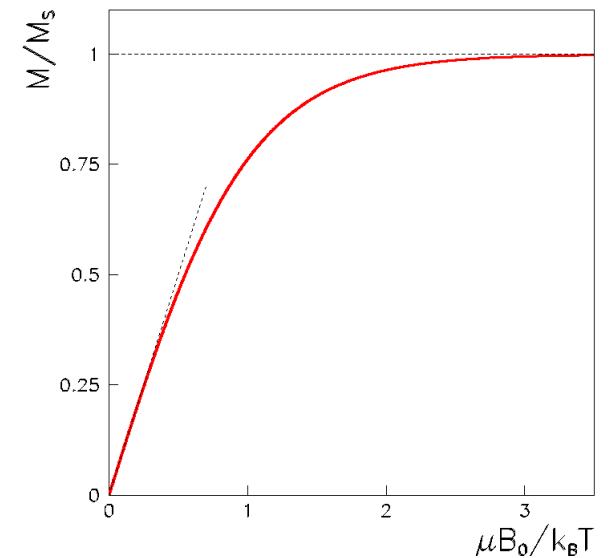
$$M(x) = M_s B_J(x) \quad \text{avec} \quad x = \frac{J g \mu_B B}{k_B T} \quad \text{et} \quad M_s = n g J \mu_B$$

- Le cas où $x \ll 1$ correspond à $\mu_B B \ll k_B T$:

$$\coth(x) \approx \frac{1}{x} + \frac{x}{3} \Rightarrow B_J(x) \approx \frac{J+1}{J} \frac{x}{3}$$

- On en déduit la **loi de Curie**:

$$\chi_m = \frac{\mu_0 n \mu_{eff}^2}{3 k_B T} \quad \text{avec} \quad \mu_{eff} = g \sqrt{J(J+1)} \mu_B$$



- On a $\chi_m > 0$ et dépendance en $1/T$. Typiquement, on a $\chi_m \approx 10^{-4}$

Loi de Curie (2/2)

- L'approximation $\mu_B B \ll k_B T$ est valable pour les champs et températures « usuels ». Par exemple, pour $B = 1 \text{ T}$ et $T = 300 \text{ K}$:

$$\mu_B B \approx 60 \times 10^{-6} \text{ eV} \quad \text{et} \quad k_B T \approx 25 \times 10^{-3} \text{ eV}$$

- La dépendance en $1/T$ est bien vérifiée expérimentalement

- Il existe cependant un désaccord lorsque n devient trop élevé (gaz fortement comprimé ou solution concentrée de sels paramagnétiques)

- On attribue ces désaccord à l'hypothèse (trop simplificatrice) de l'absence d'interaction entre les moments magnétiques
 - La loi de Curie est alors remplacée par une loi « à la Curie-Weiss » (cf ferromagnétisme) :

$$\chi_m = \frac{Cste}{T - \Theta}$$

Résonance paramagnétique électronique (RPE)

- Lorsqu'un ion possède un moment cinétique interne J , le niveau correspondant est dégénéré. Cette dégénérescence d'ordre $2J+1$ peut être levée par application d'un champ B qui fait apparaître $2J+1$ niveaux d'énergies équidistants séparés de :

$$\Delta W = g \mu_B B$$

- Une onde EM de fréquence ν peut induire des transitions entre ces niveaux si :

$$h \nu = g \mu_B B$$

- Par exemple, pour un e- et un moment orbital nul, $g = 2$ entraînera $\nu = 10 \text{ GHz}$ pour $B = 0.36 \text{ T}$

- RPE : TP de L3 !!

Aimantation à saturation

$$M(x) = M_s B_J(x) \quad \text{avec} \quad x = \frac{J g \mu_B B}{k_B T} \quad \text{et} \quad M_s = n g J \mu_B$$

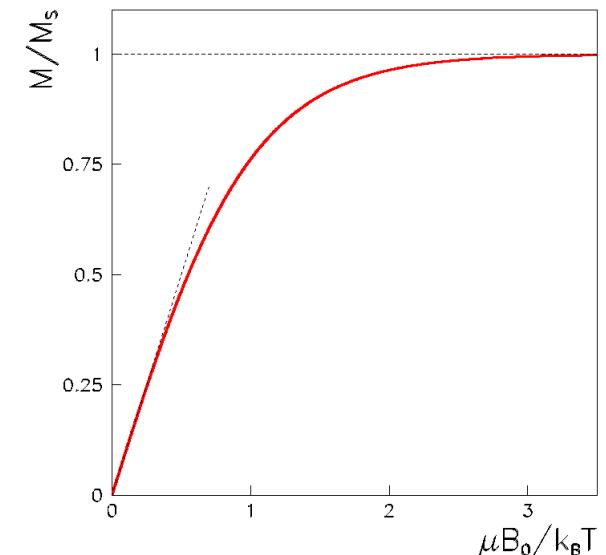
- Le 2^e cas limite correspond à $\mu_B B \gg k_B T$:

$$\coth(x) \approx 1 \quad \Rightarrow \quad B_J(x) \approx 1$$

- On en déduit que :

$$M \approx n g J \mu_B = M_s$$

- L'aimantation tend vers l'**aimantation à saturation** obtenue lorsque tous les moments sont orientés dans le sens du champ et que chaque composante μ_z est maximale : seul le niveau de plus basse énergie est alors peuplé
- Cette saturation ne peut être obtenue que pour T très faible (ou éventuellement B très élevé)



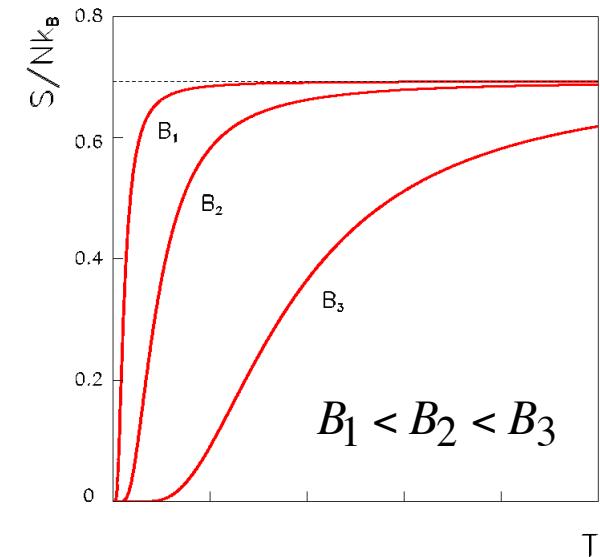
- L'accord théorie/expérience est excellent pour les ions des terres rares
- Il ne faut pas oublier que dans tout élément, il existe un diamagnétisme sous-jacent qui peut devenir non négligeable lorsque le paramagnétisme diminue

Refroidissement par désaimantation adiabatique (1/2)

- On peut montrer que l'entropie volumique d'un système paramagnétique se met sous la forme :

$$s = n k_B \left[\ln(\text{ch}(x)) - x \text{ th}(x) + \ln(2) \right] \quad \text{avec} \quad x = \frac{J g \mu_B B}{k_B T}$$

- L'entropie (qui ne dépend que de B/T) tendra vers sa valeur maximale lorsque le champ sera faible ou que la température sera élevée (désordre maximum) et tendra vers zéro lorsque le champ sera fort ou que la température sera faible (désordre minimum)



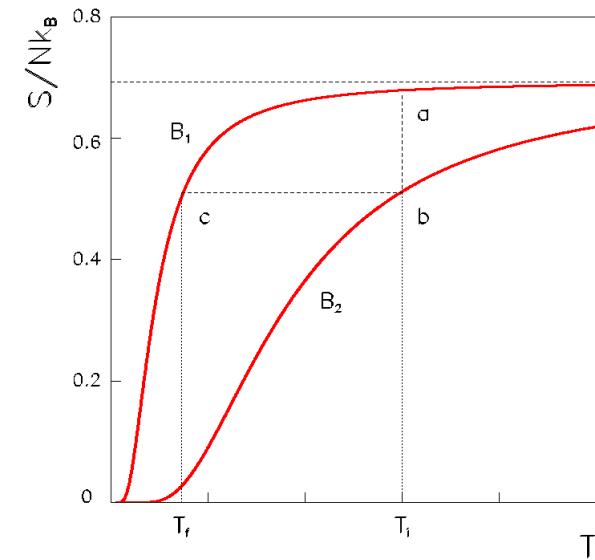
- On considère un échantillon paramagnétique initialement en contact avec un thermostat à la température T , voisine de 1 K dans un champ B_1 faible
- Le corps à refroidir est soit l'échantillon, soit un matériau en contact thermique avec l'échantillon

Refroidissement par désaimantation adiabatique (2/2)

- On aimante l'échantillon en lui appliquant $B_2 \gg B_1$ par une transformation isotherme (transfert thermique de l'échantillon vers le cryostat). L'échantillon est ensuite isolé thermiquement et le champ réduit jusqu'à B_1 par une transformation réversible (donc à entropie constante)

$$\text{L'entropie ne dépend que de } B/T \Rightarrow \frac{B_2}{T_i} = \frac{B_1}{T_f} \Rightarrow T_f = T_i \frac{B_1}{B_2}$$

- Pour atteindre les températures les plus basses, il faut partir du champ B_1 le plus faible possible. On peut prendre le champ résiduel dû aux dipôles magnétiques. On obtient alors facilement $T_f \approx 10 \text{ mK}$
- Pour atteindre des températures plus faibles, il faut appliquer cette méthode à des spins nucléaires, de moment magnétique plus faibles que les spins électroniques. On peut ainsi refroidir jusque vers $10 \mu\text{K}$, mais sur des temps très courts



Force subie par les matériaux dia ou paramagnétiques (1/2)

- Un volume dV se comporte comme un dipôle de moment $dm = M dV$. Il subit dans un champ inhomogène une force :

$$\frac{d\vec{F}}{dV} = \left(\vec{M} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} \right) \vec{u}_x + \left(\vec{M} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} \right) \vec{u}_y + \left(\vec{M} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} \right) \vec{u}_z$$

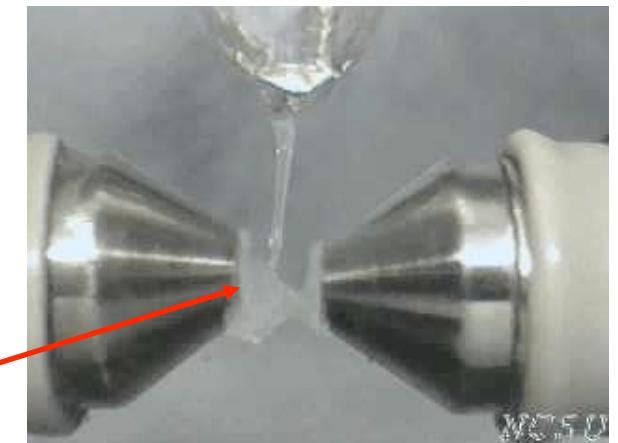
- Matériau dia ou paramagnétique :

$$\vec{M} = \chi_m \frac{\vec{B}}{\mu_0} \Rightarrow \frac{dF_x}{dV} = \chi_m \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \frac{d\vec{B}}{dx} = \frac{\chi_m}{2 \mu_0} \frac{dB^2}{dx} \Rightarrow \frac{d\vec{F}}{dV} = \frac{\chi_m}{2 \mu_0} \vec{\nabla} B^2$$

- Pour $\chi_m > 0$, dF est dirigée normalement aux surfaces $B = \text{cste}$ vers les B croissants : les paramagnétiques sont attirés vers les régions de champ intense, les diamagnétiques sont repoussés par ces régions

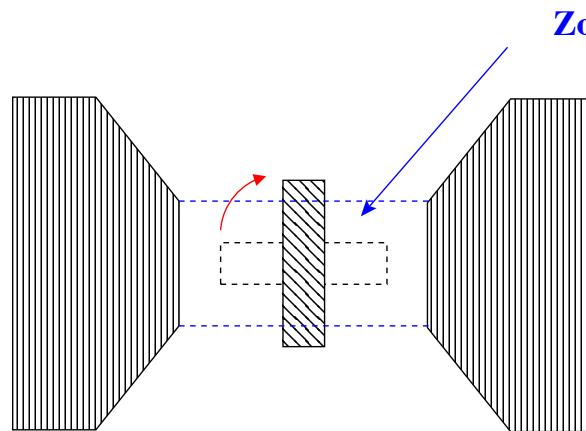
Licence 3 et Magistère de Physique
(2016-2017)

O₂ liquide est
paramagnétique

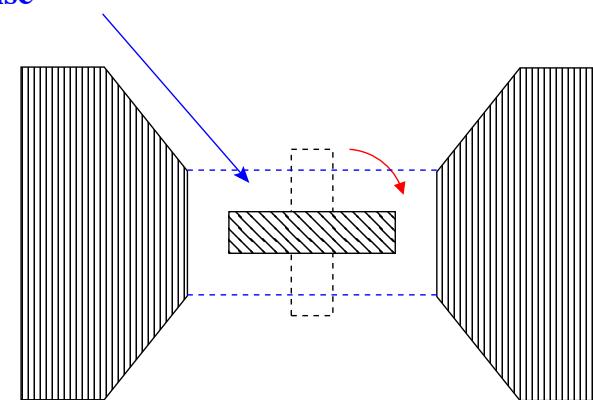


Force subie par les matériaux dia ou paramagnétiques (2/2)

- Mis en évidence en suspendant un échantillon dans l'entrefer d'un électroaimant à l'aide d'un fil sans torsion
 - Le champ B décroît rapidement lorsqu'on s'éloigne de l'axe



Barreau de bismuth
(diamagnétique)



Tube contenant des cristaux
de chlorure ferrique FeCl_3 ou
 O_2 liquide (paramagnétique)

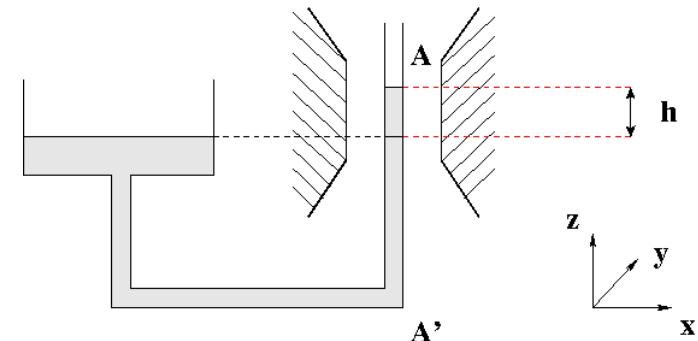
Exemple : tube de Quincke (1/2)

- Dans l'entrefer, B est de la forme :

$$\vec{B} = B(z) \vec{u}_x$$

- Pour une tranche à l'altitude z , de hauteur dz et de volume $dV = s dz$:

$$\frac{d\vec{F}}{dV} = \frac{\chi_m}{2 \mu_0} \vec{\nabla} B^2 \quad \Rightarrow \quad dF(z) = \frac{\chi_m}{2 \mu_0} \frac{\partial(B^2(z))}{\partial z} s dz \vec{u}_z$$



- En intégrant entre A et A' : $\vec{F} = \frac{\chi_m}{2 \mu_0} (B_{A'}^2 - B_A^2) s \vec{u}_z$
- B négligeable en A' et vaut B_0 en A . La force F équilibre le poids ($-\rho g h s$) de la colonne de liquide soulevée :

$$\rho g h = \frac{\chi_m}{2 \mu_0} B_0^2$$

Exemple : tube de Quincke (2/2)

$$\rho g h = \frac{\chi_m}{2 \mu_0} B_0^2$$

- En utilisant une solution paramagnétique ($\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$ et $\chi_m = 10^{-4}$) et un champ de 1 T, le liquide s'élève de h tel que :

$$\rho g h = \frac{\chi_m}{2 \mu_0} B_0^2 \quad \Rightarrow \quad h \approx +4 \text{ mm}$$

- Si le liquide est diamagnétique (par exemple de l'eau pure), on observe une baisse du niveau du liquide, mais de plus faible amplitude

TD 5 - Exercice 5

Allure des lignes de champ

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{M} \quad \text{et} \quad \vec{M} = \chi_m \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

Matériaux diamagnétiques



Matériaux paragnétiques



Plan du chapitre « Milieux magnétiques »

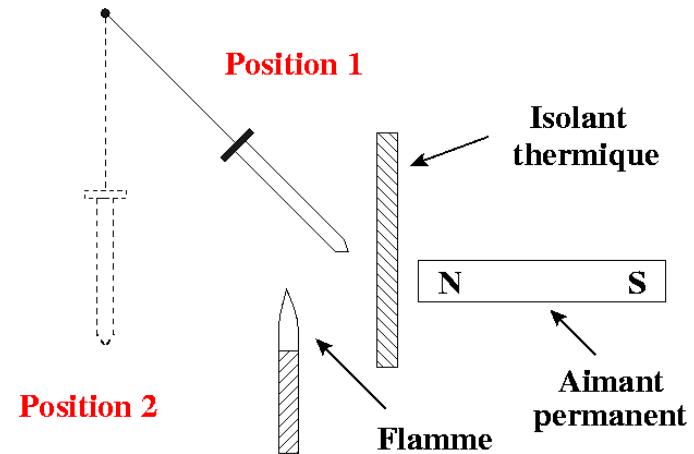
1. Sources microscopiques de l'aimantation en régime statique
2. Etude macroscopique de l'aimantation en régime statique
3. Aimantation en régime variable
- 4. Les divers types de milieux magnétiques**
 1. Diamagnétisme
 2. Paramagnétisme
 - 3. Ferromagnétisme**
 4. Résumé
5. Aspects énergétiques des milieux magnétiques

- Matériaux qui, en dessous d'une température critique (dite **température de Curie ferromagnétique**) peuvent posséder une aimantation spontanée en champ nul
- Le ferromagnétisme disparaît au dessus de T_f (transition de phase)
 - $T_f = 775^\circ\text{C}$ pour Fe, 354°C pour Ni et 19°C pour Gd
- Pour $T > T_f$, un ferromagnétique se comportera comme un paramagnétique :

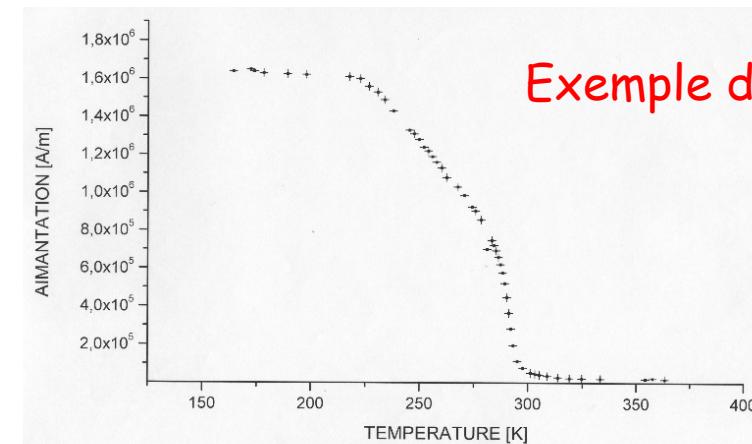
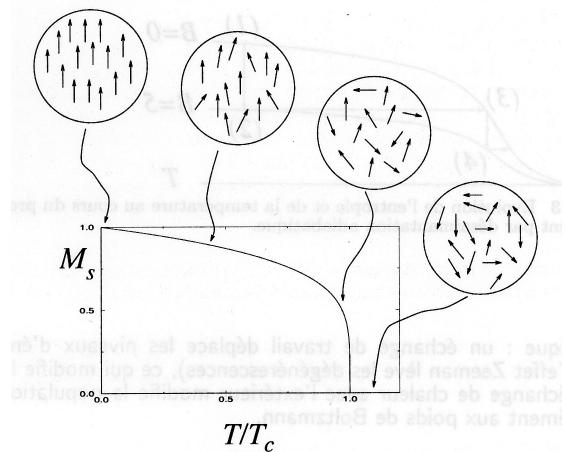
$$\chi_m(T) = \frac{C}{T - \Theta}$$

C : constante de Curie

Θ : température de Curie paramagnétique



- Résulte de la mise en ordre des dipôles magnétiques « individuels »



- Phénomène spontané qui ne nécessite pas un champ B externe
 - Compétition entre l'énergie (ordre) et l'entropie (désordre)
 - Pour minimiser l'énergie libre $F = U - TS$, le système minimise U à basse T (orientation commune des moments) et maximise S à haute T (agitation thermique)
 - Entre les deux, il existe une **température de transition**

- Analogie avec les ferroélectriques (polarisation spontanée en l'absence de champ E appliqué)
- A part Fe, Co, Ni, Gd, les principaux ferromagnétiques sont des alliages :
 - Oxyde de chrome CrO_2
 - Mumétal : 80% Ni, 15% Fe et 5% Mo
 - Cu+Mn+Al : ferro alors qu'aucun de ses constituants ne l'est !
- Au contraire du dia et du paramagnétisme qui traitaient essentiellement des ions ou molécules libres, le ferromagnétisme concerne les solides (atomes ou ions) et **résulte d'une interaction au sein de la structure cristalline**

Interaction dipôle-dipôle

- Intuitivement, on sent que le ferromagnétisme doit provenir d'une interaction entre dipôles de la matière, puisque n'existe que dans les milieux denses. Or l'énergie d'interaction E_{int} entre deux dipôles μ_i et μ_j s'écrit :

$$E_{int} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\vec{\mu}_i \cdot \vec{\mu}_j - 3(\vec{\mu}_i \cdot \vec{u})(\vec{\mu}_j \cdot \vec{u})}{r_{ij}^3} \right]$$

- Pour évaluer l'ordre de grandeur, on considère l'action de 8 dipôles magnétiques voisins au sommet d'un cube d'arête $d = 0.2 \text{ nm}$ avec à chaque fois $\mu_i = \mu_j = \mu_B$

$$E_{int} \approx 8 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mu_B^2}{d^3} \approx 54 \times 10^{-6} \text{ eV} \quad << \quad k_B T \approx 25 \text{ meV}$$

Agitation
thermique à 300 K

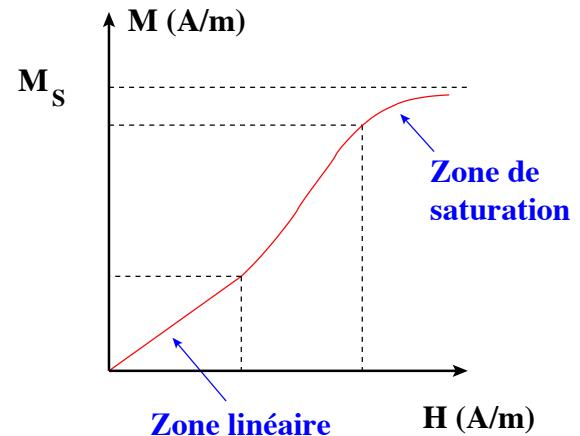
- Comme le ferromagnétisme existe à des T élevées, il ne provient pas de l'interaction classique entre moments magnétiques

- En fait, seules les théories quantiques peuvent donner une interprétation au magnétisme des milieux, en rejetant la variation continue des orbites et des moments

- C'est le **théorème de Hendrika van Leeuwen** (1919) : un système de particules en équilibre thermique obéissant aux lois de la mécanique classique est dépourvu d'aimantation macroscopique
 - Le ferromagnétisme ne peut pas s'expliquer en physique classique
- Sans doute un des cours les plus « avec les mains » de cette année

Courbe de 1^{re} aimantation (1/2)

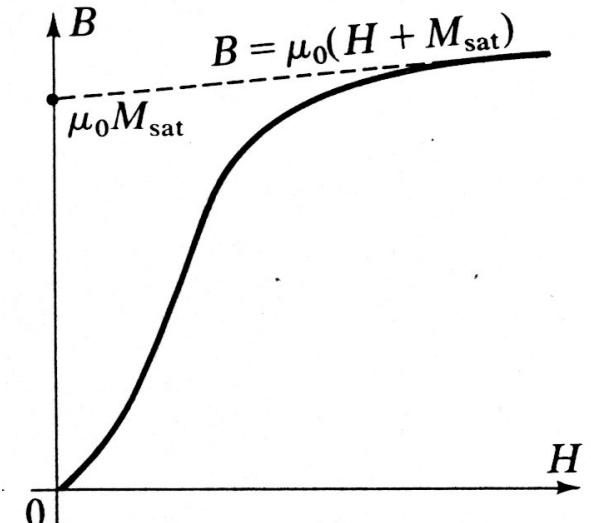
- On considère un échantillon torique (pas d'effet de surface et H connu par le courant I - cf plus loin) qui n'a jamais été aimanté
 - ou de manière équivalente un échantillon qui a été désaimanté
- La **courbe de 1^{re} aimantation** comprend :
 - une zone quasiment linéaire
 - une zone à croissance plus rapide
 - une zone de saturation (**aimantation à saturation** M_{sat})
- M_{sat} dépend du matériau, de sa pureté et de sa température :
 - A $T = 300$ K, M_{sat} est atteinte pour du fer pour $H = 10^5\text{-}10^6$ A/m, ie $B = \mu_0 H = 0.1\text{-}1$ T
 - Pour le mumétal, il faut $H = 10$ A/m, ie $B = 10^{-5}$ T.



Courbe de 1^{re} aimantation (2/2)

$$B = \mu_0 (H + M) \Rightarrow$$

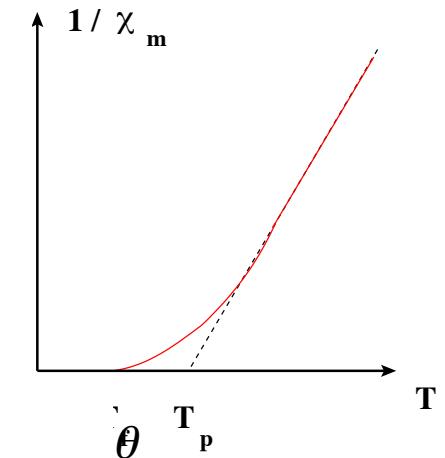
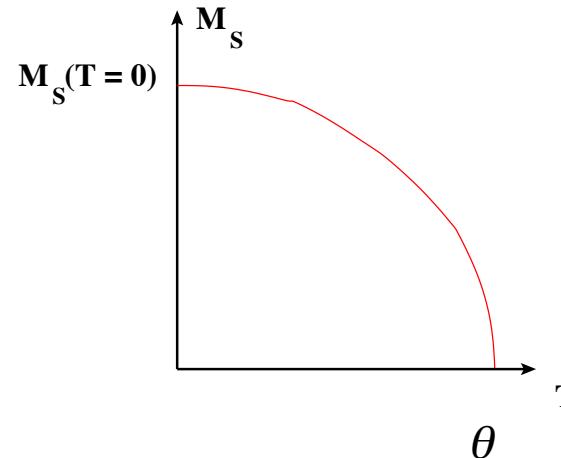
- Au delà de T_f (température de Curie ferromagnétique), le matériau n'est plus ferromagnétique mais paramagnétique



- Pour $T \gg T_f$, il suit la loi de Curie-Weiss :

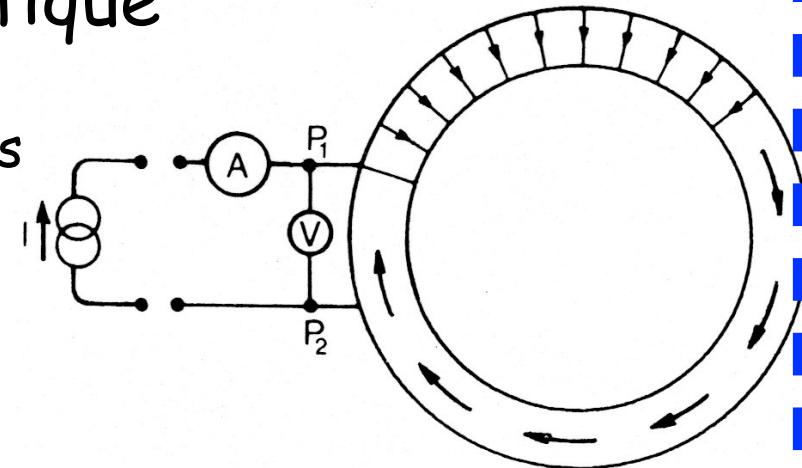
$$\chi_m = \frac{C}{T - \Theta}$$

Θ : Température de Curie paramagnétique



Etude expérimentale de l'aimantation ferromagnétique

- On utilise une bobine torique (N spires parcourues par I) de faible section S et de longueur moyenne l
- Géométrie particulièrement simple :
 - La bobine est remplie d'un matériau ferromagnétique : B , M et H sont orthoradial
 - Valeurs identiques de B , M et H le long de l'axe magnétique



- Ampère : $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{libre} \Rightarrow Hl = NI \Rightarrow H = \frac{NI}{l}$

La lecture de
l'ampèremètre
donne H !!!

- Le voltmètre mesure la tension induite quand on modifie I :

$$V_1 - V_2 = - \left(- \frac{d\Phi}{dt} \right) = N S \frac{dB}{dt}$$

On connaît
donc H , B et M

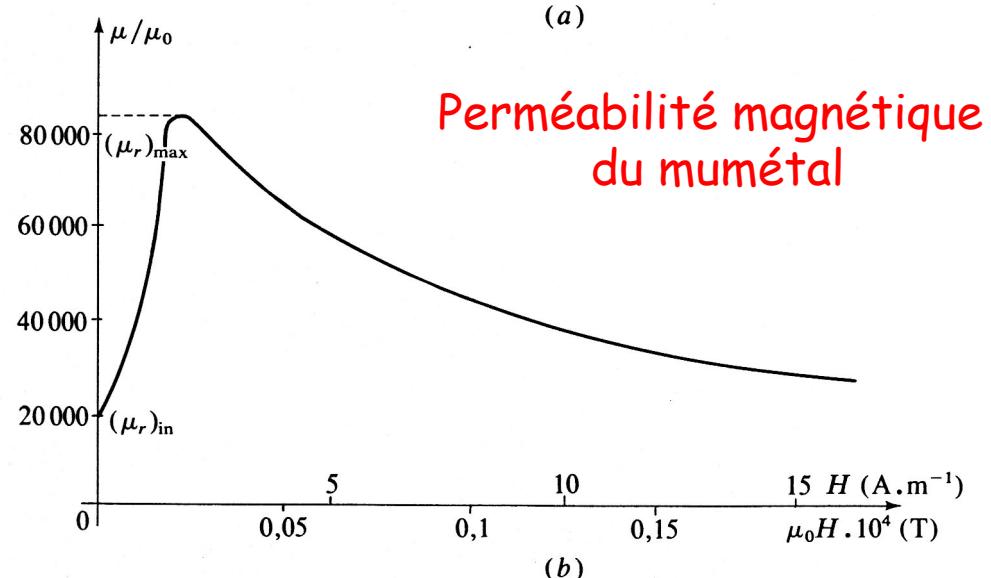
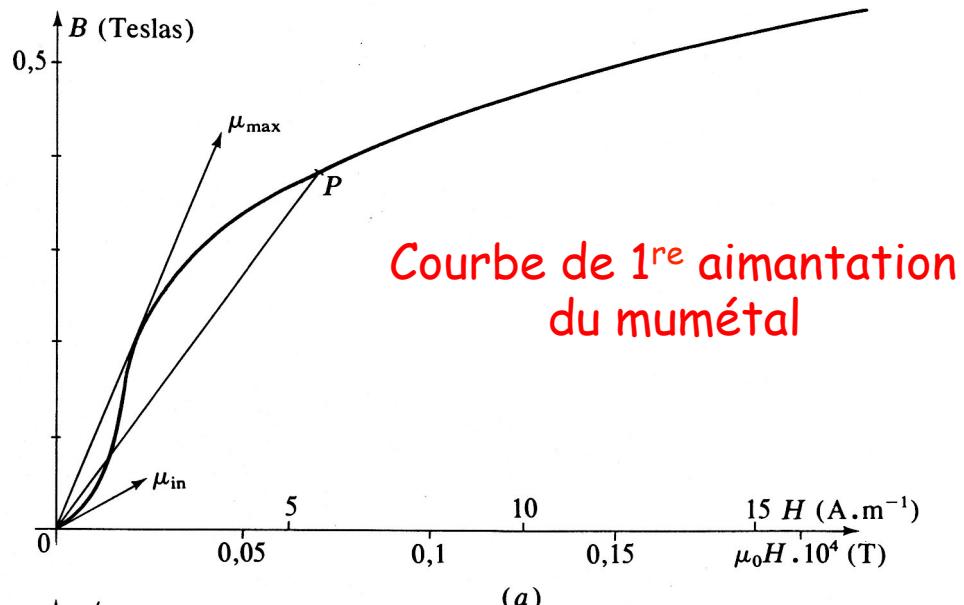
Perméabilité magnétique (1/2)

- Par définition :
 - La **perméabilité magnétique relative** est : $\mu_r(H) = \frac{B}{\mu_0 H}$
 - La **perméabilité magnétique absolue** est : $\mu(H) = \mu_0 \mu_r(H) = \frac{B}{H}$
- Attention : cette grandeur n'est pas linéaire !
- $\mu_r = 10^4$ est courant pour un ferromagnétique
 - Cela signifie que B peut être 10000 fois plus élevé que la valeur du champ $\mu_0 NI/l = \mu_0 H$ qui régnerait dans la bobine en l'absence de matériau ferromagnétique !
- Le fer pur peut atteindre $\mu_r = 1.4 \cdot 10^6$ (après traitement à haute température sous H_2)

Perméabilité magnétique (2/2)

$$\mu_r(H) = \frac{B}{\mu_0 H}$$

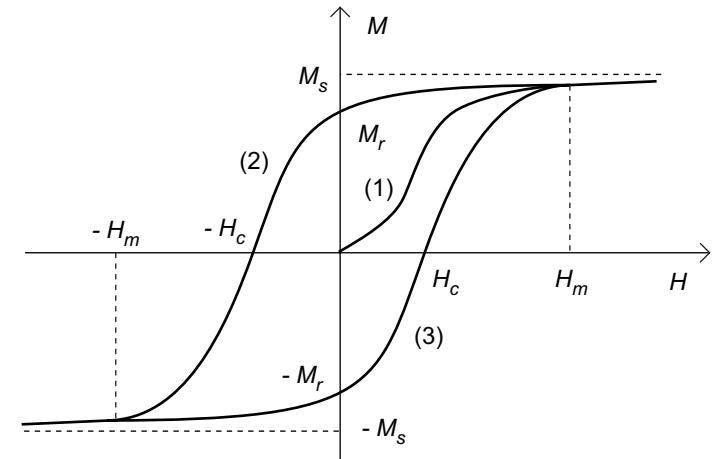
- Cette grandeur n'est pas linéaire !
- μ est la pente de OP
- La position et la valeur du maximum dépendent de la pureté et de la température du matériau



Cycles d'hystérésis

- Matériau initialement non aimanté. On peut faire croître H jusqu'à H_m pour que l'aimantation soit proche de la saturation : on décrit une portion de la **courbe de 1^{re} aimantation**
 - La courbe complète est la **courbe d'hystérésis**
- Une aimantation en l'absence de courants libres extérieurs est une caractéristique des ferromagnétiques
 - Elle permet la réalisation d'aimants permanents
 - Pour du fer à 300 K :

$$M_r \approx 1,2 \times 10^6 \text{ A/m} \implies B_r = \mu_0 M_r = 4 \pi 10^{-7} \times 1,2 \times 10^6 = 1,5 \text{ T}$$



M_s : aimantation de saturation
 M_r : aimantation rémanente
 H_c : excitation coercitive

Valeur très élevée

Energie perdue au cours d'un cycle d'hystéresis (1/2)

- En utilisant un montage en bobine torique, la puissance fournie s'écrit :

$$\left. \begin{array}{l} V_1 - V_2 = N S \frac{dB}{dt} \\ I = \frac{H l}{N} \end{array} \right\} \Rightarrow P = I (V_1 - V_2) = l S H \frac{dB}{dt}$$

- Le travail (volumique) dw fournit au matériau pour faire varier le champ de dB (le volume est $/ S$) est :

$$dw = \frac{P dt}{l S} = H dB$$

Energie perdue au cours d'un cycle d'hystérésis (2/2)

- L'énergie volumique fournie pour décrire un cycle d'hystérésis est donc :

$$w = \oint H dB = \oint H d[\mu_0 (H + M)] = \mu_0 \oint H dH + \mu_0 \oint H dM$$

- Or : $\oint H dH = \left[\frac{1}{2} H^2 \right]_{Cycle} = 0$

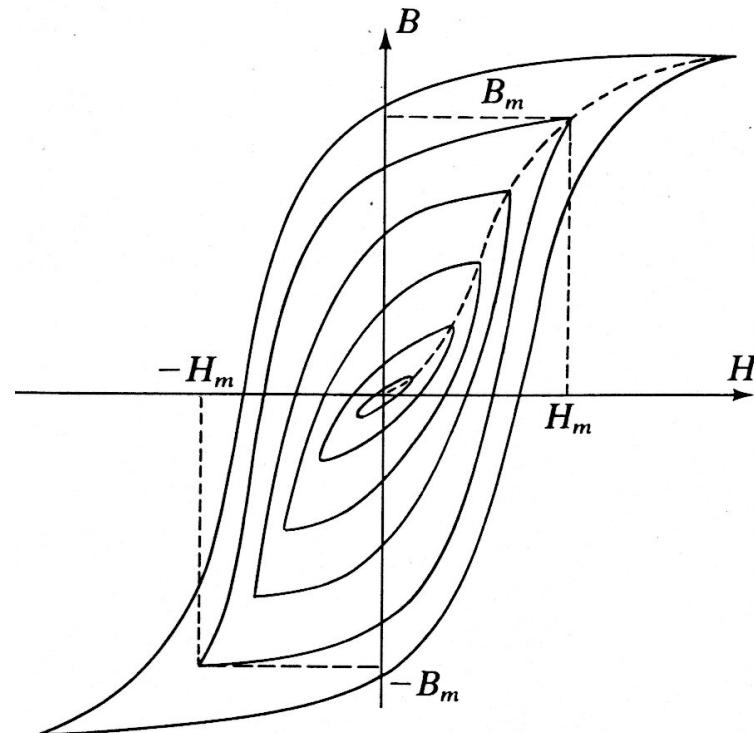
- Donc :

$$w = \mu_0 \oint H dM$$

- L'énergie volumique dissipée est le produit de μ_0 par l'aire du cycle d'hystérésis en coordonnées (H, M) - ou directement l'aire du cycle en coordonnées (B, H)

Comment désaimanter un ferromagnétique ?

- On soumet un échantillon ferromagnétique à un courant alternatif (par exemple 50 Hz) d'abord très intense et qu'on réduit ensuite vers zéro
- Par exemple, on désaimantait les disquettes en les laissant à côté du disque dur d'un PC....
- On peut ainsi annihiler le code-barre d'un chèque...

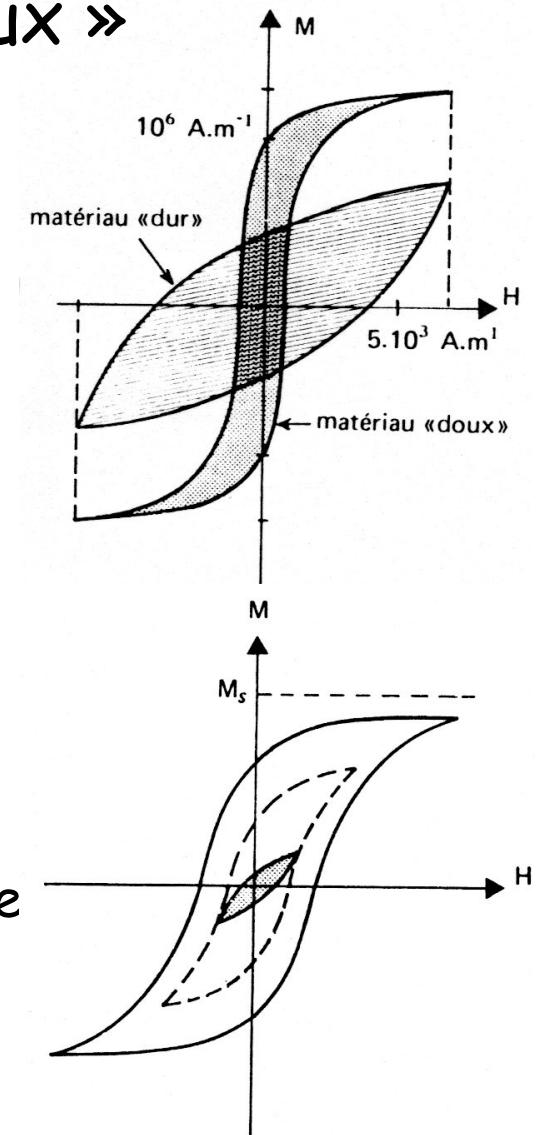


Enregistrement audio sur bande magnétique

- Une bande magnétique est constituée d'une couche d'oxyde de fer, qui prend une aimantation proportionnelle au champ B . Cette aimantation se conserve
 - Attention quand même aux champs trop intenses
- L'enregistrement s'effectue grâce à 3 électroaimants :
 - La **tête d'effacement** supprime tout signal préalablement enregistré (courant alternatif HF)
 - La **tête d'enregistrement** crée un champ B fonction monotone de l'intensité et de la fréquence du signal audio
 - La **tête de lecture** envoie un courant qui « traduit » le champ B inscrit sur la bande
- La qualité de l'enregistrement dépend de la vitesse de défilement de la bande - standard (4.75 cm/s) ou haute fidélité (38 cm/s)

Matériaux « durs » et « doux »

- Pour fabriquer un aimant permanent, il faut une aimantation rémanente M_r élevée, mais également (et même surtout) une excitation coercitive H_c élevée pour éviter une désaimantation accidentelle
 - Les aciers (fer + $\approx 1\%$ de C) font partie de ces matériaux « **durs** ». Pour certains alliages, $H_c > 10 \text{ kA/m}$
- Les ferromagnétiques contenus dans les moteurs à courant alternatif ou les transformateurs décrivent indéfiniment le même cycle. On cherche à minimiser la chaleur dissipée, ie l'aire du cycle
 - Exemple du fer « **doux** » (très pur). On arrive à réaliser $H_c < 1 \text{ A/m}$



Intégrale d'échange (1/2)

- Le ferromagnétisme est essentiellement lié aux spins non appariés. On peut se demander comment ces spins se couplent ?
 - Une proposition « classique » de Weiss (1907) a introduit la notion de **champ moléculaire** : champ magnétique fictif, proportionnel à M , qui orienterait les spins dans la même direction. Ce champ devrait valoir 10^3 T
 - On en déduit à nouveau que le couplage ne peut pas avoir pour origine les interactions magnétiques en physique classique
- Heisenberg a proposé (1928) une **interaction d'échange** : couplage par l'intermédiaire des fonctions d'onde : l'orientation des spins influe sur la répartition spatiale des fonctions d'onde, donc sur l'énergie

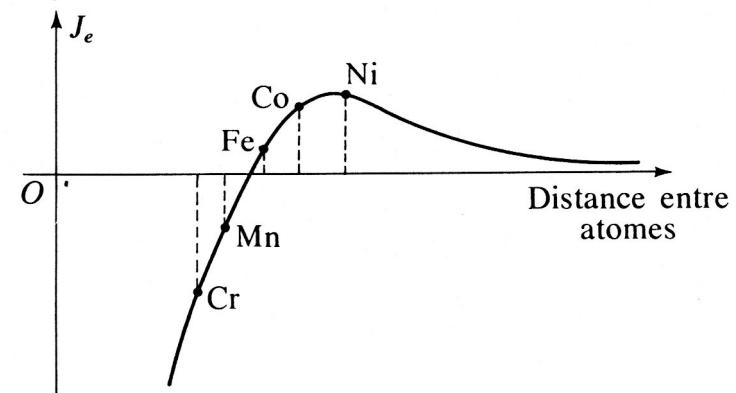
$$W_{ij} = -2 J_e \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \approx 0.1 \text{ eV/paire}$$

J_e : **intégrale d'échange**

Intégrale d'échange (2/2)

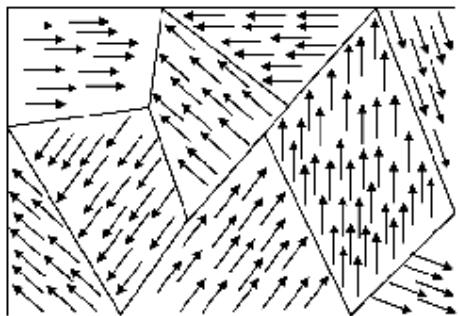
- L'intégrale d'échange dépend du recouvrement des fonctions d'onde et est très sensible à la distance entre les atomes :
 - Des calculs de MQ montrent que $J_e > 0$ (spins parallèles) sera favorisé si la distance inter-atomique est grande (Fe, Co, Ni)
- Exemple où une interaction à très courte portée se traduit de proche en proche par un ordre à grande distance

$$W_{ij} = -2 J_e \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

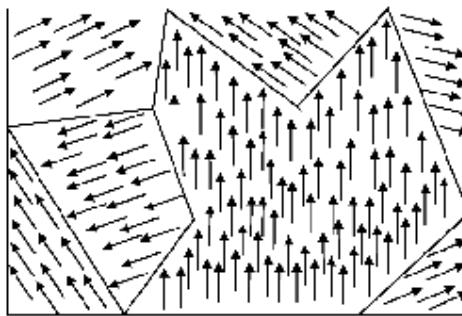


Domaines et parois (1/3)

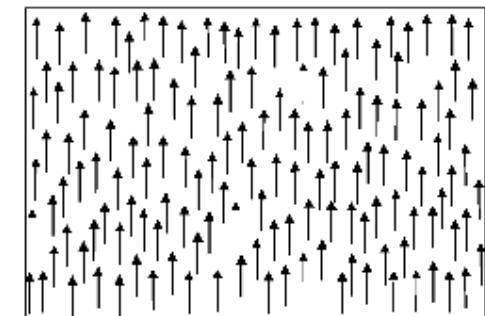
- L'interprétation du ferromagnétisme est basée (Pierre Weiss - 1907 - avant la MQ) sur plusieurs hypothèses :
 - Un matériau ferromagnétique (même monocristallin), est divisé en domaines (les **domaines de Weiss**)
 - Les moments dans chacun de ses domaines sont parallèles et ont une **aimantation spontanée** M_{sp}
 - Lorsque le matériau n'est pas aimanté, les orientations des divers domaines font que la moyenne macroscopique est nulle



$$M = 0$$



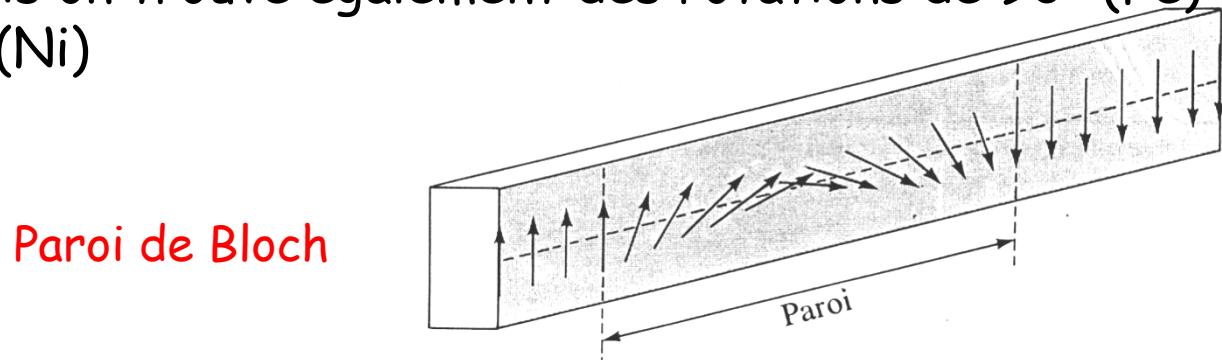
$$0 < M < M_s$$



$$M = M_s$$

Domaines et parois (2/3)

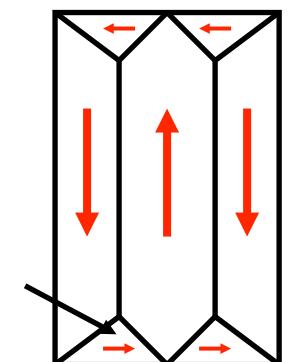
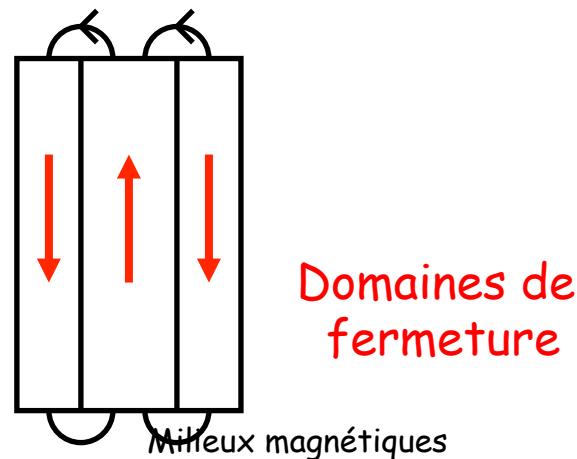
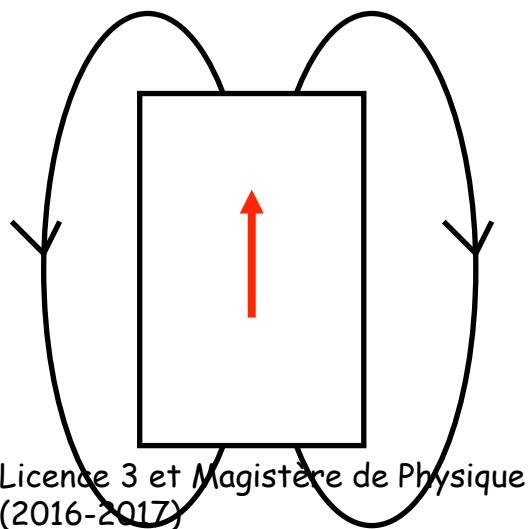
- Les directions d'aimantation spontanée correspondent à des orientations d'aimantation préférentielles
- Les **frontières** entre les domaines sont des zones où l'aimantation change de direction
 - ✗ Un retournement de 180° (**paroi de Bloch**) est le plus fréquent mais on trouve également des rotations de 90° (Fe) et de $70,5^\circ$ (Ni)



- ✗ L'énergie de constitution d'une telle paroi est plus faible que si le changement était brusque (heureusement!)

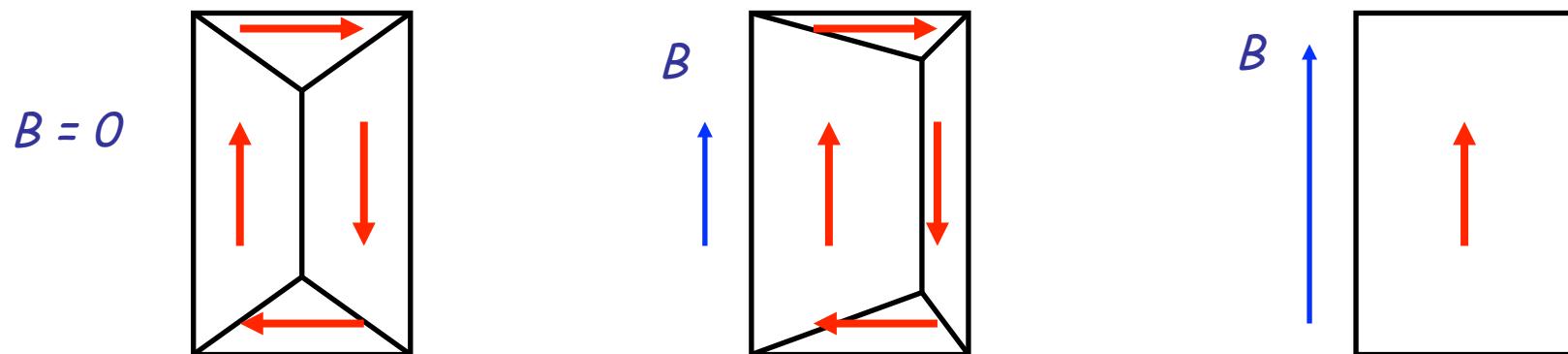
Domaines et parois (3/3)

- Deux effets opposés :
 - La décomposition du matériau en domaines de Weiss diminue le champ B créé par M , donc l'énergie magnétique $B^2/2\mu_0$ associée à ce champ diminue en même temps que la taille des domaines
 - La création d'une paroi (changement de direction de M_{sp}) nécessite de l'énergie (proportionnelle à la surface) qui augmente lorsque la taille des domaines diminue
 - Un équilibre (dépendant de B) fixe la dimension moyenne des domaines



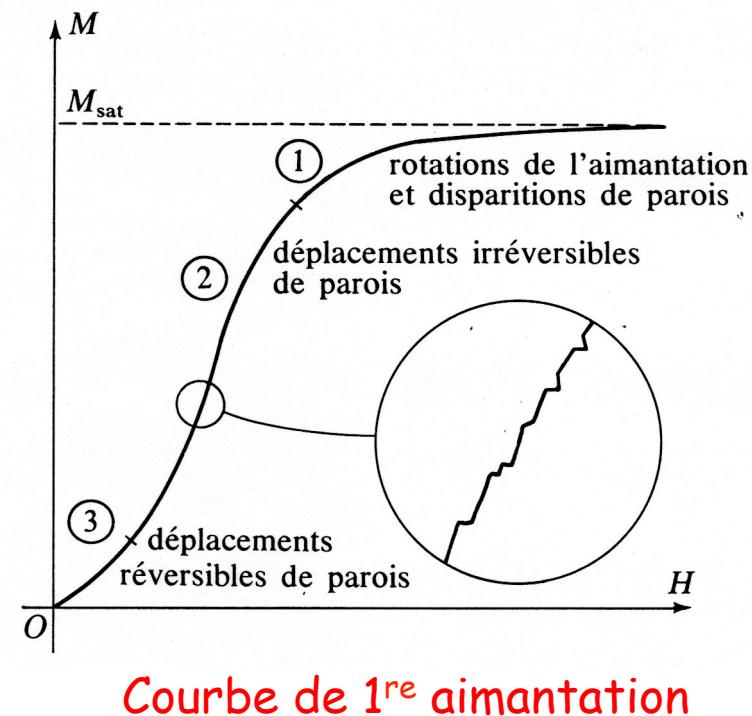
Effet d'un champ externe (1/2)

- Lorsqu'on applique un champ B croissant, les domaines qui possèdent une aimantation de la même orientation que B sont favorisés et croissent au détriment des autres
 - Apparition d'une aimantation macroscopique
 - Déplacement des parois (réversibles pour des champs faibles)



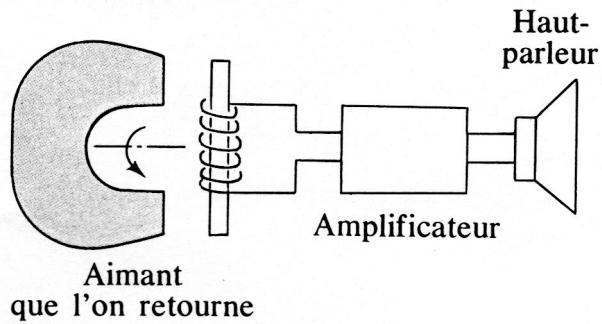
Effet d'un champ externe (2/2)

- Pour des champs forts (zone de non linéarité), les déplacements sont irréversibles : les parois se bloquent sur les impuretés et les franchissent par palier
- Pour des champs encore plus élevés (zone de saturation), on observe la rotation de l'aimantation des derniers domaines dans le sens du champ appliqué et une saturation de l'aimantation



Expérience de Barkhausen

- Les variations irréversibles des parois sont mises en évidence par l'expérience de Barkhausen (1919) :
 - On « entend » une fem produite dans une bobine qui entoure le matériau ferromagnétique : le crissement est dû aux irrégularités des déplacement des parois

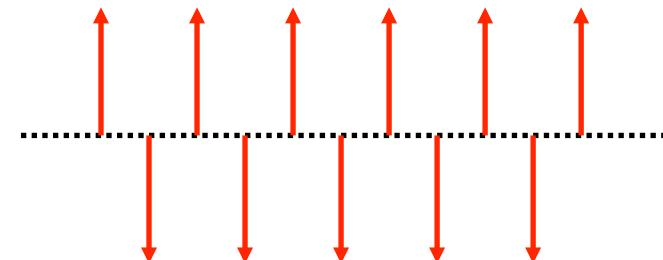


- L'intensité du signal de Barkhausen mesure la quantité d'impuretés du cristal et est utilisé pour des contrôles non destructifs de matériaux soumis à des cycles (industrie pétrolière, nucléaire)

Matériaux « dérivés » des matériaux ferromagnétiques (1/2)

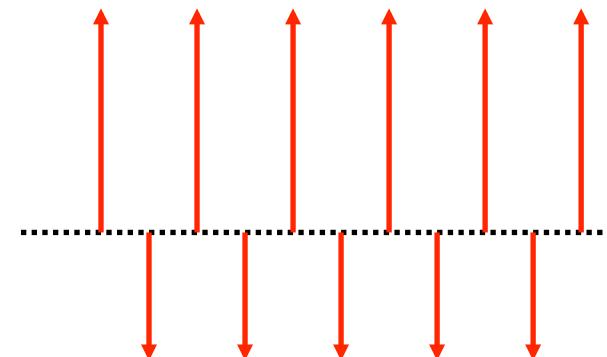
■ Matériaux antiferromagnétiques

- Concerne des milieux dont les atomes, éloignés les uns des autres, portent des moments magnétiques qui interagissent fortement entre eux avec $J_e < 0$ (la distance interatomique est $<$ à celle de Fe)
$$W_{ij} = - 2 J_e \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$
- La configuration la plus stable est celle où les moments sont antiparallèles : Cr, Mg
- Magnétisme macroscopique quasiment nul
- Comportement paramagnétique en présence d'un champ appliqué
- L'ordre antiferromagnétique disparaît pour $T > T_N$ (température de Néel)



Matériaux « dérivés » des matériaux ferromagnétiques (2/2)

- Matériaux ferrimagnétiques (ou ferrites)
 - Concerne des milieux comportant deux types d'atomes différents, dont les moments sont orientés tête-bêche : MnFeO_4 , Fe_2O_3
 - Magnétisme macroscopique très faible
 - Comportement paramagnétique au delà d'une température critique
 - Isolants électriques donc très utilisés : pas de dissipation par courant de Foucault !

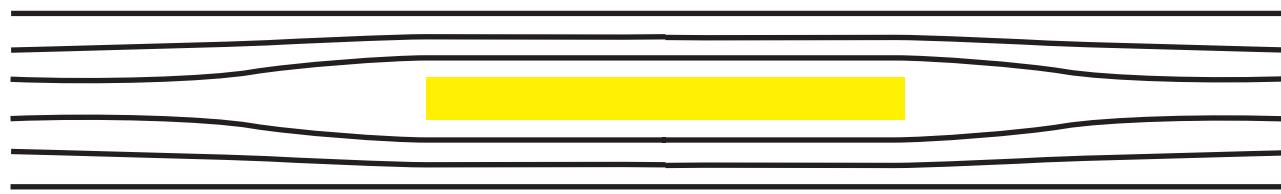


Plan du chapitre « Milieux magnétiques »

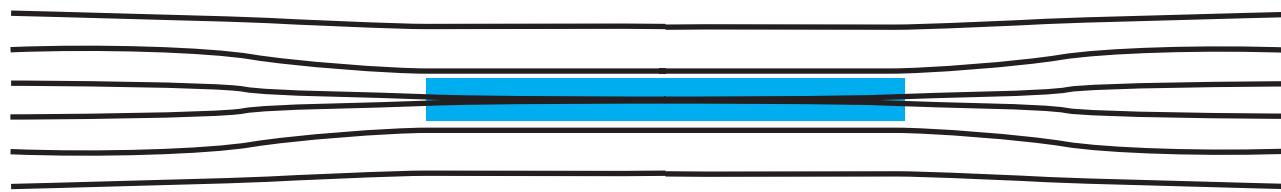
1. Sources microscopiques de l'aimantation en régime statique
2. Etude macroscopique de l'aimantation en régime statique
3. Aimantation en régime variable
- 4. Les divers types de milieux magnétiques**
 1. Diamagnétisme
 2. Paramagnétisme
 3. Ferromagnétisme
 - 4. Résumé**
5. Aspects énergétiques des milieux magnétiques

Allure des lignes de champ

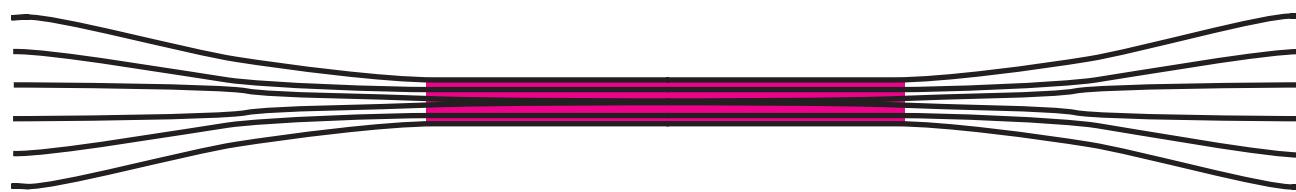
Matériau diamagnétique



Matériau paragnétique

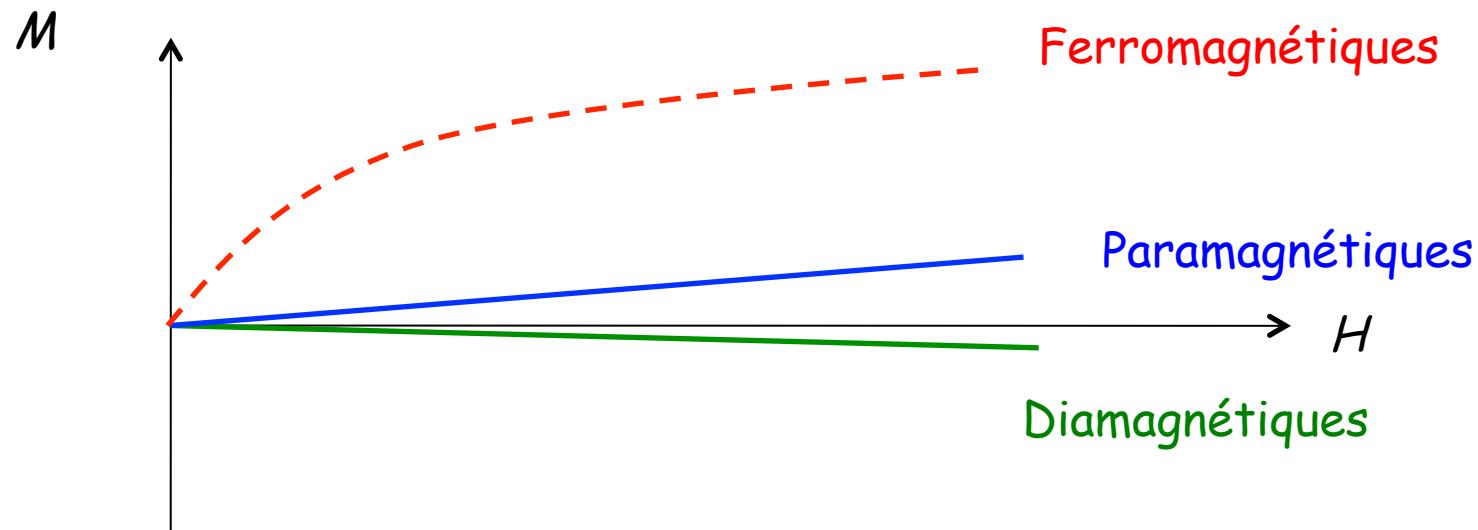


Matériau ferromagnétique



Résumé

- Comportement différent pour les différents types de matériaux :



Plan du chapitre « Milieux magnétiques »

1. Sources microscopiques de l'aimantation en régime statique
 2. Etude macroscopique de l'aimantation en régime statique
 3. Aimantation en régime variable
 4. Les divers types de milieux magnétiques
-
5. Aspects énergétiques des milieux magnétiques

- Ce paragraphe ressemble beaucoup à celui équivalent sur les diélectriques et sera donc moins détaillé
- Il y a des différences dans les rôles respectifs de (E , D) et (B , H)
- Les bilans énergétiques sont un peu plus délicats à obtenir car un générateur doit travailler pour maintenir un courant constant (alors que maintenir des charges constantes sur un conducteur se fait sans travail du générateur)

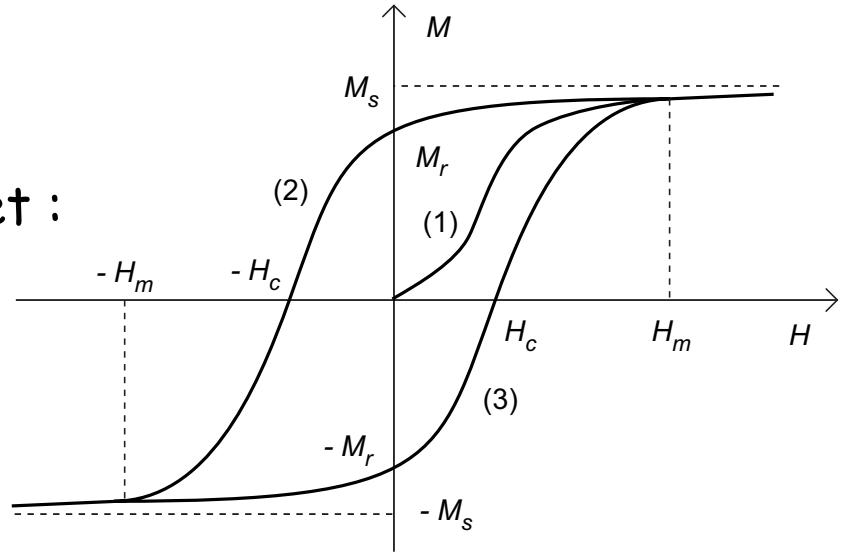
Plan du chapitre « Milieux magnétiques »

1. Sources microscopiques de l'aimantation en régime statique
2. Etude macroscopique de l'aimantation en régime statique
3. Aimantation en régime variable
4. Les divers types de milieux magnétiques

5. Aspects énergétiques des milieux magnétiques
 1. Cas d'un milieu lhi en régime sinusoïdal
 2. Travail d'aimantation (cas général)
 3. Travail d'aimantation (cas des faibles couplages)
 4. Lien avec l'énergie magnétique
 5. Exemple

- Energie volumique fournie pour décrire un cycle d'hystérésis complet :

$$w = \mu_0 \oint H \, dM$$



- L'énergie volumique dissipée est le produit de μ_0 par l'aire du cycle d'hystérésis en coordonnées (H, M) - ou directement l'aire du cycle en coordonnées (B, H)

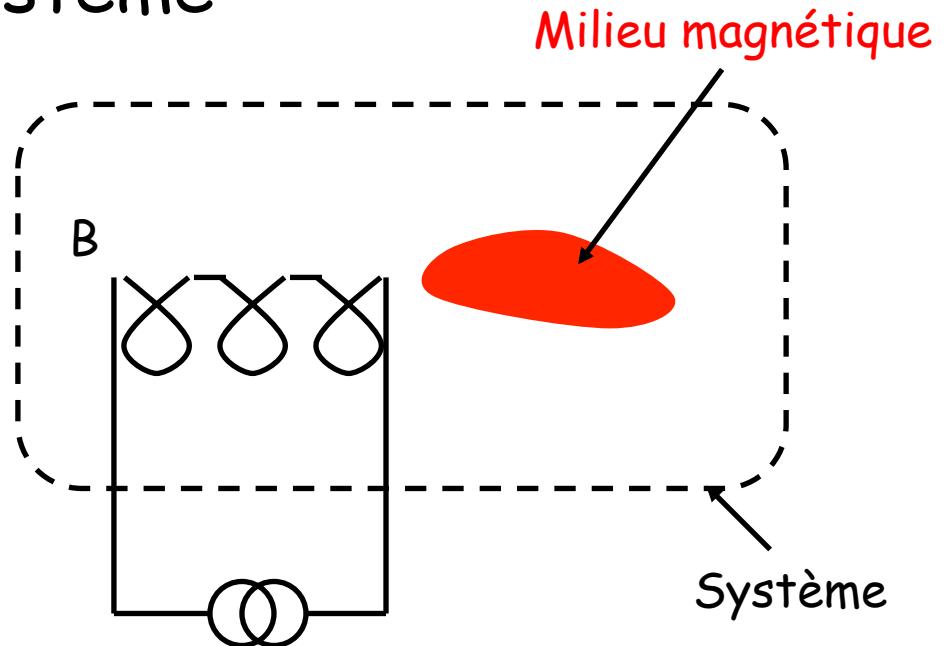
Plan du chapitre « Milieux magnétiques »

1. Sources microscopiques de l'aimantation en régime statique
2. Etude macroscopique de l'aimantation en régime statique
3. Aimantation en régime variable
4. Les divers types de milieux magnétiques

5. Aspects énergétiques des milieux magnétiques
 1. Cas d'un milieu lhi en régime sinusoïdal
 2. Travail d'aimantation (cas général)
 3. Travail d'aimantation (cas des faibles couplages)
 4. Lien avec l'énergie magnétique
 5. Exemple

Le système

- On considère des milieux sans charge ou courant libre :
 - Les seuls courants libres sont sur les circuits qui génèrent le champ
 - Les circuits ne comportent ni moteur, ni récepteur
- Le système sera constitué :
 - des milieux magnétiques (dia, para ou ferro) supposés isolants
 - des circuits électriques reliés à des générateurs qui y font circuler des courants
 - de tout l'espace où le champ B est non nul
- En particulier, les générateurs sont à l'extérieur du système



- Le générateur doit travailler contre la fem d'induction e :

$$e = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

où Φ_B est le flux de B qui traverse le circuit

- En négligeant les effets Joule dans les conducteurs :

$$\delta W_m = - e I \delta t = I \delta\Phi_B$$

- Si tout est immobile (aucun travail mécanique), alors δW_m est l'opposé du travail de la force électromagnétique due au champ électrique induit :

$$\delta W_m = \iiint_{Espace} \vec{J}_{libre} \cdot \delta \vec{A} dV$$

Une 1^{re} expression du travail δW_m en fonction des champs (1/2)

$$\delta W_m = \iiint_{Espace} \vec{J}_{libre} \cdot \delta \vec{A} dV$$

- On a
$$\vec{J}_{libre} = \vec{\nabla} \times \vec{H}$$
- On utilise
$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{a}) - \vec{a} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{b})$$
 avec $\vec{a} = \vec{H}$ et $\vec{b} = \delta \vec{A}$
- pour montrer que
$$\vec{J}_{libre} \cdot \delta \vec{A} = (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \cdot \delta \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{H} \times \delta \vec{A}) + \vec{H} \cdot (\vec{\nabla} \times \delta \vec{A})$$
- Comme en plus
$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} + \delta \vec{A}) = \vec{B} + \delta \vec{B} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \delta \vec{A} = \delta \vec{B}$$
- On obtient finalement :

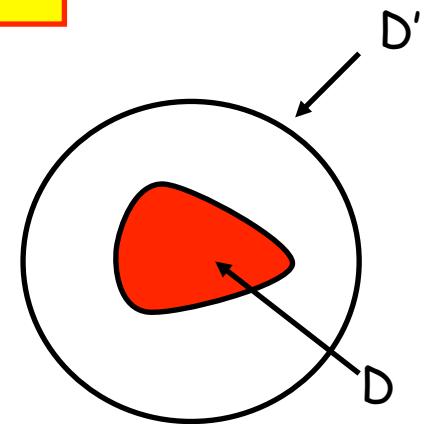
$$\delta W_m = \iiint_{Espace} \vec{\nabla} \cdot (\vec{H} \times \delta \vec{A}) dV + \iiint_{Espace} \vec{H} \cdot \delta \vec{B} dV$$

Une 1^{re} expression du travail δW_m en fonction des champs (2/2)

$$\delta W_m = \iiint_{Espace} \vec{\nabla} \cdot (\vec{H} \times \delta \vec{A}) dV + \iiint_{Espace} \vec{H} \cdot \delta \vec{B} dV$$

$$\Rightarrow \delta W_m = \oint_{(S)} \vec{H} \times \delta \vec{A} dS + \iiint_{Espace} \vec{H} \cdot \delta \vec{B} dV$$

- On considère (D') domaine sphérique de rayon R englobant (D). En magnétostatique, δA décroît au moins comme $1/R^2$ et H comme $1/R$
 - Le flux à travers la surface tend vers zéro à l'infini
 - D'où finalement : $\delta W_m = \iiint_{Espace} \vec{H} \cdot \delta \vec{B} dV$
- Remarque : l'énergie absorbée au cours du cycle d'hystérisis d'un ferromagnétique avait la même forme



Plan du chapitre « Milieux magnétiques »

1. Sources microscopiques de l'aimantation en régime statique
 2. Etude macroscopique de l'aimantation en régime statique
 3. Aimantation en régime variable
 4. Les divers types de milieux magnétiques
-
5. Aspects énergétiques des milieux magnétiques
 1. Cas d'un milieu lhi en régime sinusoïdal
 2. Travail d'aimantation (cas général)
 3. Travail d'aimantation (cas des faibles couplages)
 4. Lien avec l'énergie magnétique
 5. Exemple

Une 2^e expression du travail δW_m en fonction des champs (1/2)

- On peut écrire :

$$\vec{H} \cdot \delta \vec{B} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \cdot \delta \vec{B} - \vec{M} \cdot \delta \vec{B}$$

- Comme pour les milieux diélectriques, l'interprétation en terme d'énergie du champ et d'énergie du milieu est arbitraire car B est en partie dû à l'aimantation M du milieu
 - B et le milieu sont couplés
- Comme pour les diélectriques, la bonne démarche consiste à isoler dans δW_m le travail qui serait fourni, en l'absence de milieu magnétique, pour établir le même courant

Une 2^e expression du travail δW_m en fonction des champs (2/2)

- On introduit le champ $B_0 = \mu_0 H_0$ créé par les courants libres du système. On écrit B et H sous la forme :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + (\vec{B} - \mu_0 \vec{M} - \vec{B}_0) + \mu_0 \vec{M} \quad \text{et} \quad \vec{H} = \vec{H}_0 + (\vec{H} - \vec{H}_0)$$

- De plus : $\vec{B} - \mu_0 \vec{M} - \vec{B}_0 = \mu_0 (\vec{H} - \vec{H}_0)$
- Après calculs :

$$\vec{H} \cdot \delta \vec{B} = (\vec{H} - \vec{H}_0) \cdot \delta \vec{B} + \vec{H}_0 \cdot \delta \vec{B}_0 + \vec{B}_0 \cdot \delta (\vec{H} - \vec{H}_0) + \vec{B}_0 \cdot \delta \vec{M}$$

- Les intégrales sur l'espace du 1^{er} et du 3^e termes sont nulles (mêmes courants libres). Il reste :

$$\delta W_m = \delta \left(\iiint_{Espace} \frac{\vec{B}_0^2}{2 \mu_0} dV \right) + \iiint_{Milieu} \vec{B}_0 \cdot \delta \vec{M} dV$$

Travail supplémentaire dû à la présence du milieu magnétique

$$\delta W_m = \delta \left(\iiint_{Espace} \frac{B_0^2}{2\mu_0} dV \right) + \iiint_{Milieu} \vec{B}_0 \cdot \delta \vec{M} dV$$

- Le 1^{er} terme représente l'énergie nécessaire pour modifier le champ B_0 en l'absence du matériau magnétique et peut se réécrire ($H_0 = B_0/\mu_0$)

$$\iiint_{Espace} \frac{dB_0^2}{2\mu_0} dV = \iiint_{Espace} \mu_0 \vec{H} \cdot d\vec{H} dV$$

- Le 2^e terme représente donc le travail supplémentaire $\delta W'_m$ (lié à la présence du milieu magnétique) qui doit être fourni par le générateur pour modifier l'aimantation du milieu magnétique (fixe) :

$$\delta W'_m = \iiint_{Milieu} \vec{B}_0 \cdot \delta \vec{M} dV$$

Résumé : travail magnétique en l'absence de couplage entre un milieu lhi et les courants libres

- Le travail magnétique s'écrit de 3 façons différentes :
 - Energie magnétostatique du vide (externe au milieu magnétique)

$$W_1 = \iiint_{Espace} \int_H \mu_0 \vec{H} \cdot d\vec{H} dV$$

- Energie fournie au milieu magnétique introduit dans le champ (interne au milieu magnétique)

$$W_2 = \iiint_{Espace} \int_H \mu_0 \vec{H} \cdot d\vec{M} dV$$

- Energie fournie par le générateur lorsqu'on introduit le milieu magnétique dans le champ

$$W_m = \iiint_{Espace} \int_H \vec{H} \cdot d\vec{B} dV$$

- Avec évidemment : $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \Rightarrow W_m = W_1 + W_2$

Plan du chapitre « Milieux magnétiques »

1. Sources microscopiques de l'aimantation en régime statique
2. Etude macroscopique de l'aimantation en régime statique
3. Aimantation en régime variable
4. Les divers types de milieux magnétiques

5. Aspects énergétiques des milieux magnétiques
 1. Cas d'un milieu lhi en régime sinusoïdal
 2. Travail d'aimantation (cas général)
 3. Travail d'aimantation (cas des faibles couplages)
 4. Lien avec l'énergie magnétique
 5. Exemple

- L'état magnétique du système est déterminé par les variables (I , Φ), la distribution exacte de l'aimantation n'étant qu'un ajustement de l'équilibre interne
- Pour une transformation réversible à T et V constants, la variation de l'énergie libre du système est :

$$dF = -S \, dT - p \, dV + \delta W_m \quad \Rightarrow \quad dF = \delta W_m = \iiint_{\text{Espace}} (\vec{H} \cdot d\vec{B}) \, dV$$

- Par intégration entre les états 0 et B :

$$U_m = F(T, V, \Phi) - F(T, V, 0) = \iiint_{\text{Espace}} \left(\int_{B=0}^{B=B_{\text{Final}}} \vec{H} \cdot d\vec{B} \right) dV$$

- U_m est l'énergie magnétique du système. C'est une énergie libre au sens de la thermodynamique

- L'expression de $\delta W'_m$ conduit à :

$$U'_m = F'(T, V, \Phi_m) - F'(T, V, 0) = \iiint_{Espace} \left(\int_{M=0}^{M=M_{final}} \vec{B}_0 \cdot d\vec{M} \right) dV$$

qui est l'énergie fournie par le générateur pour obtenir, en présence du milieu magnétique, les mêmes courants libres qu'en son absence

- L'expression de $\delta W''_m$ conduit elle à :

$$U''_m = F''(T, V, I) - F''(T, V, 0) = - \iiint_{Espace} \left(\int_{B=0}^{B=B_0} \vec{M} \cdot d\vec{B}_0 \right) dV$$

qui représente le travail mécanique de déplacement du milieu magnétique (à T et I constant) depuis l'infini

- Pour des milieux lhi, à T et V constants, on obtient finalement :

$$U_m = \iiint_{Espace} (\int_{B=0}^{B=B_{final}} \vec{H} \cdot d\vec{B}) dV = \frac{1}{2} \iiint_{Espace} \vec{H} \cdot \vec{B} dV = \iiint_{Espace} \frac{B^2}{2\mu} dV$$

$$U'_m = \iiint_{Espace} (\int_{M=0}^{M=M_{final}} \vec{B}_0 \cdot d\vec{M}) dV = \frac{1}{2} \iiint_{Espace} \vec{M} \cdot \vec{B}_0 dV$$

$$U''_m = - \iiint_{Espace} (\int_{B=0}^{B=B_0} \vec{M} \cdot d\vec{B}_0) dV = - \frac{1}{2} \iiint_{Espace} \vec{M} \cdot \vec{B}_0 dV$$

Plan du chapitre « Milieux magnétiques »

1. Sources microscopiques de l'aimantation en régime statique
 2. Etude macroscopique de l'aimantation en régime statique
 3. Aimantation en régime variable
 4. Les divers types de milieux magnétiques
5. Aspects énergétiques des milieux magnétiques
1. Cas d'un milieu lhi en régime sinusoïdal
 2. Travail d'aimantation (cas général)
 3. Travail d'aimantation (cas des faibles couplages)
 4. Lien avec l'énergie magnétique
 5. Exemple

Travail nécessaire pour aimanter une substance magnétique (1/4)

Déterminer le travail nécessaire pour aimanter un barreau remplissant parfaitement un solénoïde dans les deux cas suivants (on supposera qu'aucune propriété ne dépend de la position) :

1. Le barreau étant dans le solénoïde, on augmente le courant jusqu'à ce que le champ atteigne H_f
 2. Le barreau étant à l'infini, on établit le champ H_f et on amène le barreau dans le solénoïde à courant constant
-

Le 1^{er} cas a été traité en cours : $\delta W = \iiint_{(V)} \int \vec{H} \cdot d\vec{B} dV \Rightarrow W = V \int_0^{H_f} \vec{H} \cdot d\vec{B}$

Le 2^e cas nécessite d'établir le champ H_f dans le solénoïde (W_a), d'amener le barreau depuis l'infini (W_b) et de maintenir les courants constants (W_c)

Travail nécessaire pour aimanter une substance magnétique (2/4)

Le travail nécessaire pour établir le champ H_f dans le solénoïde est :

$$W_a = \mu_0 V \int_0^{H_f} \vec{H} \cdot d\vec{H}$$

On maintient le champ H_f constant en maintenant les courants constants. Il faut fournir du travail mécanique pour amener le barreau depuis l'infini. L'aimantation vaut 0 dans l'état initial et M dans l'état final, alors que le champ B vaut $\mu_0 H$.

Le travail magnétique vaut :

$$W_b = -V \iiint_V \vec{M} \cdot d\vec{B} = -V \iiint_V \vec{M} \cdot d(\mu_0 \vec{H}) = -\mu_0 V \int_V \vec{M} \cdot \vec{H}$$

Travail nécessaire pour aimanter une substance magnétique (3/4)

Pour maintenir les courants, donc le champ constant, il faut vaincre la fem e en fournissant la puissance P telles que :

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{et} \quad P = -e I_f = I_f \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow W_c = I_f \Delta\Phi$$

La variation $\Delta\Phi$ du flux du champ magnétique à travers le solénoïde est :

$$\Delta\Phi = N S (B_f - \mu_0 H_f) = N S \mu_0 M_f$$

Le théorème d'Ampère s'écrit : $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{libre} \Rightarrow H_f \times l = N I_f$

$$\Rightarrow V H_f = N S I_f \quad \Rightarrow \quad W_c = \mu_0 V M_f H_f$$

$$\Rightarrow W_c = \mu_0 V \iiint_{(V)} d(\vec{M} \cdot \vec{H})$$

Travail nécessaire pour aimanter une substance magnétique (4/4)

Le travail total nécessaire est donc :

$$\begin{aligned} W &= W_a + W_b + W_c = \mu_0 V \left[\int_0^{H_f} H dH - \int_0^{H_f} M dH + \int_0^{H_f} d(M H) \right] \\ &= \mu_0 V \int_0^{H_f} H d(H + M) = V \int_0^{H_f} H dB \end{aligned}$$

Les deux expressions sont identiques, car pour une isotherme réversible, on a $W = \Delta F$ et les états initiaux et finaux sont identiques