Des choses de le chap8

II -

$\vec{v}(M,t_0) \,//\, d\vec{l}$ Lc → ligne de courant

Équ° des ligne de courants :

$$\boxed{\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z}}$$

Écoulem^t stationnaire : v indpdt de t.
- Lc et figée
- $\frac{d}{dt} = 0$
- Lc = trajectoire

III - Dérivé particulaire (descrip° Eulerienne)

$dG = \frac{DG}{Dt}dt$: dérivée en suivant une part. de fluide

$$\boxed{\frac{D\cdot}{Dt} = \frac{\partial \cdot}{\partial t} + \underbrace{(\vec{v}.\vec{\text{grad}})\cdot}}$$

dérivée locale indiq le caractère permanent ou non

dérivée convective dû au déplacem^t. caractère uniforme ou non.

IV - Bilan de masse

Débit de masse : Dm à travers la surface S est la masse traversant S par unité de tps.

$$\boxed{\delta m = D_m dt}$$

$$\boxed{dm = \rho d\tau = \rho \vec{v}\, dt\, d\vec{S}}$$

$\boxed{\vec{j}_m = \rho\vec{v}}$ vecteur densité du flux de masse

$$\boxed{D_m = \iint_S \rho\vec{v}\, d\vec{S} = \iint \vec{j}_m . d\vec{S}}$$

En régime permanent, Dm se conserve $D_{m_1} = D_{m_2}$

$$\boxed{D_v = \iint_S \vec{v}.d\vec{S}}$$

Modèle unidirectionnel : $\vec{v} = v_x(x,t)\vec{u}_x$

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{v}) = \vec{0}}$$

$G(t+dt) - G(t) = \frac{dG}{dt}dt$.

Écoulem^t incompressif : $\text{div}(\vec{v}) = 0$
- Dv se conserve
- ρ const $\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$
- Lc se resserent ⇒ v? sur un obstacle $\vec{v} \perp \vec{n}$

• "Vive les opérateurs !" :

. Th d'Ostrogradski :

$$\boxed{\oiint_S \vec{A}.d\vec{S} = \iiint_V \text{div}(\vec{A})\, d\tau}$$

en coord cart : $\text{div}(\vec{A}) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = \vec{\nabla}.\vec{A}$

. Th de Stokes :

$$\boxed{\oint_C \vec{A}.d\vec{l} = \iint \vec{\text{Rot}}(\vec{A}).d\vec{S}}$$

en coord cart : $\vec{\text{rot}}(\vec{A}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$

→ $\boxed{\vec{\text{Rot}}(\vec{v}) = 0 \Rightarrow \exists\, \varphi(M,t) \text{ tq } \vec{v} = \vec{\text{grad}}(\varphi)}$

→ $\boxed{\text{div}(\vec{B}) = 0 \Rightarrow \exists\, \vec{A}(M,t) \text{ tq } \vec{B} = \vec{\text{Rot}}(\vec{A})}$

. Le Laplacien : $\boxed{\Delta U = \text{div}(\vec{\text{grad}}(U))}$

en coord cart : $\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$

→ $\boxed{\vec{\text{Rot}}(\vec{\text{Rot}}(\vec{A})) = \vec{\text{grad}}(\text{div}(\vec{A})) - \Delta\vec{A}}$

→ $\boxed{dU = \vec{\text{grad}}(U)\, d\vec{l}}$

→ en coord cart :

$$\boxed{\vec{\text{grad}}(U) = \vec{\nabla}U = \frac{\partial U}{\partial x}\vec{u}_x + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{u}_y + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{u}_z}$$

$$\boxed{\oiint_S A.d\vec{S} = \iiint_V \vec{\text{grad}}(A)\, d\tau}$$

V vecteur tourbillon.

écoulem^t irrotationnel : $\boxed{\vec{\text{Rot}}(\vec{v}) = 0} \Rightarrow v = \vec{\text{grad}}(\phi)$ champ scalaire

Pour une part. de fluide en rotation :

$\vec{v} = \vec{\Omega} \wedge \vec{OM}$

On déf le vect° tourbillon : $\boxed{\vec{\Omega}(M,t) = \frac{1}{2}\vec{\text{Rot}}(\vec{v}(M,t))}$

. Écoulem^t irrotationnel et incompressif.

$\text{Rot}(\vec{v}) = 0$ ⇓ $v = \vec{\text{grad}}(\phi)$

$\text{div}(\vec{v}) = 0$

$\text{div}(\vec{\text{grad}}(\phi)) = 0$

$$\boxed{\Delta\, \phi(M,t) = 0}$$