| Des choses de le chap 8 | $\vec{j}_m = \rho\vec{v}$ vecteur densité | $\vec{rot}(\vec{rot}(\vec{A})) = \vec{grad}(div(\vec{A})) - \Delta\vec{A}$

$\frac{D\cdot}{Dt} = \frac{\partial\cdot}{\partial t} + (\vec{v}.\vec{grad})\cdot$ | $\delta W = \vec{F}.d\vec{r}$ | th d'Ostrogradski : $\oiint \vec{A}.d\vec{S}_{ext} = \iiint div(\vec{A})\, d\tau$

Chap 9

I- Contraintes de un fluide

$d\vec{F} = \vec{f}_{vol}.d\tau$
$= \vec{f}_{mass}\, dm$

$f_{vol} = \rho f_{mass}$ sur un fluide

Force de pression : $\boxed{d\vec{F}(M,t) = -p(M,t)\,dS.\vec{n}_{sortante}}$

$\boxed{\vec{f}_{pres,vol} = -\vec{grad}(p)}$

Force viscosité : $\vec{v}(M,t) = v(y,t)\,\vec{u}_x$

$\boxed{d\vec{F}_{haut \to bas} = \eta \frac{dv}{\partial y}\, dS\, \vec{u}_x}$

$\boxed{\vec{f}_{visc,vol} = \eta\Delta\vec{v}}$

Equa° de la statiq des fluide :

$f_{ext,vol}\, d\tau + d_{pression} + d\vec{F}_{visc} = \vec{0}$; $\vec{v} = \vec{0}$

$\Rightarrow f_{ext,vol} - \vec{grad}(p) = \vec{0}$

$\vec{grad}\, p \perp$ surface isobare

Poids : $\boxed{\vec{f}_{pesant,vol} = \rho\vec{g} = \vec{f}_{ext,vol}}$

$\boxed{p = \rho\frac{RT}{M}}$ GP

Surface libre : $p = p_{ext} = cst$
↳ isobare plan

• $\vec{f}_{ie,vol} = \rho\vec{a}$
$= \rho\omega^2 R\,\vec{u}_r$

Re Rota°

$\boxed{d\vec{F}_{ie} = dm\,\omega^2.\vec{HM}}$

$\boxed{d\vec{F}_{ic} = -2dm\,\vec{\omega}\wedge\vec{v}_{R'}}$

Poussé d'Archimède : Liquide au repos + solide immergé et immobile ds le liquide :

$\boxed{\vec{\Pi}_A = \text{Résultante des force de pression}}$

$\vec{\Pi}_A = -\vec{P}_{fluide}$: opposé du poids du fluide remplacé par le solide

$\vec{\Pi}_A = -m_{fluide}\,\vec{g} = \boxed{-\rho_{fluide}\, V\vec{g}}$

s'appliq au centre de masse du volume de fluide remplacé

solide de du fluide remplacé

aux frontières du liquide !

Tension superficielle : $\vec{F}_{t.s}$ ↗ l'int du liquide

⇒ diminue le volume des sys, ↘ surface

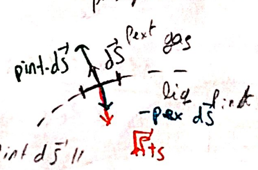
Coef ts $= \gamma$: Ds ce cas là : $\vec{F}_{ts}$ → $\vec{u}_x$

$\vec{F}_{ts} = -\gamma L\,\vec{u}_x$ et $\delta W_{op} = \gamma\, dS$

pr déplacer la barre

γ de l'eau : $73.10^{-3}\ N.m^{-1}$

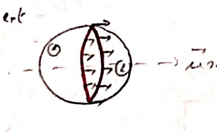
• Loi de Laplace :



$\|p_{ext}.d\vec{S}\| + \|d\vec{F}_{ts}\| = \|p_{int}\, d\vec{S}\|$

$\Rightarrow \boxed{p_{int} > p_{ext}}$ pre° n'est pas continue.

Pour une goutte :



forces sur ①

$\vec{F}_{pext,1/2\,sph}$: $p_{ext}\,\pi R^2\vec{u}_x$

$\vec{F}_{pint,1/2\,sph} = -p_{int}\,\pi R^2\vec{u}_x$

F_{ts} : $\gamma\, 2\pi R\,\vec{u}_x$

Loi de Laplace sur une goutte : $\boxed{p_{int} = p_{ext} + \frac{2\gamma}{R}}$

si la T.S n'intervient pas, la pression est cst

II- Ecoulemt des fluides visqueux

(T.S negligé)

• Equa° de Navier-Stokes :

$dm\,\vec{a} = \sum d\vec{f}_{ext}$

$\rho d\tau\frac{D\vec{v}}{Dt} = \vec{f}_{ext,vol}\, d\tau + f_{pres,vol}\, d\tau + f_{visc,vol}\, d\tau$

$\rho d\tau\left[\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\vec{grad})\vec{v}\right] = f_{ext,v}\, d\tau - \vec{grad}\,p + \eta\Delta\vec{v}\, d\tau$

$\boxed{\rho\left[\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\vec{grad})\vec{v}\right] = f_{ext,v} - \vec{grad}\,p + \eta\Delta\vec{v}}$

♡ $(\vec{v}.\vec{grad})\vec{v} = \vec{grad}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \vec{rot}(\vec{v})\wedge\vec{v}$

Pr savoir si l'ecoulemt est plus visqueux que convectif on compare en odg $\rho(\vec{v}.\vec{grad})\vec{v}$ et $\eta\Delta\vec{v}$

nb de Reynolds : $\boxed{Re = \frac{\rho v L}{\eta}}$ (v : vitesse)

$Re = \left\|\frac{\text{convection}}{\text{viscosité}}\right\|$

→ $Re \ll 1$: visc domine l'écoulemt

→ $Re \gg 1$: convection domine l'écoulemt

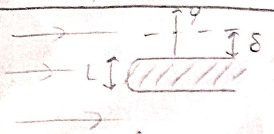
Pour déterminer la durée caract liée à un type d'écoulemt, on fait $\left\|\rho\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}\right\| \sim \vec{f}_{ecoulemt,vol}$ (visq ou convec°)

pour convextion : $\tau_c = \frac{L}{v}$
pour viscosité : $\tau_d = \frac{\rho L^2}{\eta}$

$\frac{\tau_d}{\tau_c} = Re$.

. **La couche limite** : Au voisinage d'un obstacle de dimension caractéristique L $\perp$ à l'écoulement :

$\boxed{\text{sur l'obstacle, la vitesse est nulle}}$

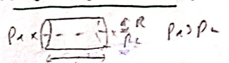


$y < \delta$: couche limite : v varie
$y \geq \delta$: $v(y) = cst$
Ds la couche limite, la visco domine
on a $\eta \Delta \vec{v} \approx \eta \frac{v}{\delta^2}$
à la limite δ on a : $\eta \frac{v}{\delta^2} = \rho \frac{v^2}{L} \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{L}{\sqrt{Re}}}$

$\vec{Rot}(\vec{Rot}\,\vec{v}) = \vec{grad}(div(\vec{v})) - \Delta\vec{v}$

permet de calculer $\Delta\vec{v}$ d'une autre façon.

Loi de Poiseuille : $\boxed{Dp = \frac{8\eta L}{\pi R^4} Dv}$



III - Écoulement autour d'un obstacle

objet se déplaçant à la vitesse $\vec{v}_{ob}$ ds Rref lié au sol, dans un fluide initialement au repos.

Ici on se place ds Rref lié à G de l'objet donc loin de l'obstacle la vitesse du fluide est $\vec{v}_\infty = -\vec{v}_{ob} = v\,\vec{u}_x$

. **Force de traînée** :

L'obstacle subit une force exercée par le fluide (pression + visco) : $\vec{F} = F_x \vec{u}_x + F_y \vec{u}_y$

Force de traînée est la composante colinéaire à $\vec{v}_\infty$: $F_x \vec{u}_x$

Force de portance est celle $\perp$ à $\vec{v}_\infty$: $F_y \vec{u}_y$

On a : $\boxed{F_x = \frac{1}{2} C_x \rho S_{app} v^2}$

G Pr une sphère : $\boxed{\vec{F}_{fluide \to sp} = -6\pi\eta R \vec{v}_{sph}}$

$C_x = \frac{24}{Re}$

formule de Stokes

$1 \leq Re \leq 10^3$: C_x évolue de cont

$10^3 \leq Re \leq 3.10^5$: $C_x \sim cst$ $F_x \propto v^2$

$Re \simeq 3.10^5$: crise de traînée

* **Régime d'écoulement** :

- $Re \leq 1$: écoulement laminaire, symétrique, les lignes de courant glissent l'une sur l'autre : $F_x \propto v$
- $1 \leq Re \leq 10^3$: pas sym → tourbillon
- $Re \geq 10^3$: sillage (couche limite) écoulement turbulent : $F_x \propto v^2$

L'écoulement ds la couche limite est turbulent si : $Re_{cl} \geq 10^3$ or $Re_{cl} = \sqrt{Re}$ donc $Re \geq 10^6$ ~ crise de traînée

Pour obstacles similaires ayant m̂ Re → pr les maquettes.

$F_{x_m} = F_x \frac{\rho_m}{\rho} \frac{S_{app_m}}{S_{app}} \frac{v_m^2}{v^2}$

$Re_m = Re$

* **Écoulement parfait** :

viscosité négligeable

$\eta \to 0$ et $\delta \to 0$

couche limite collée à l'obstacle donc $Re \to \infty$ et l'écoulement est turbulent hors de δ : la convexion domine.

Dans δ : c'est visq qui domine.