Chap 10 | Ecoulem^t parfait
=> viscosité négligeable

I - Equa° d'Euler

pt d'arrêt : pt où vitesse est nulle

$\rho d\tau \frac{D\vec{v}}{Dt} = \vec{f}_{ext,vol} d\tau - \vec{grad}\, p\, d\tau + \cancel{\vec{f}_{visq,vol}}$

$\rho d\tau \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\vec{grad})\vec{v}\right] = \vec{f}_{ext\,mass}\, \rho d\tau - grad\, p\, d\tau$

$$\boxed{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \underbrace{(\vec{v}.\vec{grad})\vec{v}} = \vec{f}_{ext,mass} - \frac{1}{\rho} grad\, p}$$

équa° d'Euler. $(\vec{v}.\vec{grad})\vec{v} = grad\left(\frac{v^2}{2}\right) + \vec{rot}(\vec{v}) \wedge \vec{v}$

- conséquences :
- inconnues pr : équa° : Euler : 3 (vect)
  cons de masse : $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho\vec{v}) = 0$
  équa° thermo de l'écoulem^t
- évolu° adiab pr GP : $\begin{cases} PV^\gamma = cst \\ P\rho^{-\gamma} = cst' \end{cases}$
- coef de compressibilité isotherme : $\boxed{\chi_T = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial P}\Big)_T}$

Devient en méca des fluides : $\boxed{\chi_T = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial P}\Big)_T}$ ♡

coef de comp isentropiq : $\boxed{\chi_S = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial P}\Big)_S}$

- Intégra° le long d'une ligne de courant

$\vec{v} \,//\, d\vec{r}_{ldc}$

$\left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{grad}\left(\frac{v^2}{2}\right) + \underbrace{\vec{rot}(\vec{v}) \wedge \vec{v}}_{\perp \vec{v}}\right] \underbrace{d\vec{r}_{ldc}}_{//\vec{v}} = \vec{f}_{ext,mass} . d\vec{r}_{ldc} - \frac{1}{\rho}\vec{grad}(p)\, d\vec{r}_{ldc}$

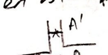
$\underbrace{\hphantom{xxxx}}_{=0}$

$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} d\vec{r}_{ldc} + \vec{grad}\left(\frac{v^2}{2}\right) d\vec{r}_{ldc} = -\vec{grad}(ep_{mass})\, d\vec{r}_{ldc} - \frac{1}{\rho}\vec{grad}(p)\, d\vec{r}_{ldc}$

$\boxed{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} d\vec{r}_{ldc} + d\left(\frac{v^2}{2}\right) + d(ep_{mass}) + \frac{1}{\rho} d(p) = 0}$

qd on intègre ça fait tjs 0,
très pratique pr les exo !
(tube en U)
$ep_{mass} = gz$.
Rq : pour la statiq : $-grad\, p + \vec{f}_{ext,mass} = 0$

Pour écoulem^t unidimentionnel :
$\vec{v}(M,t) = v(y,z,t)\,\vec{u_x}$
Dans une direc° ⊥ à l'écoulem^t unidimentionnel, la pression se comport^e en statiq



$p(A) = p(A') + \rho g(z_{A'} - z_A)$

II - Théo de Bernoulli

Ds un écoulement Homogène, Stationnaire, Parfait, Incompressif et Conservatif, (CHIPS) : la q^té

$$\boxed{\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + ep_{mass}}$$ se conserve

le long d'une ldc

Démo : cf cours.

Si l'écoulem^t est irrotationnel $\vec{rot}(\vec{v}) = \vec{0}$ alors c'est vrai ds tout le fluide !

immédiat

- Condi° d'incompressibilité :

$\boxed{v_{fluide} \ll \text{vitesse du son ds le fluide } c_{son}}$

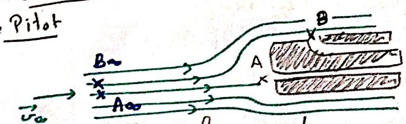
L'écoulem^t est considéré incompressible si $\Delta\rho \ll \frac{1}{...}$ $c_{son} = \frac{1}{...}$

- Effet venturi

Si la section diminue (=> ldc se resserent) alors la vitesse du fluide ↗ et la pre° ↘

♡ (qd vitesse du fluide ↗, pression diminue)
?? conséquence au effet ?? (fluide incompressible)

- Mesure de la vitesse d'un fluide : tube de Pitot



On néglige l'effet de la pesanteur.
A est un pt d'arrêt. Sur ldc $A_\infty \to A$:

$\frac{P_{A\infty}}{\rho} + \frac{v_\infty^2}{2} = \frac{P_A}{\rho} + \cancel{\frac{v_A^2}{2}}$

donc $P_A = P_\infty + \frac{v_\infty^2}{2}\rho$

on a aussi conserva° du Débit de volum
$V_\infty S = v_B(S - \cancel{s})$ d'où $V_\infty \simeq v_B$

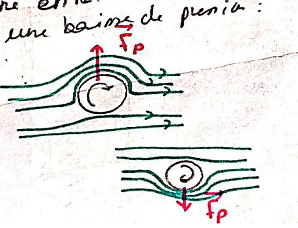
Sur ldc $B_\infty \to B$:

$\frac{P_{B\infty}}{\rho} + \cancel{\frac{v_\infty^2}{2}} = \cancel{\frac{v_B^2}{2}} + \frac{P_B}{\rho} \Rightarrow P_\infty = P_B$

Alors $P_A - P_B = \frac{v_\infty^2}{2}\rho$

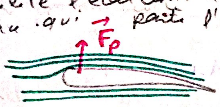
et donc $v_\infty = \sqrt{\frac{2(P_A - P_B)}{\rho}}$

- Effet Magnus : qd une sphère en rotation ds un écoulem^t entraine une baisse de pression :



- **Portance d'une aile**

L'aile est profilée pour faciliter l'écoulement + faire une force qui porte l'aile



- **Vidange d'un récipient**

cf cours.

$dF = f_{vol} \cdot d\tau$