

## le modèle standard :

Le modèle standard de la physique des particules, est actuellement la théorie qui permet d'expliquer tous les phénomènes observables en physique des particules.

Ce modèle décrit les interactions électromagnétiques (EM), forte (IF) et faible (If).

Il permet aussi la classification de toutes les particules subatomiques connues et d'expliquer les interactions auxquelles elles sont soumises.

C'est une théorie quantique de champs relativistes.

Dans les chapitres suivants, nous allons faire une première exploration de cette théorie dont la validité repose sur de nombreuses prédictions vérifiées expérimentalement.

# Particules et Symétries



### Généralités sur les symétries :

Les symétries jouent un rôle important en physique et particulièrement en physique des particules. On peut caractériser les symétries suivant trois catégories :

**Symétrie continue / symétrie discrète** : correspond à la structure mathématique du groupe qui décrit la symétrie.

**Symétrie d'espace-temps / symétrie interne** : dépend si la symétrie porte sur l'espace-temps dans lequel évolue la particule ou sur la particule elle-même

**Symétrie globale / symétrie locale** : la symétrie peut être appliquée en chaque point de l'espace de façon indépendante ou non. Ces symétries sont associées aux symétries de jauge que nous aborderons plus tard.

On peut par exemple avoir une symétrie continue d'espace ou une symétrie discrète d'espace.

Toutes les transformations applicables aux événements physiques peuvent être regroupées en deux catégories :

- les transformations d'espace-temps (rotation, translation, réflexion) qui affectent le repère dans lequel sont effectuées les mesures ou encore le système mesuré lui-même ;
- les transformations internes au système étudié, qui elles modifient réellement le système (par exemple le remplacement des charges électriques par leurs opposées).

A ces transformations vont être associées des opérations de symétrie, dites symétries d'espace-temps ou symétries internes.

Si un changement effectué dans un système physique ne produit aucune effet observable, alors le système est dit invariant au changement, ce qui implique l'existence d'une symétrie.

Les symétries sont étroitement reliées aux lois de conservation et au concept d'invariance.

L'unification des interactions fondamentales, réalisée jusqu'à présent seulement pour les interactions électromagnétique et faible, est elle aussi liée au concept de symétrie.

Une caractéristique du principe de symétrie en physique est qu'on peut définir une **grandeur non observable associée à cette symétrie**

→ on va associer à la symétrie un principe d'invariance et une loi de conservation

Le lien entre lois de conservation, symétries et principe d'invariance a été réalisé dans les années 1920 par la mathématicienne Emmy Noether (1882-1935). Elle a montré :

- que la loi de conservation de l'impulsion impliquait l'invariance de toutes les lois de la physique lors d'une translation spatiale  $\Rightarrow$  il n'y a pas de position privilégiée dans tout l'univers, l'espace est uniforme. Il n'y a donc pas de position absolu.
- que la conservation du moment angulaire  $\vec{L}$ , qui fournit une mesure de la rotation d'un objet, est reliée à l'invariance par rotation dans l'espace, appelée **isotropie**  $\Rightarrow$  toutes les directions sont les mêmes pour les interactions fondamentales, donc pas de direction absolue.
- que la conservation de l'énergie implique quant à elle une invariance par translation dans le temps  $\Rightarrow$  pas de temps absolu.



En mécanique quantique, l'invariance sous une transformation s'exprime par le fait que l'opérateur qui représente la transformation, commute avec l'Hamiltonien du système  $H$ .

Soit  $\hat{R}$  l'opérateur de transformation (rotation, translation...)

Si pour simplifier on considère un système stationnaire :

$$\begin{aligned}\hat{H}\psi &= E\psi \\ \hat{H}\hat{R}\psi &= E\hat{R}\psi\end{aligned}$$

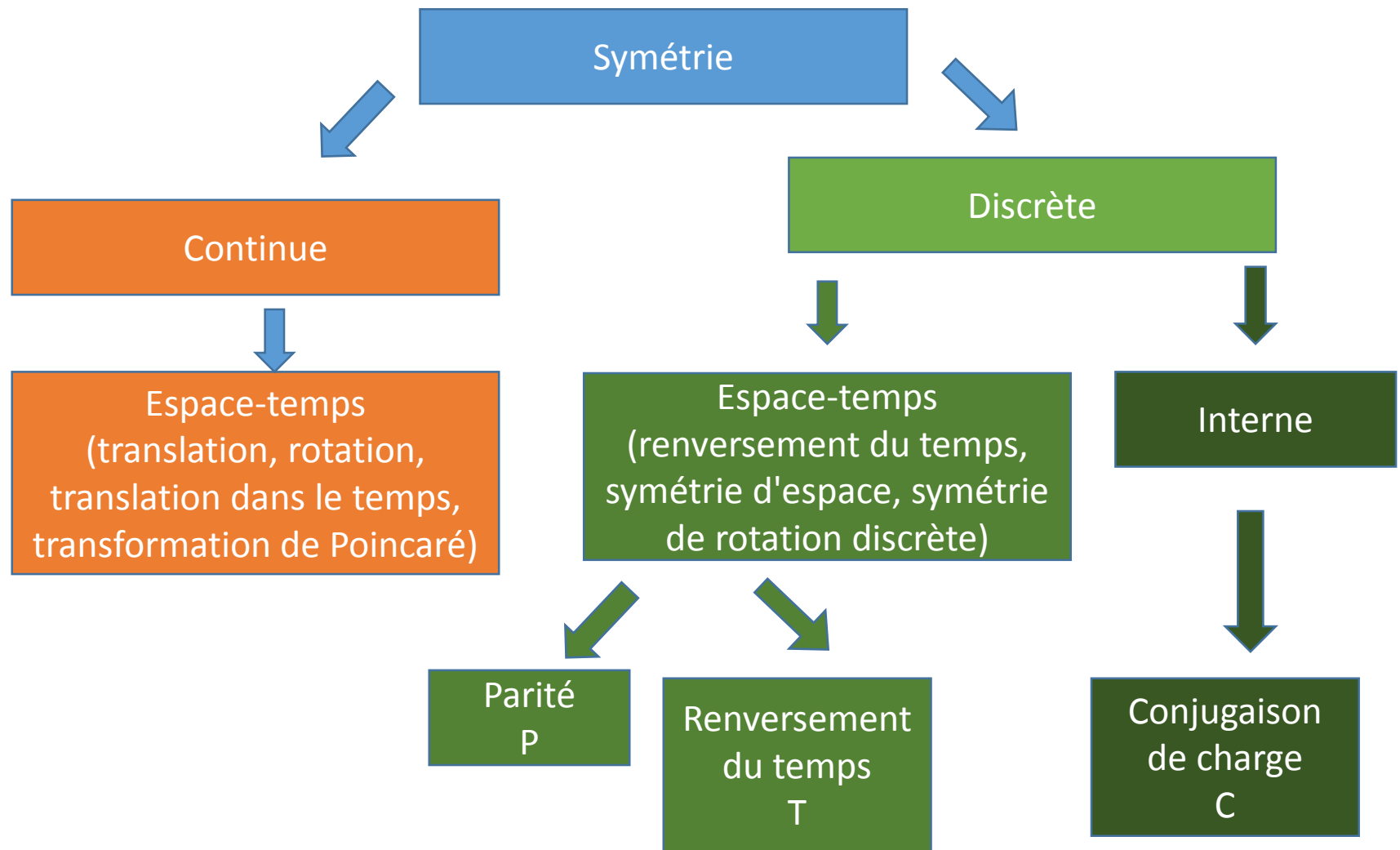
On a donc :

$$\hat{R}^{-1}\hat{H}\hat{R}\psi = E\psi$$

En comparant avec la première équation, on en déduit :

$$\begin{aligned}\hat{R}^{-1}\hat{H}\hat{R}\psi &= \hat{H}\psi \\ [\hat{H}, \hat{R}] &= 0\end{aligned}$$

$H$  est invariant sous cette transformation, il est équivalent de faire évoluer la fonction d'onde transformée ou de transformer la fonction d'onde évoluée.





## Symétries continues d'espace-temps :

Nous venons de voir dans la page précédente ces symétries :

invariance par translation  $\leftrightarrow$  conservation de la quantité de mouvement

invariance par rotation  $\leftrightarrow$  conservation du moment cinétique total

invariance par translation dans le temps  $\leftrightarrow$  conservation de l'énergie (états stationnaires)

## Symétries discrètes

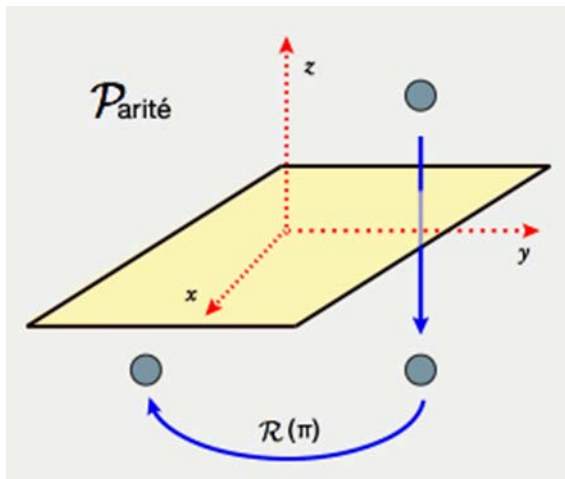
Dans les symétries discrètes qui nous intéressent il y a : la **parité P**, la **conjugaison particule-antiparticule C**, et la **symétrie par renversement du temps T**.

Il est aussi possible de définir des combinaisons de ces opérations, comme les symétries **CP** et **CPT**

Nous allons dans cette section définir ces trois symétries discrètes et préciser leur comportement vis-à-vis des interactions.

## La parité.

Définition : En physique des particules, l'opération de symétrie par rapport à un point est la **parité P**. Ceci revient à **changer  $\vec{r}$  en  $-\vec{r}$**  ou dit autrement revient à changer un référentiel cartésien direct en référentiel cartésien indirect.



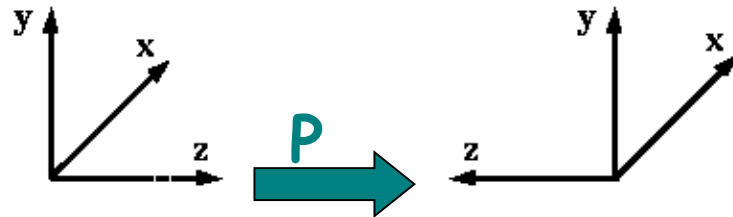
La transformation par parité revient à faire une rotation de  $\pi$  à l'image du point dans le miroir

La matrice qui effectue cette opération est

$$P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Comme les lois de la physique sont invariantes par rotation, la parité correspond simplement à une réflexion dans un miroir.

Cette symétrie se ramène donc à une symétrie par rapport à un plan dans ce cas.



Si un système est symétrique par opération de parité, le comportement de ce système doit être le même que celui de son symétrique par rapport à un plan.

**La parité est un nombre quantique multiplicatif.**

## Propriétés de la parité :

Les grandeurs scalaires comme : la masse, la charge électrique... sont invariantes sous P.

Pour les grandeurs vectorielles :

On distingue deux types de vecteurs, les vecteurs polaires (ou vecteurs vrais)  $\vec{v}_p$  et les vecteurs axiaux (ou pseudovecteur)  $\vec{v}_a$ .

Les vecteurs polaires  $\vec{v}_p$  comme  $\vec{r}$ ,  $\vec{p}$ ,  $\vec{v}$ , le champ électrique  $\vec{E}$ ... changent de signe sous l'opération de parité.

Les vecteurs axiaux (ou pseudo-vecteurs) comme  $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p}$ , le champ magnétique  $\vec{B}$ , le spin, sont invariants sous P.

On peut construire un vecteur polaire  $\vec{v}_p$  comme  $\vec{v}_p \wedge \vec{v}_a$  (par exemple  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$ )

On peut construire un vecteur axial  $\vec{v}_a$  comme  $\begin{cases} \vec{v}_a \wedge \vec{v}_a \\ \vec{v}_p \wedge \vec{v}_p \end{cases}$

De même on obtient un scalaire par  $\begin{cases} \vec{v}_a \cdot \vec{v}_a \\ \vec{v}_p \cdot \vec{v}_p \end{cases}$

Par contre le produit scalaire de  $\vec{v}_p \cdot \vec{v}_a$  change de signe sous P. On parle de **pseudoscalaire**.

Postulons l'existence d'un opérateur unitaire  $\hat{P}$  tel que  $\hat{P} \psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r})$

La parité appliquée 2 fois est une identité  $\hat{P}^2 = I$  et les valeurs propres de  $\hat{P}$  sont  $\pm 1$ .

$\hat{P}$  est une observable

$\hat{P} \psi(\vec{r}) = \pi \psi(\vec{r})$  avec les valeurs propres  $\pi = \pm 1$ , +1 associé aux fonctions propres paires et -1 aux fonctions propres impaires.

**Point important !** Parité d'une fonction d'onde d'espace :

La transformation de  $\vec{r}$  en  $-\vec{r}$  correspond en coordonnées sphériques à :

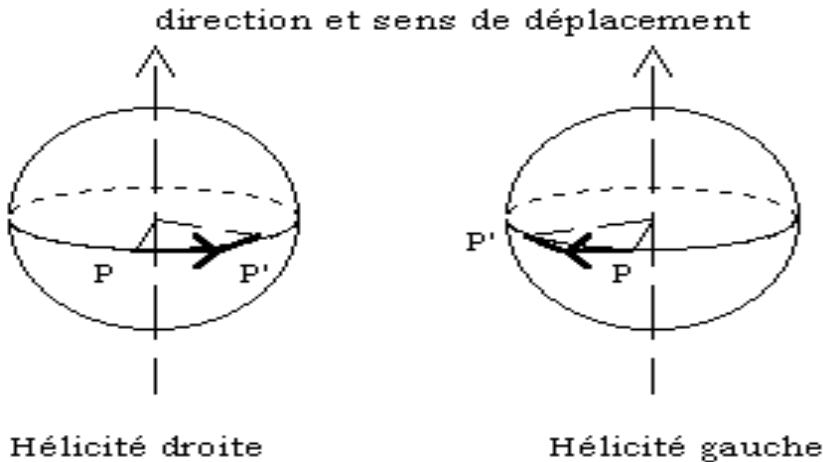
$$r \rightarrow r \quad \theta \rightarrow \pi - \theta \quad \phi \rightarrow \phi + \pi$$

Or  $Y_l^m(\pi - \theta, \phi + \pi) = (-1)^l Y_l^m(\theta, \phi)$ . La parité d'une fonction d'onde spatiale est donc donnée par  $(-1)^l$  pour un état propre de  $\hat{L}^2$  ( $l$  nombre quantique orbital)

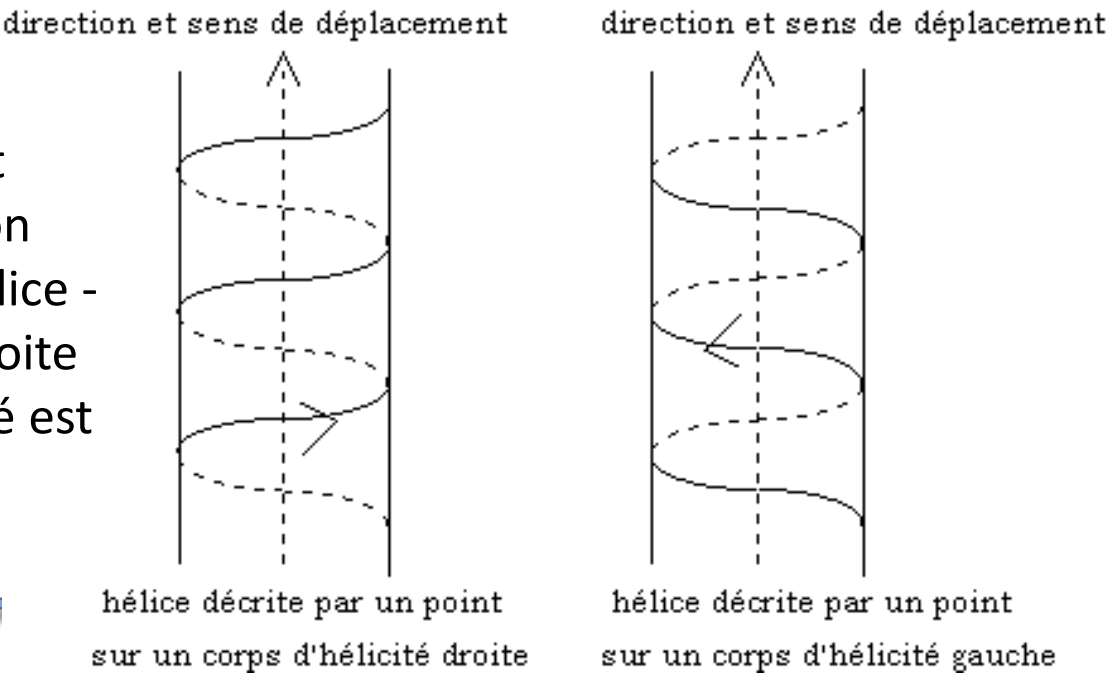
Si on a invariance du hamiltonien  $H$  d'un système sous l'opération de parité,  $[\hat{H}, \hat{P}] = 0$ , alors le système ne distingue pas la droite de la gauche.

Hélicité

En mécanique, on définit les hélicités droite et gauche grâce au schéma ci-contre



On parle d'hélicité car un point placé sur un objet d'hélicité non nulle décrit une spirale - ou hélice - dans l'espace. Et l'hélice est droite ou gauche suivant que l'hélicité est elle-même droite ou gauche.





## Hélicité

Pour une particule, on définit l'hélicité  $\hat{h}$  comme la projection de son spin selon sa direction de vol.

$$\hat{h} = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{\|\vec{p}\|}$$

$\hat{\sigma}$  est l'opérateur de spin (unités  $\hbar$ )  
 $\hat{p}$  est l'opérateur impulsion

$$\hat{h}(e^-) = +1/2 \text{ hélicité positive}$$

$$\hat{h}(e^-) = -1/2 \text{ hélicité négative}$$

} (en unités  $\hbar$ )

Pour les particules de masse nulle, comme le photon, on a affaire à des ondes planes transversales et  $v = c$

$\Rightarrow$  spin et hélicité sont parallèles ou anti-parallèles à  $\vec{p}$

$$\hat{h}(\gamma) = +1 \text{ hélicité positive}$$

$$\hat{h}(\gamma) = -1 \text{ hélicité négative}$$

} (en unités  $\hbar$ )

Pour ces particules de masse nulle, l'hélicité est un invariant de Lorentz relativiste

Pb. : pour les particules massives, l'hélicité dépend de l'observateur.

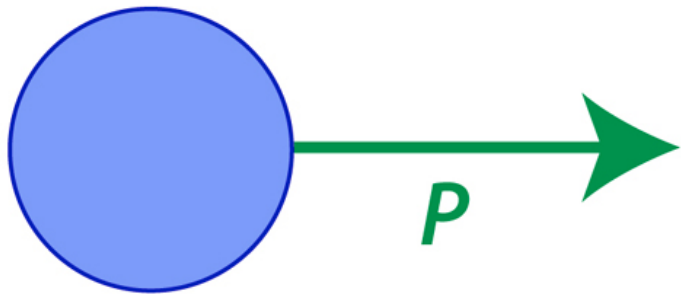
La notion plus générale de chiralité (programme de M2 – voir fin de ce chapitre) permet de construire des états de chiralité droite et gauche qui sont invariants de Lorentz

En fait, on peut remplacer directement chiralité par hélicité dans deux cas particuliers :

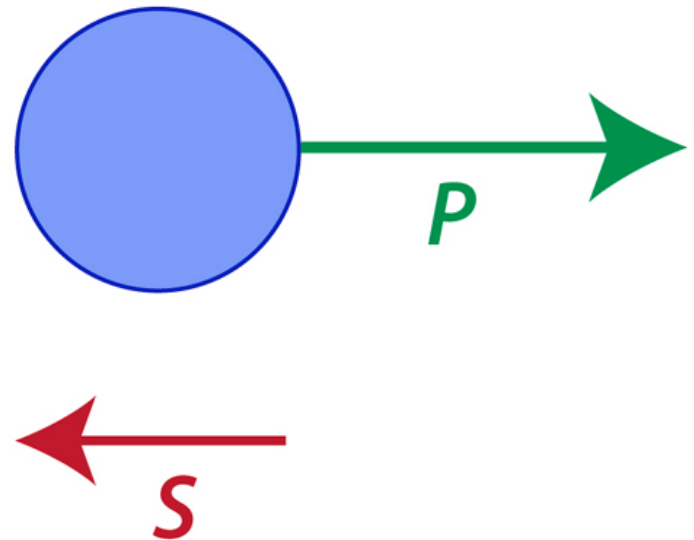
- pour les particules de masse nulle, pour lesquelles chiralité et hélicité sont confondues.
- à l'approximation ultra-relativiste, car dans ce cas la composante de chiralité gauche (resp. droite) d'un champ de Dirac se réduit à la composante d'hélicité négative (resp. positive).

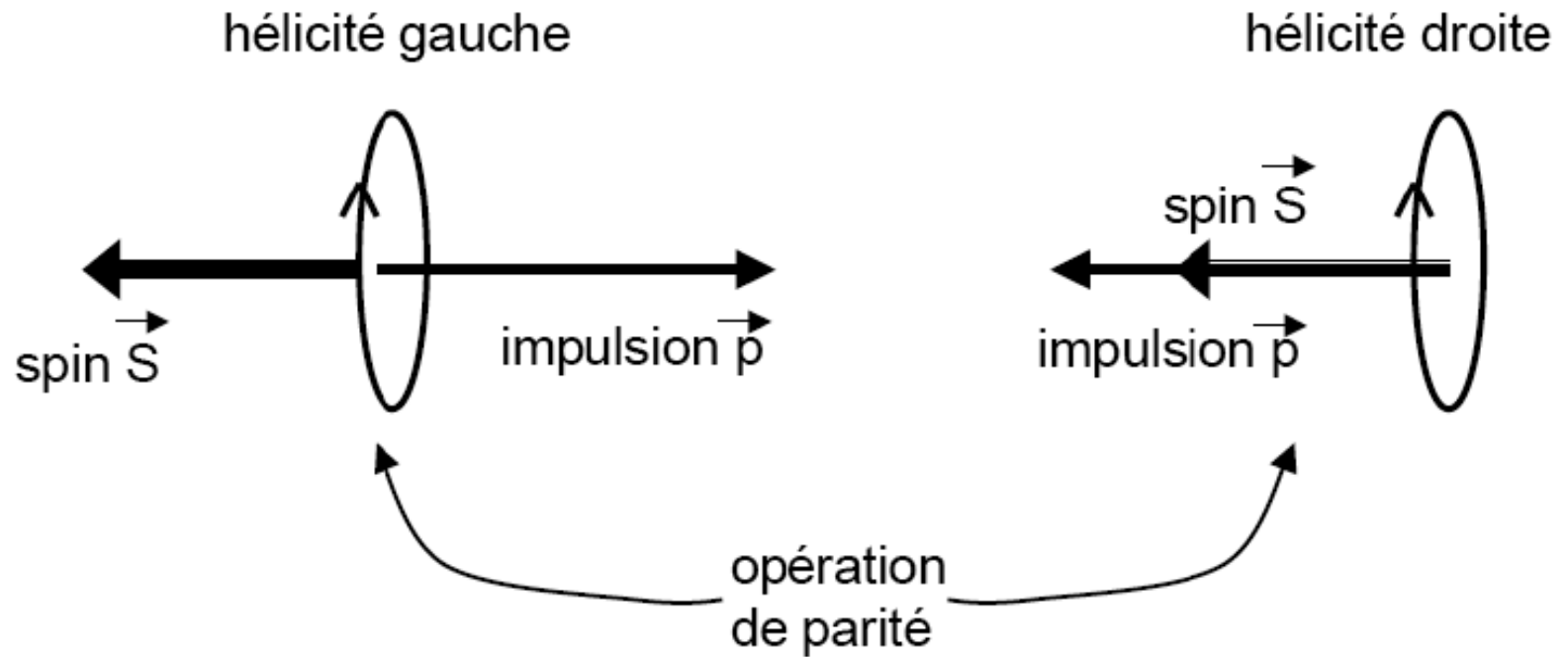
Dans le cas général, par application de la parité  $P$ , c'est la chiralité des particules qui change.

*Particule droite :*



*Particule gauche :*





### Parité d'une particule ou d'un système de particules

Soit une particule de fonction d'onde  $\psi(x, y, z)$ . On définit la **parité intrinsèque**  $\pi = \pm 1$ , comme un nombre quantique fondamental qui caractérise les propriétés de la particule sous  $\mathbf{P}$ , avec :

$$P\psi(t, \vec{r}) = \pi \psi(t, \vec{r})$$

La parité intrinsèque est donc la valeur propre associée.

$\pi = +1 \rightarrow$  la parité est paire ou  $\pi = -1 \rightarrow$  la parité est impaire

Par convention, la parité des nucléons est fixée à  $+1$  ( $\pi_p = \pi_n = +1$ )

On admettra que la parité du photon est  $\pi_\gamma = -1$

Les particules de spin et parité  $I^\pi = 0^+, 0^-, 1^+, 1^- \dots$  seront appelées respectivement scalaires, pseudo-scalaires, pseudo-vecteurs, vecteurs...

## Parité d'une particule ou d'un système de particules

La parité globale d'une particule de parité intrinsèque  $\pi$  est donnée par  $P = \pi \cdot (-1)^l$  où  $l$  est son nombre quantique orbital

La parité globale d'un système de deux particules de parités intrinsèques respectives  $\pi_1$  et  $\pi_2$  est :

$$P = \pi_1 \pi_2 (-1)^l \text{ où } l \text{ est le moment orbital relatif entre les particules}$$

Ex : parité du deutérium ( $l = 0$ ) est  $\pi_d = \pi_n \cdot \pi_p \cdot (-1)^l = (-1)^l = +1$

Nous verrons plus loin que l'interaction faible viole la parité.

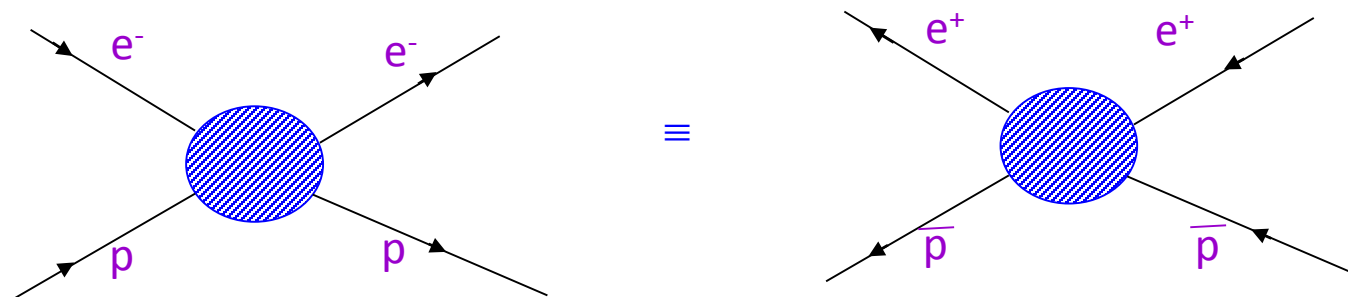
## La conjugaison de charge : Définition

L'opération de symétrie qui transforme une particule en son antiparticule est appelée en physique des particules **conjugaison de charge C**. On a  $\hat{C}^2 = I$ .

### Invariance sous C

$$C |a\rangle = \pm |a\rangle \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Si la vp} = +1, \text{ on parle de particule C-paire} \\ \text{Si la vp} = -1, \text{ on parle de particule C-impair} \end{array} \right.$$

L'invariance sous C signifie que si les lois de la physique prédisent le comportement d'un système de particules, alors elles prédisent exactement le même comportement pour le système correspondant d'antiparticules.



Le système sera invariant par conjugaison de charge si  $[\hat{H}, \hat{C}] = 0$ .

La conjugaison de charge est un nombre quantique multiplicatif.

L'opération de symétrie  $C$  s'applique aussi pour les particules qui n'ont pas de charge électrique, comme le neutron ou le  $\pi^0$ .

Ainsi, si on a invariance sous  $C$ , l'interaction d'un proton avec un neutron est exactement la même que l'interaction d'un antiproton avec un antineutron.

A noter que parler de conjugaison de charge n'est pas forcément une dénomination correcte puisque cette symétrie s'applique aussi aux particules neutres. On devrait plutôt parler de conjugaison particule-antiparticule.





## Exemples d'applications de la symétrie C

Le quadrivecteur potentiel  $(V, \vec{A})$  qui représente le photon, change de signe sous l'action de C.

La valeur propre associée à un photon est (-1) sous C

On dit que le photon est C-impair et on a  $C|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle$

On en déduit  $C|N\gamma\rangle = (-1)^N|N\gamma\rangle$  pour un nombre de photons  $N > 1$ .

Soit la désintégration d'une particule  $a$  en deux photons  $\gamma$  par interaction électromagnétique :

$$a \rightarrow \gamma + \gamma$$

Si on a invariance sous C par interaction électromagnétique, alors ceci entraîne que la particule  $a$  doit être C-paire, puisqu'on a pour deux photons  $C(2\gamma) = (-1)^2 = +1 \Rightarrow C(a) = +1$ .

Lorsque la symétrie sous C est conservée, on en déduit que la particule  $a$ , qui est C-paire, ne pourra pas se désintégrer en un système de particules qui soit C-impair. C'est le cas pour l'interaction électromagnétique.

Ex :  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  possible  $\hat{C}|\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle$

$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma$  impossible  $\hat{C}|\pi^0\rangle = -|\pi^0\rangle$  et vérifié expérimentalement

De même :

$\hat{C}|\pi^+ \rangle = |\pi^- \rangle \neq \pm |\pi^+ \rangle$  donc  $|\pi^+ \rangle$  et  $|\pi^- \rangle$  ne sont pas états propres de  $\hat{C}$ .

Le système  $(\pi^+ \pi^-)$  :

$\hat{C}|\pi^+ \pi^- \rangle = |\pi^- \pi^+ \rangle$  ce qui est équivalent à avoir permuté la position du  $\pi^+$  et du  $\pi^-$ .

Si on appelle  $l$  le moment orbital relatif des deux pions, on a alors :

$$\hat{C}|\pi^+ \pi^- \rangle = |\pi^- \pi^+ \rangle = (-1)^l |\pi^+ \pi^- \rangle$$

Le système  $|\pi^- \pi^+ \rangle$  est état propre de l'opérateur  $\hat{C}$  associé à la valeur propre  $(-1)^l$

Pouvez vous en déduire la valeur propre du  $\rho^0$  sachant que  $\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$  ?

En fait seule les particules complètement neutres (tous les nombres quantiques sont nuls) sont états propres de  $\hat{C}$ . Il faut en fait que la particule soit sa propre antiparticule (comme le  $\gamma$  ou le  $\pi^0$ ). Question subsidiaire, est ce que le neutron est sa propre antiparticule ?

Les propriétés des antiparticules s'obtiennent par application de l'opérateur  $\hat{C}$ .

La masse  $mc^2$ , la durée de vie  $\tau$ , le spin, le moment cinétique total  $\vec{J}$  et l'isospin  $\vec{T}$  sont invariants sous  $C$ .

Les nombres quantiques internes additifs changent de signe sous  $C$  (comme la charge, le nombre baryonique... par exemple).

En ce qui concerne la parité intrinsèque  $\pi$ , c'est un nombre quantique multiplicatif :

- elle est invariante sous  $C$  pour les bosons
- elle change de signe sous  $C$  pour les fermions

L'opération de symétrie qui consiste à changer  $t$  en  $-t$  dans l'équation d'évolution d'un système est appelée en physique des particules **renversement du temps T**.



La symétrie sous T signifie simplement que si un système est invariant sous T et qu'il peut évoluer d'un état initial donné à un état final donné, alors ce système peut aussi partir de l'état final pour évoluer de nouveau vers l'état initial en renversant les directions du mouvement de tous les composants du système.

A notre échelle, la plupart des phénomènes ne se déroulent que dans un sens, du passé vers le futur. Ils sont donc irréversibles. Mais dans le monde microscopique, tous les phénomènes sont réversibles : c'est ce qu'on appelle la **microréversibilité**

## Le théorème CPT

Il est aussi possible de définir des produits de symétrie, obtenus en faisant agir deux ou trois de ces opérations de symétrie discrètes **P**, **C** et **T** simultanément.

### La symétrie CP

Si un système de particules dans un état de coordonnées données est soumis aux opérations successives de symétrie de parité **P** et de conjugaison de charge **C** (peu importe l'ordre) alors on obtient un système formé des antiparticules correspondantes, dont toutes les coordonnées ont été renversées comme dans un miroir.

On assigne de la même manière des valeurs propres  $\pm 1$  correspondant aux symétries sous CP respectivement paire (+1) et impaire (-1)

On verra un peu plus loin que la symétrie CP est légèrement violée par l'interaction faible.

On s'attend à ce que toutes les interactions satisfassent l'**invariance CPT**, c'est-à-dire que si on applique successivement les opérations de symétrie **P**, **C** et **T** à un système (peu importe l'ordre), alors le système formé des antiparticules, dans un miroir, et évoluant vers l'opposé du temps, doit se comporter exactement comme le système original.

L'**invariance CPT** est un des principes de base de la théorie quantique des **champs**. On considèrera cette symétrie comme exacte puisqu'à ce jour, on n'a jamais mis en évidence une violation de la symétrie CPT.

On en déduit deux types de comportement possibles, qui seront étudiés plus loin :

- Soit on a invariance sous CP et donc sous T
- Soit l'invariance sous CP n'est pas satisfaite et donc celle sous T ne l'est pas non plus.

Nous reviendrons plus loin sur les invariances de CP et CPT

## Symétrie par permutation

Aux symétries précédentes, on peut ajouter la symétrie de permutation. Elle correspond à l'impossibilité de distinguer entre elles des particules identiques (mêmes masse, spin, charge)

→ L'opération de symétrie associée est la permutation des variables des particules identiques (symétrie dans l'échange des particules)

→ Il y a invariance du hamiltonien par rapport à cette opération

⇒ Le caractère de symétrie de la fonction d'onde du système est donc conservé au cours de son évolution

Cette symétrie permet de distinguer deux catégories de particules

Les **fermions**, de spin demi-entier, dont la fonction d'onde est **antisymétrique** dans l'échange

Les **bosons**, de spin entier, de fonction d'onde **symétrique** dans l'échange

Les symétries internes (celle qui ne concernent pas les variables d'espace-temps) vont concerner des propriétés intrinsèques aux particules :

La charge électrique,  $Q/e$

Les nombres quantiques leptoniques,  $L_e, L_\mu, L_\tau$

Le nombre quantique baryonique,  $B$

La 3<sup>ème</sup> composante d'isospin  $T_3$  et les saveurs  $s, c, b, t$

Nous définirons ces nombres quantiques et étudierons leur conservation dans le chapitre suivant.



## Symétries de jauge

En théorie de jauge, le lagrangien appliqué à un champ  $\psi(x)$  reste invariant suivant la transformation  $\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha} \psi(x)$

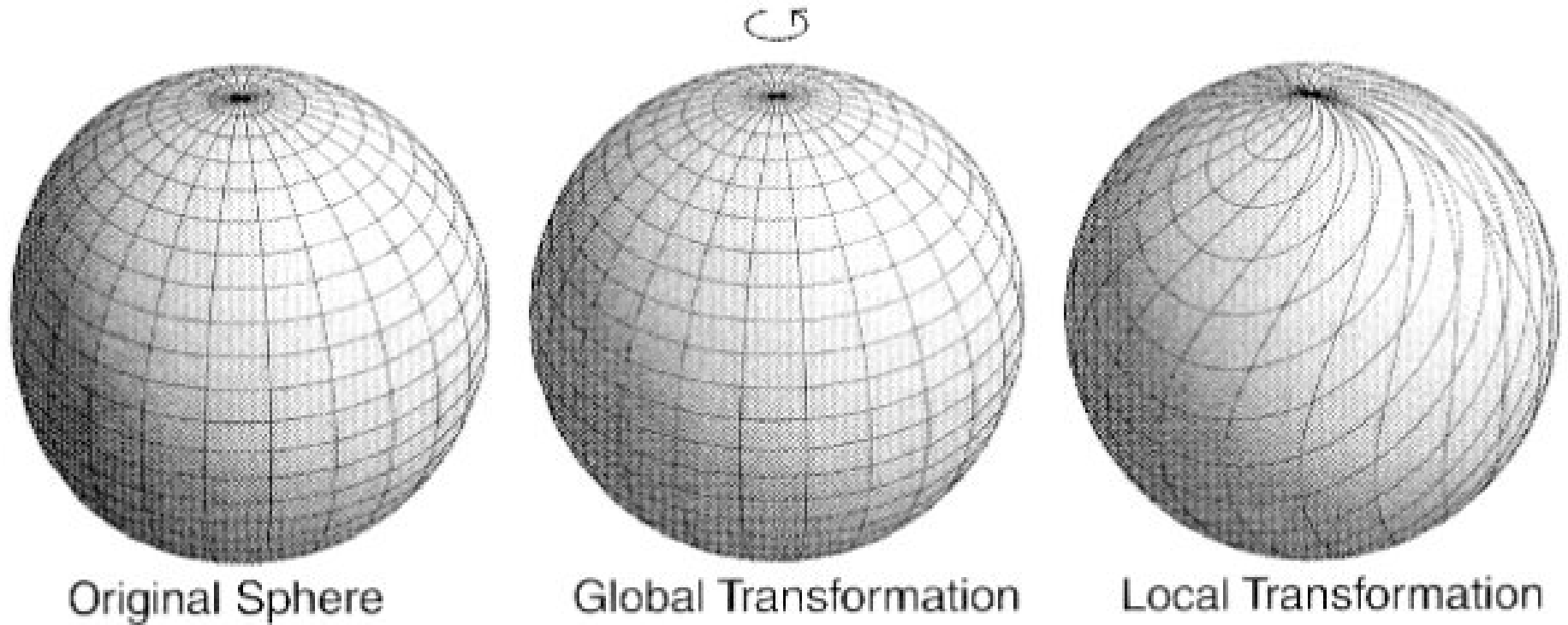
Le paramètre  $\alpha$  est une phase qui peut être une fonction de la variable  $x$  ou non

Si  $\alpha$  est une **constante**, la transformation est dite **globale**

Si  $\alpha$  est **variable**, la transformation est dite **locale**

Aujourd'hui, on décrit 3 des interactions fondamentales à partir de ces théories de jauge.

On verra plus loin, des exemples de théorie de jauge, comme la théorie électrofaible, ou encore la théorie QCD qui décrit l'interaction forte (ces deux théories étant invariantes sous deux groupes de symétrie différents).



Exemple pour l'interaction électromagnétique :

- Equation de Schrodinger pour une particule libre invariante sous une transformation **globale** (groupe  $U(1)$  de symétrie) -> conservation de la charge électrique.
- Equation de Schrodinger invariante sous une transformation **locale** (groupe  $U(1)$  de symétrie) -> introduction d'un champ de jauge (le champ électromagnétique) et des interactions entre la matière et ce champ de jauge.

En physique des particules on utilisera différents groupes de transformation en s'inspirant de ce qui est fait pour l'électromagnétisme :

|  |         |              |                              |
|--|---------|--------------|------------------------------|
| Le groupe des matrices unitaires           | $U(n)$  | $n \times n$ | Unitaire : $U^\dagger U = 1$ |
| Le groupe des matrices spéciales unitaires | $SU(n)$ | $n \times n$ | Unitaires et déterminant = 1 |

Ex : les matrices de Pauli forment une base de  $SU(2)$ .



About symmetries in physics – F. Gieres (1997)

Symétries et théories des groupes à travers la physique – J. Villain (2009)

Chap 9 Thomson

## Chiralité

Cherchons à écrire une équation d'ondes relativiste.

L'énergie impulsion d'une particule libre satisfait à l'équation :  $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$

La quantification de cette équation conduit aux équations d'ondes relativistes

→ de Klein-Gordon pour la description des bosons

→ de Dirac pour la description des fermions

La principale conclusion tirée de la résolution de l'équation de Dirac est que l'énergie  $E$  peut prendre deux valeurs pour une impulsion  $p$  donnée :  $E = \pm \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$

L'une des solutions est positive, l'autre négative.

Il a été montré que ces solutions avec énergie négative étaient physiques : un état d'énergie négative  $E < 0$  d'une particule de charge  $q$  décrit en fait une particule de charge opposée ( $-q$ ).

Les particules de charge  $-q$  sont donc les antiparticules des particules de charge  $q$ .



## Chiralité

L'hélicité n'étant pas un invariant de Lorentz relativiste, on doit plutôt utiliser dans les modèles théoriques **la chiralité**.

Toujours d'après les travaux de Dirac, un champ de spin  $\frac{1}{2}$  peut être décrit par un objet mathématique appelé bi-spineur de Dirac à quatre composantes  $\Psi$ , qui obéit à l'équation de Dirac :

$$(i\gamma_\mu \partial_\mu - m)\Psi = 0$$

Les matrices  $\gamma_\mu$ , qui sont des matrices 4x4, sont appelées matrices de Dirac et sont définies à partir des matrices de Pauli (programme des M2).

En théorie de jauge, on décompose le champ  $\Psi$  en ses composantes chirales droite et gauche, donc  $\Psi = \Psi_R + \Psi_L$  où :

$\Psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\Psi$  désigne la composante de chiralité droite (right)

$\Psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\Psi$  désigne la composante de chiralité gauche (left)

Et la chiralité (gauche ou droite) d'une particule, ainsi définie, est bien un invariant de Lorentz relativiste.



