

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ**

**‘ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΠΡΟΤΥΠΩΝ’ (ΗΥ345)**

Ακαδ. Έτος **2018 - 2019**

**ΕΡΓΑΣΙΑ MATLAB**

**Παρατηρήσεις:**

1. Στόχος της εργασίας είναι η εμπέδωση σημαντικών εννοιών του μαθήματος αλλά και γενικότερα η εξοικείωση με τις εφαρμογές του περιβάλλοντος MATLAB στην ‘Αναγνώριση Προτύπων’.
2. Η εργασία μετράει κατά 12/100 της συνολικής βαθμολογίας τους μαθήματος και μπορεί να παραδοθεί από ομάδες μέχρι 2 ατόμων.
3. Καταληκτική ημερομηνία παράδοσης: Έως και την ημέρα/ώρα του τελικού διαγωνίσματος.
4. Καμία παράταση δεν θα δοθεί.
5. Οι εργασίες ίσως να εξεταστούν και προφορικά. Εάν αυτό κριθεί απαραίτητο, λεπτομέρειες θα ανακοινωθούν έγκαιρα.
6. Η βαθμολογία μιας εργασίας θα εξαρτηθεί από την ορθότητα των αποτελεσμάτων και τον τρόπο παρουσίασής τους. Θα αξιολογηθούν ακόμα και ημιτελείς προσπάθειες αρκεί να έχουν παραδοθεί εμπρόθεσμα οι σχετικές αναφορές.
7. Ο κώδικας που έχει χρησιμοποιηθεί θα πρέπει να εκτυπωθεί και να αποτελέσει μέρος της αναφοράς (με σχόλια).
8. Σχολιάστε σε όλα τα βήματα / ερωτήματα της εργασίας τί παρατηρείτε και γιατί.
9. Η αναφορά πρέπει να παραδοθεί σε εκτυπωμένη μορφή.
10. Ηλεκτρονικός τρόπος παράδοσης (με email) δεν είναι δεκτός.

## ΜΕΡΟΣ Α: Γέννηση Δεδομένων

Έστω 2 κλάσεις,  $\omega_1$  και  $\omega_2$ , με διανύσματα χαρακτηριστικών σε δύο διαστάσεις ( $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^2$ ), και έστω ότι έχουμε διαθέσιμα 500 συνολικά δείγματα,  $N_1 = 400$  από την κλάση  $\omega_1$  και  $N_2 = 100$  από την κλάση  $\omega_2$ . Τα δείγματα αυτά είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα σε παραλληλόγραμμες περιοχές του  $\mathcal{R}^2$ , συγκεκριμένα στο παραλληλόγραμμο εντός διαστημάτων  $[2, 8] \times [1, 2]$  για την  $\omega_1$  και εντός διαστημάτων  $[6, 8] \times [2.5, 5.5]$  για την  $\omega_2$  (δηλ., για παράδειγμα, η κλάση  $\omega_1$  έχει σημεία μόνο εντός του παραλληλογράμμου με κάτω αριστερή γωνία το σημείο  $[2, 1]$  και πάνω δεξιά γωνία το σημείο  $[8, 2]$ ). Χρησιμοποιώντας τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών **rand** του MATLAB δημιουργήστε τα ζητούμενα 500 δείγματα, και σχεδιάστε τα στο δυσδιάστατο χώρο (χρησιμοποιείτε διαφορετικές « ετικέτες » (labels) και χρώματα στο διάγραμμα για κάθε κλάση).

## ΜΕΡΟΣ Β: Bayesian Ταξινόμηση στον 2-Δ Χώρο

Στην ενότητα αυτή της εργασίας θα ταξινομήσετε τα δεδομένα εκπαίδευσης που δημιουργήσατε στο μέρος Α, με βάση την Bayesian προσέγγιση του Κεφ. 2 του βιβλίου.

- B.1 Από τα δεδομένα του συνόλου εκπαίδευσης που ανήκουν στην κάθε κλάση, εκτιμήστε τις μέσες τιμές και μητρώα συνδιασποράς των δύο υπό συνθήκη συναρτήσεων πυκνότητας πιθανότητας, χρησιμοποιώντας εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood estimation), θεωρώντας τα ότι ακολουθούν δυσδυάστατες κανονικές κατανομές (multivariate Gaussian distributions).
- B.2 Ταξινομήστε τα δεδομένα του συνόλου εκπαίδευσης στις δύο κλάσεις με βάση τον ταξινομητή Ευκλείδειας απόστασης, χρησιμοποιώντας τις εκτιμήσεις των μέσων τιμών από το Βήμα Β.1. Στη συνέχεια, υπολογίστε το λάθος ταξινόμησης (%), συγκρίνοντας τις αποφάσεις του ταξινομητή με τις ετικέτες των δεδομένων (από το μέρος Α). Τέλος, σχεδιάστε τα δείγματα που έχουν ταξινομηθεί λανθασμένα στο διάγραμμα του μέρους Α, αν φυσικά υπάρχουν τέτοια.
- B.3 Επαναλάβετε το Βήμα Β.2, αλλά αυτήν τη φορά χρησιμοποιώντας την απόσταση Mahalanobis, με κοινό πίνακα συνδιασποράς των δύο κλάσεων που προκύπτει ως ο σταθμισμένος μέσος των μητρώων συνδιασποράς των δύο κλάσεων (υπολογισμένων στο Βήμα Β.1).
- B.4 Τέλος, επαναλάβετε, χρησιμοποιώντας τον Bayesian ταξινομητή αυτήν τη φορά, με βάση και πάλι τις εκτιμήσεις των παραμέτρων των κλάσεων του Βήματος Β.1. Σε αντίθεση με το Βήμα Β.3, χρησιμοποιείτε τις εκτιμήσεις του πίνακα συνδιασποράς κάθε κλάσης ξεχωριστά. Υπολογίστε το λάθος ταξινόμησης και σχολιάστε το αποτέλεσμα σε σχέση με αυτά των Βημάτων Β.2 και Β.3.

## **ΜΕΡΟΣ Γ: Μείωση Διάστασης Χαρακτηριστικών**

Στην ενότητα αυτή της εργασίας θα προβάλετε σε μονοδιάστατους χώρους τα δεδομένα εκπαίδευσης που δημιουργήσατε στο μέρος Α, χρησιμοποιώντας τους μετασχηματισμούς PCA και LDA (Κεφ. 5, 6 του βιβλίου). Στη συνέχεια, θα ταξινομήσετε τα δείγματα που προκύπτουν με βάση τον ταξινομητή Ευκλείδειας απόστασης.

- Γ.1 Βρείτε τη μονοδιάστατη προβολή των δεδομένων του συνόλου εκπαίδευσης κατά μήκος του ιδιο-διανύσματος που αντιστοιχεί στην μεγαλύτερη ιδιοτιμή με βάση τον μετασχηματισμό PCA. Σχεδιάστε τα σημεία που προκύπτουν. Τι παρατηρείτε;
- Γ.2 Ταξινομήστε τα μονοδιάστατα δεδομένα που προέκυψαν από το Βήμα Γ.1 στις δύο κλάσεις με βάση τον ταξινομητή Ευκλείδειας απόστασης. Υπολογίστε το σφάλμα ταξινόμησης (%).
- Γ.3 Στη συνέχεια, βρείτε πάλι την μονοδιάστατη προβολή των δεδομένων του συνόλου εκπαίδευσης, αλλά αυτήν τη φορά με βάση τον μετασχηματισμό LDA. Σχεδιάστε τα σημεία που προκύπτουν. Τι παρατηρείτε σε σχέση και με το Βήμα Γ.1;
- Γ.4 Ταξινομήστε τα μονοδιάστατα δεδομένα που προέκυψαν από το Βήμα Γ.3 στις δύο κλάσεις με βάση τον ταξινομητή Ευκλείδειας απόστασης. Υπολογίστε το σφάλμα ταξινόμησης (%) και συγκρίνετέ το με αυτό του Βήματος Γ.2.

## **ΜΕΡΟΣ Δ: Γραμμική Ταξινόμηση με Διάφορες Συναρτήσεις Κόστους**

Στην ενότητα αυτή θα υλοποιήσετε γραμμικούς ταξινομητές στο δυοδιάστατο χώρο με βάση τους αλγόριθμους ελαχίστων τετραγώνων και perceptron (Κεφ. 3 του βιβλίου).

- Δ.1 Βρείτε τον γραμμικό ταξινομητή (ευθεία) που ελαχιστοποιεί το κριτήριο ελαχίστων τετραγώνων για τα δεδομένα εκπαίδευσης του μέρους Α, όπου η κλάση  $\omega_1$  αντιστοιχεί στην ετικέτα  $y = +1$  και η κλάση  $\omega_2$  στην ετικέτα  $y = -1$  (Κεφ. 3.4.3, εξ. (3.45) του βιβλίου). Ποιο είναι το σφάλμα ταξινόμησης και το σφάλμα τετραγώνων (εξ. (3.42) του βιβλίου) του γραμμικού ταξινομητή που προκύπτει; Σχεδιάστε επίσης την ευθεία στον χώρο, μαζί με τα δεδομένα εκπαίδευσης.
- Δ.2 Βρείτε τον γραμμικό ταξινομητή (ευθεία) με βάση τον αλγόριθμο perceptron, χρησιμοποιώντας κάποια αρχική ευθεία που δεν ταξινομεί σωστά όλα τα δεδομένα εκπαίδευσης (π.χ. της κλάσης  $\omega_2$ ), υλοποιώντας τον με χρήση κατάλληλης παραμέτρου ρυθμού εκμάθησης,  $\rho$  (Εξ. (3.9) του βιβλίου), ώστε ο αλγόριθμος να συγκλίνει σε σχετικά μικρό αριθμό βημάτων. Ποιο είναι το σφάλμα ταξινόμησης του γραμμικού ταξινομητή που προκύπτει; Σχεδιάστε επίσης την ευθεία στον χώρο, μαζί με τα δεδομένα εκπαίδευσης. (Θεωρήστε τις ετικέτες του συνόλου εκπαίδευσης όπως στο Βήμα Δ.1.)