Preguntas:

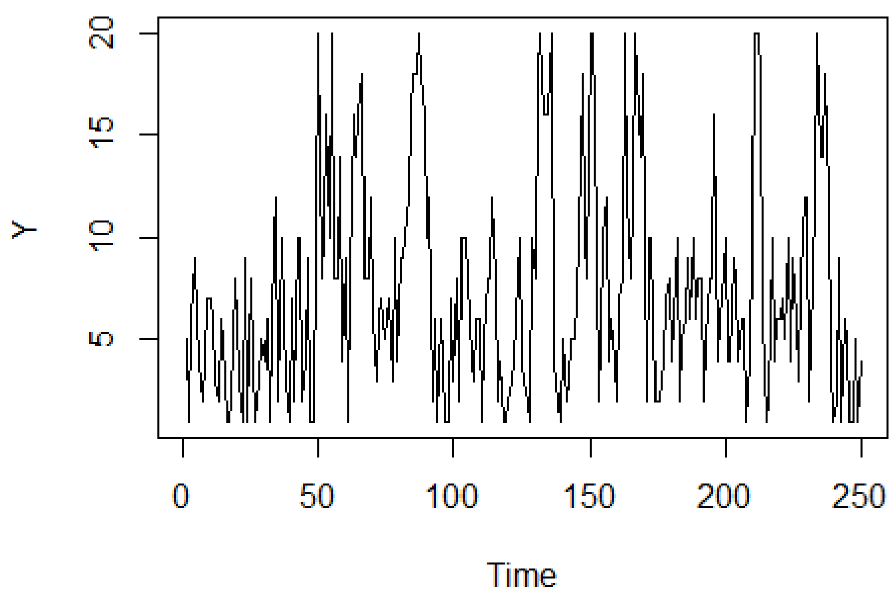
- Si por ejemplo tenemos una serie temporal de números sacados al azar entre el 1 y el 10. Cada vez que el número es par y mayor que 6 entonces la siguiente extracción vale doble. **Razonar si es estacionaria la serie**

Para responder esta pregunta se hace la siguiente simulación

```
Y <- rep(NA, 250)
Y[1] <- sample(x = 1:10, size = 1)

for(i in 2:length(Y)){
  if(Y[i-1] %% 2 == 0 & Y[i-1] > 6){
    Y[i] <- sample(x = 1:10, size = 1) * 2
  } else{
    Y[i] <- sample(x = 1:10, size = 1)}
}

library(tseries)
plot(x = 1:250, y = Y, type = "l", xlab = "Time")
```



Planteando la hipótesis H0: Series es no estacionaria vs H1: La serie es estacionaria

```
adf.test(Y, alternative ="stationary", k=12)
##  Augmented Dickey-Fuller Test
## data:  Y
## Dickey-Fuller = -4.4463, Lag order = 12, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
```

Como el p valor es < 0.05, se rechaza H0 lo que indica que la serie es estacionaria

- ¿Cómo es la esperanza y varianza de un paseo aleatorio? Y(t)=Y(t−1)+e(t) ¿Y la función de autocorrelación?.

Una Caminata aleatoria es de la forma $y_t = \sum_{i=1}^{t} e_t$

note que $y_t = y_{t-1} + e_t$, hallamos la esperanza, de y_t tenemos que:

$E(y_t) = E(y_{t-1} + e_t)$ aplicando y_{t-1}, tenemos

$E(y_t) = E(y_{t-2} + e_{t-1} + e_t)$ aplicando hasta y_0

$E(y_t) = E(y_0 + e_1 + \cdots + e_{t-1} + e_t)$ como cada e_t es i.i.d $N(0,\sigma^2)$

$= \cancel{E(y_0)}^{0} + \cancel{E(e_1)}^{0} + \cdots + \cancel{E(e_t)}^{0}$ ya que $y_0 = 0$

$\boxed{E(y_t) = 0}$ (1)

Ahora vamos hallar la varianza

$Var(y_t) = Var(y_{t-1} + e_t)$ expandiendo

$= Var(y_0 + e_1 + \cdots + e_t)$

$= \cancel{Var(y_0)}^{0} + \cancel{Var(e_1)}^{\sigma^2} + \cdots + \cancel{Var(e_t)}^{\sigma^2}$

$\boxed{Var(y_t) = t\sigma^2}$ (2)

$\gamma_{t,h} = Cov(y_t, y_{t-h})$

$= Cov(y_0 + e_1 + \cdots + e_t, y_0 + e_1 + \cdots + e_{t-h})$ se tiene que $Cov(e_i, e_j) = 0$ para $i \neq j$

$= Cov(e_1, e_1) + Cov(e_2, e_2) + \cdots + Cov(e_{t-h}, e_{t-h})$

$= Var(e_1) + Var(e_2) + \cdots + Var(e_{t-h})$

$= \sigma^2 (t-h)$

$$\rho_h = \frac{Cov(y_t, y_{t-h})}{\sqrt{Var(y_t)\,Var(y_{t-h})}} = \frac{\sigma^2(t-h)}{\sqrt{t\sigma^2}\sqrt{\sigma^2(t-h)}} = \sqrt{\frac{t-h}{t}} = \sqrt{1-\frac{h}{t}}$$

$\boxed{\rho_h = \sqrt{1-\frac{h}{t}}}$ (3)