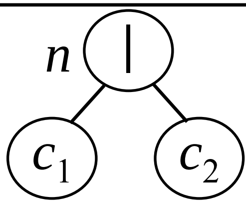
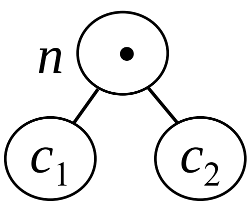
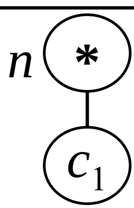
Método de Aho-Sethi-Ullman

Nodo	*anulable*(n)	*primera-pos*(n)	*última-pos*(n)
n es una hoja con símbolo ε	**true**	$\varnothing$	$\varnothing$
n es una hoja con la posición i	**false**	$\{i\}$	$\{i\}$
	$anul(c_1) \vee anul(c_2)$	$pripos(c_1) \cup pripos(c_2)$	$últpos(c_1) \cup últpos(c_2)$
	$anul(c_1) \wedge anul(c_2)$	**if** $anul(c_1)$ **then** $pripos(c_1) \cup pripos(c_2)$ **else** $pripos(c_1)$	**if** $anul(c_2)$ **then** $últpos(c_1) \cup últpos(c_2)$ **else** $últpos(c_2)$
	**true**	$pripos(c_1)$	$últpos(c_1)$

César García-Osorio. Universidad de Burgos.

Método de Aho-Sethi-Ullman (5)

- La función *siguiente-pos*(i) indica qué posiciones pueden seguir a la posición i en el árbol sintáctico. Dos reglas definen todas las formas en que una posición puede seguir a otra:
  - Si n es un *nodo-cat* con hijo izquierdo c_1 e hijo derecho c_2, e i es una posición dentro de *última-pos*(c_1), entonces todas las posiciones de *primera-pos*(c_2) están en *siguiente-pos*(i).

    $$\forall i \in \textit{última-pos}(c_1) \qquad \textit{siguiente-pos}(i) \supset \textit{primera-pos}(c_2)$$
  - Si n es un *nodo-ast*, e i es una posición dentro de *última-pos*(n), entonces todas las posiciones de *primera-pos*(n) están en *siguiente-pos*(i)

    $$\forall i \in \textit{última-pos}(c_1) \qquad \textit{siguiente-pos}(i) \supset \textit{primera-pos}(c_1)$$

Método de Aho-Sethi-Ullman (6)

Algoritmo para obtener el AFD a partir de *siguiente-pos*

$D \leftarrow$ *primera-pos*(*raíz*);

while haya un estado T sin marcar en D do

marcar T;

for cada símbolo de entrada $a \in \Sigma$ do

$$U \leftarrow \bigcup_{\substack{p \in T \\ p \text{ etiqueta una hoja con símbolo } a}} \textit{siguiente-pos}(p);$$

if $(U \notin D) \wedge (U \neq \emptyset)$ then añadir U sin marcar a D

$tranD[T, a] \leftarrow U$

end

end

AFD(Σ, D, *tranD*, *primera-pos*(*raíz*), $\mathcal{F}$) $\mathcal{F} = \{U \in D : p \in U$ y p la posición de \$$\}$

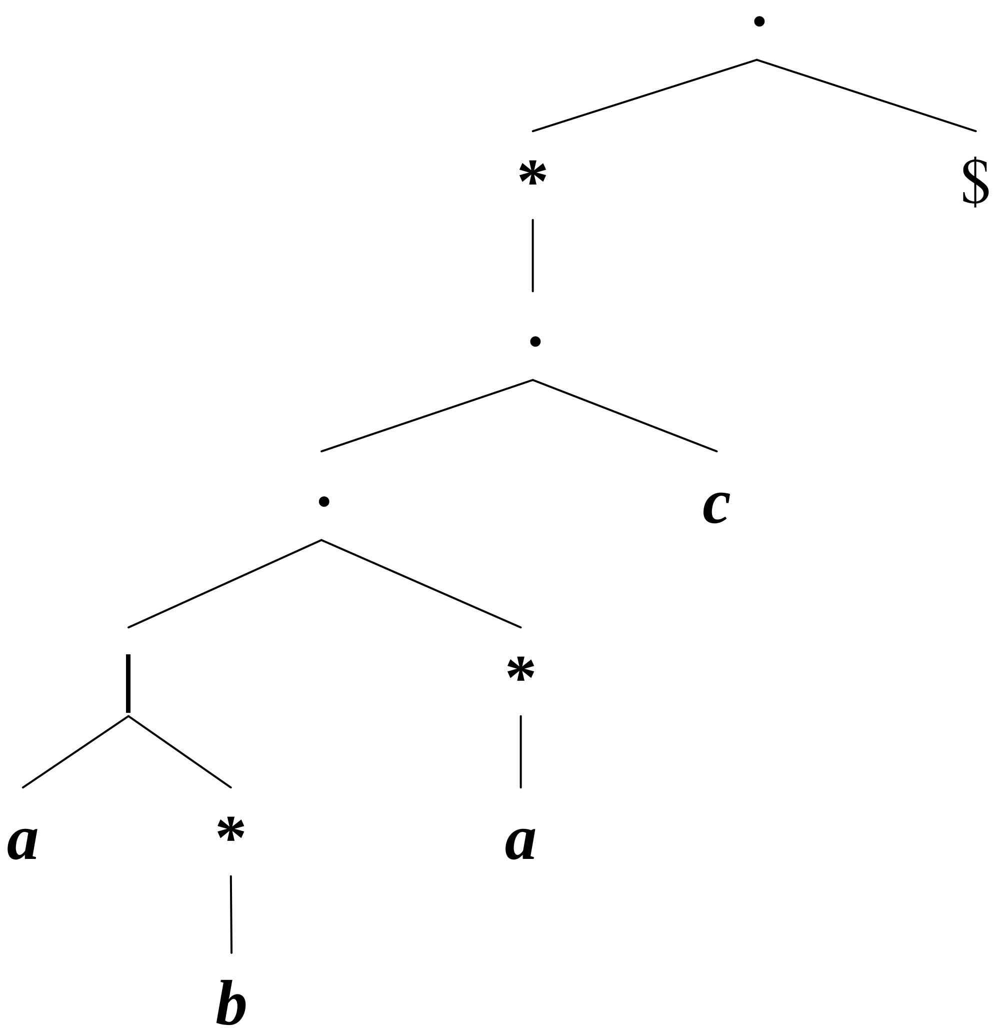
$((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*$

$((((a|b^*)\cdot a^*)\cdot c)^*)\cdot\$$

Lo primero es ampliar la expresión regular para que todas las cadenas del lenguaje terminen con un símbolo que no pertenezca al del lenguaje representado originalmente por la expresión regular. En este ejemplo el $. También puede ayudar el hacer explícitas las precedencias de operadores mediante el uso de paréntesis

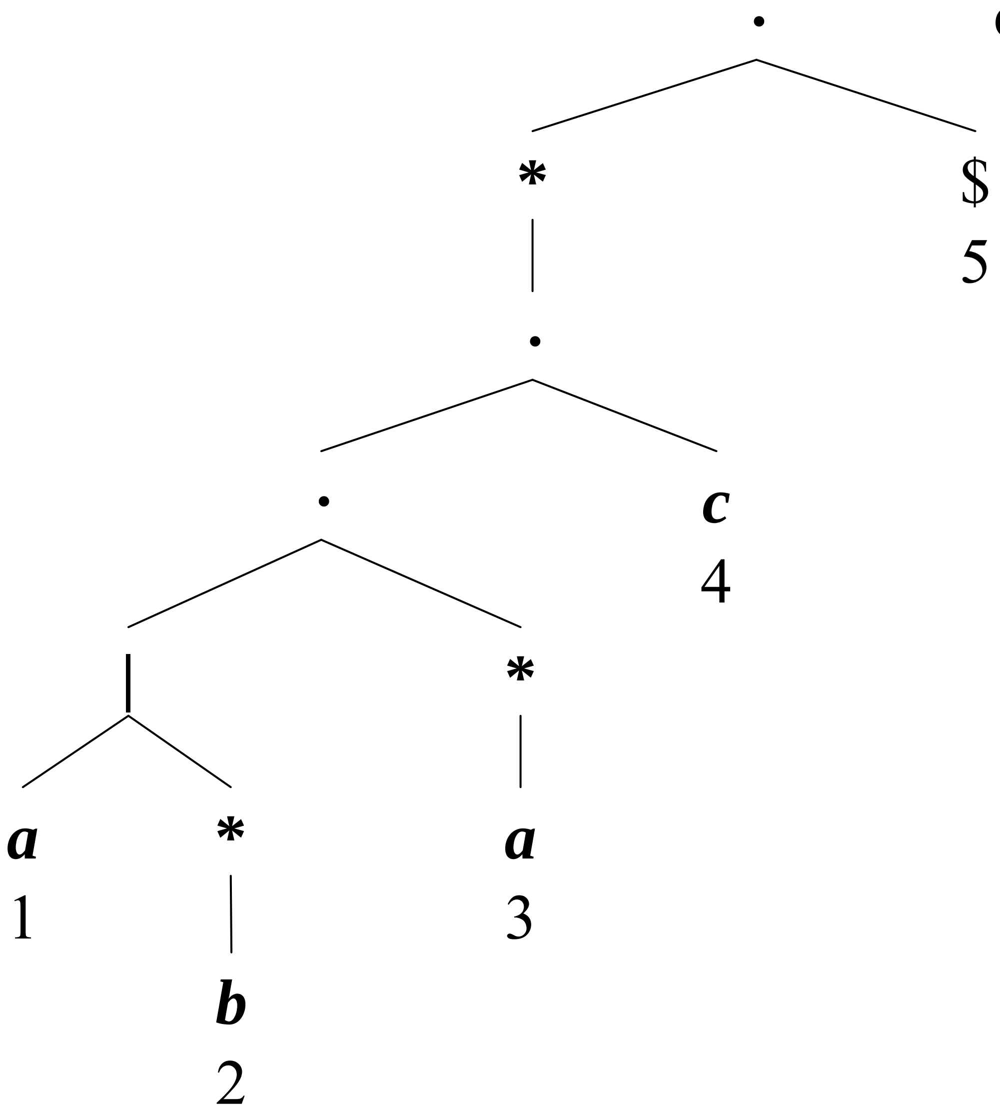
$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

Lo segundo es construir el árbol sintáctico para la expresión regular aumentada.

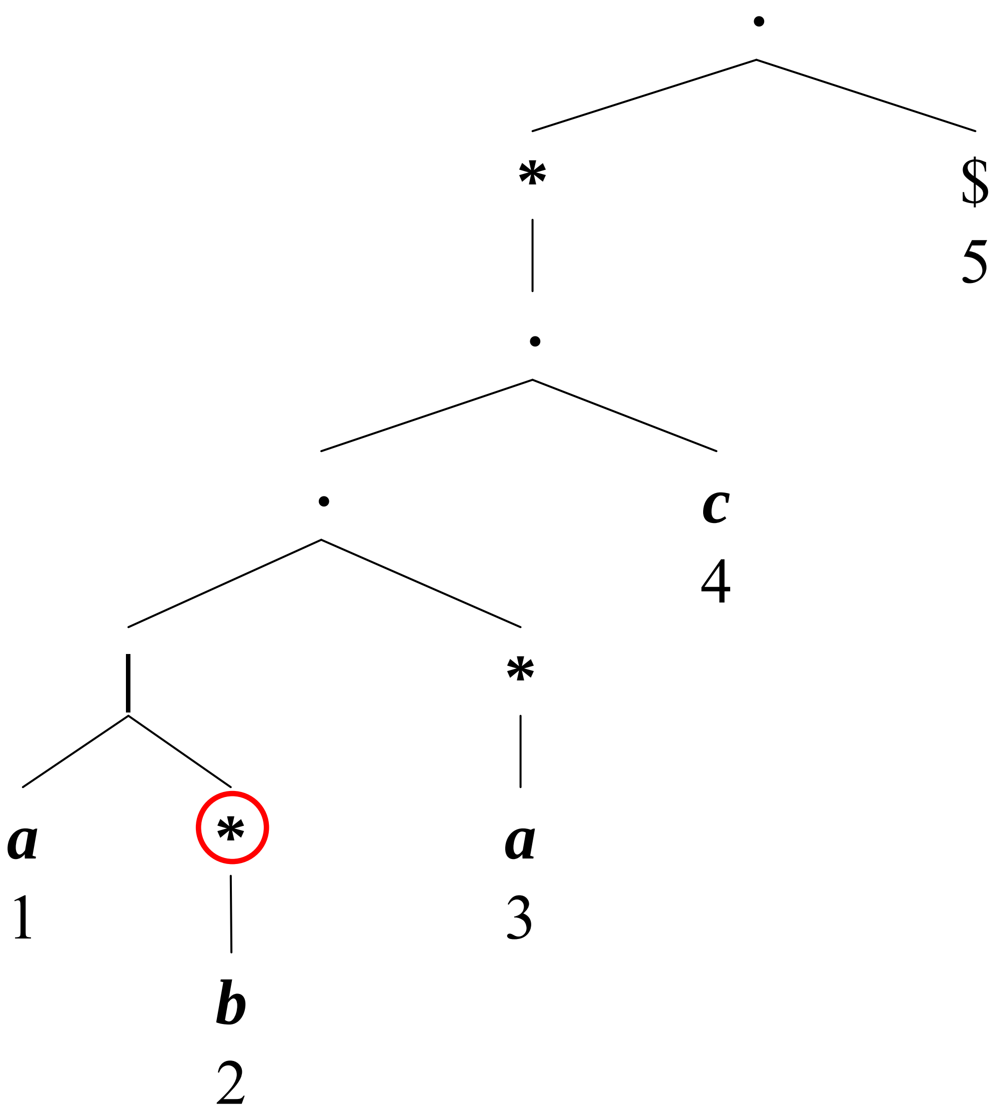


$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

A continuación se etiquetan con posiciones todos los nodos hojas que no sean ε



$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

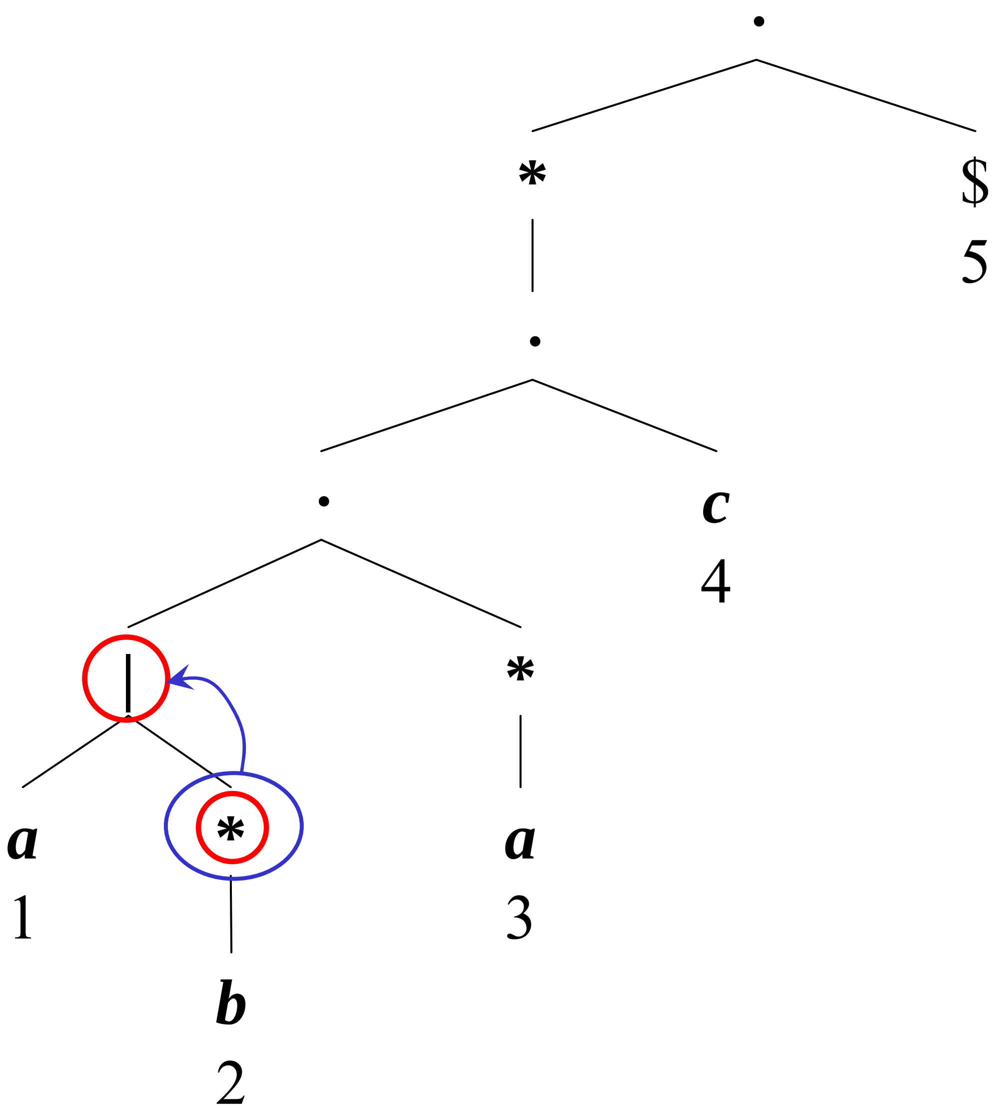


Ahora se determinan los nodos que son anulables. Aquellos que son la raíz de un subárbol cuya expresión regular representan un lenguaje que incluya ε , la palabra vacía.

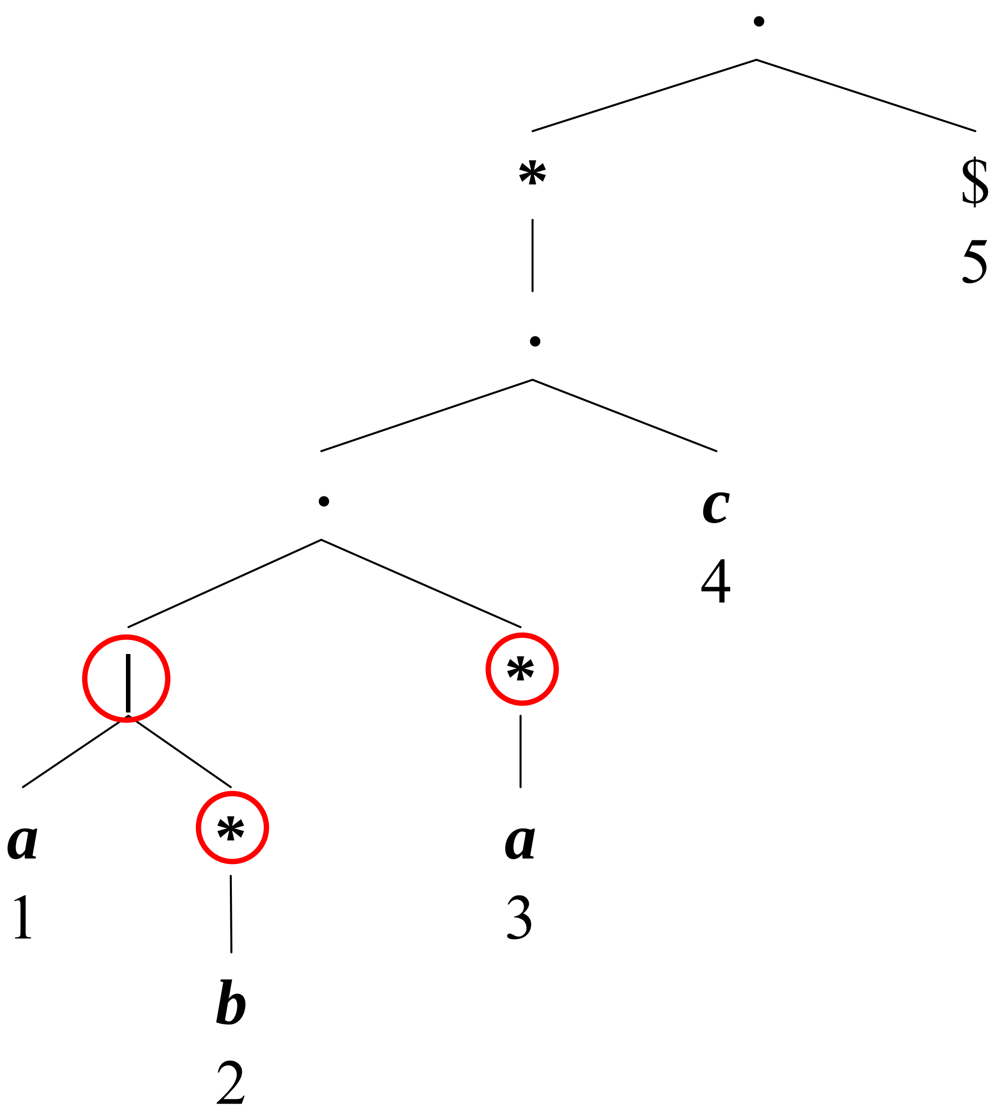
Los nodos asterisco son anulables.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

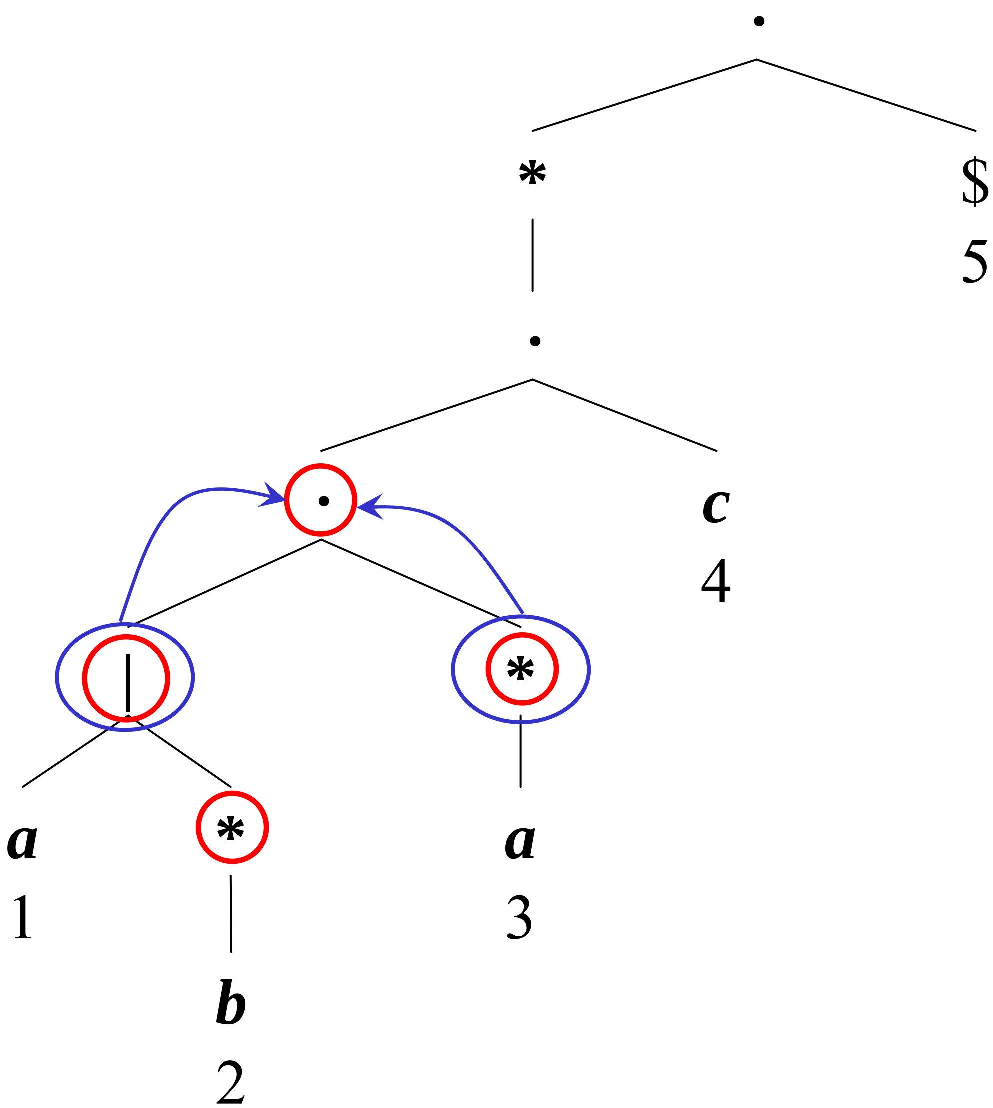
Los nodos selección son anulables si lo es cualquiera de sus hijos.



$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

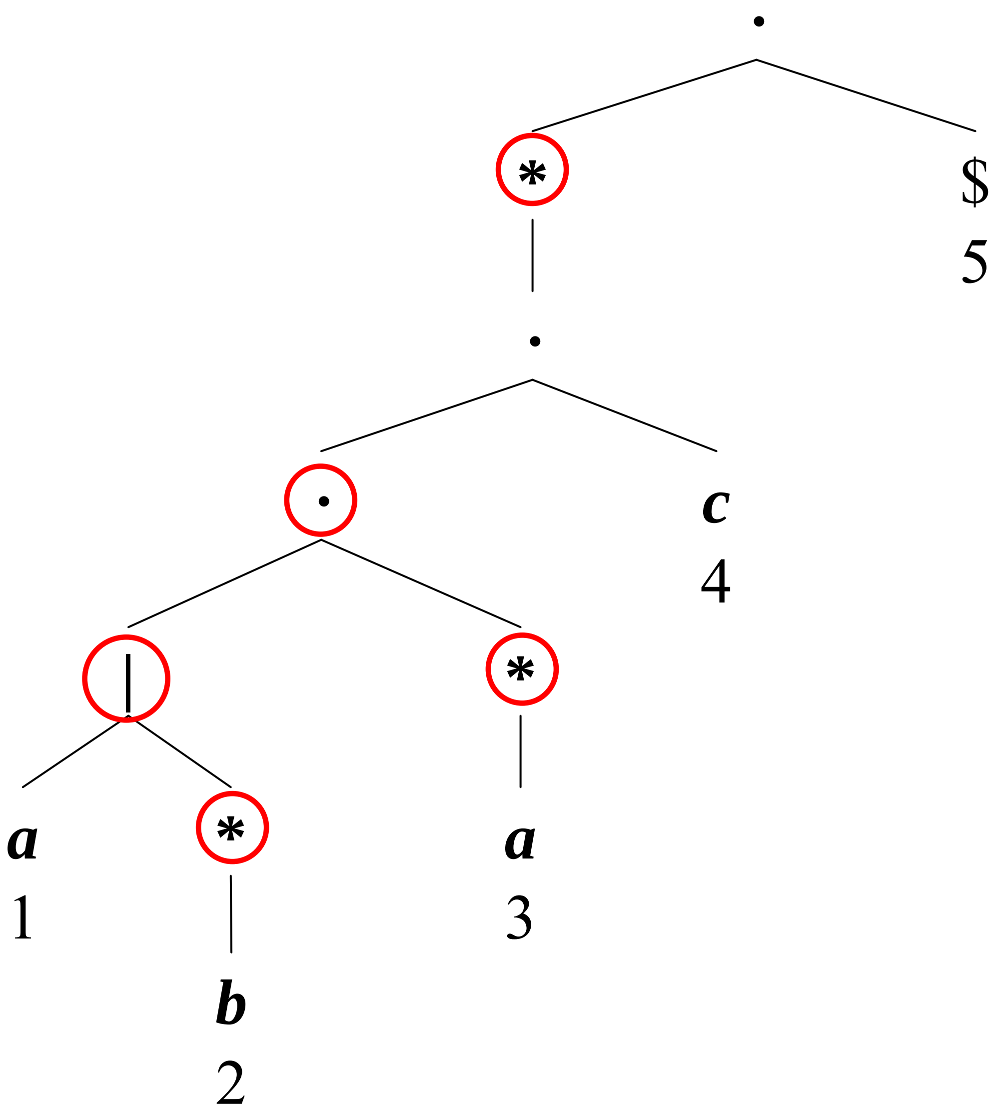


$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

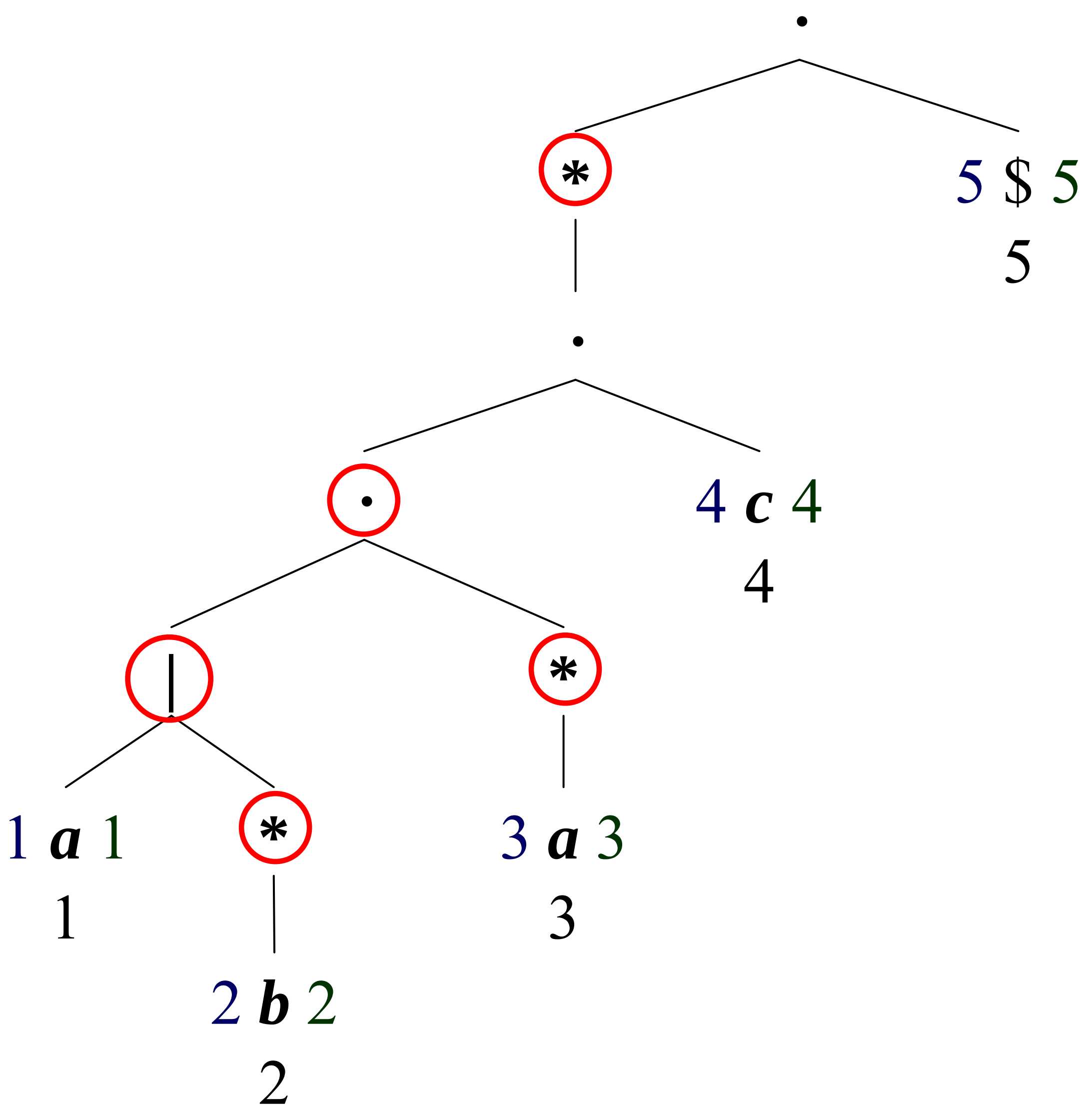


Los nodos concatenación son anulables si lo son simultáneamente sus dos hijos.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



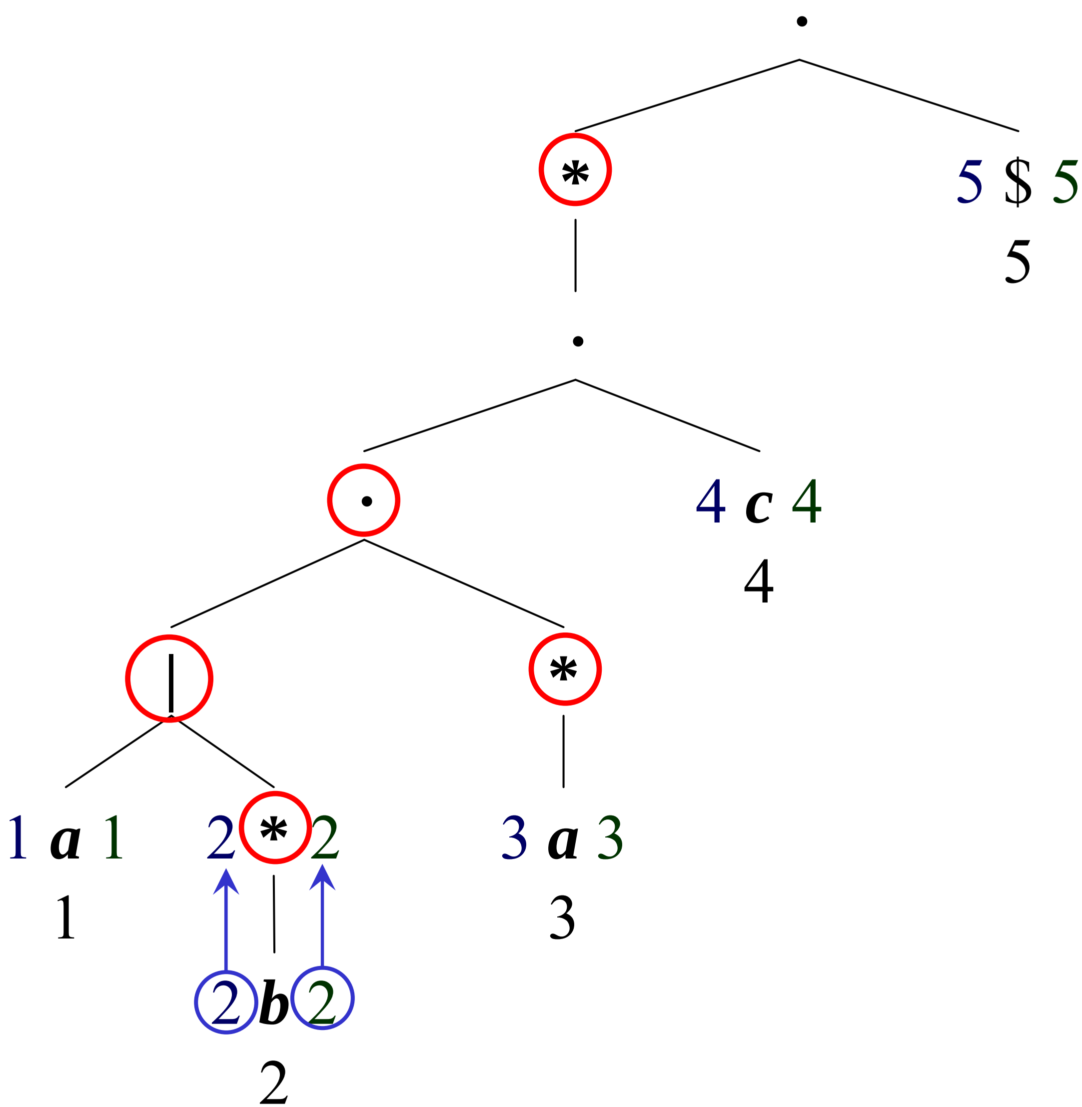
$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



Ahora se calculan las funciones *primera-pos* y *última-pos* para cada uno de los nodos.

Para los nodos hoja, tanto *primera-pos* como *última-pos* coincide con la posición que etiqueta el nodo hoja.

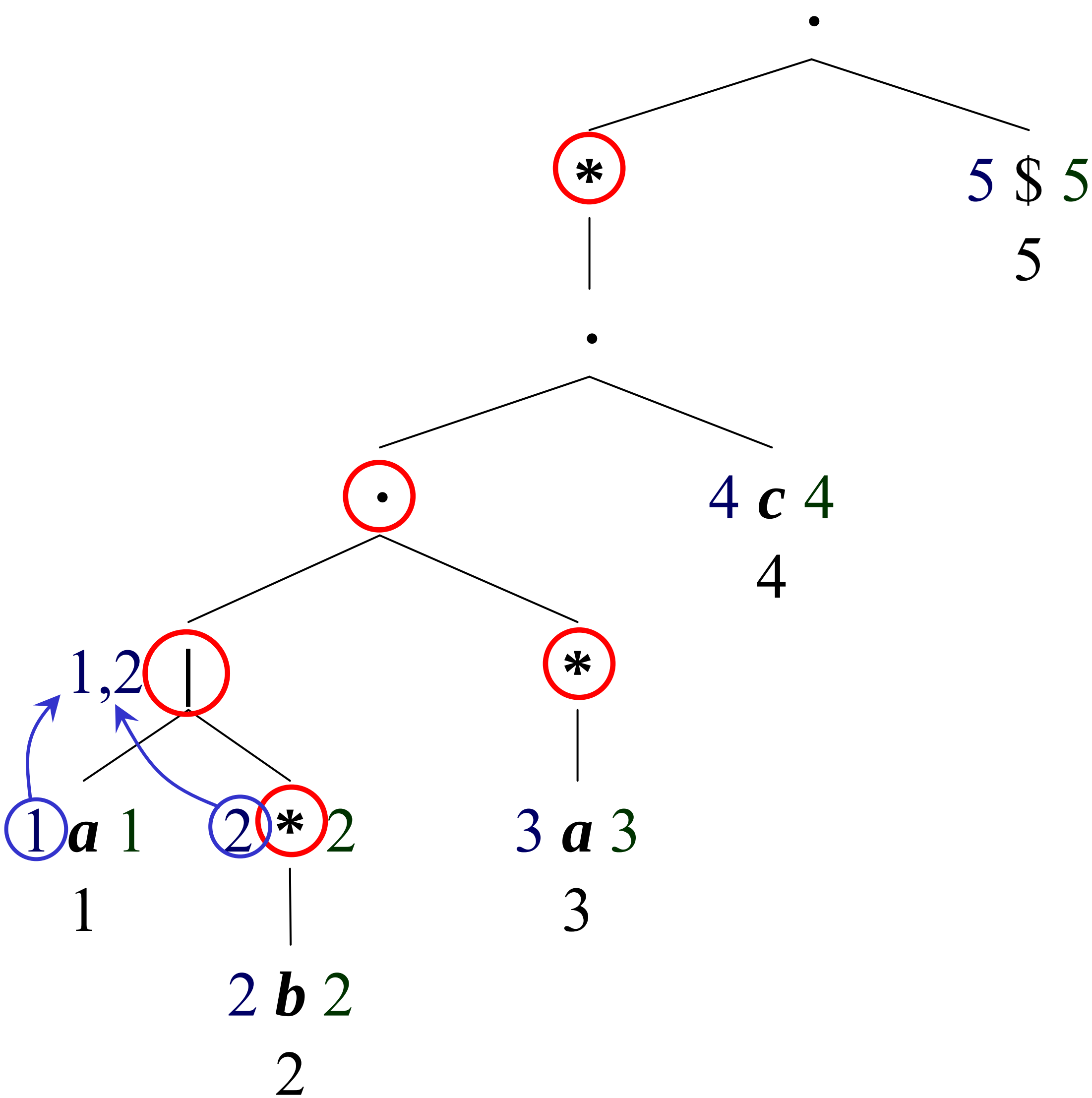
$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



Para los **nodos ast** (**nodos cierre**), *primera-pos* coincide con *primera-pos* de su hijo, *última-pos* coincide con *última-pos* de su hijo.

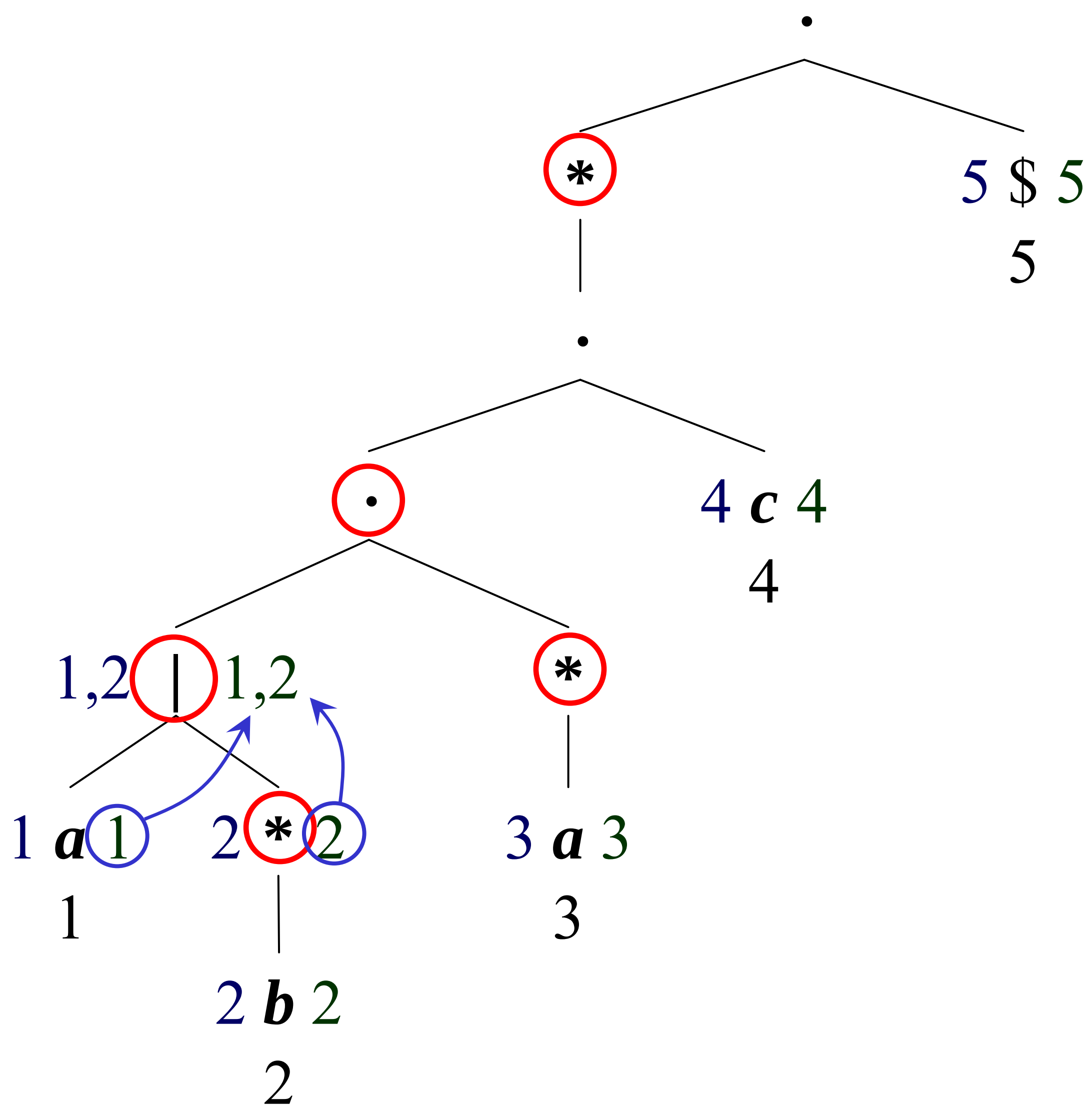
$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

Para los **nodos selección**, **primera-pos** es la unión de las *primera-pos* de sus hijos.

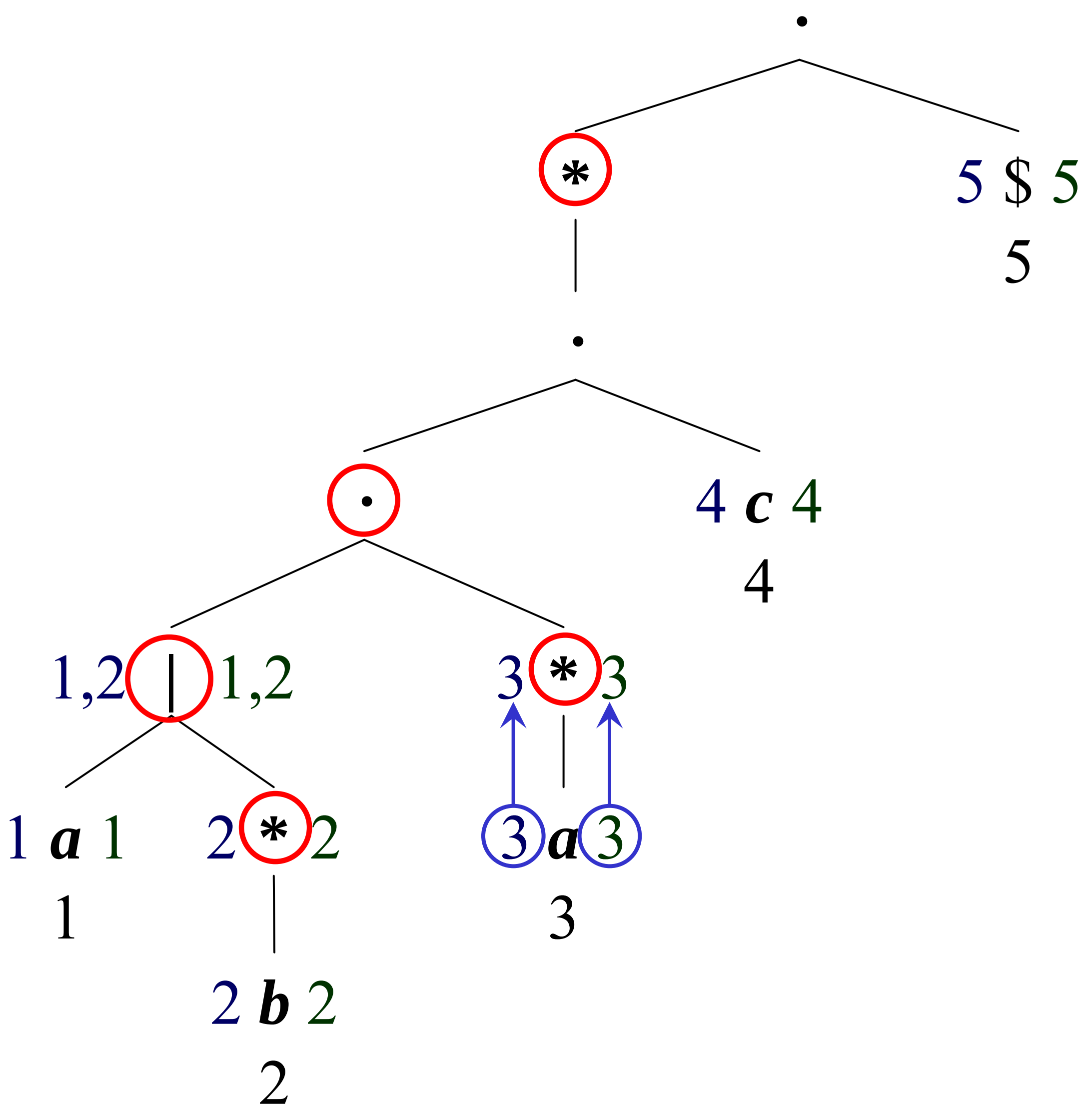


$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

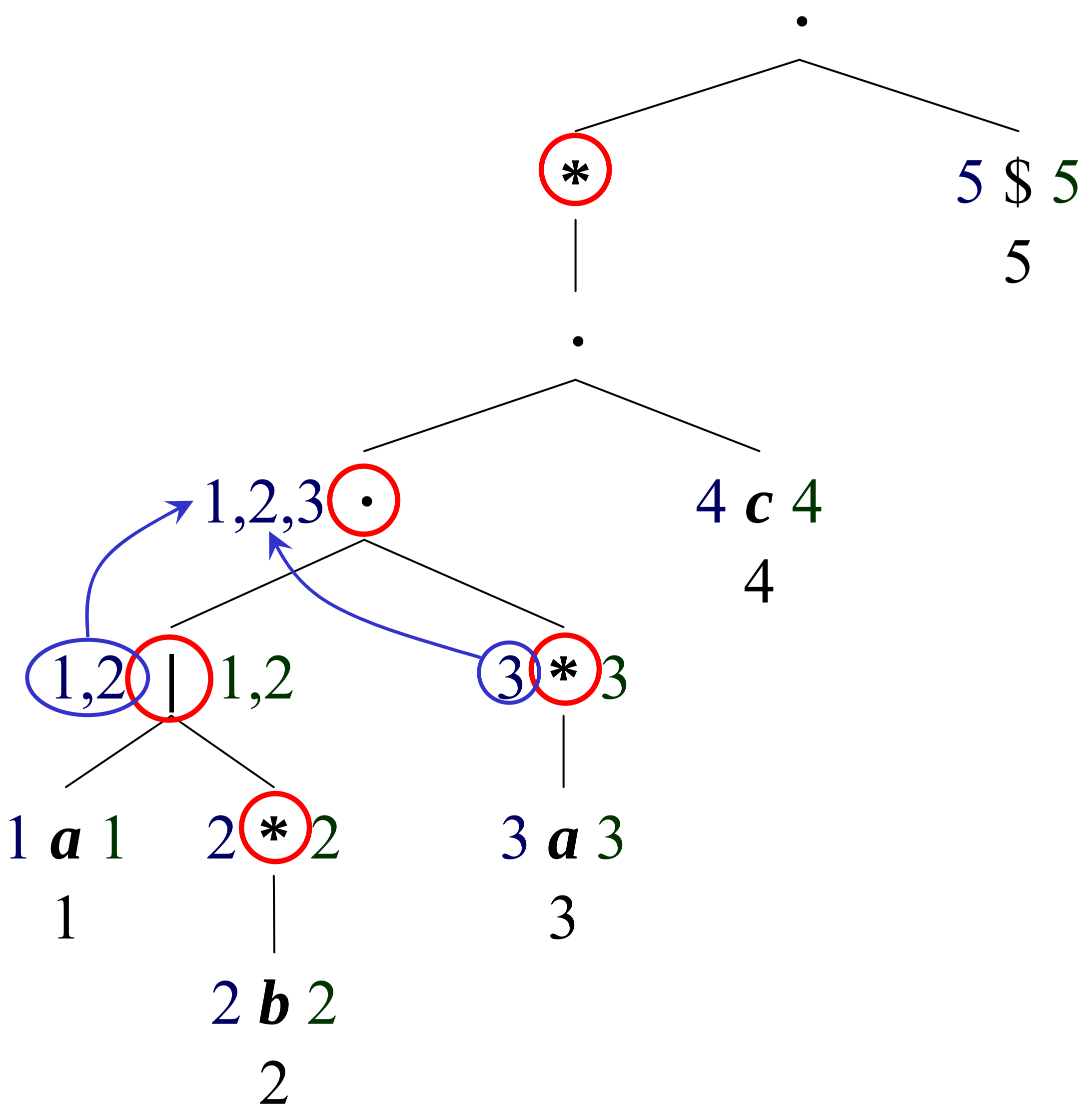
Para los **nodos selección**, **última-pos** es la unión de las *última-pos* de sus hijos.



$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



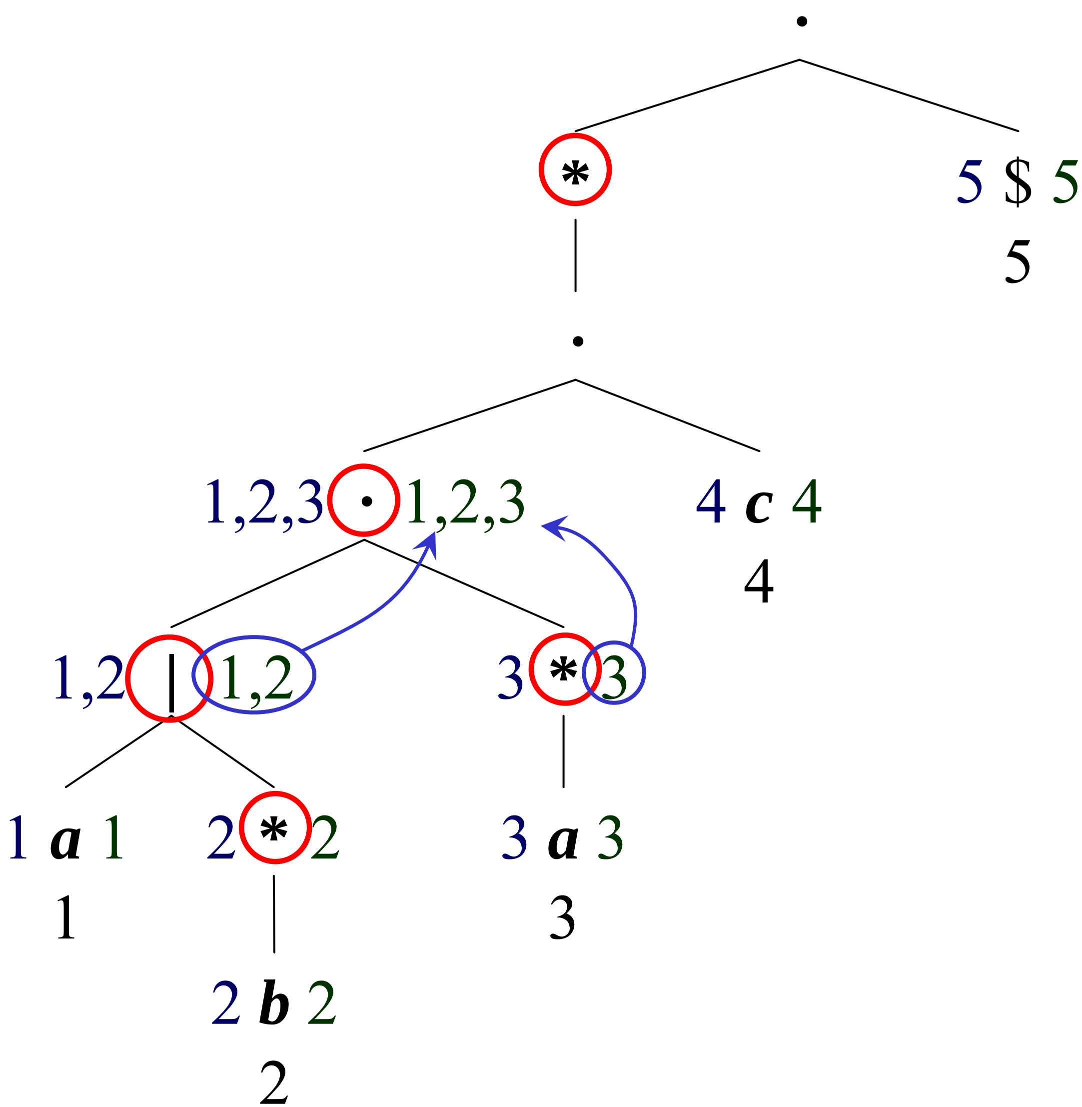
$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



Para los **nodos concatenación**, si su <u>hijo izquierdo es anulable</u>, *primera-pos* es la unión de las *primera-pos* de sus hijos.

Si su <u>hijo izquierdo no es anulable</u>, *primera-pos* coincide con *primera-pos* de su hijo izquierdo.

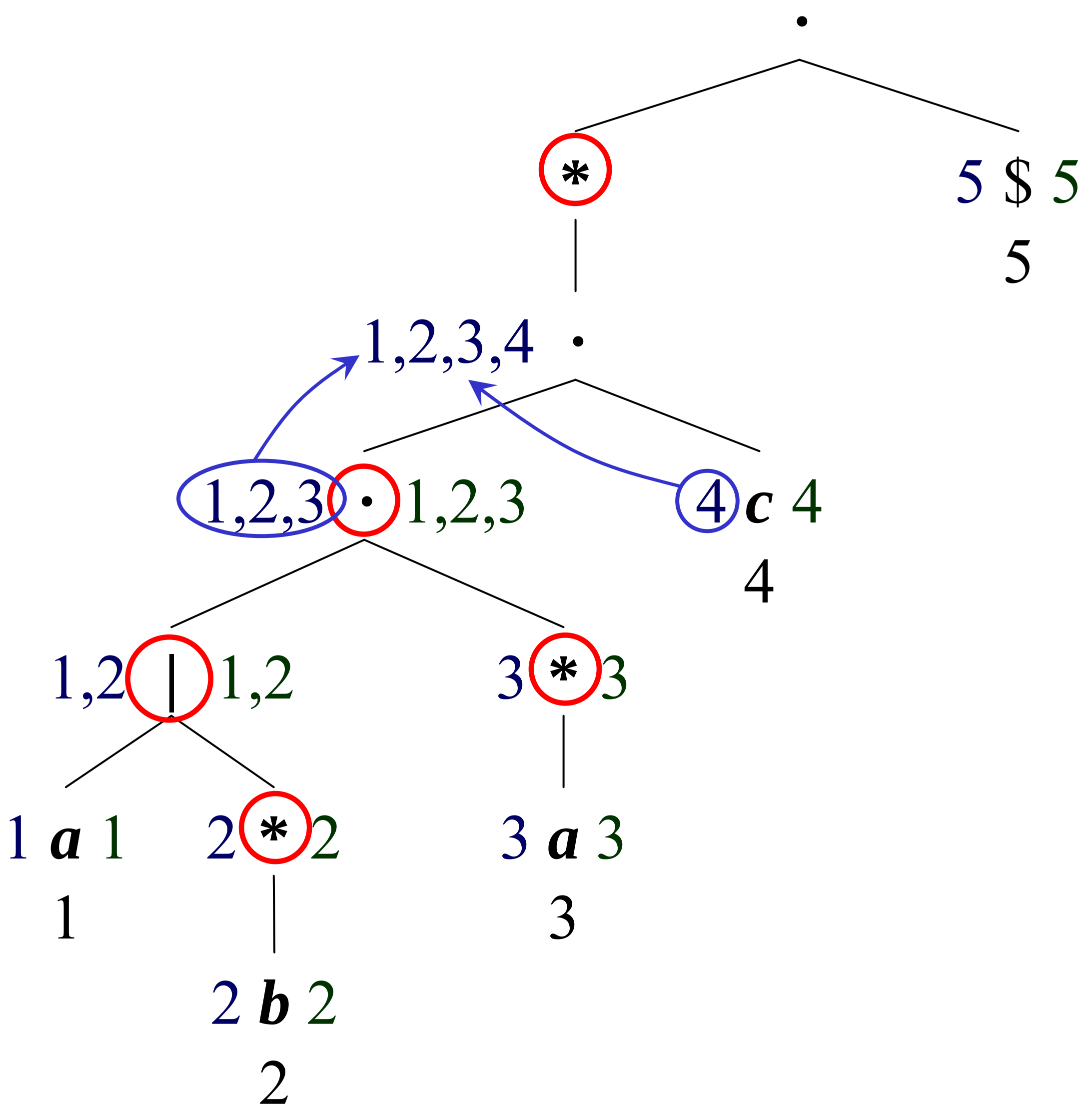
$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



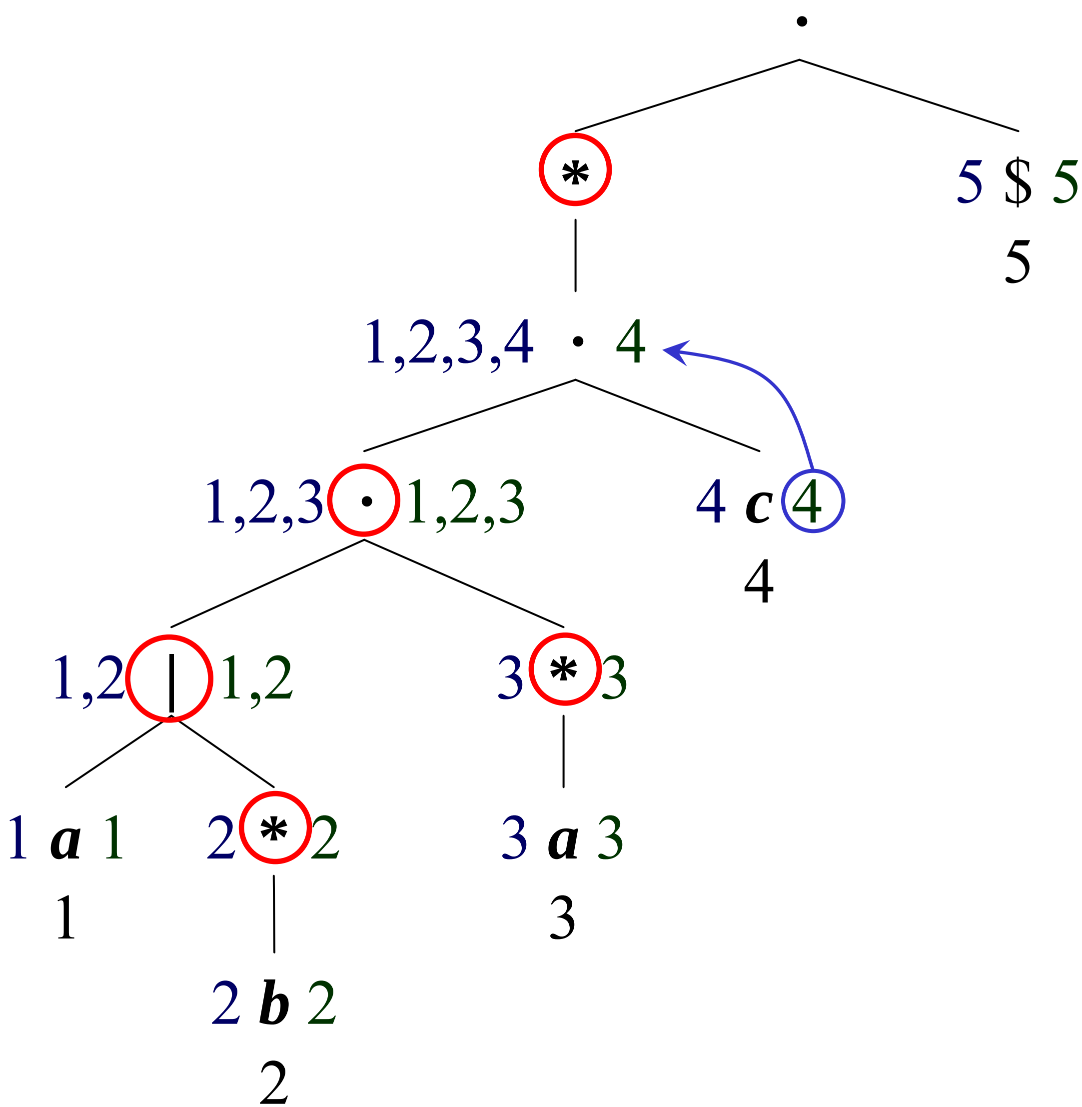
Para los **nodos concatenación**, si su <u>hijo derecho es anulable</u>, *última-pos* es la unión de las *última-pos* de sus hijos.

Si su <u>hijo derecho no es anulable</u>, *última-pos* coincide con *última-pos* de su hijo derecho.

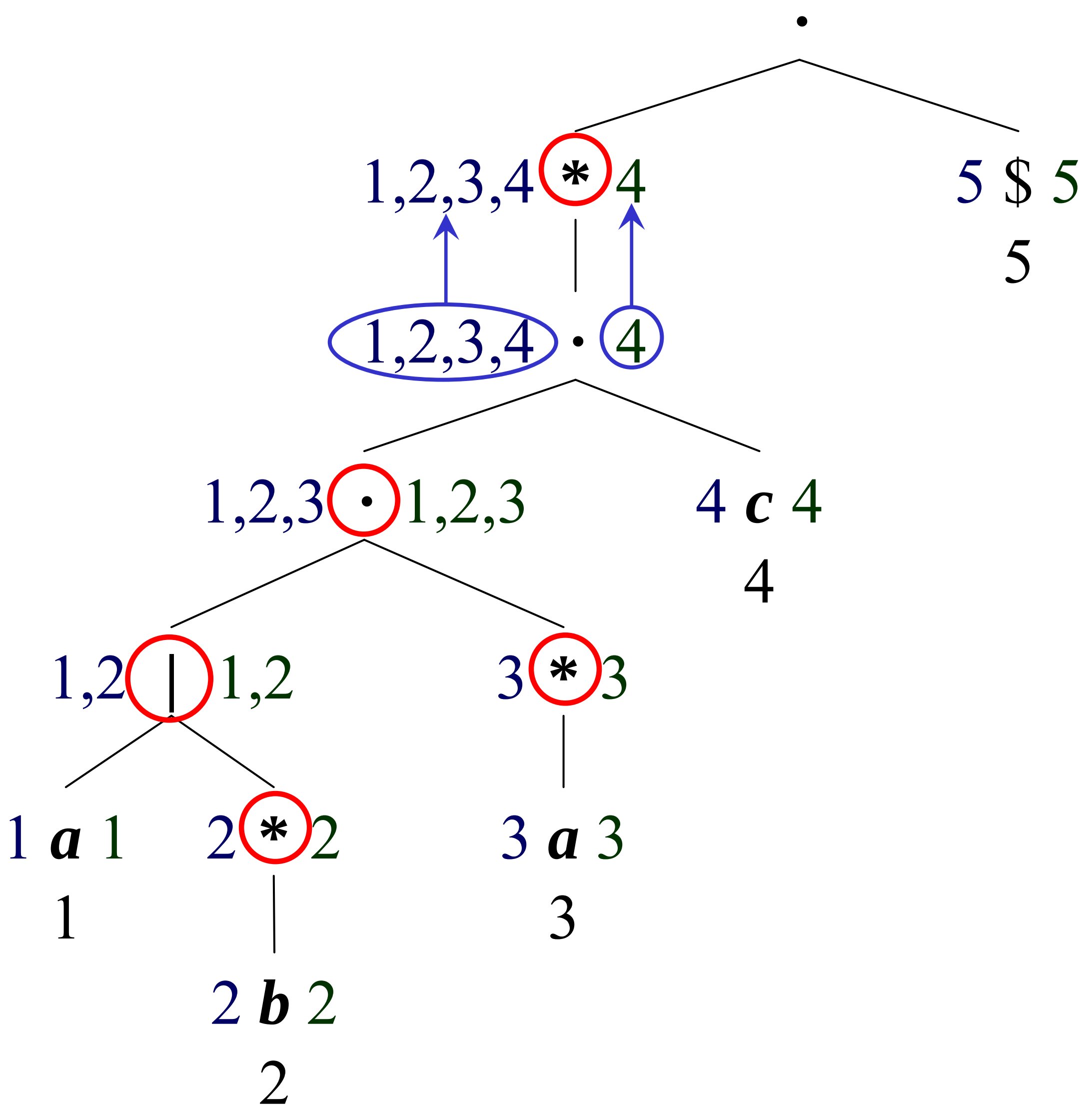
$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

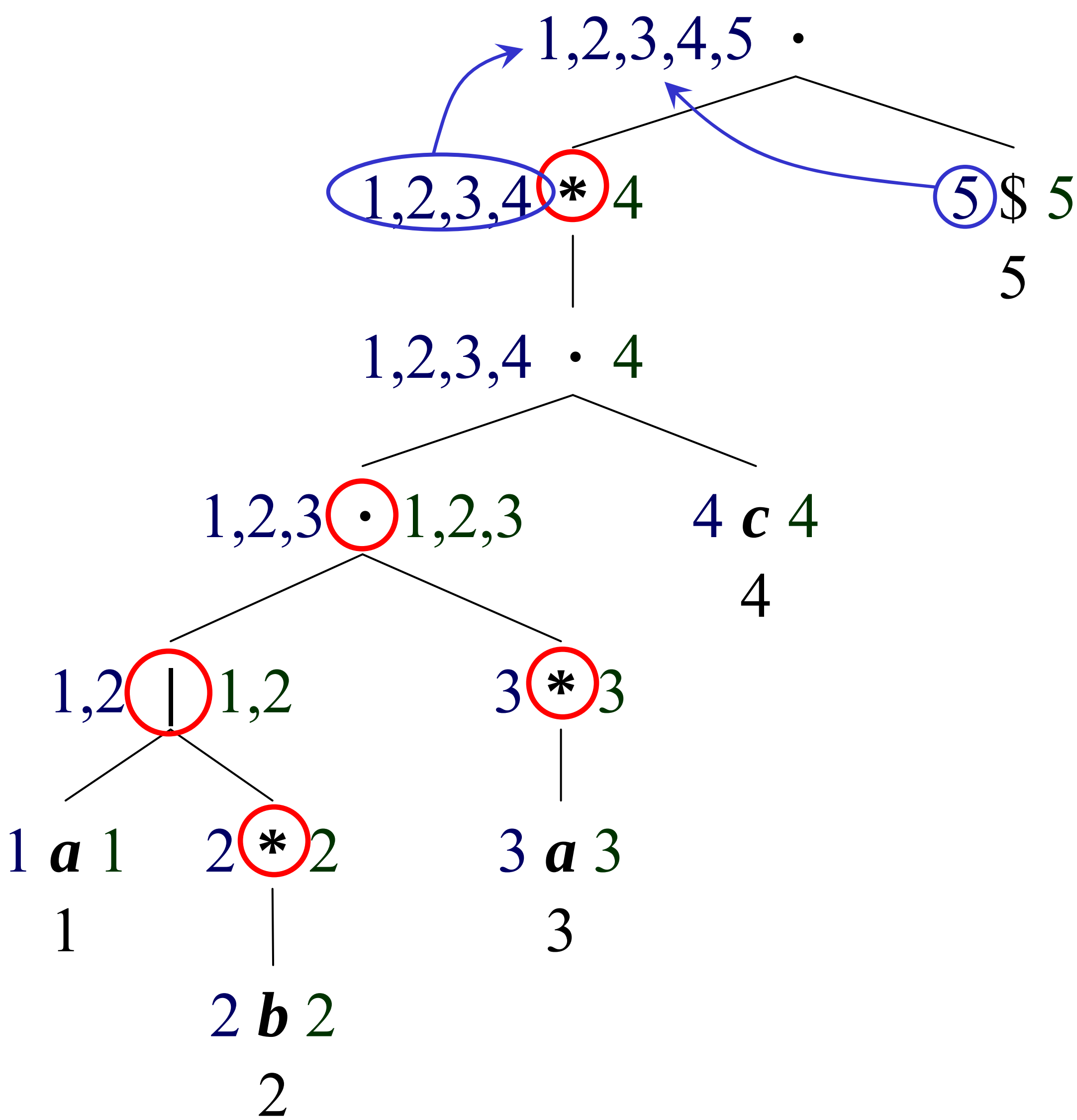


$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

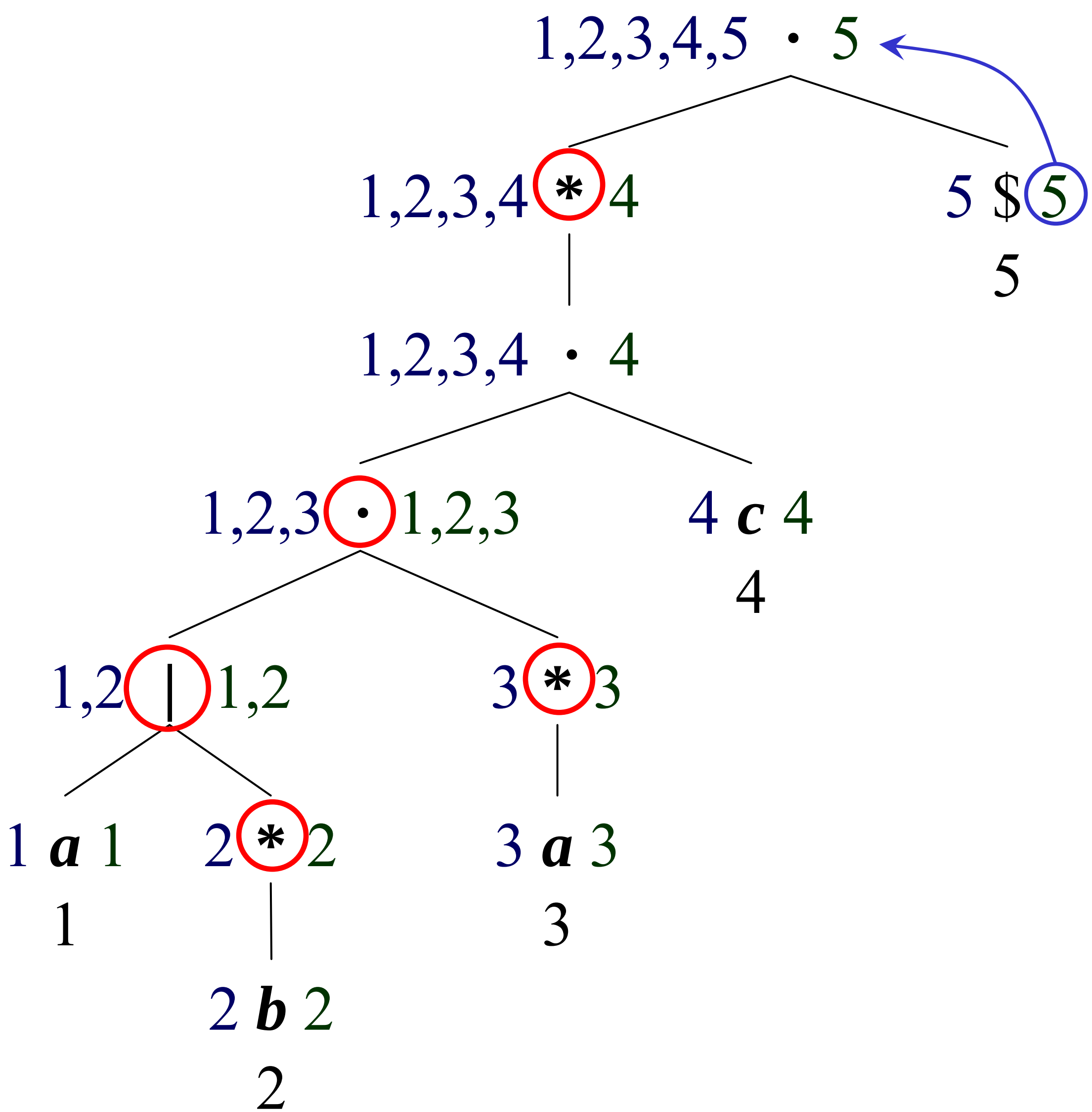


César García-Osorio. Universidad de Burgos.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

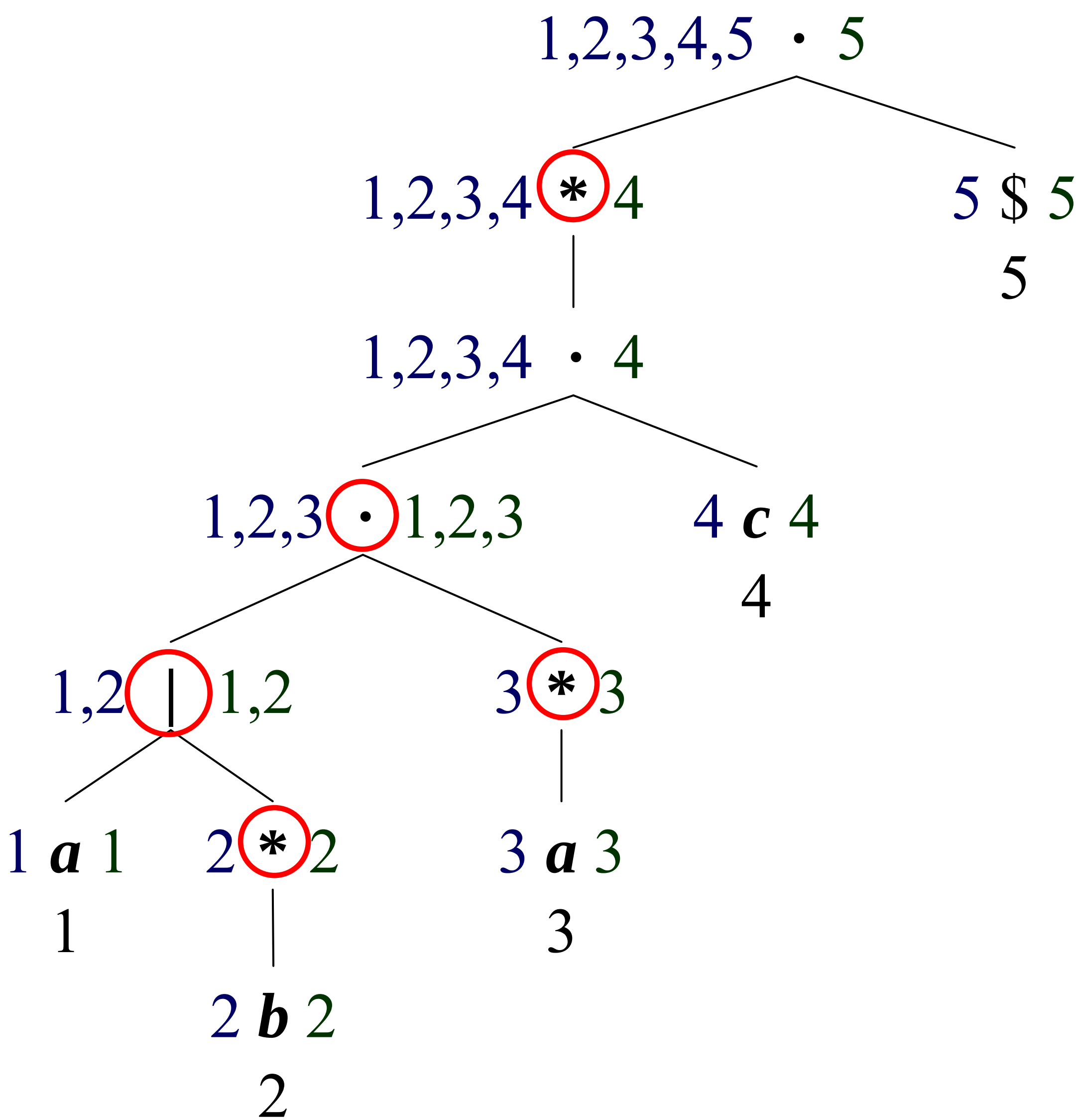


$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

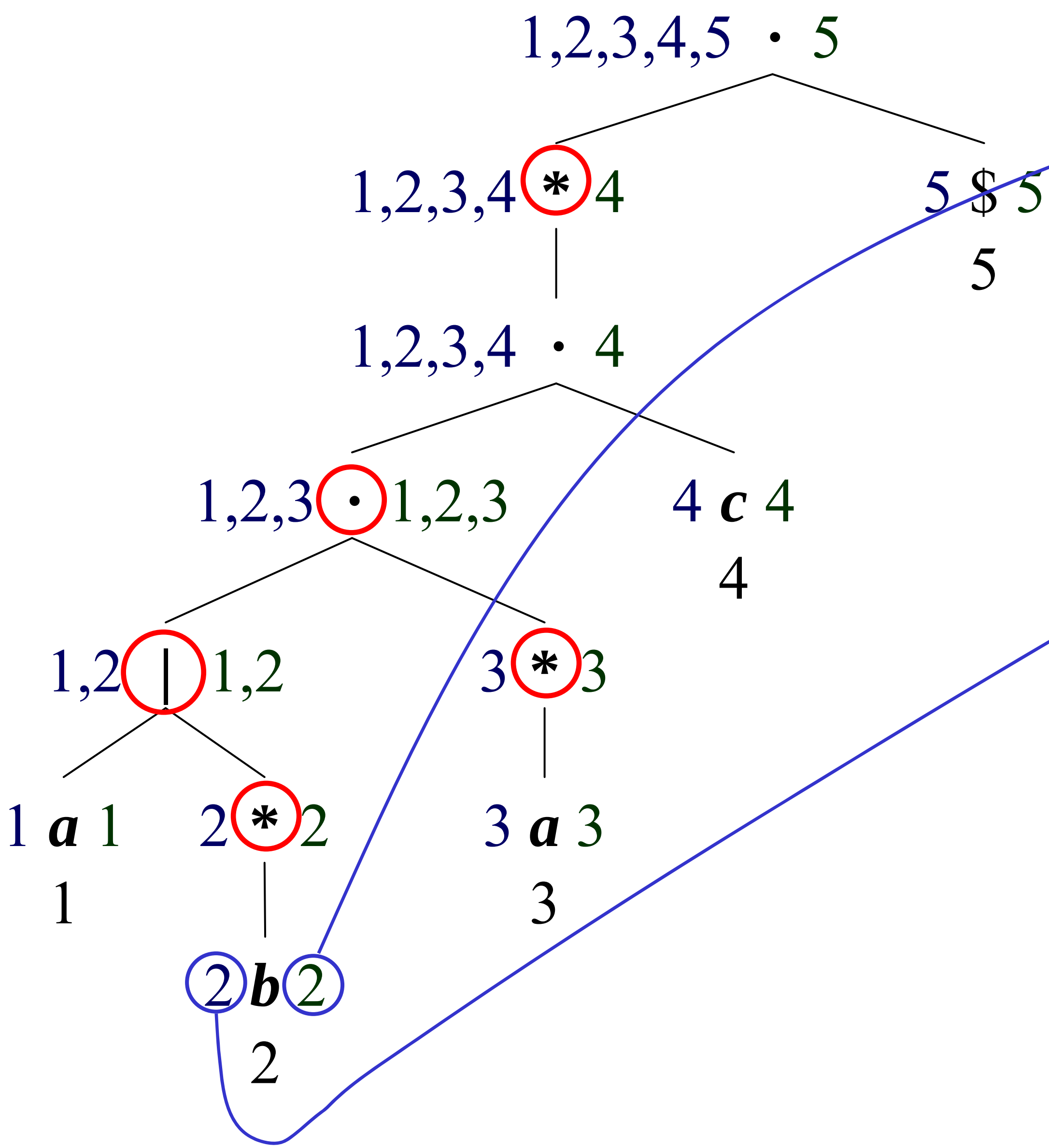
n	stePos(n)
1	
2	
3	
4	
5	



Ahora se calcula la función *siguiente-pos* basándonos en la información que nos dan los hijos de los nodos cierre y los nodos concatenación.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

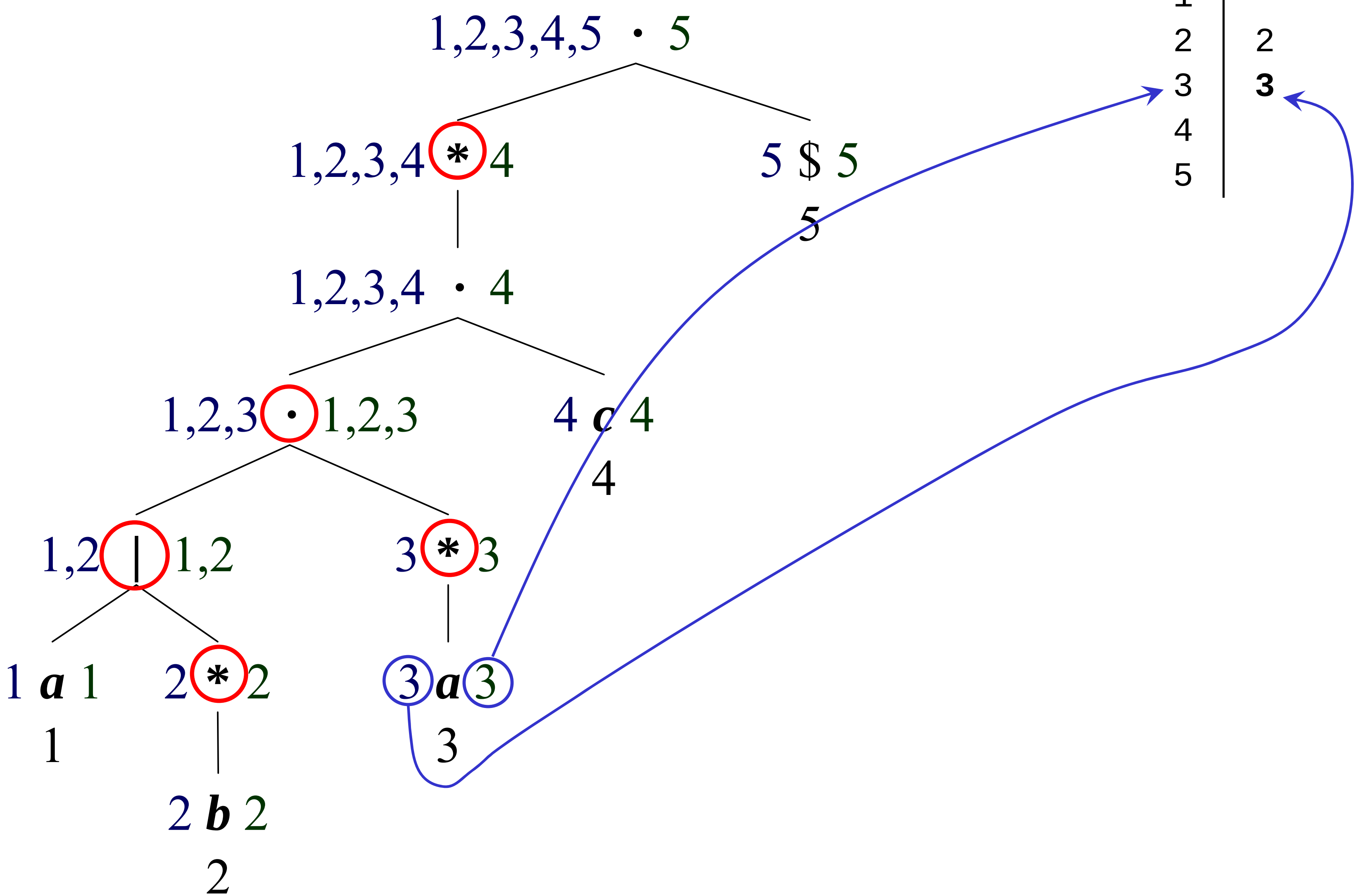
n	stePos(n)
1	
2	**2**
3	
4	
5	-



En los **nodos cierre** todas las posiciones que estén en *primera-pos* de su hijo se añaden a *siguiente-pos* de todas las posiciones que estén en *última-pos* de su hijo.

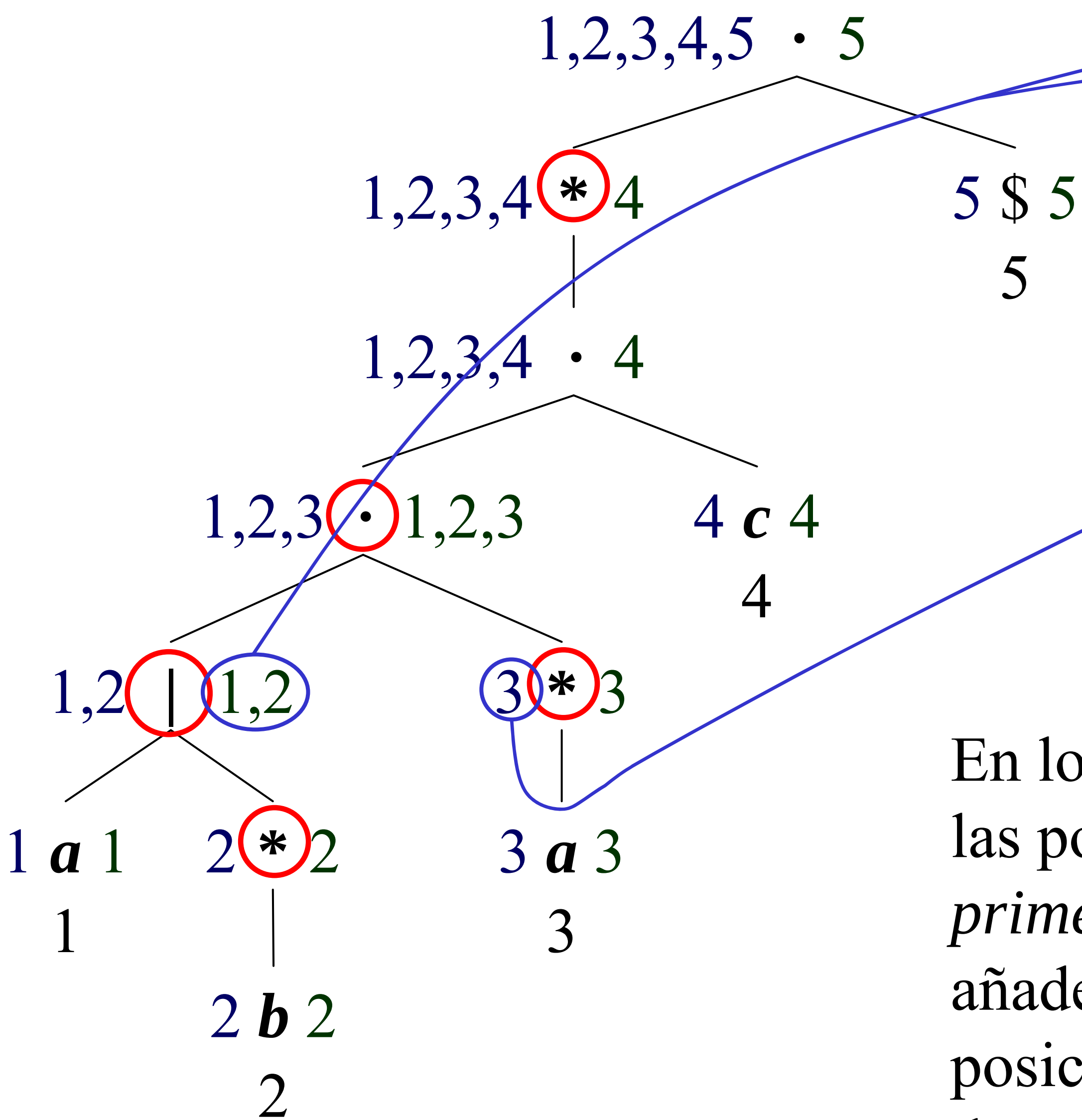
$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

n	stePos(n)
1	
2	2
3	**3**
4	
5	



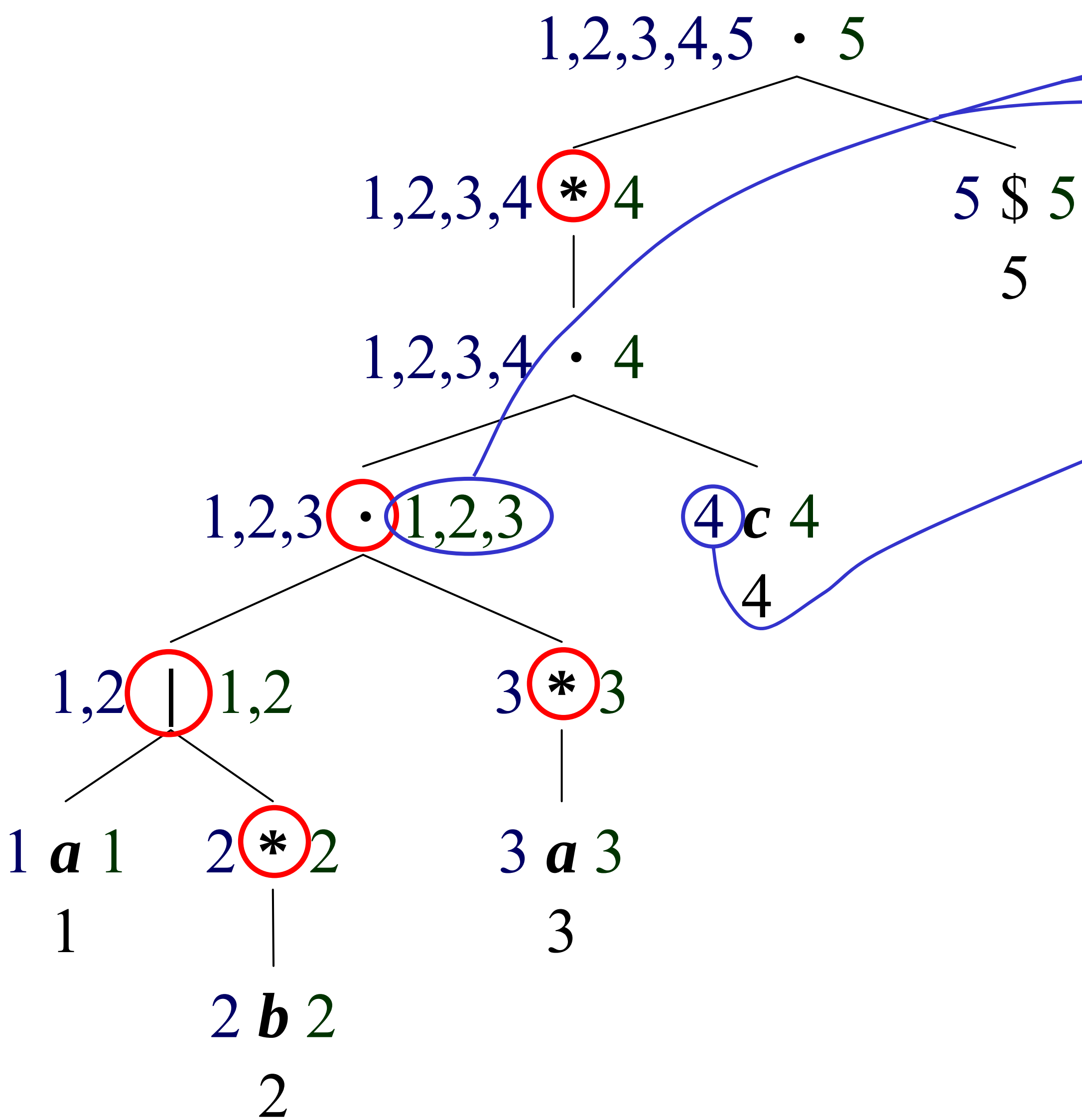
$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

n	stePos(n)
1	**3**
2	2,**3**
3	3
4	
5	



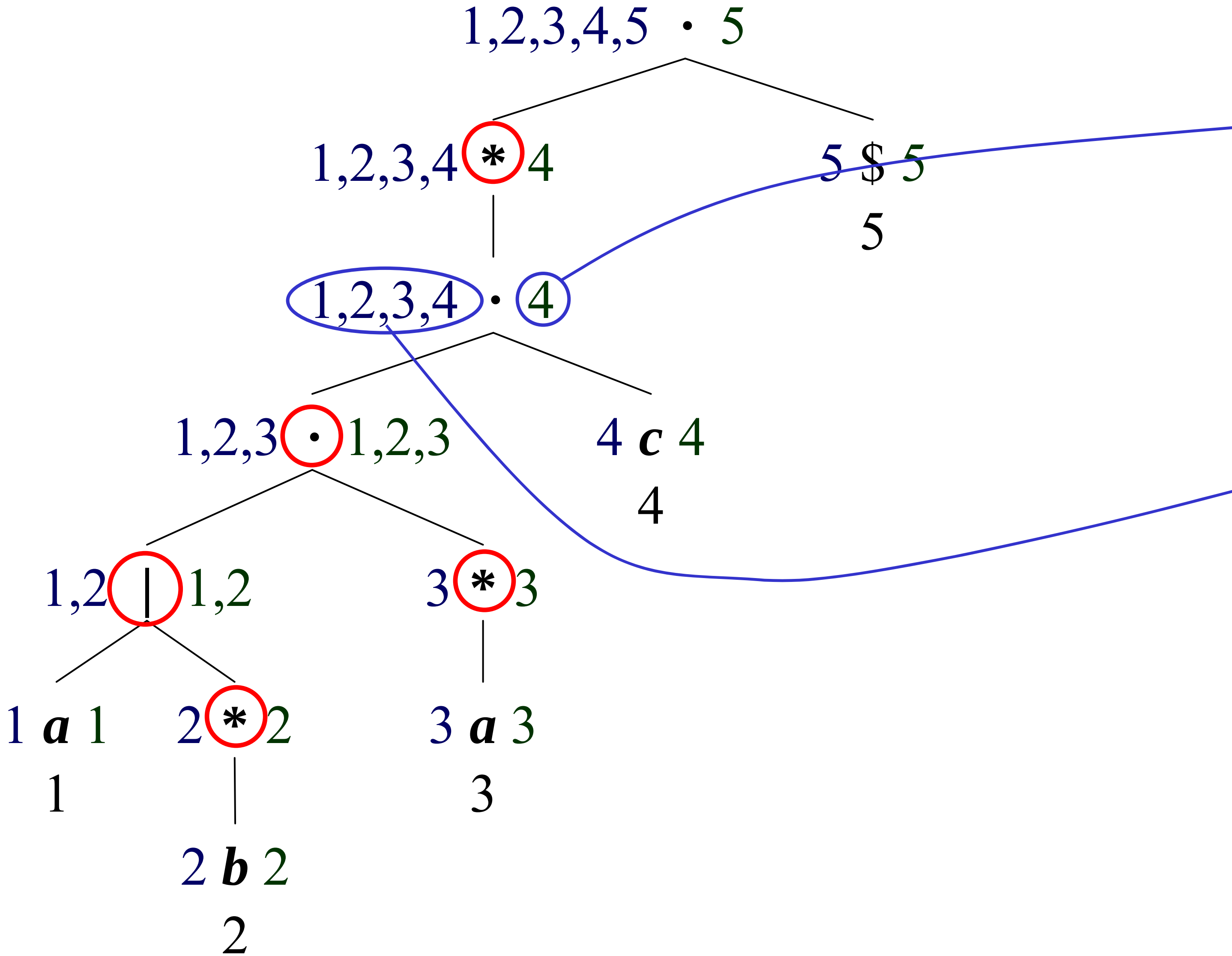
En los **nodos concatenación** todas las posiciones que estén en *primera-pos* de su hijo derecho se añaden a *siguiente-pos* de todas las posiciones que estén en *última-pos* de su hijo izquierdo.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



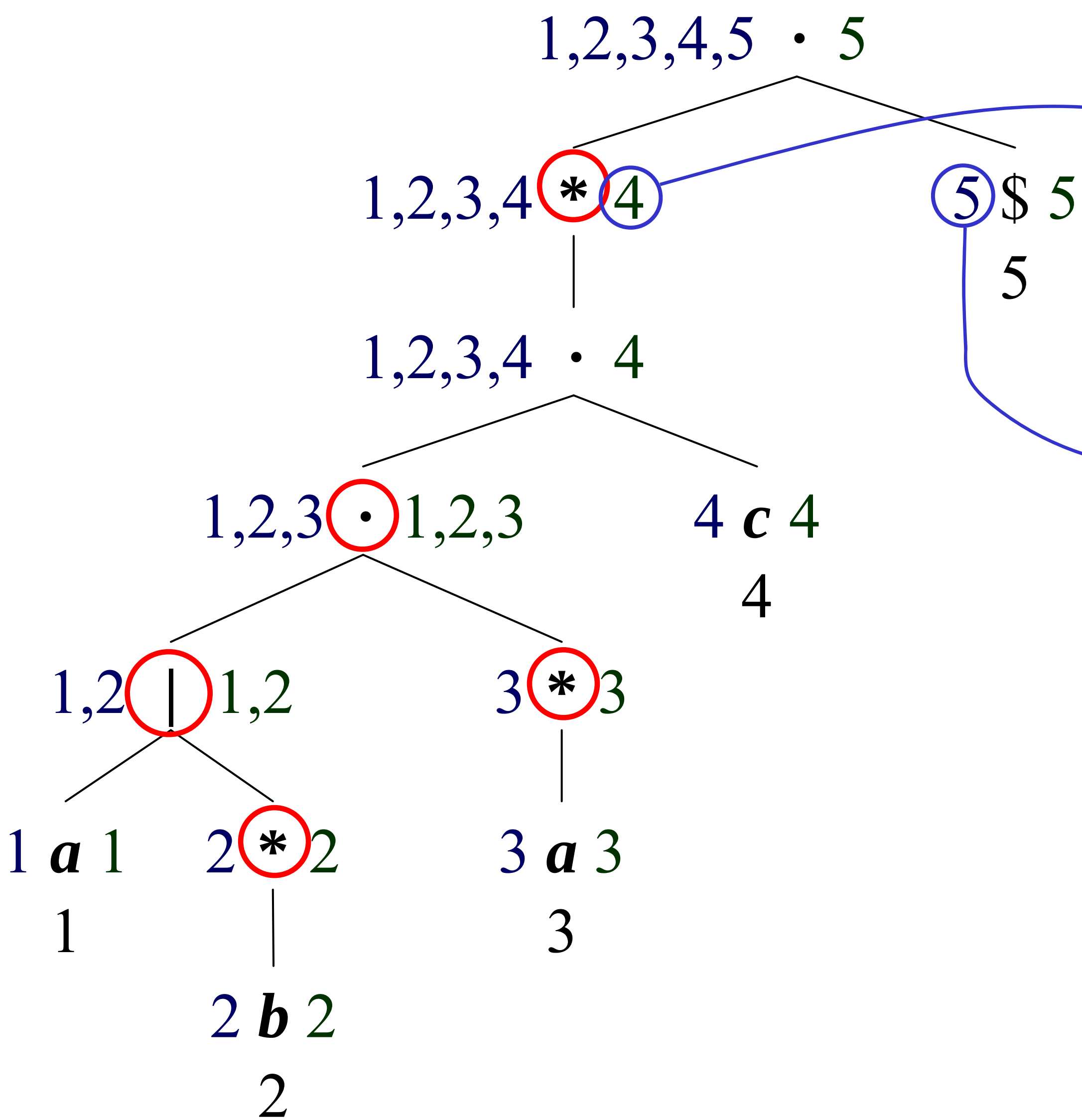
n	stePos(n)
1	3,**4**
2	2,3,**4**
3	3,**4**
4	
5	

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



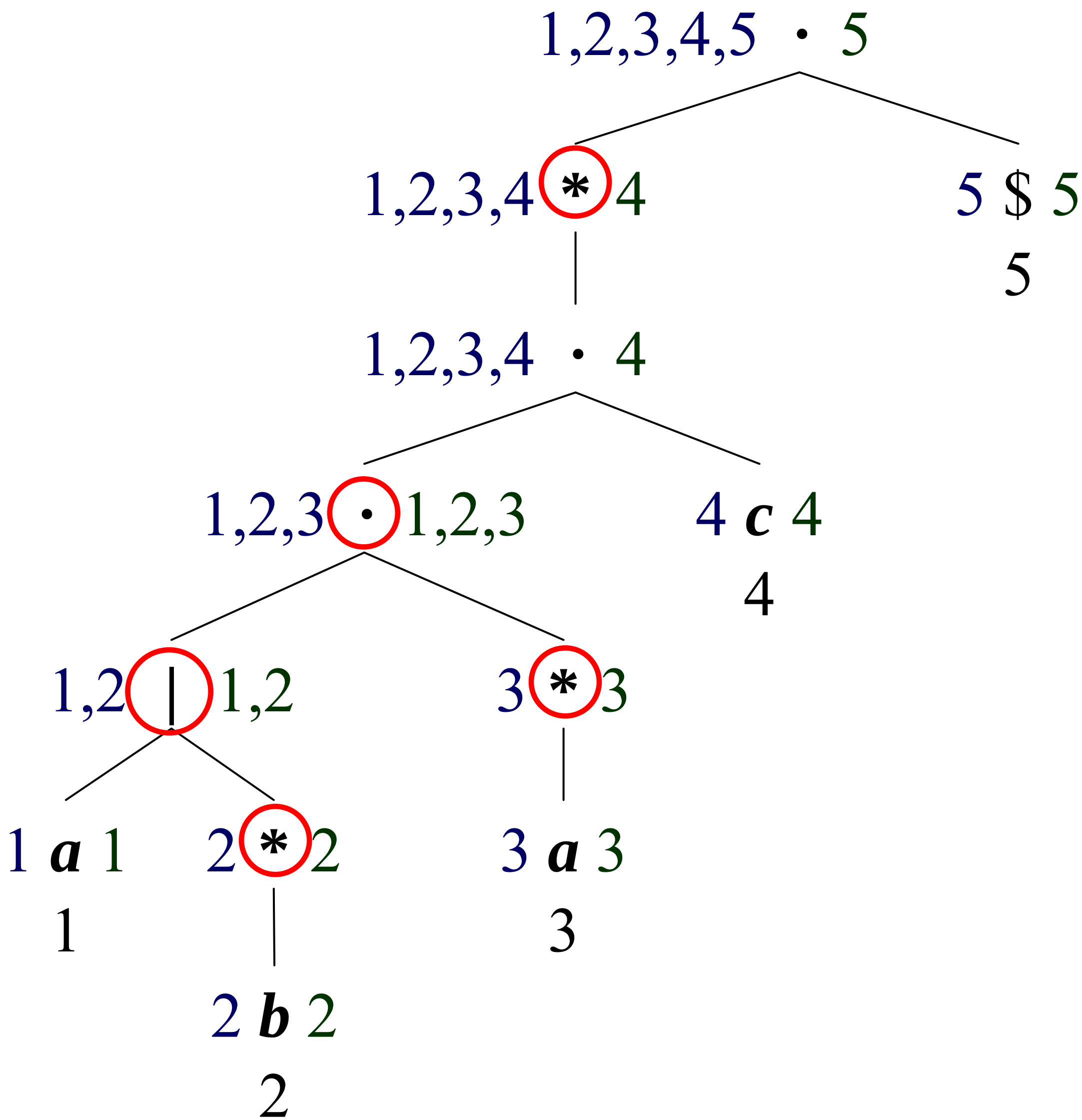
n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	**1,2,3,4**
5	-

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



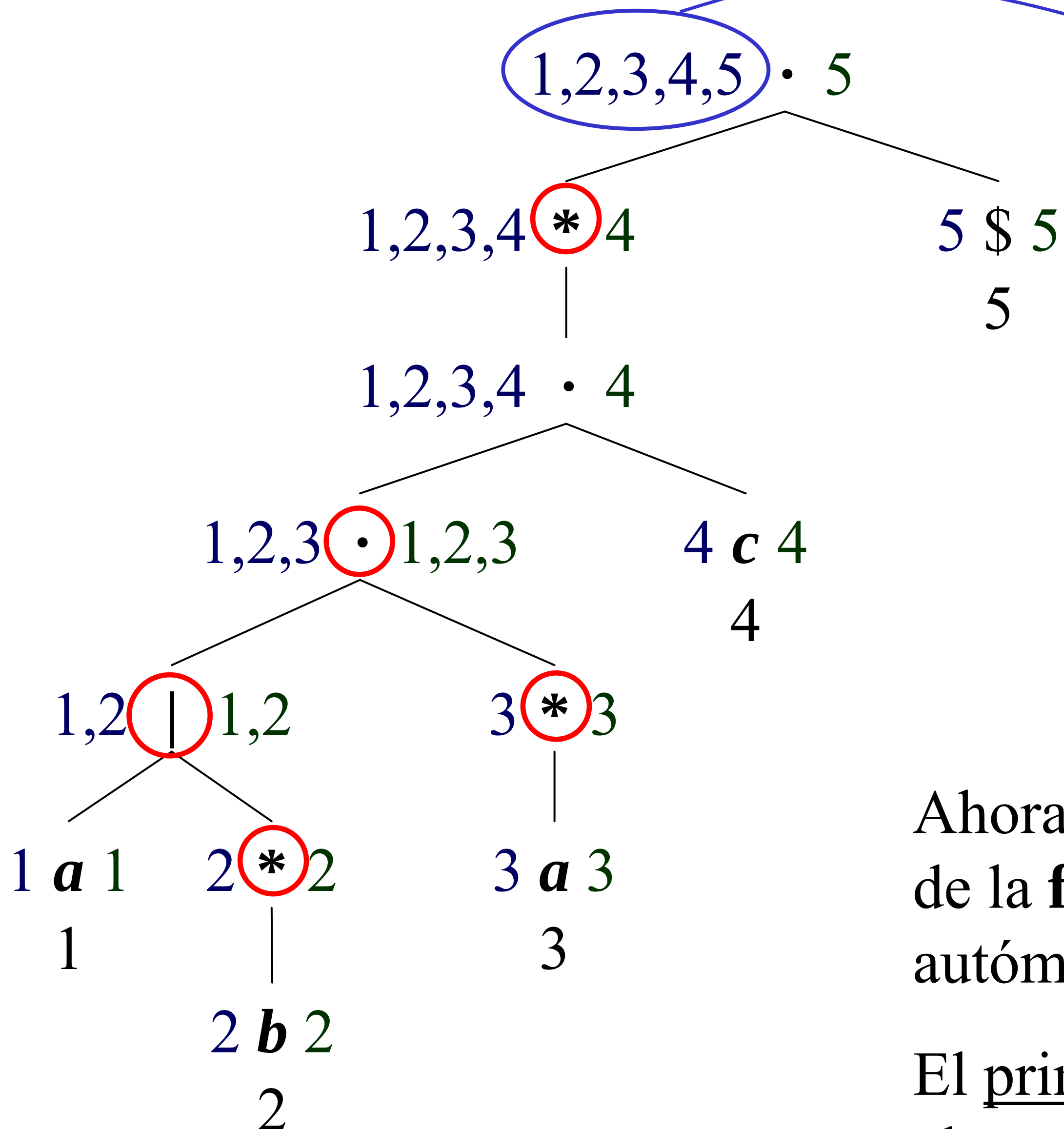
n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,**5**
5	

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

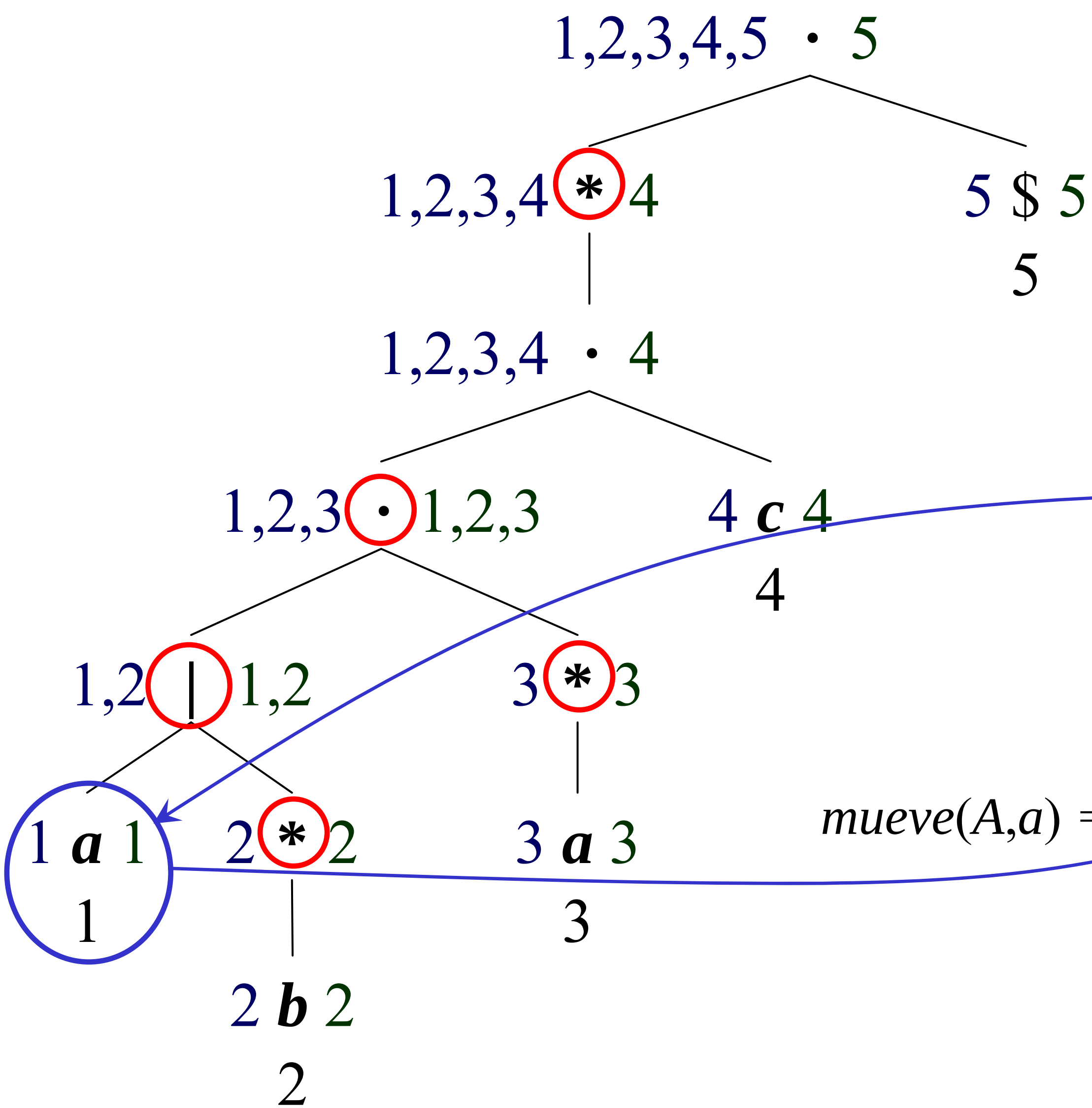
	a	b	c	
A				1,2,3,4,5

Ahora se procede a la construcción de la **función de transición** para el autómata finito determinista.

El primer estado se corresponde con el conjunto de posiciones que hay en *primera-pos* de la raíz del árbol.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

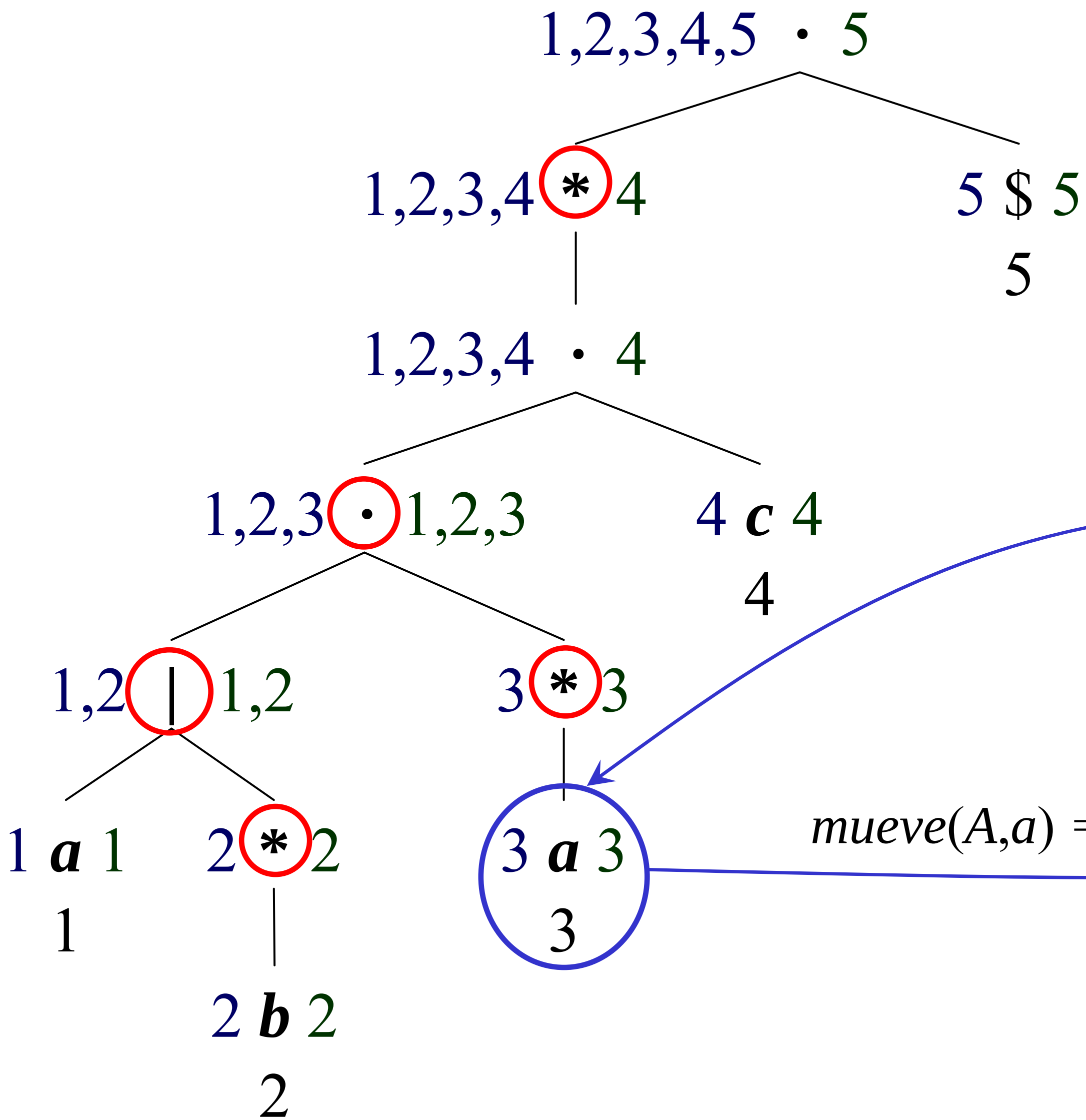
n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-



$mueve(A,a) = stePos(1)$

	a	b	c	
A				1,2,3,4,5

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

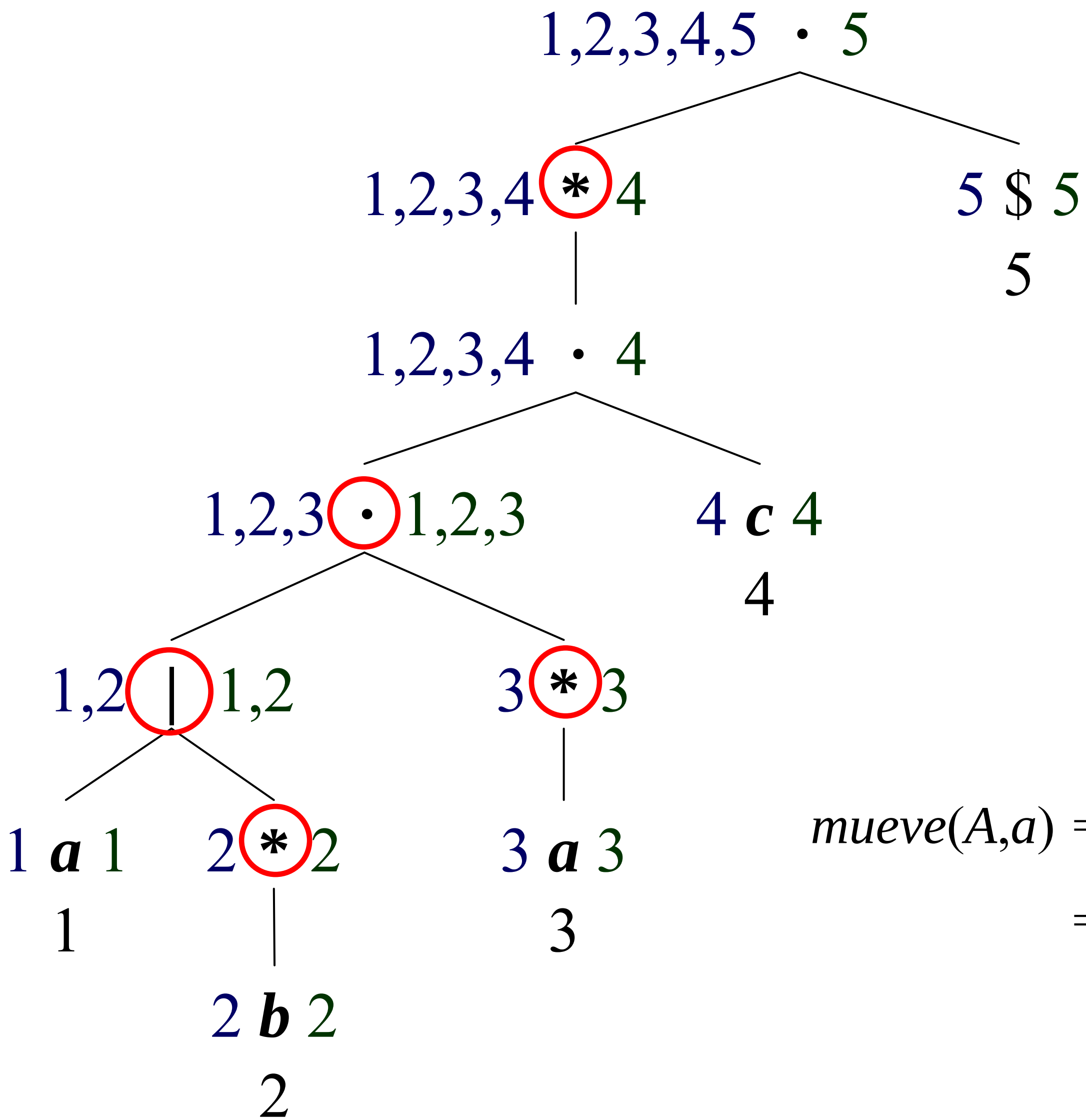


n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
A				1,2,3,4,5

$mueve(A,a) = stePos(1) \cup stePos(3)$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

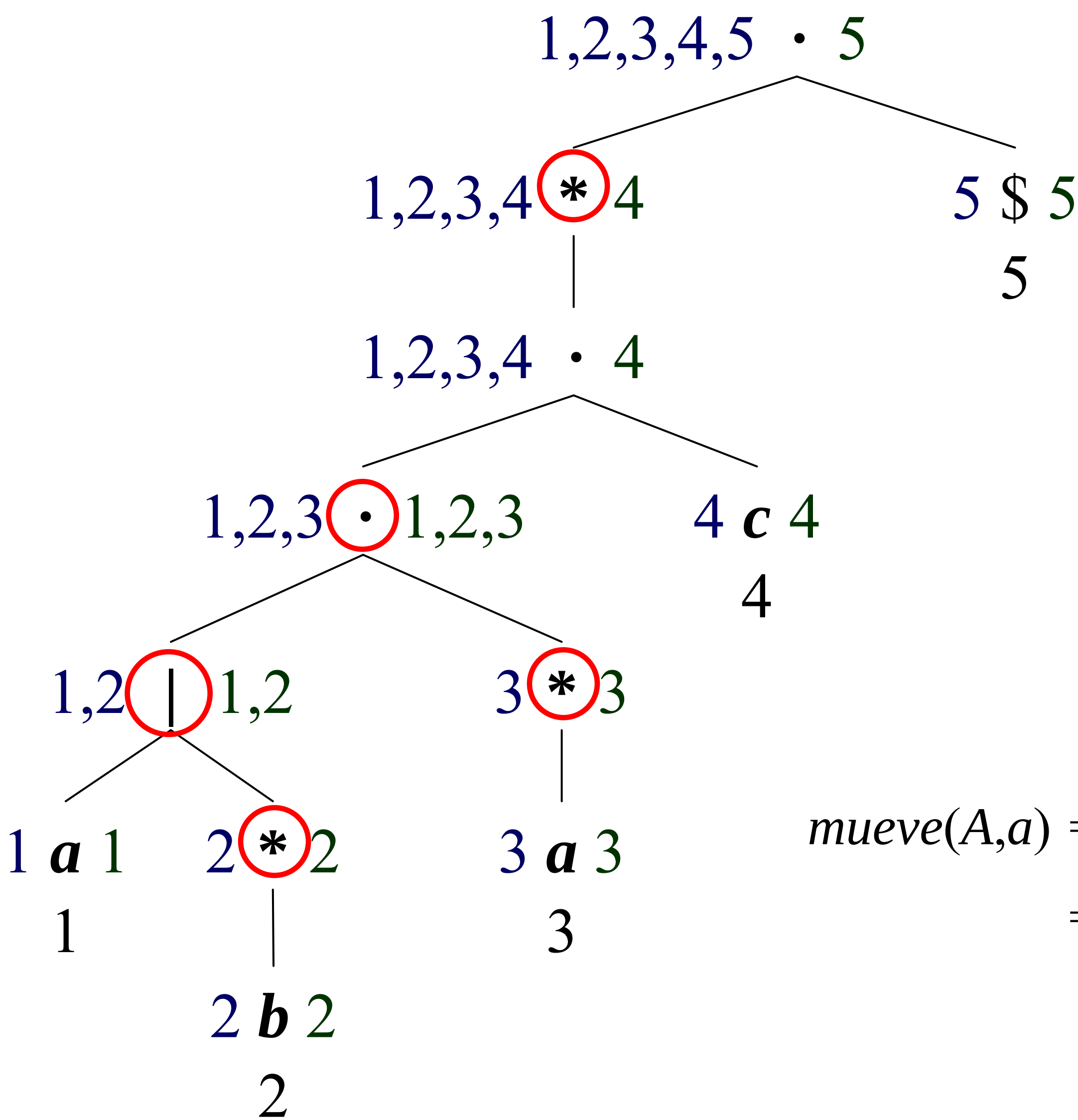


n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
A				1,2,3,4,5

$$mueve(A,a) = stePos(1) \cup stePos(3)$$
$$= \{3,4\}$$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

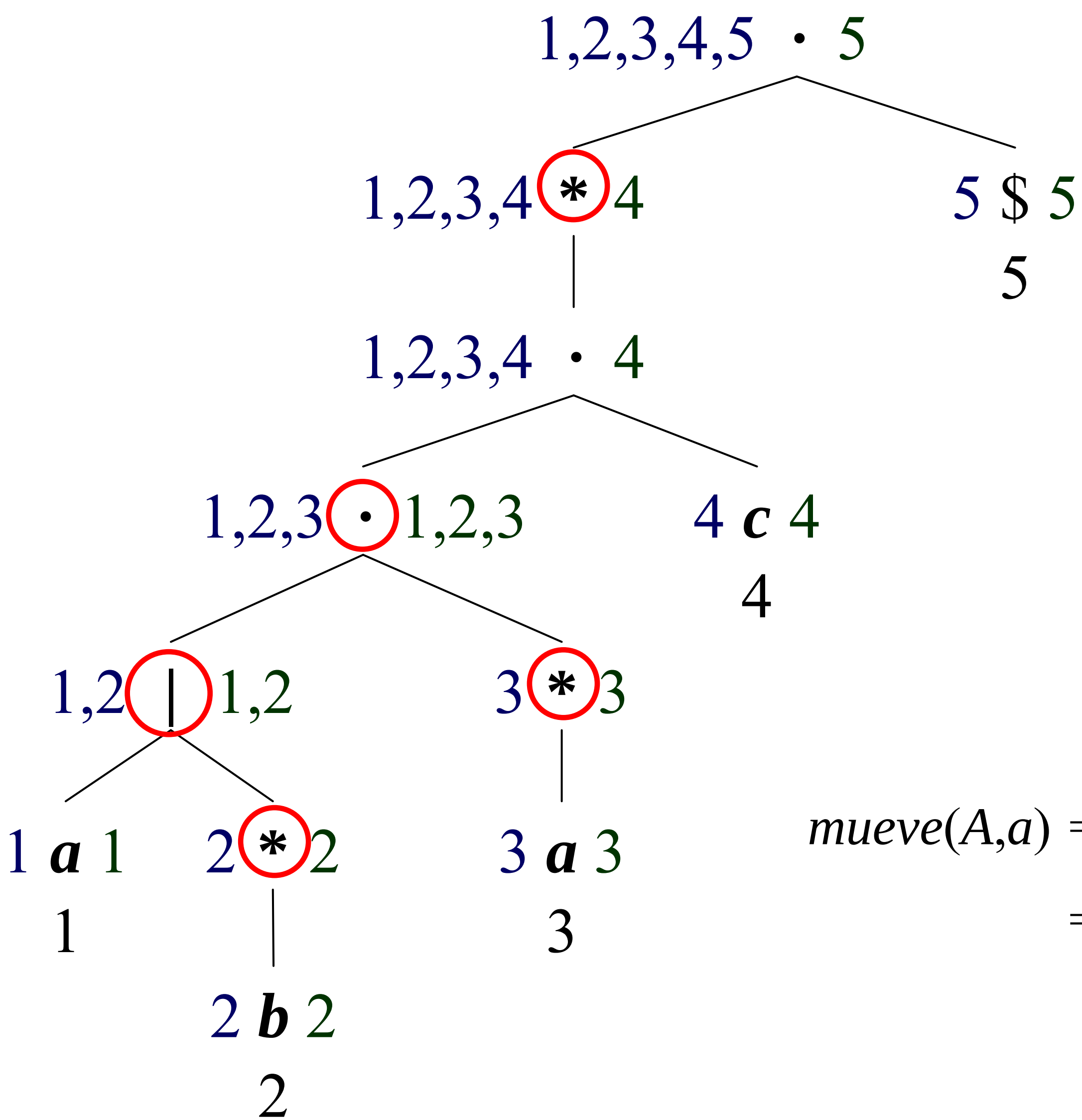


n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
A				1,2,3,4,5

$$mueve(A,a) = stePos(1) \cup stePos(3)$$
$$= \{3,4\} \cup \{3,4\}$$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

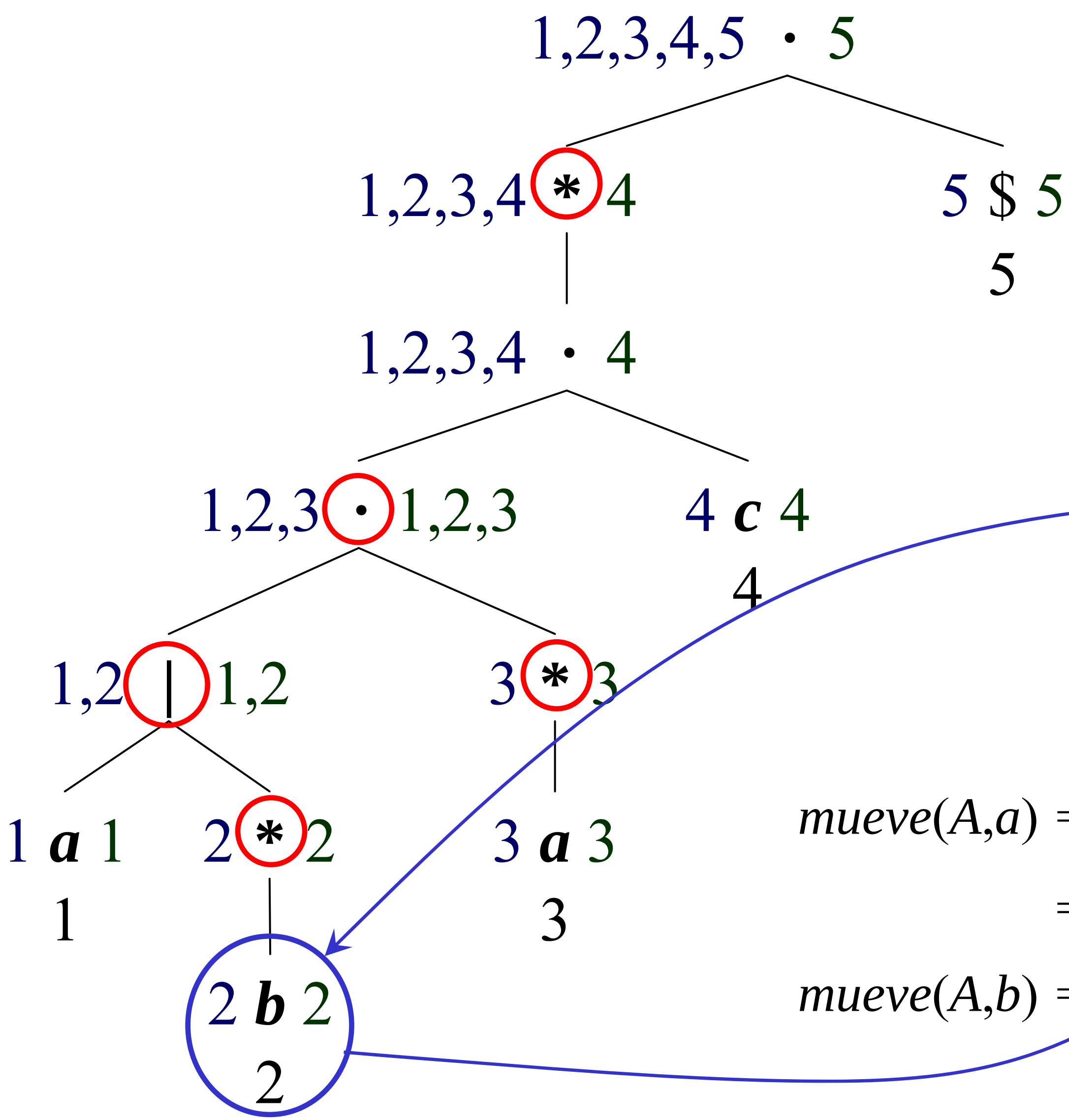
	a	b	c	
A	**B**			1,2,3,4,5
B				3,4

$$mueve(A,a) = stePos(1) \cup stePos(3)$$

$$= \{3,4\} \cup \{3,4\} = \{3,4\} = B$$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-



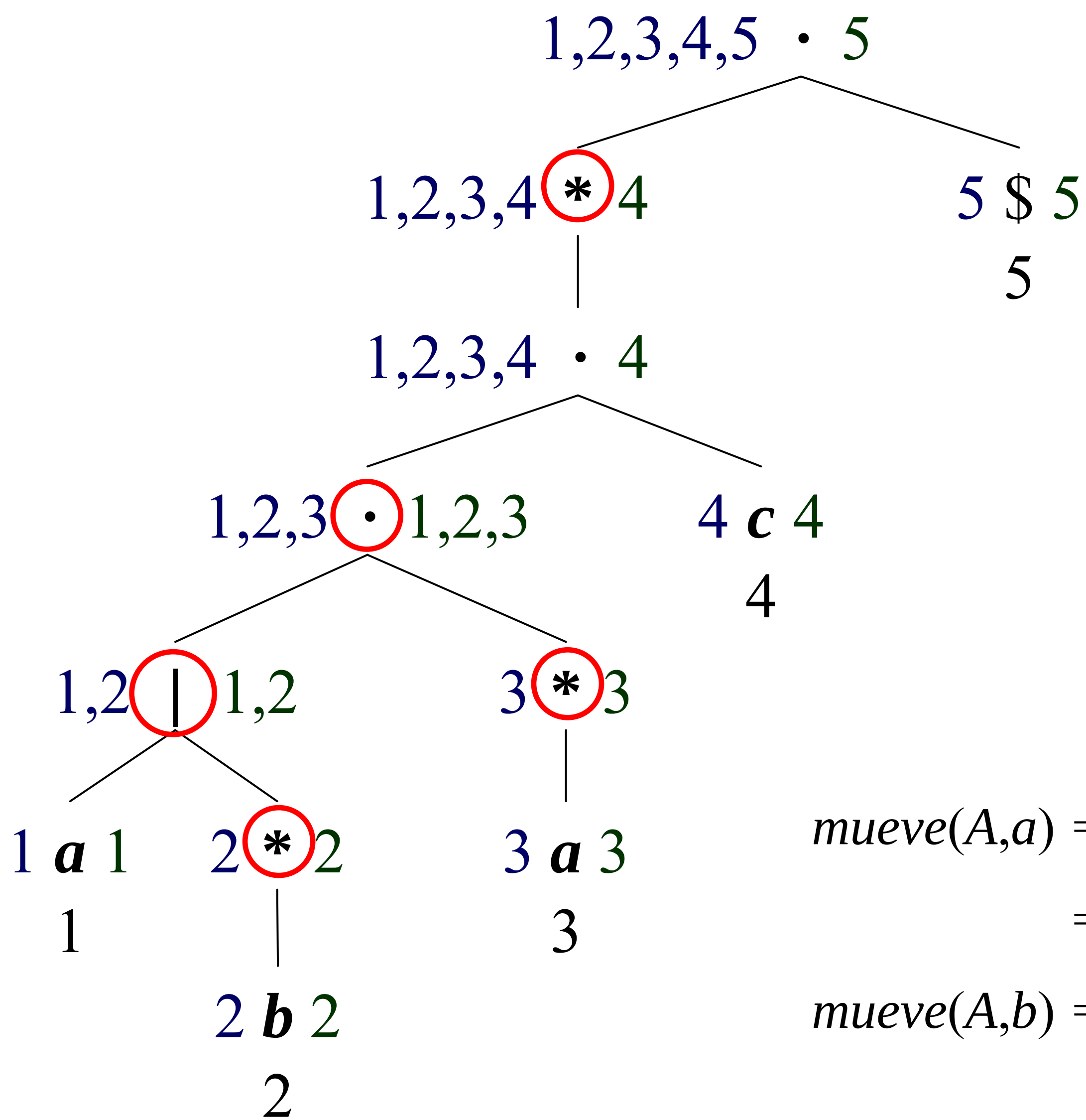
	a	b	c	
A	B			1,2,3,4,5
B				3,4

$$mueve(A,a) = stePos(1) \cup stePos(3)$$

$$= \{3,4\} \cup \{3,4\} = \{3,4\} = B$$

$$mueve(A,b) = stePos(2)$$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

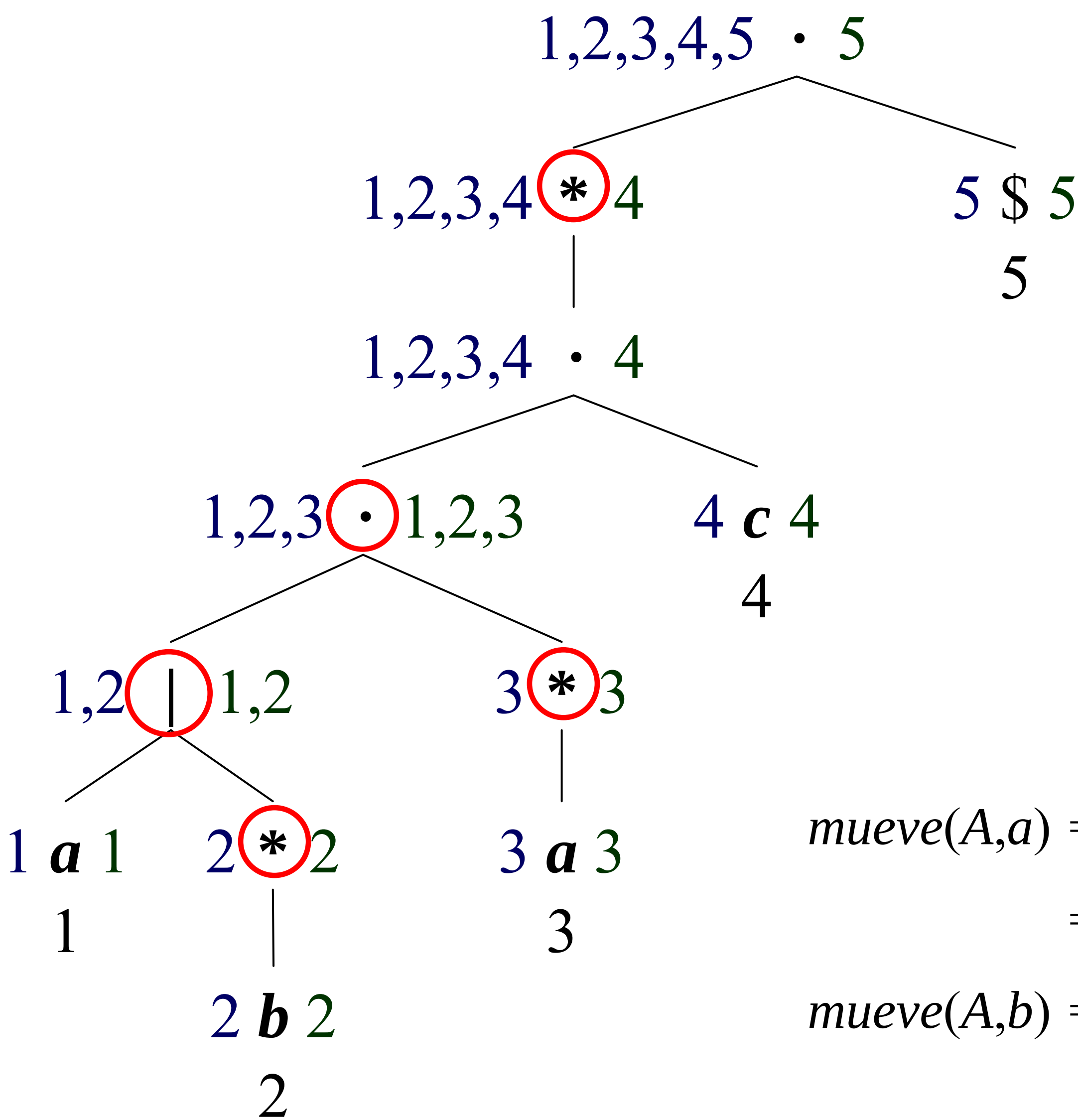
	a	b	c	
A	B			1,2,3,4,5
B				3,4

$$mueve(A,a) = stePos(1) \cup stePos(3)$$

$$= \{3,4\} \cup \{3,4\} = \{3,4\} = B$$

$$mueve(A,b) = stePos(2) = \{2,3,4\}$$

$(((a | b^*) \cdot a^* \cdot c)^*) \cdot \$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
A	B	C		1,2,3,4,5
B				3,4
C				2,3,4

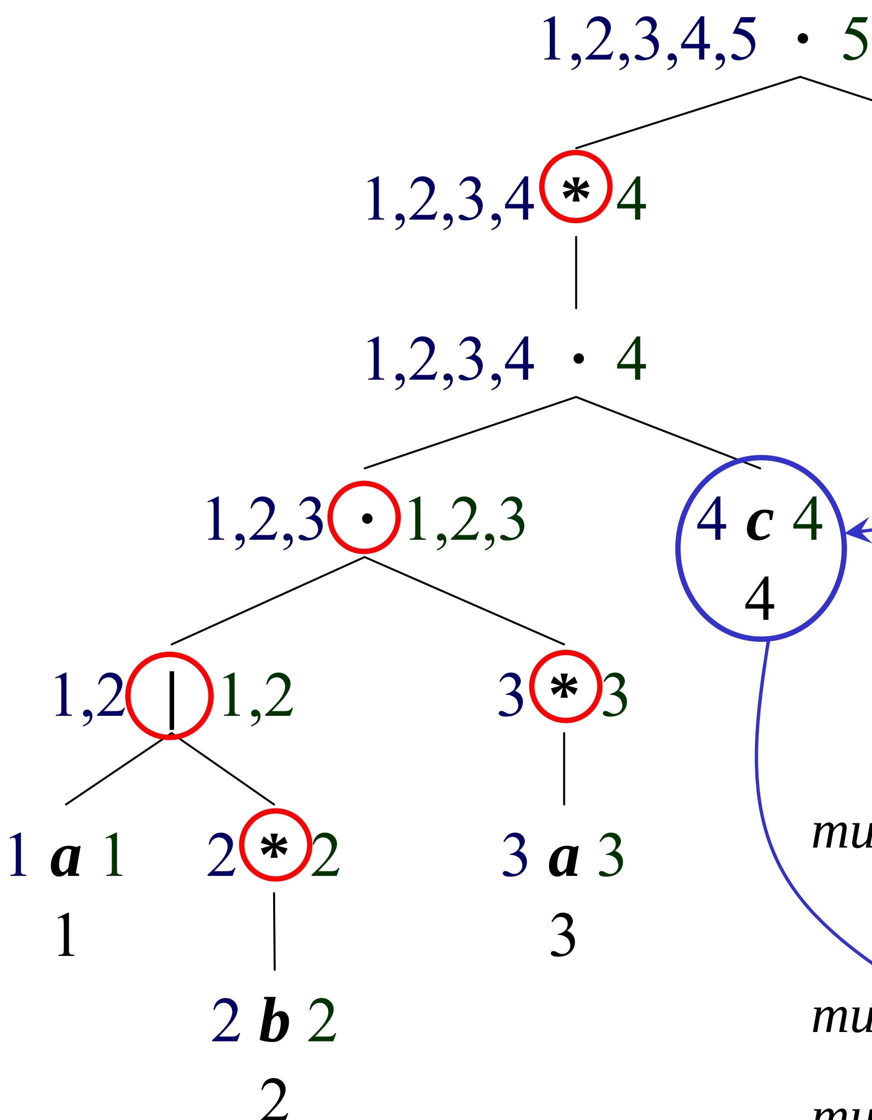
$$mueve(A,a) = stePos(1) \cup stePos(3)$$

$$= \{3,4\} \cup \{3,4\} = \{3,4\} = B$$

$$mueve(A,b) = stePos(2) = \{2,3,4\} = C$$

César García-Osorio. Universidad de Burgos.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
A	B	C		1,2,3,4,5
B				3,4
C				2,3,4

$$mueve(A,a) = stePos(1) \cup stePos(3)$$

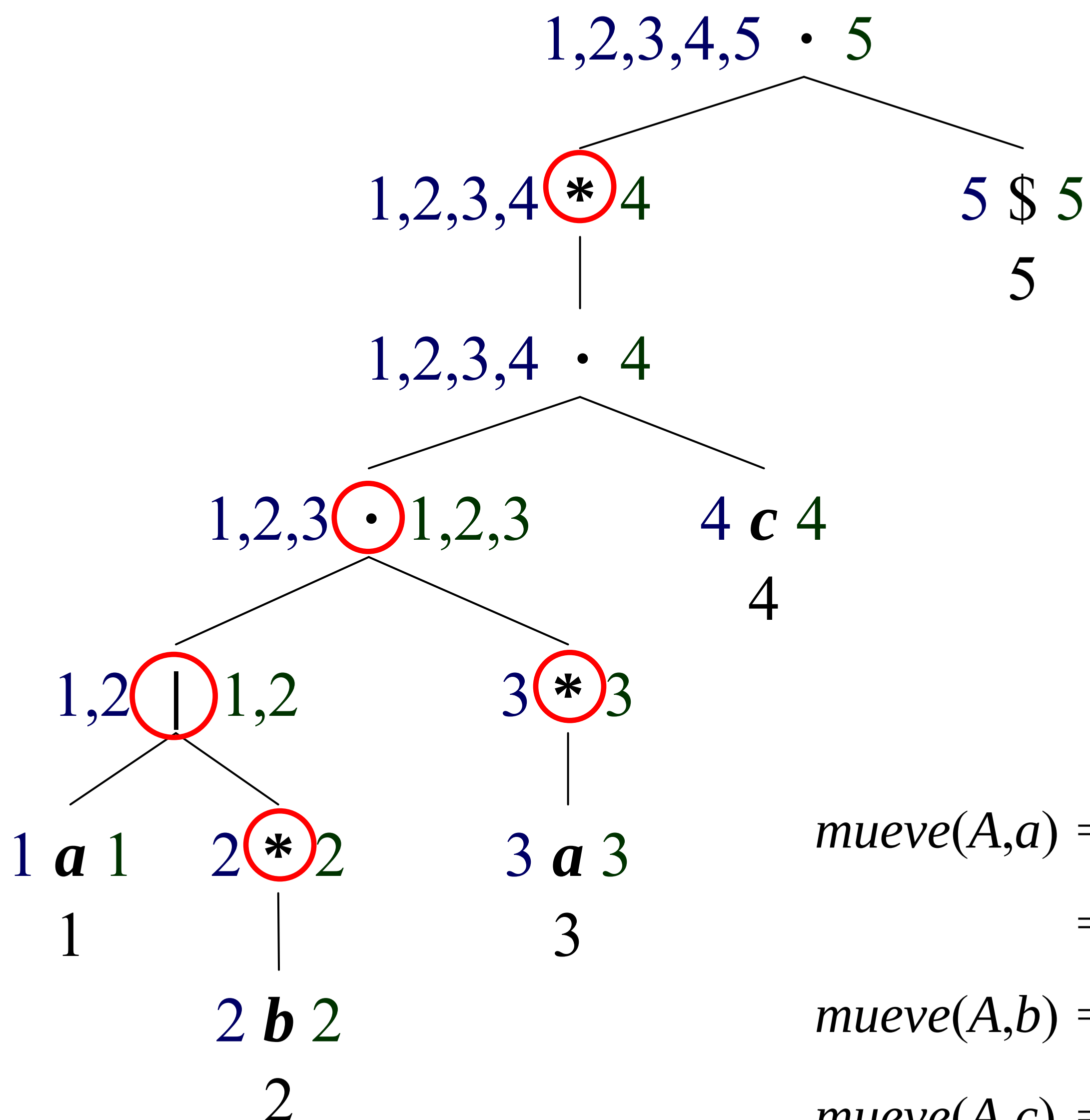
$$= \{3,4\} \cup \{3,4\} = \{3,4\} = B$$

$$mueve(A,b) = stePos(2) = \{2,3,4\} = C$$

$$mueve(A,c) = stePos(4)$$

César García-Osorio. Universidad de Burgos.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot \$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
A	B	C		1,2,3,4,5
B				3,4
C				2,3,4

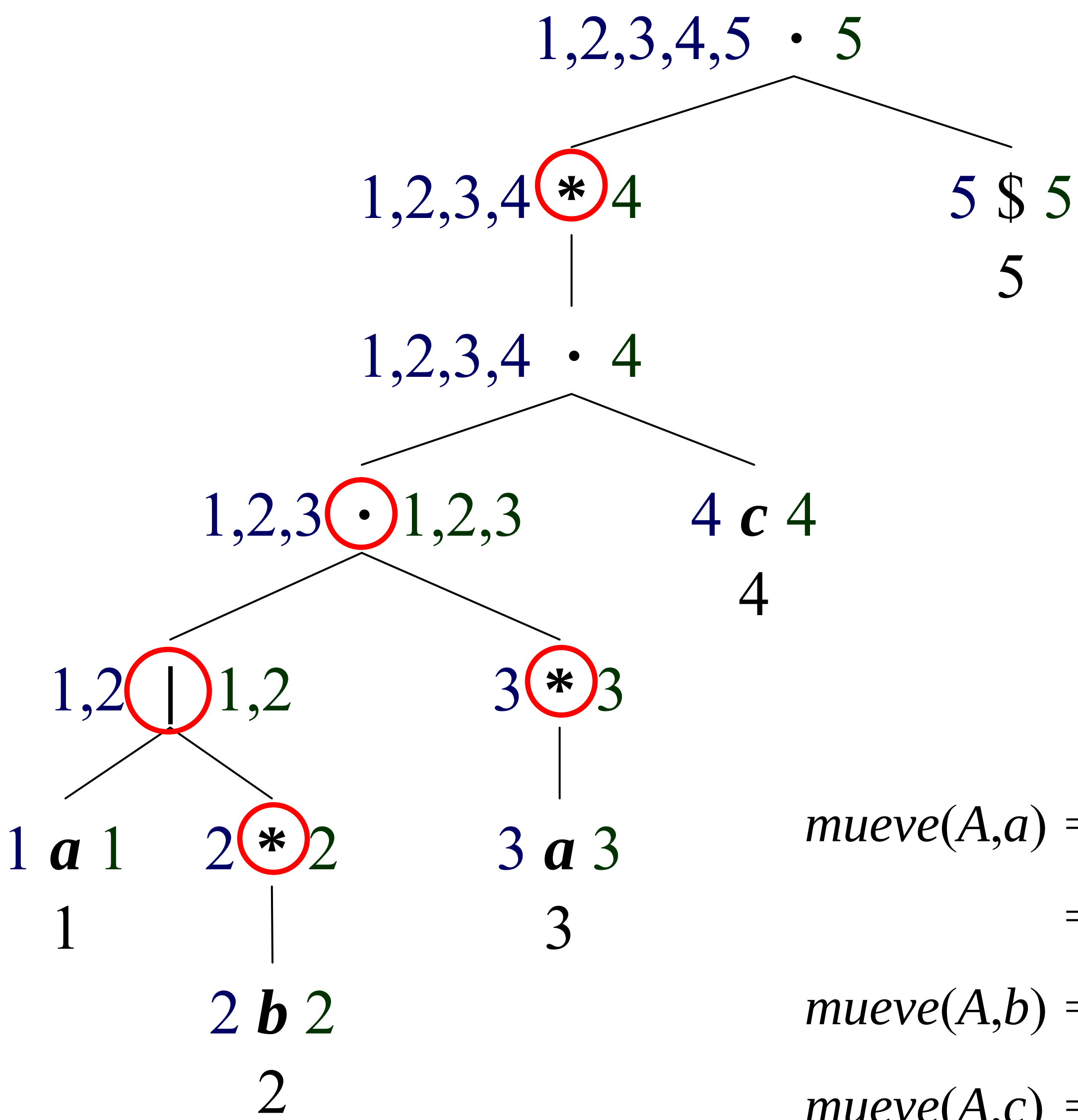
$$mueve(A,a) = stePos(1) \cup stePos(3)$$

$$= \{3,4\} \cup \{3,4\} = \{3,4\} = B$$

$$mueve(A,b) = stePos(2) = \{2,3,4\} = C$$

$$mueve(A,c) = stePos(4) = \{1,2,3,4,5\}$$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
A	B	C	**A**	1,2,3,4,5
B				3,4
C				2,3,4

$$mueve(A,a) = stePos(1) \cup stePos(3)$$

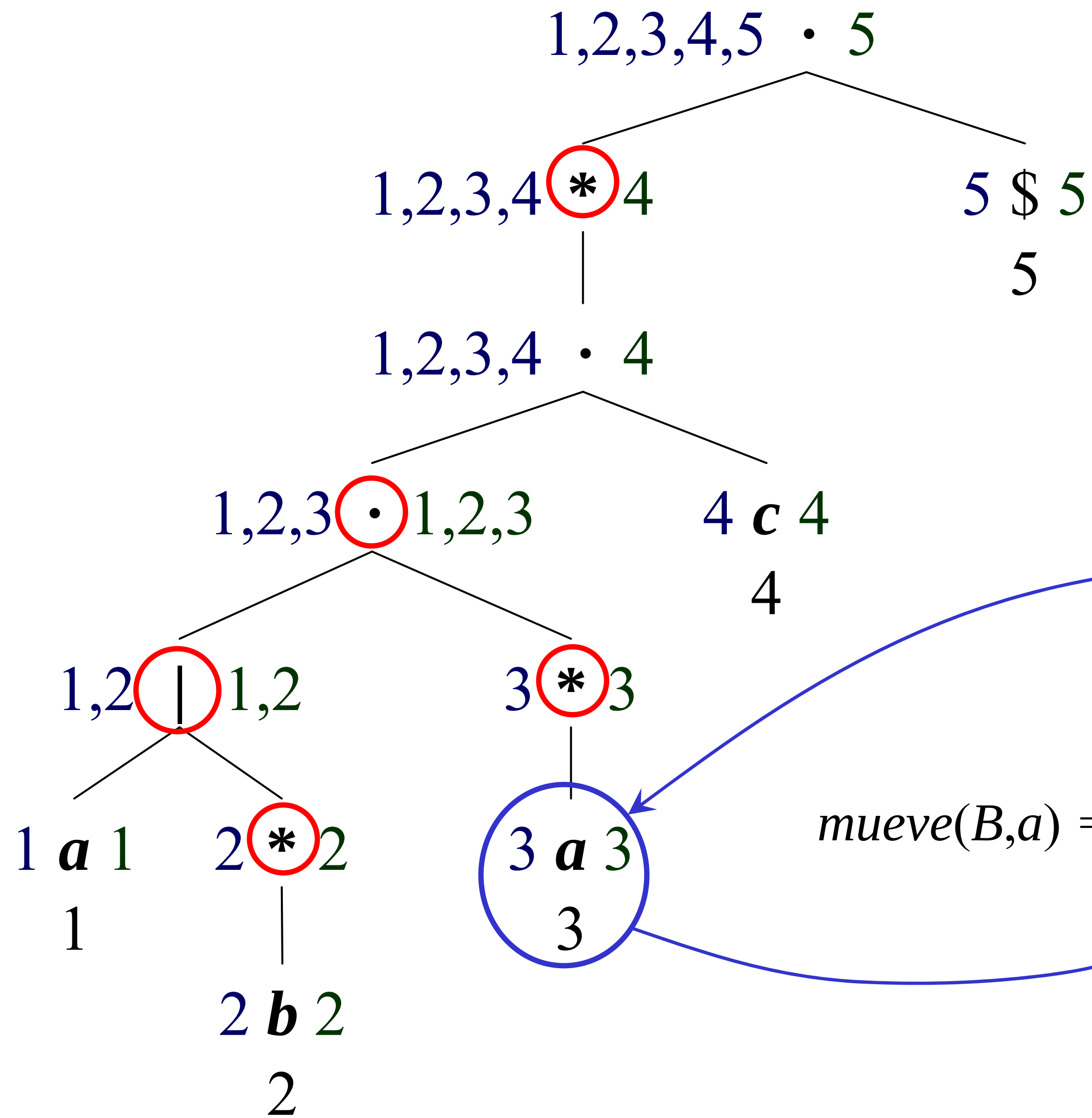
$$= \{3,4\} \cup \{3,4\} = \{3,4\} = B$$

$$mueve(A,b) = stePos(2) = \{2,3,4\} = C$$

$$mueve(A,c) = stePos(4) = \{1,2,3,4,5\} = A$$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

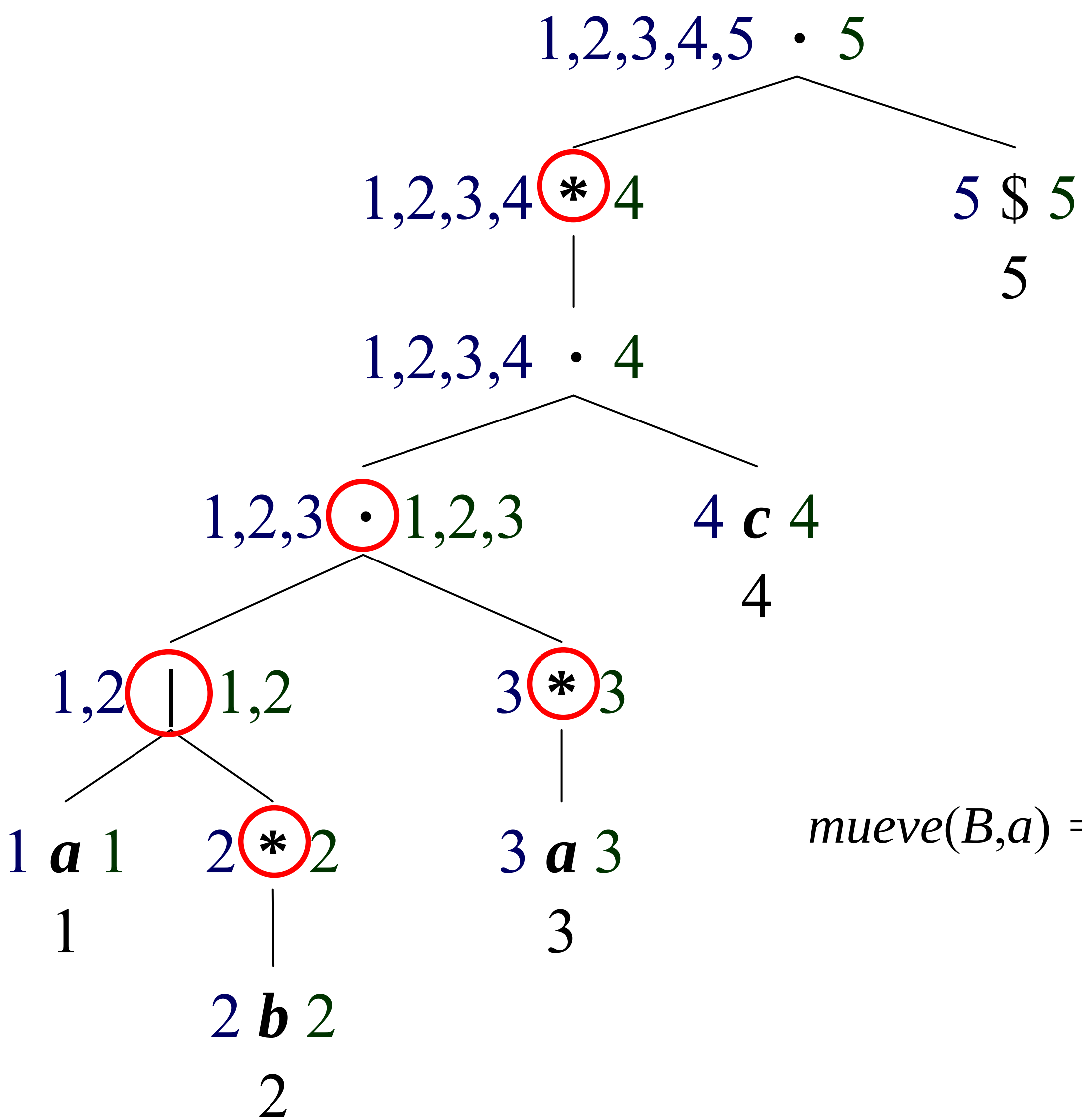
n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-



	a	b	c	
A	B	C	A	1,2,3,4,5
B				3,4
C				2,3,4

$mueve(B,a) = stePos(3)$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$

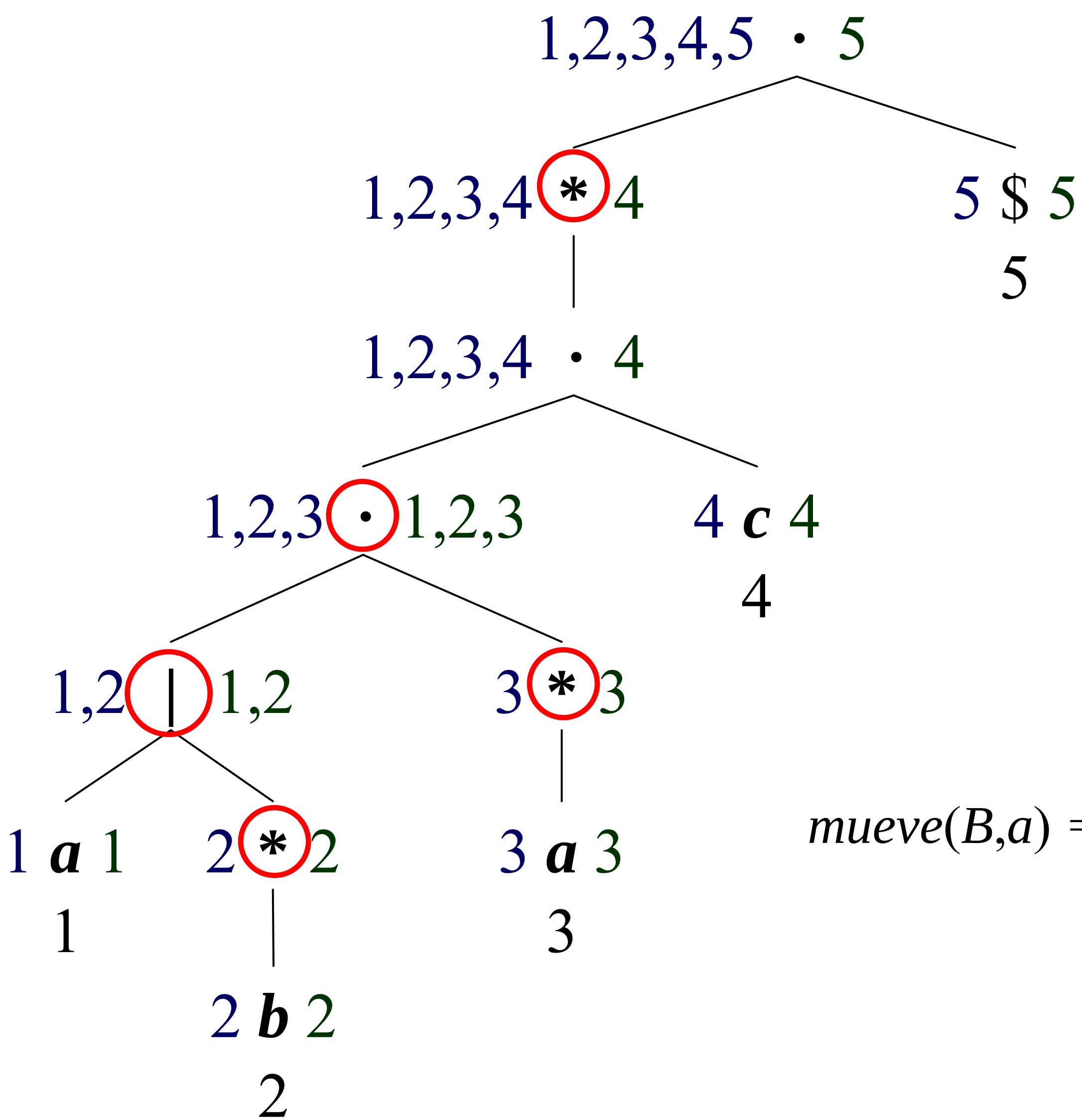


n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
(A)	B	C	A	1,2,3,4,5
B				3,4
C				2,3,4

$mueve(B,a) = stePos(3) = \{3,4\}$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



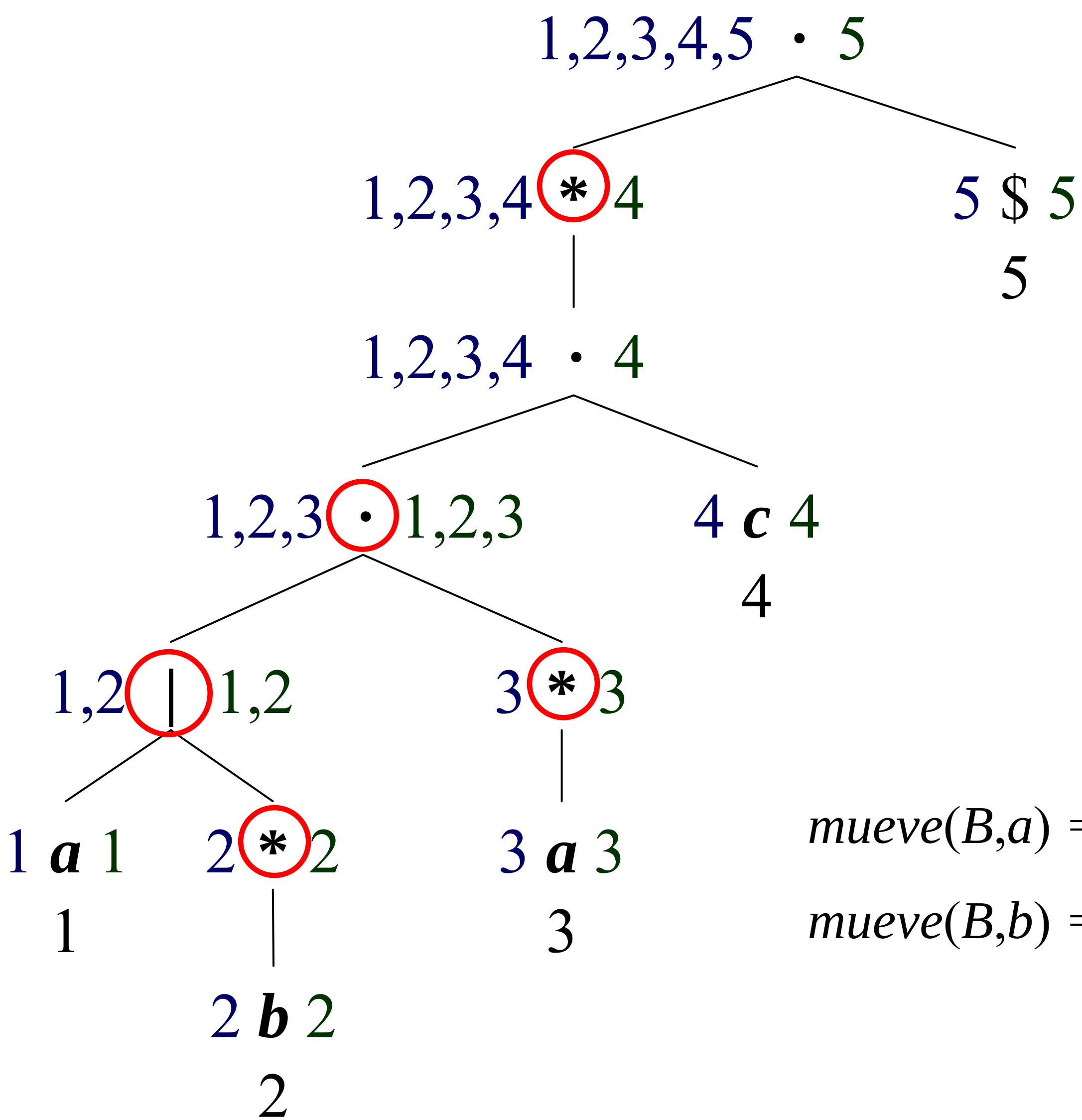
n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
(A)	B	C	A	1,2,3,4,5
B	**B**			3,4
C				2,3,4

$$mueve(B,a) = stePos(3) = \{3,4\} = B$$

César García-Osorio. Universidad de Burgos.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



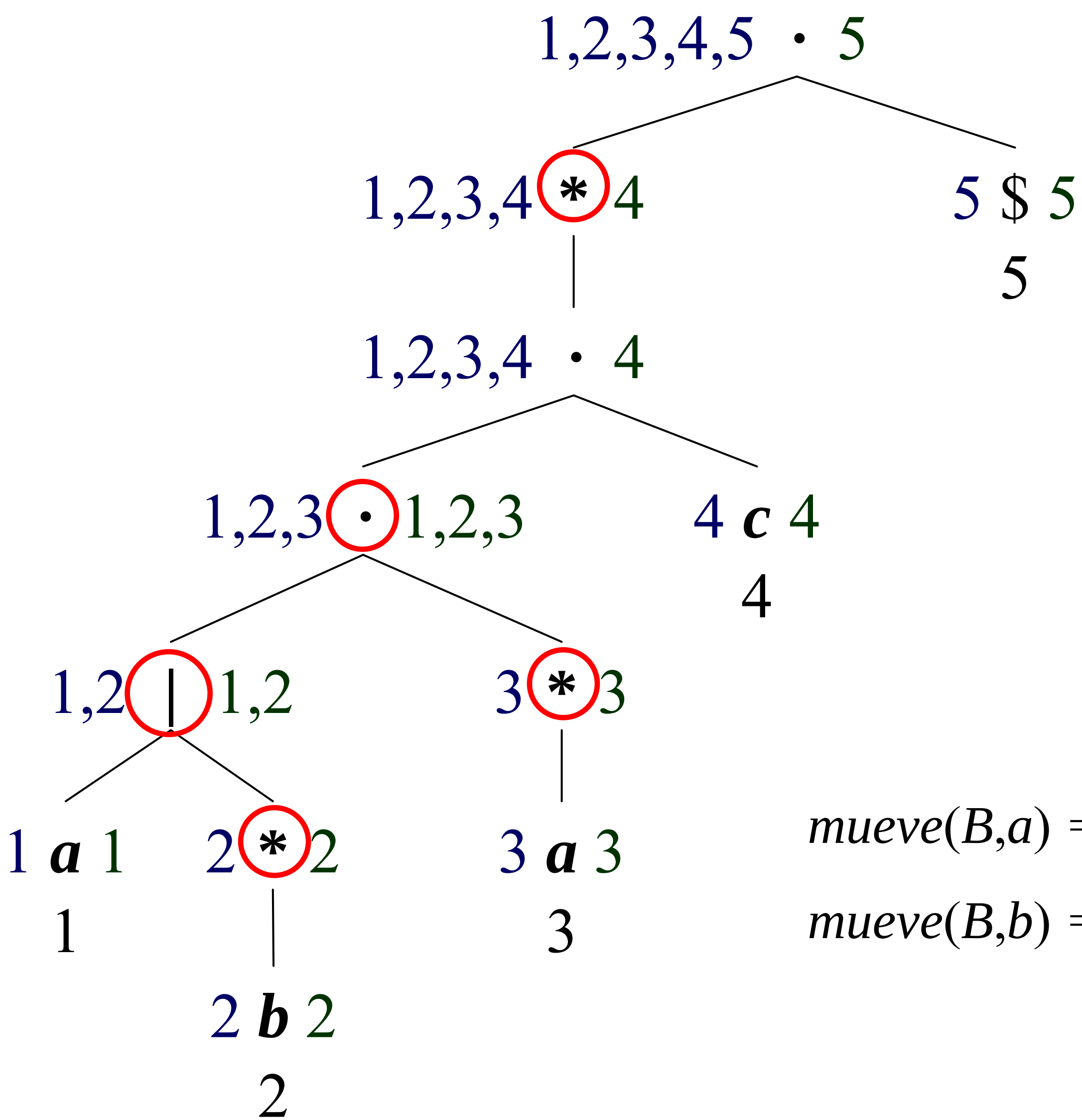
n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
(A)	B	C	A	1,2,3,4,5
B	B			3,4
C				2,3,4

$$mueve(B,a) = stePos(3) = \{3,4\} = B$$

$$mueve(B,b) = \varnothing$$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot \$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

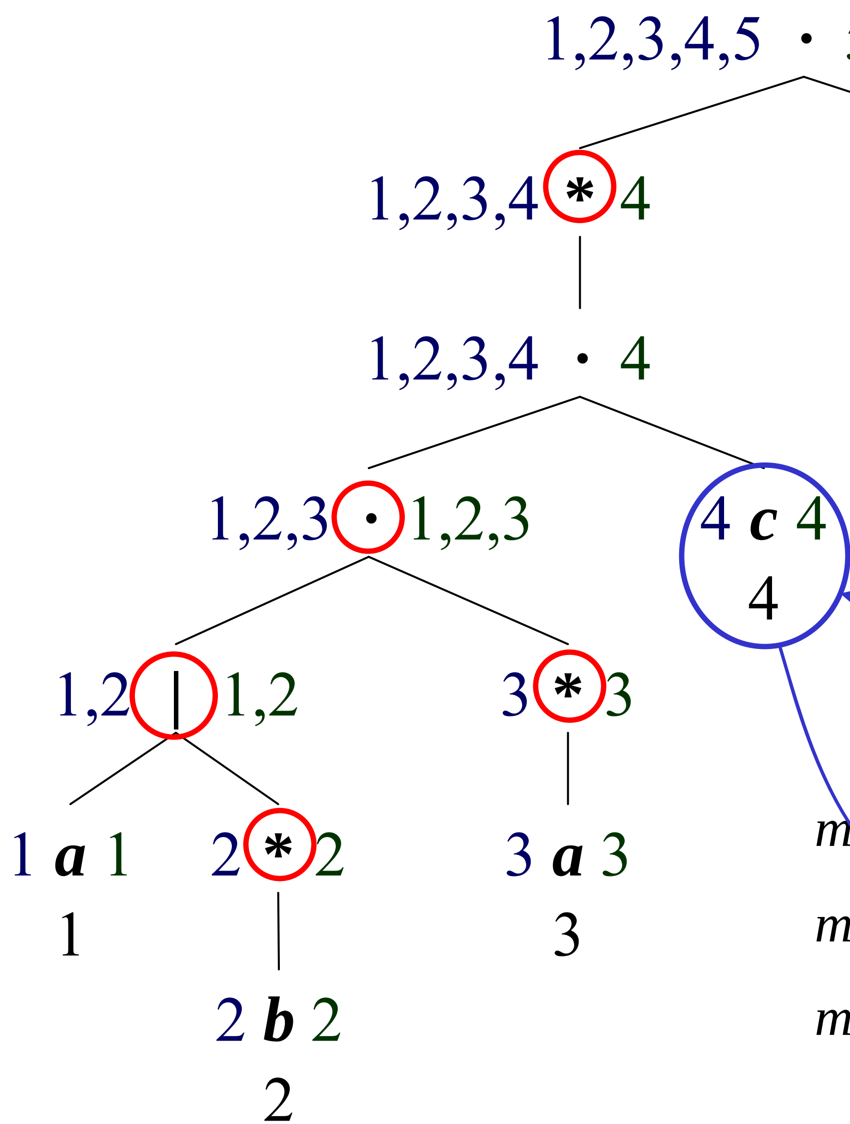
	a	b	c	
(A)	B	C	A	1,2,3,4,5
B	B	**D**		3,4
C				2,3,4
D				

$$mueve(B,a) = stePos(3) = \{3,4\} = B$$

$$mueve(B,b) = \varnothing = D$$

César García-Osorio. Universidad de Burgos.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
(A)	B	C	A	1,2,3,4,5
B	B	D		3,4
C				2,3,4
D				

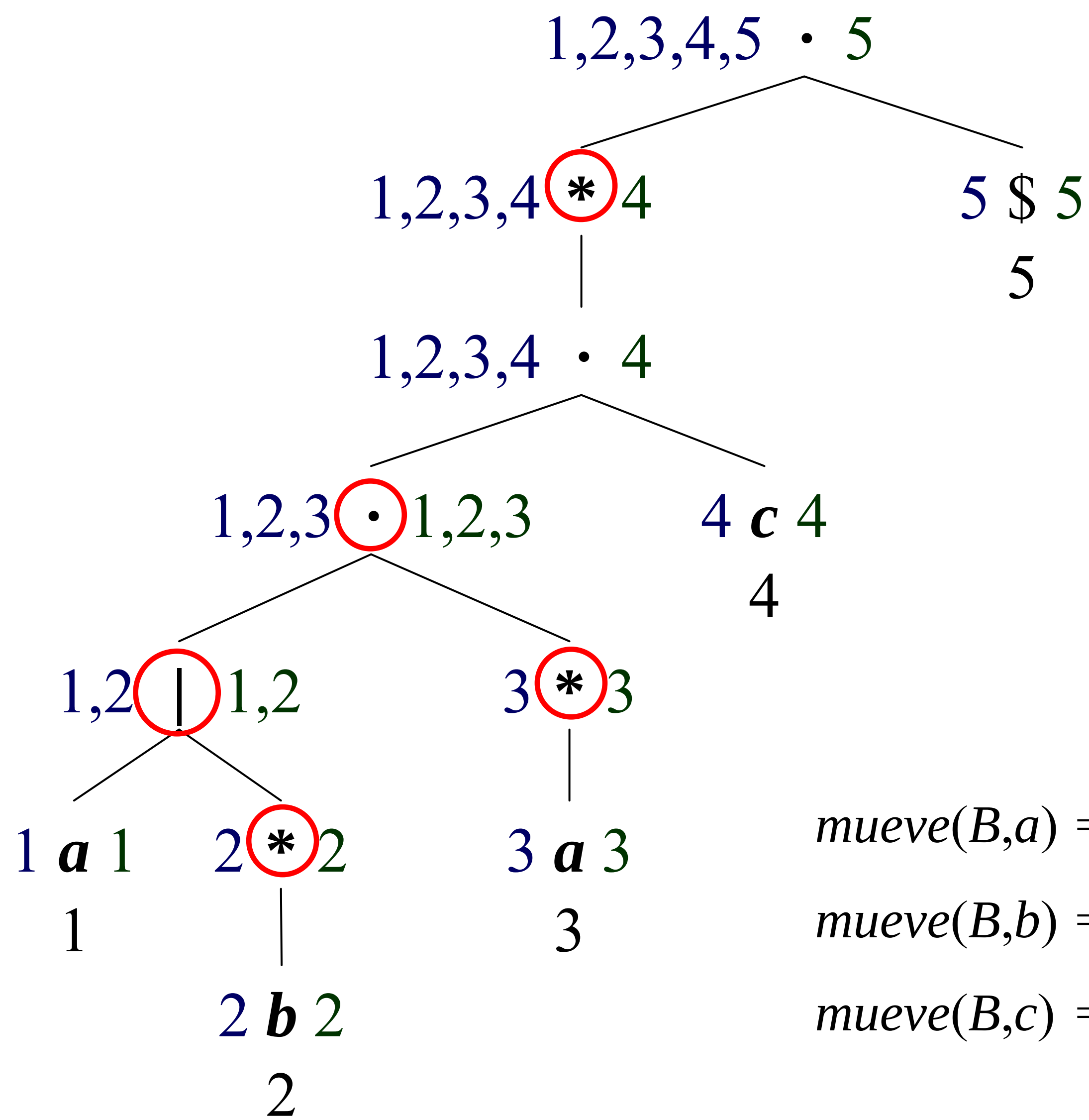
$mueve(B,a) = stePos(3) = \{3,4\} = B$

$mueve(B,b) = \varnothing$

$mueve(B,c) = stePos(4)$

César García-Osorio. Universidad de Burgos.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

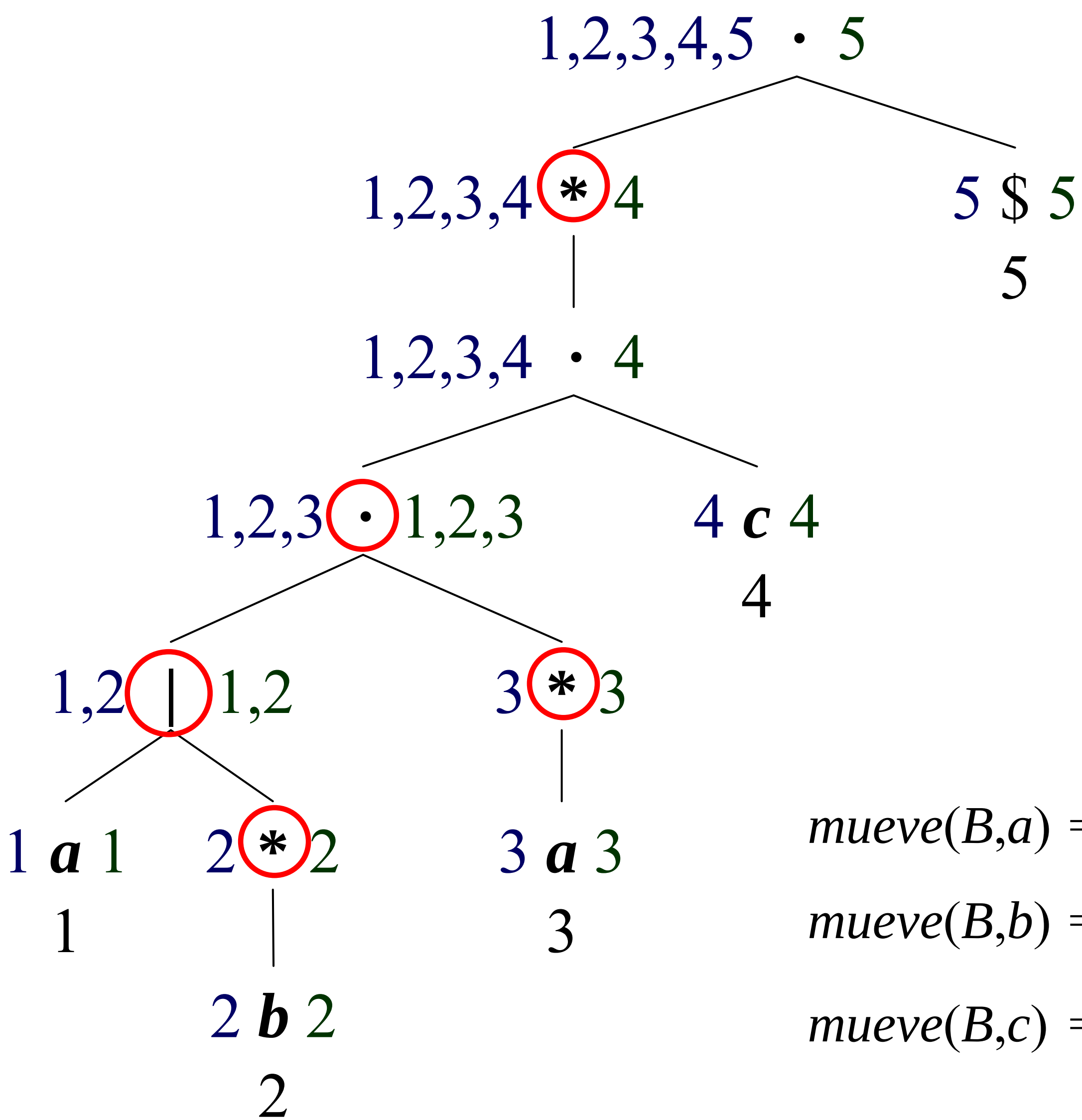
	a	b	c	
A	B	C	A	1,2,3,4,5
B	B	D		3,4
C				2,3,4
D				

$$mueve(B,a) = stePos(3) = \{3,4\} = B$$

$$mueve(B,b) = \varnothing$$

$$mueve(B,c) = stePos(4) = \{1,2,3,4,5\}$$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

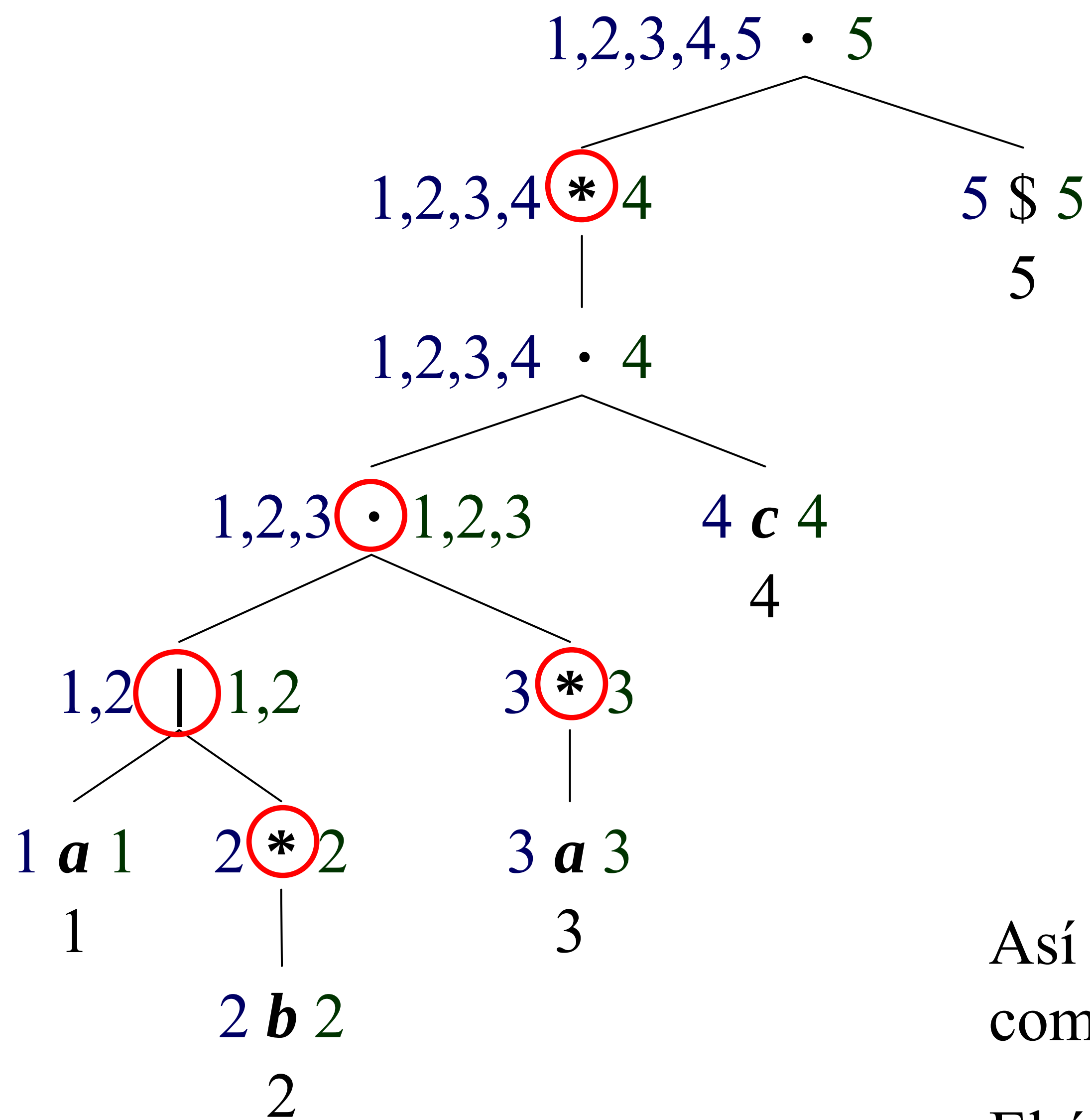
	a	b	c	
A	B	C	A	1,2,3,4,5
B	B	D	**A**	3,4
C				2,3,4
D				

$$mueve(B,a) = stePos(3) = \{3,4\} = B$$

$$mueve(B,b) = \varnothing$$

$$mueve(B,c) = stePos(4) = \{1,2,3,4,5\} = A$$

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



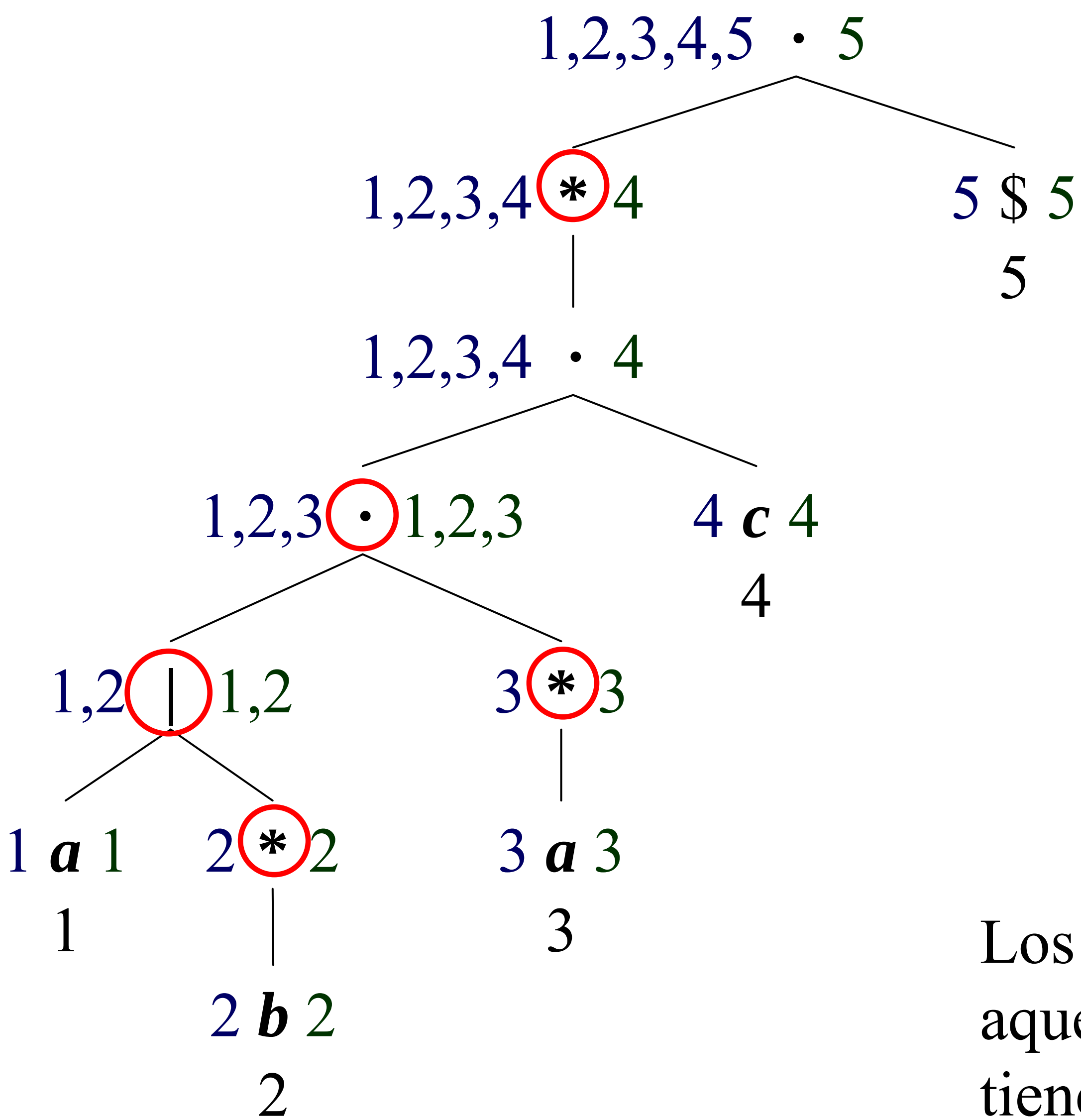
n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
A	B	C	A	1,2,3,4,5
B	B	D	A	3,4
C	B	C	A	2,3,4
D	D	D	D	

Así con cada estado hasta completar la tabla de transiciones.

El último paso será determinar los estados finales.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot \$$

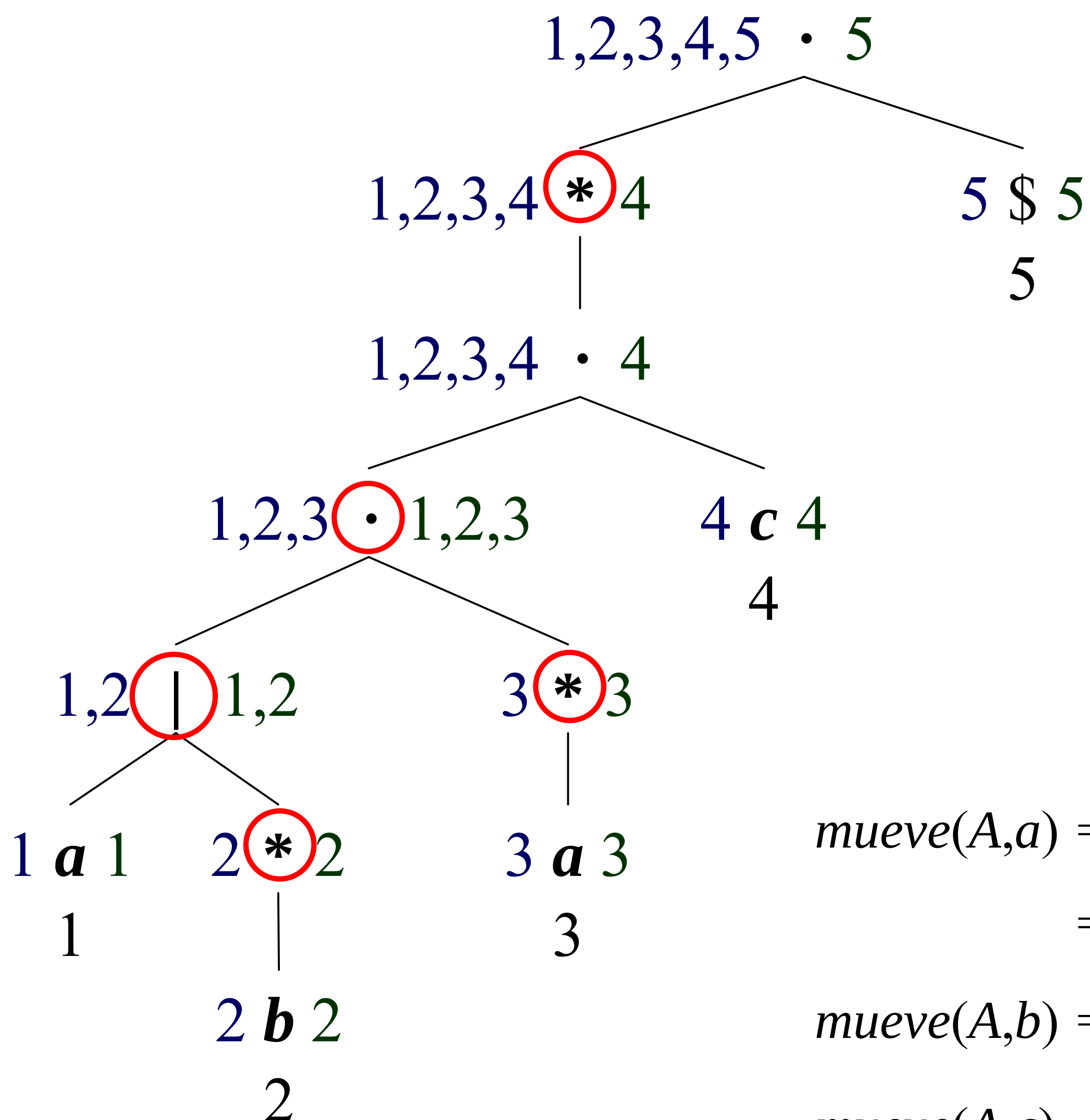


n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
(A)	B	C	A	1,2,3,4,**5**
B	B	D	A	3,4
C	B	C	A	2,3,4
D	D	D	D	

Los **estados finales** son todos aquellos que entre sus posiciones tienen la posición que etiqueta el símbolo $.

$(((a|b^*)\cdot a^*\cdot c)^*)\cdot\$$



n	stePos(n)
1	3,4
2	2,3,4
3	3,4
4	1,2,3,4,5
5	-

	a	b	c	
(A)	B	C	A	1,2,3,4,5
B	B	D	A	3,4
C	B	C	A	2,3,4
D	D	D	D	

$$mueve(A,a) = stePos(1) \cup stePos(3)$$

$$= \{3,4\} \cup \{3,4\} = \{3,4\} = B$$

$$mueve(A,b) = stePos(2) = \{2,3,4\} = C$$

$$mueve(A,c) = stePos(4) = \{1,2,3,4,5\} = A$$

César García-Osorio. Universidad de Burgos.