ΕΡΓΑΣΙΑ 1

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΠΡΟΤΥΠΩΝ

Καραπέπερα Ελπίδα | 57423 | 21-Oct-2020

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

A) $f(z_1) = p(Z = z_1) = \frac{1}{6}$

B) $Μέση\ τιμή$: $E(Z = z_1) = \mu = \sum_k x_k P_k = 1 * \frac{1}{6} + 2 * \frac{1}{6} + 3 * \frac{1}{6} + 4 * \frac{1}{6} + 5 * \frac{1}{6} + 6 * \frac{1}{6} = 3.5$

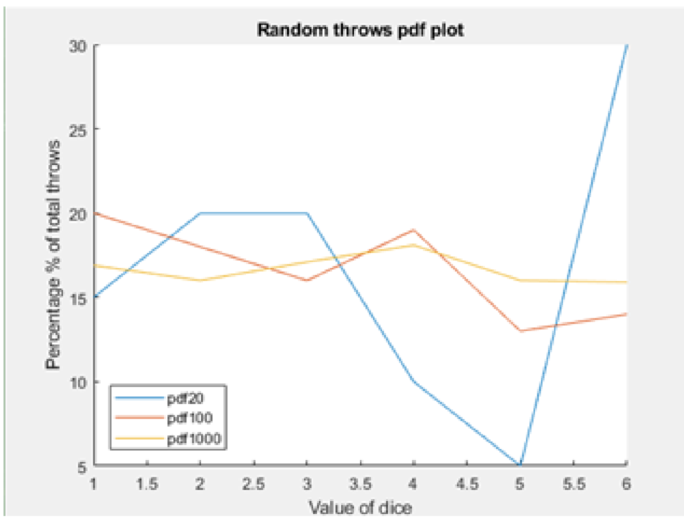
$Var(Z = z_1) = \sigma^2 = E\left[\left(x - E(x)\right)^2\right] = \frac{1}{6} * [(1 - 3.5)^2 + (2 - 3.5)^2 + (3 - 3.5)^2 + (4 - 3.5)^2 + (5 - 3.5)^2 + (6 - 3.5)^2] = 2.875$

$\sigma = \sqrt{Var(Z = z_1)} = 1.6956$

Γ) Skewness = $E\left[\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^3\right] = \frac{1}{6} * \left[\left(\frac{1-3.5}{1.6956}\right)^3 + \left(\frac{2-3.5}{1.6956}\right)^3 + \left(\frac{3-3.5}{1.6956}\right)^3 + \left(\frac{4-3.5}{1.6956}\right)^3 + \left(\frac{5-3.5}{1.6956}\right)^3 + \left(\frac{6-3.5}{1.6956}\right)^3\right] = -0.0043$

Kurtosis = $E\left[\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^4\right] = \frac{1}{6} * \left[\left(\frac{1-3.5}{1.6956}\right)^4 + \left(\frac{2-3.5}{1.6956}\right)^4 + \left(\frac{3-3.5}{1.6956}\right)^4 + \left(\frac{4-3.5}{1.6956}\right)^4 + \left(\frac{5-3.5}{1.6956}\right)^4 + \left(\frac{6-3.5}{1.6956}\right)^4\right] = 1.7806$

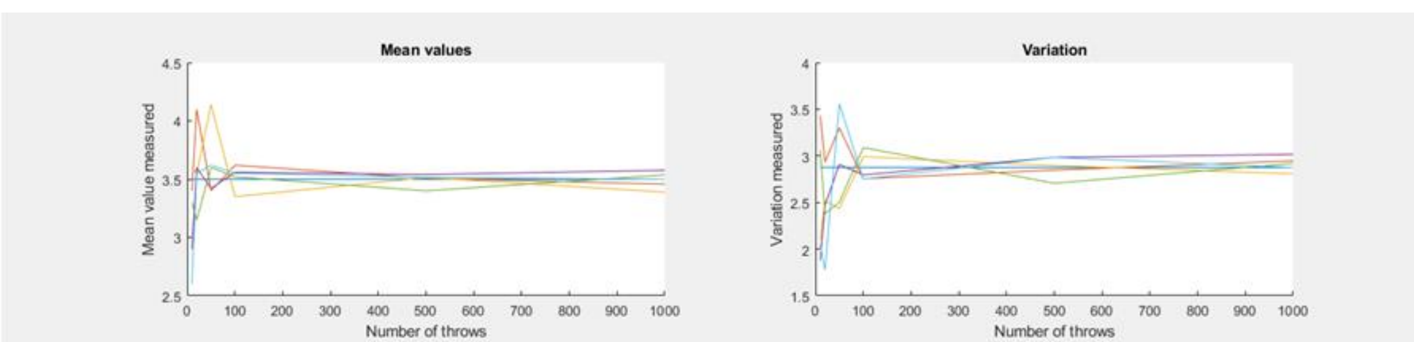
ΕΡΩΤΗΜΑ 2



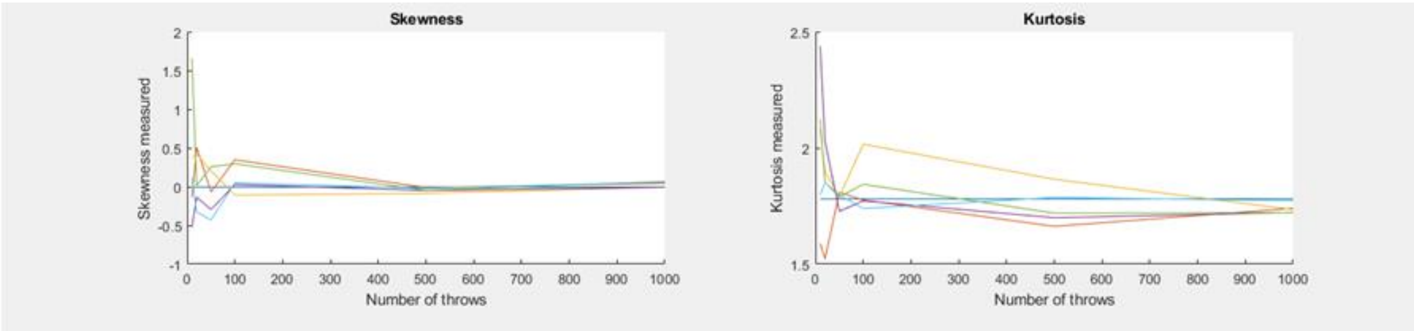
Pfd κανονικοποιημένη % κατανομή για 20, 100 και 1000 ρίψεις του ζαριού

Η ιδανική κατανομή που περιμένουμε είναι μία ευθεία γραμμή (ομοιόμορφη κατανομή) περίπου στο 16%, καθώς κάθε τιμή του ζαριού έχει την ίδια πιθανότητα να εμφανιστεί. Έτσι περιμένουμε κάθε τιμή να εμφανιστεί τις ίδιες φορές με όλες τις υπόλοιπες.

Όπως φαίνεται και στο διάγραμμα, όσο περισσότερες είναι οι ρίψεις, τόσο προσεγγίζεται η θεωρητική αναμενόμενη κατανομή.



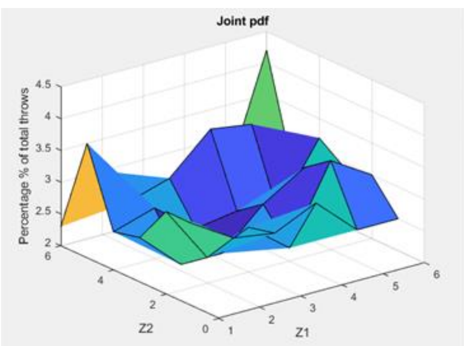
Mean values - Variation



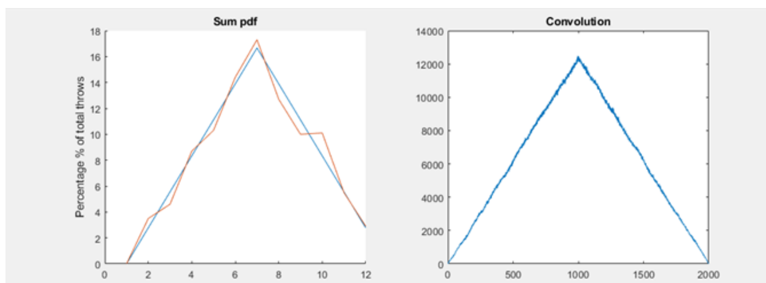
Skewness – Kurtosis

Όπως φαίνεται από το παραπάνω γράφημα, τρέχοντας τον αλγόριθμο 5 φορές γιατί τα αποτελέσματα διαφέρουν ελαφρώς κάθε φορά λόγω των τυχαίων αριθμών που τυχαίνουν στις ρίψεις, στις 100 περίπου ρίψεις οι τιμές που υπολογίζονται για mean value, variation, skewness και kurtosis είναι πολύ κοντά στις θεωρητικές. Στον ίδιο αριθμό ρίψεων θα λέγαμε ότι ξεκινάμε να έχουμε και το wide-sense stationarity.

ΕΡΩΤΗΜΑ 3



Joint pdf plot



Sum pdf - Convolution

Μαζί με τη συνάρτηση του αθροίσματος των ρίψεων των δύο ζαριών σχεδιάστηκε και αυτή της πιθανότητας εμφάνισης του κάθε αθροίσματος και φαίνεται να συμφωνούν. Πιο μεσαίες τιμές (όπως φαίνεται αναλυτικότερα και στον κώδικα) έχουν περισσότερους τρόπους για να σχηματιστούν π.χ. για να σχηματιστεί το άθροισμα 2 ή το 12 υπάρχει μόνο ο συνδυασμός (Z1,Z2)=(1,1) ή (6,6) αντίστοιχα, ενώ για το 7 υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί :
(Z1,Z2)={(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)} .

```
sum_possibility = zeros(1,12);
sum_possibility(1) = 0;     %no possible combination
sum_possibility(2) = 1/36;  %P(Z1=1)*P(Z2=1)=(1/6)*(1/6)=1/36
sum_possibility(3) = 1/18;  %P(Z1=1)*P(Z2=2)+P(Z1=2)*P(Z2=1)=2/36=1/18
sum_possibility(4) = 1/12;  %possible pairs:(Z1,Z2)={(1,3),(2,2),(3,1)}
sum_possibility(5) = 1/9;   %possible pairs:(Z1,Z2)={(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)}
sum_possibility(6) = 5/36;  %possible pairs:(Z1,Z2)={(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)}
sum_possibility(7) = 1/6;   %possible pairs:(Z1,Z2)={(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)}
sum_possibility(8) = 5/36;  %possible pairs:(Z1,Z2)={(2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2)}
sum_possibility(9) = 1/9;   %possible pairs:(Z1,Z2)={(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)}
sum_possibility(10) = 1/12; %possible pairs:(Z1,Z2)={(4,6),(5,5),(6,4)}
sum_possibility(11) = 1/18; %possible pairs:(Z1,Z2)={(5,6),(6,5)}
sum_possibility(12) = 1/36; %possible pair:(Z1,Z2)={(6,6)}
```

Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μοιάζει πολύ με τη συνέλιξη των δύο πινάκων ρίψεων (Z1 και Z2). Και οι δύο συναρτήσεις φαίνεται να ακολουθούν κανονική κατανομή.

ΕΡΩΤΗΜΑ 4

```
min edge: 4.0914
min edge found with gradient:4.0914
gradient iterations: 396658
min edge found with Newtons method :4.0914
Newtons method iterations: 28
```

Συγκρίνοντας τις δύο μεθοδολογίες, παρατηρούμε ότι η gradient χρειάζεται πολύ περισσότερες επαναλήψεις από τη Newton's method για να βρει το ελάχιστο.

```
%--------Gradient Descent
xi_gr = rand()*500;
h = 3.1e-6;
epsilon = 1e-10;
```

```
%--------Newton Method
diff_diff_f = @(x)12*(x-5).^2;
xi_n = rand()*50;
h = 0.1;
epsilon = 1e-6;
```

Επίσης, η gradient χρειάζεται και πολύ μικρότερα η και ε από ότι η newton's για να δουλέψει ικανοποιητικά, γεγονός που εξηγείται, αφού η newton's μπορεί και μεταβάλει το βήμα της.