2 Ljud och andra mekaniska vågor

201. a) $F = k \cdot \Delta l$

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,100 \cdot 9,82}{0,014} \text{ N/m} = 70,1 \text{ N/m}$$

b) Fjädern belastas då med kraften F.

$F = k \cdot \Delta l = 70,1 \cdot 0,053 \text{ N} = 3,72 \text{ N}$

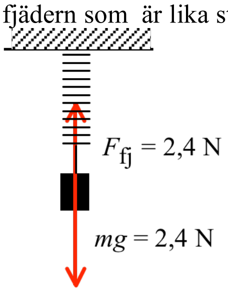
Påsens massa är $m = \frac{F}{g} = \frac{3,72}{9,82} \text{ kg} = 0,378 \text{ kg}$

Svar: a) 70 N/m b) 380 g

202. a) Den resulterande kraften är störst i de ögonblick då avståndet till jämviktsläget är störst, dvs. i punkterna B och E.
b) Den potentiella energin i fjädern är störst när avståndet till jämviktsläget är störst, dvs. i B och E.
c) Accelerationen är noll i de ögonblick då vikten passerar jämviktsläget, dvs. i D och G.
d) Hastigheten är störst i de ögonblick då accelerationen är noll, dvs. i D och G.
e) Hastigheten är noll då vikten befinner sig i vändlägena, dvs. i B och E.
f) Den resulterande kraften är noll då den resulterande kraften är noll. Det är i jämviktsläget, dvs. i D och G.
g) Den resulterande kraften på vikten är riktad neråt då vikten befinner sig ovanför jämviktsläget, dvs. i punkterna A, B och C.

Svar: a) B och E b) B och E c) D och G d) D och G
e) B och E f) D och G g) A, B och C

203. a) På vikten verkar två krafter, dels tyngden neråt $mg = 0,240 \cdot 9,82 \text{ N} = 2,4 \text{ N}$, dels en kraft uppåt från fjädern som är lika stor.



b) När vikten hänger i sitt jämviktsläge är resulterande kraft lika med noll och accelerationen är då också noll

c) $F = k \cdot \Delta l$

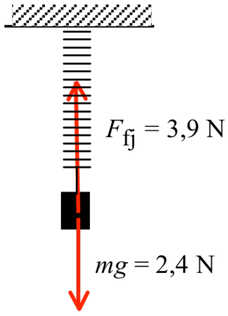
$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,240 \cdot 9,82}{0,078} \text{ N/m} = 30,2 \text{ N/m}$$

d) När vikten har dragits ned 5,0 cm är den resulterande kraften på vikten $F = k \cdot y = 30,2 \cdot 0,050 \text{ N} = 1,5 \text{ N}$

Fjäderkraften är då större än tyngden.

$F_{fj} - 2,4 = 1,5 \text{ N}$

$F_{fj} = (1,5 + 2,4) \text{ N} = 3,9 \text{ N}$



e) Accelerationen $a = \frac{F}{m} = \frac{1,5}{0,24} \text{ m/s}^2 = 6,3 \text{ m/s}^2$

f) När vikten är halvvägs till jämviktsläget befinner den sig på avståndet 2,5 cm från detta.
Den resulterande kraften är i detta ögonblick
$F = k \cdot y = 30,2 \cdot 0,025 \text{ N} = 0,755 \text{ N}$

Accelerationen $a = \frac{F}{m} = \frac{0,755}{0,24} \text{ m/s}^2 = 3,1 \text{ m/s}^2$

Svar: a) tyngden är 2,4 N, fjäderkraften är 2,4 N
b) 0 m/s^2 c) 30 N/m d) tyngden 2,4 N, fjäderkraften 3,9 N e) 6,3 m/s^2 f) 3,1 m/s^2

204. a) $F = k \cdot \Delta l$

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,200 \cdot 9,82}{0,10} \text{ N/m} = 19,6 \text{ N/m}$$

b) $E_p = \frac{k \cdot y^2}{2} = \frac{19,6 \cdot 0,05^2}{2} \text{ J} = 0,025 \text{ J}$

c) Viktens maximala hastighet är v.
Då vikten befinner sig i jämviktsläget är den potentiella energin noll och all energi finns i form av rörelseenergi.

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = 0,025$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,025}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,025}{0,200}} \text{ m/s} = 0,50 \text{ m/s}$$

Svar: a) 20 N/m b) 25 mJ c) 0,50 m/s

205. Pilens energi då den avskjutits är

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{0,0050 \cdot 30^2}{2} \text{ J} = 2,25 \text{ J}$$

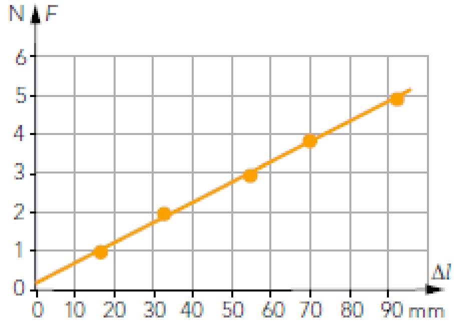
Denna energi fanns som potentiell energi hos fjädern innan pilen sköts iväg.

$$\frac{k \cdot y^2}{2} = 2,25$$

$$k = \frac{2 \cdot 2,25}{y^2} = \frac{2 \cdot 2,25}{0,060^2} \text{ N/m} = 1250 \text{ N/m}$$

Svar: 1,3 kN/m

206. a) De givna mätvärdena läggs in i ett diagram. Vi ser att punkterna ungefärligen ligger utefter en rät linje.



b) $F = k \cdot \Delta l$

Sambandet visar att fjäderkonstanten k är riktningskoefficienten för den räta linjen.
Vi bedömer att linjen går genom punkterna (90, 5) och origo. Riktningskoefficienten

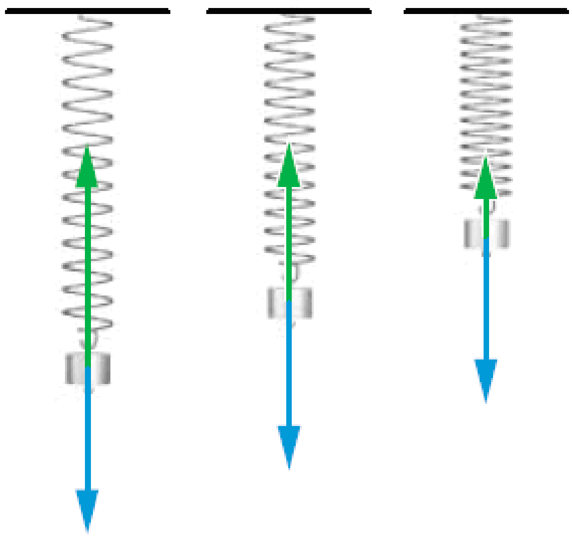
$$k = \frac{5-0}{90-0} \text{ N/mm} = 0{,}056 \text{ N/mm} = 56 \text{ N/m}$$

c) Den potentiella energin i fjädern är

$$E_p = \frac{k \cdot (\Delta l)^2}{2} = \frac{56 \cdot 0{,}045^2}{2} \text{ J} = 56 \text{ mJ}$$

<u>Svar: b) 56 N/m c) 56 mJ</u>

207. Den mellersta figuren visar tyngdkraften. Eftersom vikten i denna figur befinner sig i jämviktsläget finns en uppåtriktad kraft från fjädern som är lika stor som tyngden.
Vi har ritat ut tyngdkraften (som naturligtvis är konstant) även i de båda andra figurerna.
I den vänstra figuren ser vi att fjäderkraften uppåt är större än tyngdkraften nedåt. Den resulterande kraften får vikten att accelerera uppåt. Den resulterande kraften är lika stor i den högra figuren då vikten befinner sig i det övre vändläget. Det finns även i detta läge en liten fjäderkraft riktad uppåt. Observera att den resulterande kraften är lika stor, men motriktad, i de båda vändlägena.



208. a) Gummibandet har förlängts maximalt (134 – 50) m = 84 m när Klara vänder nere vid vattenytan.
Klaras ursprungliga lägesenergi har blivit potentiell energin i gummibandet.

$$mgh = \frac{k \cdot (\Delta l)^2}{2}$$

$$k = \frac{2mgh}{(\Delta l)^2} = \frac{2 \cdot 57 \cdot 9{,}8 \cdot 134}{84^2} \text{ N/m} = 21{,}2 \text{ N/m}$$

b) I nedre vändläget är repet förlängt 84 m. Fjäderkraften är då $F = k \cdot \Delta l = 21{,}2 \cdot 84$ N = 1782 N.
Förutom denna fjäderkraft verkar hennes tyngd
57 ·9,82 N = 560 N

<u>Svar: a) 21 N/m b) fjäderkraften 1,8 kN uppåt och tyngden 560 N nedåt</u>

209. $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 1{,}00$ s

$$m = \frac{T^2 \cdot k}{4\pi^2} = \frac{1{,}00^2 \cdot 3{,}00}{4\pi^2} \text{ kg} = 0{,}076 \text{ kg}$$

<u>Svar: 76 g</u>

210. a) Perioden $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50}$ s = 0,02 s

b) Vinkelhastigheten
$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 50$ rad/s = 314 rad/s

<u>Svar: a) 0,02 s b) 314 rad/s</u>

211. a) $T = 12$ ms

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12 \cdot 10^{-3}} \text{ s}^{-1} = 524 \text{ s}^{-1}$$

Elongationen y kan skrivas $y = A \cdot \sin \omega t$
$y = 2{,}4 \cdot \sin 524t$
Efter 8 ms befinner sig vikten i koordinaten
$y(0{,}008) = 2{,}4 \cdot \sin(524 \cdot 8)$ mm = –2,1 mm, vilket innebär 2,1 mm ovanför jämviktsläget.
b) Viktens hastighet bestäms av
$v = y' = \omega A \cdot \cos \omega t = 524 \cdot 2{,}4 \cdot \cos(524 \cdot 8)$ mm/s =
= –628 mm/s, dvs. 0,63 m/s riktad uppåt.

<u>Svar: a) 2,1 mm ovanför jämviktsläget</u>
<u>b) 0,63 m/s riktad uppåt</u>

212. Genom att ta tid på 10 svängningar får hon ett bra värde på periodtiden. Med hjälp av massan och periodtiden kan hon bestämma fjäderkonstanten genom

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{4\pi^2 \cdot m}{T^2}$$

213. a) Eftersom svängningstiden är konstant ger det större noggrannhet om man mäter tiden över ett stort antal svängningar.
b) Nej, svängningstiden är oberoende av amplituden.
c) Frekvensen $f = \frac{40}{26,7}$ s = 1,50 Hz
$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 1,50$ rad/s = 9,4 rad/s
d) Kraften F_{fj} på vikten från fjädern är störst i det nedre vändläget. I detta läge finns kraften F_{fj} riktad uppåt och mg riktad nedåt. Resulterande kraft $F = F_{fj} - mg$
$F = k \cdot A = m\omega^2 A$
$F_{fj} = F + mg = m\omega^2 \cdot A + mg =$
$= (0,200 \cdot 9,4^2 \cdot 0,060 + 0,200 \cdot 9,82)$ N = 3,0 N
e) Maximal acceleration är
$a = \omega^2 \cdot A = 9,4^2 \cdot 0,060$ m/s^2 = 5,3 m/s^2

Svar: a) Det ger större noggrannhet b) nej
c) 9,4 rad/s d) 3,0 N e) 5,3 m/s^2

214. a) Av diagrammet framgår att största elongation är 8 cm och minsta elongation är –8 cm. Amplituden är alltså 8 cm.
b) Elongationen 8 cm uppnås vid tiderna t = 0 s, 0,4 s, 0,8 s … Svängningstiden är T = 0,4 s.
c) Svängningstiden $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$
$$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{k}$$
$$k = \frac{4\pi^2 \cdot m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0,100}{0,4^2} \text{ N/m} = 25 \text{ N/m}$$
d) Energin hos den svängande fjädern är
$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{24,67 \cdot 0,08^2}{2} \text{ J} = 79 \text{ mJ}$$
e) När hastigheten är maximal är all energi rörelseenergi.
$$E = \frac{mv^2}{2}$$
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,079}{0,100}} \text{ m/s} = 1,3 \text{ m/s}$$
f) I vändlägena är kraften på vikten störst.
Den är $F = k \cdot A = 25 \cdot 0,08$ N = 2,0 N.
Maximal acceleration är enligt Newtons andra lag
$$a = \frac{F}{m} = \frac{2,0}{0,100} \text{ m/s}^2 = 20 \text{ m/s}^2$$

Svar: a) 8 cm b) 0,4 s c) 25 N/m d) 79 mJ e) 1,3 m/s
f) 20 m/s^2

215. När en extra vikt på 2,5 kg hängs i fjädern dras den ut 3,7 cm.
Hookes lag: $F = k \cdot \Delta l$
$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{2,5 \cdot 9,82}{0,037} \text{ N/m} = 664 \text{ N/m}$$
Svängningstiden då den fastrostade vikten svänger i fjädern är $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,81$ s, där m är viktens massa.
$$\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{0,81}{2\pi} = 0,1289 \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{k} = 0,1289^2$$
$$m = 0,1289^2 \cdot k = 0,1289^2 \cdot 664 \text{ kg} = 11 \text{ kg}$$

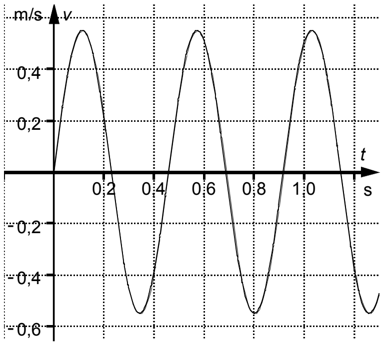
Svar: 11 kg

216. a) När hon lägger sig på sängen belastas den med kraften $F = mg = 72 \cdot 9,82$ N = 707 N
Fjäderkonstanten $k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{707}{0,034}$ N/m = 20800 N/m
b) Avståndet mellan vändlägena är 5,0 cm.
Svängningens amplitud är således $A = \frac{5,0}{2}$ cm = 2,5 cm.
Vinkelhastigheten $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20800}{72}}$ s^{-1} = 17,0 s^{-1}
Den största hastigheten
$v_{max} = \omega \cdot A = 17,0 \cdot 0,025$ m/s = 0,42 m/s
c) I det övre vändläget fjädern sammanpressad (3,4 – 2,5) cm = 0,9 cm.
Fjäderkraften är då $F = k \cdot y = 20800 \cdot 0,009$ N = 187 N
Fjädern trycker Dina uppåt med 187 N.

Svar: a) 21 kN/m b) 0,42 m/s c) 190 N

217. a) Fjäderkonstanten
$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,100 \cdot 9,82}{0,052} \text{ N/m} = 18,9 \text{ N/m}$$
b) Perioden
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0,100}{18,9}} \text{ s} = 0,46 \text{ s}$$
c) Den maximala hastigheten
$$v_{max} = \omega \cdot A = \frac{2\pi}{T} \cdot A = \frac{2\pi}{0,46} \cdot 0,04 \text{ m/s} = 0,55 \text{ m/s}$$
d) Rörelsen beskrivs av funktionen
$y = A \cdot \sin \omega t = 0,04 \cdot \sin \frac{2\pi}{0,46} \cdot t$, där vi låter vikten passerar jämviktsläget vid tiden t = 0.
Hastigheten är då
$$v = y' = \omega A \cdot \cos \omega t = \frac{2\pi}{0,46} \cdot 0,04 \cdot \cos \frac{2\pi}{0,46} \cdot t =$$
$$= 0,55 \cdot \cos 13,7 \cdot t$$

Enklast kan vi låta räknaren rita grafen till denna funktion.



Svar: a) 19 N/m b) 0,46 s c) 0,55 m/s d) se ovan

218. Svängningstiden för en pendel är $T = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

Eftersom Bryssel ligger närmare ekvatorn är g något mindre där. Det innebär att det tar något längre tid för pendeln i uret att fullborda en svängning. Klockan går alltså något långsammare i Bryssel än i Kiruna. Klockan går för långsamt.

Svar: Klockan går för långsamt.

219. Svängningstiden hos en pendel är $T = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

Svängningstiden är således oberoende av massa, amplitud och hastighet, men beror av pendellängden.

Svar: B (pendelns längd)

220. Pendelns lägesenergi är störst i vändlägena. Denna lägesenergi omvandlas till rörelseenergi i jämviktsläget (det nedersta läget).

221. Pendelns svängningstid skall vara $T = 1{,}00$ s.

Svängningstiden för en pendel är $T = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{l}{g}}$

På Mars gäller att $T = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{l}{g_{Mars}}}$

$$l = \frac{T^2 \cdot g_{Mars}}{4\pi^2} = \frac{1{,}00^2 \cdot 3{,}72}{4\pi^2} \text{ m} = 0{,}094 \text{ m}$$

Svar: 9,4 cm

222. Om man sitter i en gunga och gungar, kommer tyngdpunkten att befinna sig längre ned. Det innebär att den faktiska pendellängden l är något längre. Svängningen tar då längre tid.

Svar: Tiden för den som sitter och gungar är längre.

223. Svängningstiden $T = \dfrac{27{,}56}{10}$ s = 2,756 s

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$l = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} = \frac{2{,}756^2 \cdot 9{,}82}{4\pi^2} \text{ m} = 1{,}89 \text{ m}$$

Svar: 1,9 m

224. a) Ett medelvärde för 10 svängningar är

$$\frac{15{,}4 + 15{,}5 + 15{,}2}{3} = 15{,}37 \text{ s}.$$

Svängningstiden för en svängning är då 1,54 s.
b) Svängningstiden för en fysisk pendel med pendellängden 70 cm är

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2l}{3g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}70}{3 \cdot 9{,}82}} \text{ s} = 1{,}37 \text{ s}$$

c) Genom att böja armarna minskar man pendellängden. Då rör sig armarna snabbare.

Svar: a) 1,54 s b) 1,37 s c) se ovan

225. a) När kulan slår i väggen har den pendlat 1/4 period. Hela perioden för en fritt pendlande rivningskula med samma längd är 4 · 2,2 s = 8,8 s.

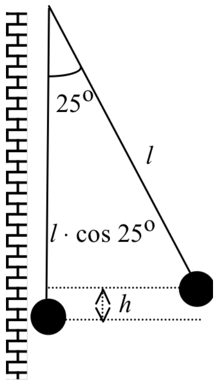
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{l}{g} \quad \Rightarrow \quad l = \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2} = \frac{9{,}82 \cdot 8{,}8^2}{4\pi^2} \text{ m} = 19{,}3 \text{ m}$$

b) Kulan dras ut 25°. Då den träffar väggen har den sjunkit sträckan h. Om pendellängden är l, gäller att

$$h = l - l \cdot \cos 25^{\circ} = l \cdot (1 - \cos 25^{\circ}) =$$

$$= 19{,}3 \cdot (1 - \cos 25^{\circ}) \text{ m} = 1{,}8 \text{ m}$$



Lägesenergi omvandlas till rörelseenergi.

$$\frac{mv^2}{2} = mgh$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \cdot 1{,}8} \text{ m} = 6{,}0 \text{ m/s}$$

Svar: a) 19,3 m b) 6,0 m/s

226. a) Svängningstiden för en pendel är

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Gungornas pendellängd är 3,2 m och svängningstiden är

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{3,2}{9,82}} \text{ s} = 3,6 \text{ s}$$

Det är den tid som skall gå mellan varje knuff.
b) Man kan också tänka sig att inte ge en knuff varje gång. Det kan räcka med att ge en knuff varannan gång, var tredje gång osv.
Andra tider som fungerar är därför $2 \cdot 3,6$ s = 7,2 s, $3 \cdot 3,6$ s = 10,8 s, $4 \cdot 3,6$ s = 14,3 s osv.

Svar: a) 3,6 s b) 7,2 s, 10,8 s, 14,3 s

227. Formeln för svängningstiden $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ ger att om svängningstiden ökar med 30% så ökar pendelns längd med $1,30^2 = 1,69$, dvs. med 69%.
Om pendelns ursprungliga längd var l så får vi att

$$0,69 \cdot l = 30 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad l = \frac{30}{0,69} \text{ cm} = 43 \text{ cm}$$

Svar: 43 cm

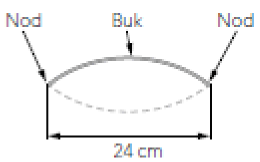
228. Att stolpen svänger fram och tillbaka 2 gånger på tiden 1 sekund. Svängningstiden är alltså 0,5 s.

229. Vi ser av tabellen att stavarnas tvärsnitt inte verkar ha någon betydelse. De två stavarna med 43 cm längd och mycket olika tvärsnitt ändå har samma svängningstid.
Vi har således teorin att endast längden har betydelse.
Vi ansätter en formel av typ $T = k \cdot l^n$, där k och n är konstanter.
Enklast är att mata in tabellvärdena i listor på en grafritande räknare och låta den anpassa dessa värden till en potensfunktion.
Vi får då en god anpassning om $k = 1,64$ och $n = 0,5$.
En god formel är således

$$T = 1,64 \cdot l^{0,5} = 1,64 \cdot \sqrt{l}$$

Svar: $T = 1,64 \cdot \sqrt{l}$

230. a) Noder finns i ändarna och en buk på mitten.



b) Avståndet mellan två närliggande noder är en halv våglängd.

$$\frac{\lambda}{2} = 0,24 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 0,48 \text{ m} = 48 \text{ cm}$$

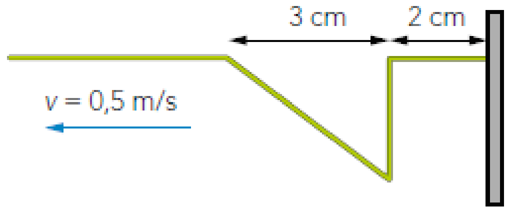
c) Våghastigheten $v = f \cdot \lambda = 200 \cdot 0,48$ m/s = 96 m/s
c) Om grundtonens frekvens skall vara 50 Hz, skall våglängden vara $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{96}{50}$ m $= 1,92$ m .

En halv våglängd är $\frac{1,92}{2}$ m $= 0,96$ m = 96 cm
Det är strängens längd.

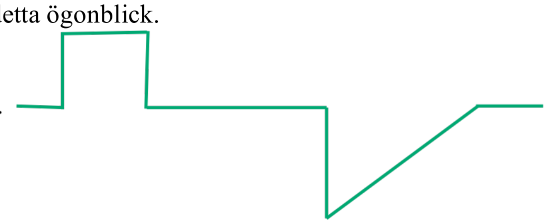
Svar: a) se figur b) 48 cm c) 96 m/s c) 96 cm

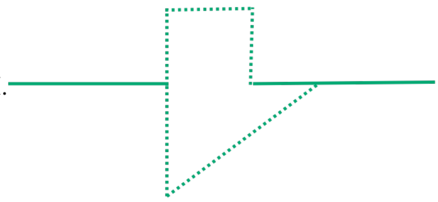
231. Reflektion betyder att vågen studsar tillbaka, transmission betyder att den passerar igenom det nya mediet.

232. Efter tiden 0,2 s har pulsen rört sig sträckan $s = 0,5 \cdot 0,2$ m = 0,10 m = 10 cm. Eftersom det bara är 5 cm till det fasta hindret kommer pulsen att reflekteras och röra sig ytterligare 5 cm tillbaka. Vid reflektion mot ett fast hinder kommer en puls att fasvändas.
Den kommer således att se ut enligt nedan.



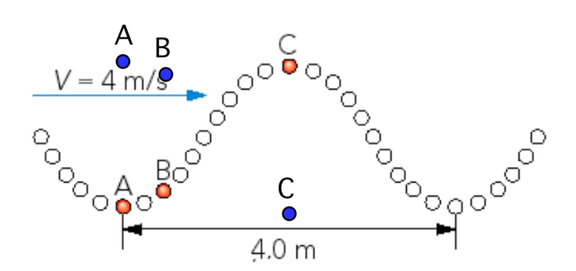
233. Efter 0,6 s har den vänstra pulsen flyttat sig $5 \cdot 0,6$ cm = 3 cm åt höger och den vänstra pulsen 3 cm åt vänster. Fig. I visar de ursprungliga pulserna. Fig. II visar (streckat) de båda pulsernas lägen efter förflyttningen och fig. III visar den resulterande pulsen i detta ögonblick.

I.


II.


III.


234. Vågen rör sig med hastigheten 4 m/s.
Våglängden är 4 m. Det innebär att frekvensen är 1 Hz och perioden är 1 s. Efter 1 s ser alltså vågen ut exakt likadan som tidigare. Efter 0,5 s har vågen fasvänts. Ett vågberg har blivit en vågdal och omvänt. Punkten A har flyttat sig rakt uppåt och ligger nu uppe på en vågtopp och punkt C som tidigare låg på ett vågberg, ligger nu i en vågdal. Punkten B som låg nära en vågdal, ligger nu nära ett vågberg. Observera att alla punkten i vågen rör sig i vertikal led. Ingen punkt flyttar sig i sidled.



235. a) Vi ser en stående våg med tre bukar. Strängens längd är 1,2 m och avståndet mellan två närliggande noder är
$$\frac{\lambda}{2} = \frac{1,2}{3} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 0,8 \text{ m}$$
Våghastigheten $v = f \cdot \lambda = 46 \cdot 0,8$ m/s = 36,8 m/s
b) Vid nästa överton kan vi se fyra bukar på strängen. Våglängden blir då kortare.
Avståndet mellan närliggande noder är nu
$$\frac{\lambda}{2} = \frac{1,2}{4} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 0,6 \text{ m}$$
Frekvensen är nu
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{36,8}{0,6} \text{ Hz} = 61 \text{ Hz}$$

Svar: a) 37 m/s b) 61 Hz

236. a) Strängens längd är 65,0 cm. När man knäpper på strängen avger den sin grundton. Avståndet mellan strängens ändpunkter är då $\frac{\lambda}{2}$.
$$\frac{\lambda}{2} = 0,65 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 2 \cdot 0,65 \text{ m} = 1,30 \text{ m}$$
Våghastigheten $v = f \cdot \lambda = 332,6 \cdot 1,30$ m/s = 432 m/s
b) När den andra övertonen uppstår finns totalt 3 bukar på strängen.
c) Strängens längd motsvarar då $3 \cdot \frac{\lambda}{2}$.
$$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 0,65 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2 \cdot 0,65}{3} \text{ m} = 0,43 \text{ m}$$
Frekvensen $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{432}{0,43}$ Hz = 998 Hz

Svar: a) 432 m/s b) 3 c) 998 Hz

237. Våghastigheten i en sträng bestäms med formeln
$v = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}}$. Frekvensen $f = \frac{v}{\lambda}$.
a) Om strängens längd minskar kommer våglängden att minska. Då ökar frekvensen..
b) Om man spänner strängen, dvs. om kraften F blir större, kommer våghastigheten i strängen att öka. Då ökar även frekvensen.
c) Om strängen är tunnare, dvs. om arean A minskar, kommer våghastigheten att öka och därmed även frekvensen.

Svar: I samtliga fall ökar tonhöjden.

238. Stående vågor i ledningen kan ske om dess längd är en multipel av $\frac{\lambda}{2}$. Frekvensen $f = \frac{v}{\lambda}$.
$$\frac{\lambda}{2} = 42 \quad \Rightarrow \quad \lambda_0 = 2 \cdot 42 \text{ m} = 84 \text{ m}$$
$$f_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{58}{84} \text{ Hz} = 0,7 \text{ Hz}$$
$$2 \cdot \frac{\lambda}{2} = 42 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = 42 \text{ m}$$
$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{58}{42} \text{ Hz} = 1,4 \text{ Hz}$$
$$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 42 \quad \Rightarrow \quad \lambda_2 = \frac{2 \cdot 42}{3} \text{ m} = 28 \text{ m}$$
$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{58}{28} \text{ Hz} = 2,1 \text{ Hz}$$

Svar: De tre lägsta resonansfrekvenserna är 0,7 Hz, 1,4 Hz och 2,1 Hz

239. Våghastigheten v i strängen är proportionell mot $\sqrt{F}$, där F är spännkraften.
Frekvensen skall öka från 431 Hz till 444 Hz.
$$\frac{444}{431} = 1,030$$
Frekvensen skall således öka med 3,0%.
$v = f \cdot \lambda$
Våghastigheten v skall då också öka med 3,0%.
$$v = k \cdot \sqrt{F} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{v^2}{k^2}$$
Om således v ökar med 3% till $v \cdot 1,03$, så kommer F att öka till $F \cdot 1,03^2 = F \cdot 1,061$
Kraften måste således öka med 6,1%.

Svar: 6,1%

240. a) Grundtonen är 329,6 Hz.
Första övertonen är 2 · 329,6 Hz, andra övertonen är 3 · 329,6 Hz och tredje övertonen är 4 · 329,6 Hz = 1318,4 Hz
b) Grundtonen får vi då båda ändarna på strängen är noder. Nodavståndet är således 0,763 m. Detta motsvarar en halv våglängd.
Våglängden för grundtonen är
$\lambda = 2 \cdot 0{,}763$ m = 1,526 m.
Våghastigheten $v = f \cdot \lambda = 329{,}6 \cdot 1{,}526$ m/s = 503 m/s
Tiden för en puls att gå hela strängens längd är

$$t = \frac{s}{v} = \frac{0{,}763}{503}\ \text{s} = 1{,}517\ \text{ms}$$

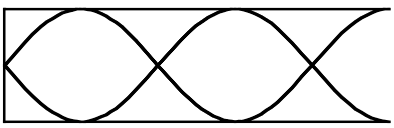
c) Formeln för våghastigheten $v = f \cdot \lambda$ visar att om frekvensen minskar med 12%, kommer våghastigheten att minska med 12%.
Sambandet mellan våghastighet och spännkraft är

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}} \quad \Rightarrow \quad F = v^2 \cdot \rho \cdot A$$

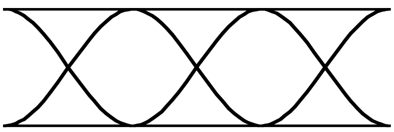
Om våghastigheten v minskar med 12%, dvs. till 0,88 av tidigare värde och övriga faktorer är oförändrade, kommer kraften F att minska med en faktor $0{,}88^2 = 0{,}77$, vilket motsvarar en minskning med 23%.

Svar: a) 1320 Hz b) 1,52 ms c) Den minskar med 23%.

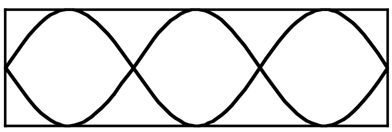
241. a) I en halvöppen pipa har man en svängningsnod i den slutna änden och en buk i den öppna. Om den andra övertonen skall uppstå, finns det totalt tre bukar i pipan.



b) I en helöppen pipa finns svängningsbukar i de båda öppna ändarna. Om andra övertonen skall uppstå måste det finnas totalt fyra bukar.



c) I en stäng pipa finns noder i båda ändarna.
Om den andra övertonen ska uppstå måste det finnas totalt fyra noder.



242. a) I vatten är ljudets hastighet ca 1500 m/s.

$$\text{Våglängden } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500}{12{,}0}\ \text{m} = 125\ \text{m}$$

b) Frekvensen ändras inte i olika medier. Frekvensen är fortfarande 12, 0 Hz.

Svar: a) 125 m b) 12,0 Hz

243. a) Av diagrammet ser vi att tiden för en hel svängning är 3,0 s. Frekvensen $f = \frac{1}{3{,}0 \cdot 10^{-3}}$ Hz = 333 Hz
b) En dubbelt så hög ton, dvs. 666 Hz skulle medföra att våglängden blev hälften av tidigare. Med dubbla frekvensen skulle man få dubbelt så många vågtoppar på samma tid.

Svar: a) 333 Hz b) Man får dubbelt så många vågtoppar på samma tid.

244. Ljudets hastighet v = 340 m/s
Grundtonen i en öppen pipa uppstår då pipans längd är $\frac{\lambda}{2}$. För den korta pipan gäller således att

$$\frac{\lambda}{2} = 0{,}030 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 2 \cdot 0{,}030\ \text{m} = 0{,}060\ \text{m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0{,}060}\ \text{Hz} = 5667\ \text{Hz}$$

För den långa pipan gäller

$$\frac{\lambda}{2} = 4{,}0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 2 \cdot 4{,}0\ \text{m} = 8{,}0\ \text{m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{8{,}0}\ \text{Hz} = 42{,}5\ \text{Hz}$$

Svar: Frekvensomfånget är 43 Hz < f < 5,7 kHz

245. Ljudets hastighet v = 340 m/s och frekvensen f = 50 Hz

$$\text{Våglängden } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{50}\ \text{m} = 6{,}8\ \text{m}$$

Om rörets längd är $l = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ uppstår stående vågor och ljudet förstärks.

$$l = n \cdot \frac{\lambda}{2} = n \cdot \frac{6{,}8}{2} = n \cdot 3{,}4$$

$n = 1 \Rightarrow l = 3{,}4$ m
$n = 2 \Rightarrow l = 6{,}8$ m
$n = 3 \Rightarrow l = 10{,}2$ m
För längder mellan 4 och 10 meter bör hon undvika en längd i närheten av 6,8 m.

Svar: 6,8 m

246. a) Våglängden $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{340}{20}$ m = 17 m

Grundtonen som uppstår har en buk i de öppna ändarna. Avståndet mellan dessa, dvs. rörets längd motsvarar en halv våglängd. Rörets längd är således 8,5 m.
b) När det är kallt minskar ljudets hastighet. Eftersom $v = f \cdot \lambda$ och våglängden är konstant, ser vi att frekvensen minskar. Vi hör alltså en något lägre ton.
c) Sambandet mellan ljudets hastighet och temperaturen

är $v = 331{,}4 \cdot \sqrt{\dfrac{T}{273}}$, där T är temperaturen i kelvin.

Om vi antar att temperaturen på dagen är
20 °C = (20 + 273) K = 293 K och 10 °C = (10 + 273) K = 283 K på natten, har alltså den absoluta temperaturen

minskat med en faktor $\dfrac{283}{293} = 0{,}966$.

Enligt formel ovan minskar då ljudhastigheten med

faktorn $\sqrt{0{,}966} = 0{,}983$.

Frekvensen minskar med samma faktor och blir då
0,983 · 20 Hz = 19,7 Hz

<u>Svar: a) 8,5 m b) Grundtonen blir lägre</u>
<u>c) kanske 0,3 Hz</u>

247. Ljudets hastighet i luft v = 340 m/s.
Hornet är en öppen pipa. I ändarna bildas bukar.

Mellan två närliggande bukar är avståndet $\dfrac{\lambda}{2}$.

Grundtonen (lägsta frekvensen) innebär att hela hornets

längd är $\dfrac{\lambda}{2}$. $\dfrac{\lambda}{2} = 4{,}5 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 2 \cdot 4{,}5 \text{ m} = 9{,}0 \text{ m}$

$$f_0 = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{9{,}0} \text{ Hz} = 38 \text{ Hz}$$

Första övertonen innebär att hornets längd är $2 \cdot \dfrac{\lambda}{2} = \lambda$.

$$\lambda = 4{,}5 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad f_1 = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{4{,}5} \text{ Hz} = 76 \text{ Hz}$$

Andra övertonen innebär att hornets längd är $3 \cdot \dfrac{\lambda}{2}$.

$$\frac{3 \cdot \lambda}{2} = 4{,}5 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2 \cdot 4{,}5}{3} \text{ m} = 3{,}0 \text{ m}$$

$$f_2 = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{3{,}0} \text{ Hz} = 113 \text{ Hz}$$

<u>Svar: 38 Hz, 76 Hz och 113 Hz</u>

248. Vi kan se badrummet som en stängd pipa. En stående våg kan uppstå i badrummet med noder vid båda väggarna. Badrummets längd l måste då motsvara ett helt

antal halva våglängder. $l = n \cdot \dfrac{\lambda}{2}$.

Vi får att $\lambda = \dfrac{2 \cdot l}{n} = \dfrac{2 \cdot 5{,}3}{n} = \dfrac{10{,}6}{n}$.

Om vi antar att ljudhastigheten v = 340 m/s
får vi frekvenserna

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{\frac{10{,}6}{n}} = 32 \cdot n, \; n = 1, 2, 3, ...$$

Om vi sätter in n = 1, 2, 3, … får vi frekvenserna
32 Hz, 64 Hz, 96 Hz, osv.

<u>Svar: Frekvenserna är 32 Hz, 64 Hz, 96 Hz, …</u>

249. a) Anta att avståndet mellan öronen är 30 cm.
Ljudet avverkar denna sträcka på tiden

$$t = \frac{s}{v} = \frac{0{,}30}{340} \text{ s} = 0{,}9 \text{ ms}$$

b) Ljudnivån är något högre i det öra som är närmast ljudkällan.

<u>Svar: a) ca 0,9 ms b) se ovan</u>

250. a) Vi antar att ljudet sprider sig likformigt över en sfär med radien 55 m. Arean av denna sfär är

$$A = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot 55^2$$

Ljudintensiteten

$$I = \frac{P}{A} = \frac{500}{4\pi \cdot 55^2} \text{ W/m}^2 = 0{,}013 \text{ W/m}^2 = 13 \text{ mW/m}^2$$

b) Ljudnivån $L = 10 \cdot \lg \dfrac{I}{I_0} = 10 \cdot \lg \dfrac{0{,}013}{10^{-12}}$ dB = 101 dB

<u>Svar: a) 13 mW/m² b) 101 dB</u>

251. Under förutsättning att ljudet sprider sig likformigt i alla riktningar gäller följande.
När avståndet till ljudkällan fördubblas kommer ljudintensiteten att minska till en fjärdedel.
Ljudnivån ändrar då från

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \text{ till}$$

$$L = 10 \cdot \lg \frac{0{,}25 \cdot I}{I_0} = 10 \cdot (\lg 0{,}25 + \lg \frac{I}{I_0}) =$$

$$= 10 \cdot \lg 0{,}25 + 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} = -6 + 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0}$$

Ljudnivån minskar således med 6 dB.
C är det enda påståendet som är sant.

<u>Svar: C</u>

252. Ljudnivån $L_1 = 10 \cdot \lg \dfrac{I_1}{10^{-12}}$

Om ljudnivån skall öka med 5 dB blir den nya ljudnivån

$$L_2 = L_1 + 5 = 10 \cdot \lg \frac{I_2}{10^{-12}}$$

$$10 \cdot \lg \frac{I_2}{10^{-12}} = 10 \cdot \lg \frac{I_1}{10^{-12}} + 5$$

$$\lg \frac{I_2}{10^{-12}} = \lg \frac{I_1}{10^{-12}} + 0{,}5$$

$$\frac{I_2}{10^{-12}} = \frac{I_1}{10^{-12}} \cdot 10^{0{,}5}$$

$$I_2 = I_1 \cdot 10^{0{,}5} = I_1 \cdot 3{,}16$$

Ljudintensiteten skall således öka något mer än 3 gånger. Ljudeffekten är direkt proportionell mot ljudintensiteten på något visst avstånd. Ljudeffekten skall således också öka något mer än 3 gånger.

Svar: Den skall vara tre gånger större

253. a) Ljudnivån är $L = 10 \cdot \lg \dfrac{I}{I_o}$.

$$120 = 10 \cdot \lg \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \lg \frac{I}{10^{-12}} = 12$$

$$\frac{I}{10^{-12}} = 10^{12} \Rightarrow I = 1 \text{ W/m}^2$$

b) Om vi antar att ljudet sprids likformigt i alla riktningar är ljudintensiteten på 30 meters avstånd

$$I_{30} = \frac{I}{4\pi \cdot 30^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 30^2} \text{ W/m}^2 = 8{,}84 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2$$

Ljudnivån är då

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_o} = 10 \cdot \lg \frac{8{,}84 \cdot 10^{-5}}{10^{-12}} \text{ dB} = 79 \text{ dB}$$

c) 1000 vuvuzelor ger en ljudintensitet som är 1000 gånger större. Ljudnivån blir då

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_o} = 10 \cdot \lg \frac{8{,}84 \cdot 10^{-5} \cdot 1000}{10^{-12}} \text{ dB} = 109 \text{ dB}$$

d) Grundtonen har frekvensen 233 Hz. Då har övertonerna frekvenserna $n \cdot 233$ Hz, där $n = 2, 3, 4, \ldots$, dvs. 466 Hz, 699 Hz, 932 Hz, …

Svar: a) 1 W/m^2 b) 79 dB c) 109 dB d) 466 Hz, 699 Hz, 932 Hz, …

254. $L_i = 10 \cdot \lg \dfrac{I_i}{I_o}$

$$80 = 10 \cdot \lg \frac{I_i}{10^{-12}} \Rightarrow \lg \frac{I_i}{10^{-12}} = 8$$

$$\frac{I_i}{10^{-12}} = 10^8 \Rightarrow I_i = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

$$L_u = 10 \cdot \lg \frac{I_u}{I_o}$$

$$67 = 10 \cdot \lg \frac{I_u}{10^{-12}} \Rightarrow \lg \frac{I_u}{10^{-12}} = 6{,}7$$

$$\frac{I_u}{10^{-12}} = 10^{6{,}7} \Rightarrow I_u = 10^{-5{,}3} \text{ W/m}^2$$

$$\frac{I_u}{I_i} = \frac{10^{-5{,}3}}{10^{-4}} = 10^{-1{,}3} = 0{,}050 = 5{,}0\%$$

Ljudintensiteten har således minskat med 95%.

b) En stor del av energin har omvandlats till värme i väggen. En del har också reflekterats vid övergången mellan luft och vägg.

Svar: a) 95% b) se ovan

255. $L = 10 \cdot \lg \dfrac{I}{I_o}$. På 1 m avstånd är ljudintensiteten

$$95 = 10 \cdot \lg \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \lg \frac{I}{10^{-12}} = 9{,}5$$

$$\frac{I}{10^{-12}} = 10^{9{,}5} \Rightarrow I = 10^{-2{,}5} \text{ W/m}^2$$

Eftersom ljudintensiteten avtar omvänt proportionell mot kvadraten på avståndet kommer intensiteten på 40 m avstånd att vara

$$I_{40} = \frac{10^{-2{,}5}}{40^2} \text{ W/m}^2 = 1{,}98 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

Ljudnivån är då vara

$$L_{40} = 10 \cdot \lg \frac{I_{40}}{I_o} = 10 \cdot \lg \frac{1{,}98 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}} \text{ dB} = 63{,}0 \text{ dB}.$$

Attenueringen är 500 dB/km vilket innebär

$$\frac{500 \cdot 40}{1000} \text{ dB} = 20 \text{ dB} \text{ på 40 meters avstånd.}$$

Ljudnivån bör därför vara (63 – 20) dB 43 dB

Svar: 43 dB

256. Svävningsfrekvensen är differensen mellan de två tonernas frekvenser. Eftersom stämgaffeln har frekvensen 440 Hz och svävningsfrekvensen är 5 Hz, måste pianotonens frekvens antingen vara (440 + 5) Hz = 445 Hz eller (440 – 5) Hz = 435 Hz.

Svar: 435 Hz eller 445 Hz

257. Man kan höra svävningar, dvs. att tonen förstärks 2 gånger per sekund.
Svävningsfrekvensen är (148 – 146) Hz = 2 Hz

258. a) Våglängden är

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{200 \cdot 10^3}\ \text{m} = 0{,}0017\ \text{m} = 1{,}7\ \text{mm}$$

Det är ungefär storleken på de insekter som fladdermusen kan upptäcka med ultraljudet.
b) Tiden mellan två pulser är 0,1 s. På den tiden hinner insekten röra sig sträckan $s = v \cdot t = 6{,}0 \cdot 0{,}1$ m $= 0{,}6$ m
c) Om pulserna kommer 10 gånger tätare hinner insekten rör sig 10 gånger kortare sträcka, dvs. 0,06 m.

Svar: a) 1,7 mm b) 0,6 m c) 0,06 m

259. På grund av dopplereffekten minskar frekvensen hos ljudet om ljudkällan avlägsnar sig och ökat om ljudkällan närmar sig.

Svar: a) Den minskar b) Den ökar

260. a) Föraren hör frekvensen 4568 Hz. Det finn singen dopplereffekt eftersom föraren och ljudkällan är i vila i förhållande till varandra.
b) Formeln för dopplereffekt är

$$f_m = f_s \cdot \frac{v_{ljud} + v_m}{v_{ljud} - v_s}$$, där index m och s refererar till mottagare och sändare. Eftersom lastbilen avlägsnar sig anger vi dess hastighet som $v_s = -20$ m/s. Vi får

$$f_m = f_s \cdot \frac{v_{ljud} + v_m}{v_{ljud} - v_s} =$$

$$= 4568 \cdot \frac{340 + 0}{340 - (-20{,}0)}\ \text{Hz} = 4314\ \text{Hz}$$

Svar: a) 4568 Hz b) 4314 Hz

261. a) Det beror på dopplereffekten. När flygplanet rör sig mot mottagaren kommer ljudets frekvens att verka högre och när det rör sig från mottagaren verkar det vara lägre.

b) Formeln för dopplereffekt är $f_m = f_s \cdot \dfrac{v_{ljud} + v_m}{v_{ljud} - v_s}$.

När flygplanet närmar sig är den mottagna frekvensen 1667 Hz och när det avlägsnar sig är frekvensen 1336 Hz. Vi sätter in givna värden och får

$$1667 = f_s \cdot \frac{340 + 0}{340 - v_s} \qquad 1336 = f_s \cdot \frac{340 + 0}{340 + v_s}$$

Vi löser ut f_s från den första ekvationen och sätter in i den andra: $\dfrac{1667}{\dfrac{340+0}{340 - v_s}} = f_s$

$$1336 = \frac{1667}{\dfrac{340+0}{340 - v_s}} \cdot \frac{340 + 0}{340 + v_s}$$

$$\frac{1336}{1667} = \frac{340 - v_s}{340 + v_s}$$

$$1336 \cdot (340 + v_s) = 1667 \cdot (340 - v_s)$$

$$454240 + 1336 \cdot v_s = 566780 - 1667 \cdot v_s$$

$$v_s = \frac{112540}{3003}\ \text{m/s} = 37\ \text{m/s} = 37 \cdot 3{,}6\ \text{km/h} = 130\ \text{km/h}$$

Svar: a) Det beror på dopplereffekten
b) 37 m/s (130 km/h)

262. a) Formeln för dopplereffekt är $f_m = f_s \cdot \dfrac{v_{ljud} + v_m}{v_{ljud} - v_s}$

$$f_m = 2{,}5 \cdot 10^6 \cdot \frac{1540 + 0}{1540 - 0{,}23}\ \text{Hz} = 2500373\ \text{Hz}$$

b) Frekvensen hos den reflekterade vågen är

$$f_m = 2500373 \cdot 10^6 \cdot \frac{1540 + 0}{1540 - 0{,}23}\ \text{Hz} = 2500746\ \text{Hz}$$

c) $\Delta f = (2500746 - 2500000)$ Hz $= 746$ Hz

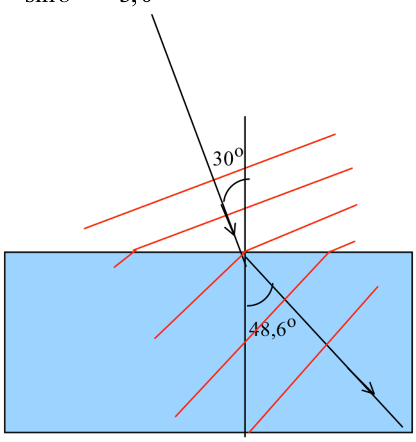
Svar: a) 2500373 Hz b) 2500746 Hz c) 746 Hz

263. a) Då vågorna kommer in i medium 2 ändras deras våglängd. Eftersom frekvensen är konstant gäller att $\dfrac{v_1}{\lambda_1} = \dfrac{v_2}{\lambda_2}$. Den nya våglängden blir

$$\lambda_2 = \frac{v_2 \cdot \lambda_1}{v_1} = \frac{3{,}0 \cdot 2{,}0}{2{,}0}\ \text{m} = 3{,}0\ \text{m}$$

Vågorna kommer in i ett medium där de kan röra sig snabbare. De kommer då att brytas bort från normalen, dvs. brytningsvinkeln blir större än infallsvinkeln.
b) Brytningsvinkeln b beräknas med brytningslagen $\dfrac{\sin i}{\sin b} = \dfrac{v_1}{v_2}$.

$$\frac{\sin 30^\circ}{\sin b} = \frac{2{,}0}{3{,}0} \quad \Rightarrow \quad \sin b = 0{,}75 \quad \Rightarrow \quad b = 48{,}6^\circ$$



Svar: a) Våglängden ökar från 2,0 m till 3,0 m
b) brytningsvinkeln blir 49°

264. På det grunda vattnet är våghastigheten lägre. Det innebär att även våglängden blir kortare.

265. a) Det är betydligt större mängd vatten i rörelse i en sådan våg och därmed mycket mer energi som transporteras.
b) Formeln för energin i en jordbävning är

$$E = 1,74 \cdot 10^{5+1,44 \cdot M} = 1,74 \cdot 10^{5+1,44 \cdot 8,9} \text{ J} = 1,1 \cdot 10^{18} \text{ J} =$$

$$= \frac{1,1 \cdot 10^{18}}{3,6 \cdot 10^{6}} \text{kWh} = 3,2 \cdot 10^{11} \text{ kWh} = 320 \text{ TWh}$$

c) 0,215 TWh = 0,215 · 10^9 kWh =
= 0,215 · 10^9 · 3,6 · 10^6 J = 7,74 · 10^{14}

$$7,74 \cdot 10^{14} = 1,74 \cdot 10^{5+1,44 \cdot M}$$

$$10^{5+1,44 \cdot M} = \frac{7,74 \cdot 10^{14}}{1,74} = 4,448 \cdot 10^{14}$$

$$5 + 1,44 \cdot M = \lg 4,448 \cdot 10^{14} = 14,65$$

$$M = \frac{14,65 - 5}{1,44} = 6,7$$

Svar: a) Det är en större mängd vatten i rörelse och därmed mer energi b) 320 TWh c) 6,7

266. Hon kommer att höra vissa frekvenser bra, nämligen de där vägskillnaden till de båda högtalarna är ett helt antal våglängder. Då kommer ljuden från de båda högtalarna var i fas med varandra då de når hennes öron.
Vägskillnaden är (14,5 – 9,8) m = 4,7 m.

$$k \cdot \lambda = 4,7 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{4,7}{k}, \quad k = 1,2,3,...$$

$$k = 1 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{4,7}{1} \text{ m} = 4,7 \text{ m}$$

$$k = 2 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{4,7}{2} \text{ m} = 2,35 \text{ m}$$

$$k = 3 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{4,7}{3} \text{ m} = 1,57 \text{ m}$$

$$k = 4 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{4,7}{4} \text{ m} = 1,18 \text{ m , osv}$$

Om vägskillnaden är ett udda antal halva våglängder kommer ljuden från de båda högtalarna att vara helt ur fas i hennes öron.
Det gäller om

$$(2k-1) \cdot \frac{\lambda}{2} = 4,7 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{9,4}{2k-1}, \quad k = 1,2,3,...$$

$$k = 1 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{9,4}{(2 \cdot 1 - 1)} \text{ m} = 9,4 \text{ m}$$

$$k = 2 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{9,4}{(2 \cdot 2 - 1)} \text{ m} = 3,13 \text{ m}$$

$$k = 3 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{9,4}{(2 \cdot 3 - 1)} \text{ m} = 1,88 \text{ m}$$

$$k = 4 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{9,4}{(2 \cdot 4 - 1)} \text{ m} = 1,34 \text{ m}$$

Svar: Förstärkning av ljudet om $\lambda = \frac{4,7}{k}, \quad k = 1,2,3,...$

Försvagning av ljudet om $\lambda = \frac{9,4}{2k-1}, \quad k = 1,2,3,...$

267. a) I punkten A är avståndet till de båda högtalarna lika stort. Eftersom ljudstyrkan där är maximal, är de båda högtalarna i fas med varandra.
b) I punkten B är ljudstyrkan minimal. Avstånden till högtalarna är 1,55 m resp. 0,85 m. Vägskillnaden är (1,55 – 0,85) m = 0,70 m.
Vägskillnaden är ett udda antal halva våglängder.

$$(2k-1) \cdot \frac{\lambda}{2} = 0,70, \quad k = 1,2,3,...$$

Om punkten B är det första minimet efter punkten A gäller att $k = 1$

$$\lambda = \frac{1,40}{2 \cdot 1 - 1} \text{ m} = 1,40 \text{ m}$$

Frekvensen $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{1,40} = 243$ Hz

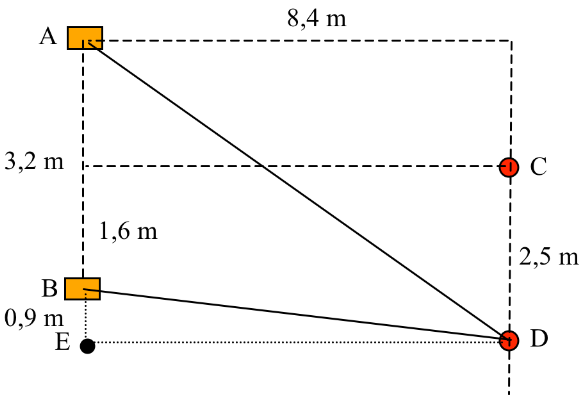
c) Mellan högtalarna uppstår en stående våg. Avståndet mellan två bukar (eller två noder) i en stående våg är $\frac{\lambda}{2}$.
Avståndet mellan ett maximum och ett minimum (mellan en buk och en nod) är $\frac{\lambda}{4}$

Eftersom det är ett minimum i punkten B måste Erik gå sträckan $\frac{\lambda}{4} = \frac{1,40}{4}$ m $= 0,35$ m till nästa maximum.

d) Det är nog otänkbart att de skulle kunna spela exakt samma ton och dessutom helt i fas med varandra.

Svar: a) I fas b) 243 Hz c) 0,35 m d) de ovan

268. I punkten D föreligger uppenbarligen ett första minimum. Vägskillnaden från denna punkt till de båda högtalarna är då $\frac{\lambda}{2}$.
Vi ritar sträckorna AD och BD och låter dem vara hypotenusor i rätvinkliga trianglar ADE resp. BDE.



Sträckan BE = (2,5 – 1,6) m = 0,9 m
Sträckan AE = (3,2 + 0,9) m = 4,1 m
Pythagoras sats i triangeln BDE ger

$$BD = \sqrt{8,4^2 + 0,9^2}\ \text{m} = 8,45\ \text{m}$$

Pythagoras sats i triangeln ADE ger

$$AD = \sqrt{8,4^2 + 4,1^2}\ \text{m} = 9,35\ \text{m}$$

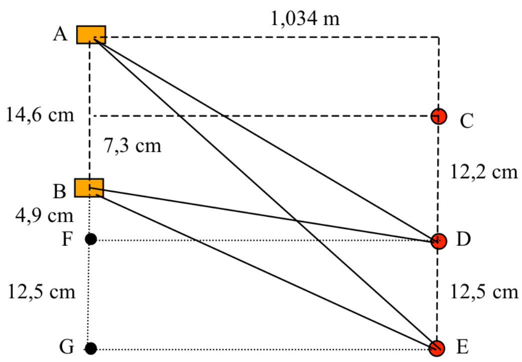
Vägskillnaden AD – BD = (9,35 – 8,45) m = 0,90 m

$$\frac{\lambda}{2} = 0,90 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 1,80\ \text{m}$$

Frekvensen $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{1,80}\ \text{Hz} = 189\ \text{Hz}$

Svar: 190 Hz

269. Vi drar sträckorna AD, AE, BD och BE och markerar punkterna F och G.



Sträckan BF = (12,2 – 7,3) cm = 4,9 cm.
AF = (14,6 + 4,9) cm = 19,5 cm.
FG = 12,5 cm
AG = (14,6 + 4,9 + 12,5) cm = 32,0 cm
BG = (4,9 + 12,5) cm = 17,4 cm
Ljudmaximum i punkten C som ligger på lika avstånd från högtalarna visar att högtalarmembranerna svänger i fas. Eftersom det är ljudmaximum i punkterna D och E måste vägskillnaderna till dessa båda punkter vara λ resp. 2λ.

$AD - BD = \lambda$
$AE - BE = 2\lambda$
Vi bestämmer alla dessa sträckor med Pythagoras sats i rätvinkliga trianglar.
AD bestäms ur triangeln ADF:

$$AD = \sqrt{0,195^2 + 1,034^2}\ \text{m} = 1,052\ \text{m}$$

BD bestäms ur triangeln BDF:

$$BD = \sqrt{0,049^2 + 1,034^2}\ \text{m} = 1,035\ \text{m}$$

AE bestäms ur triangeln AEG:

$$AE = \sqrt{0,320^2 + 1,034^2}\ \text{m} = 1,082\ \text{m}$$

BE bestäms ur triangeln BEG:

$$BE = \sqrt{0,174^2 + 1,034^2}\ \text{m} = 1,048\ \text{m}$$

$\lambda = AD - BD = (1,052 - 1,035)\ \text{m} = 0,0171\ \text{m}$
$2\lambda = AE - BE = (1,082 - 1,048)\ \text{m} = 0,338\ \text{m}$

$$2\lambda = 0,338\ \text{m} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{0,338}{2}\ \text{m} = 0,0169\ \text{m}$$

i god överensstämmelse med tidigare angivelse.
Vi sätter således $\lambda = 0,017$ m.
Våghastigheten
$v = f \cdot \lambda = 57,0 \cdot 10^3 \cdot 0,017\ \text{m/s} = 969\ \text{m/s}$

Svar: 969 m/s

270. Svängningstiden för en pendel är $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$.
a) Svängningstiden är oberoende av massan och ändras alltså inte.
b) Om längden dubblas ändras svängningstiden från $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ till $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot l}{g}}$, dvs. med en faktor $\sqrt{2} = 1,41$. Svängningstiden blir 41% längre.
c) Svängningstiden är oberoende av ampliktuden och ändras alltså inte.

Svar: a) Den ändras inte b) Den ökar med 41%
c) Den ändras inte

271. 20 Hz till 20 kHz

272. Longitudinella: ljudvågor
Transversella: svängande strängar, vattenvågor

273. Temperaturen ökar vilket påverkar ljudhastigheten och spännkraften i strängarna. Därmed ändras frekvensen.

274. Svängningstiden är $T = \frac{180}{72}$ s = 2,5 s

Frekvensen $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2,5}$ Hz $= 0,40$ Hz

Svängningstiden för en pendel är $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$.

$2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = 2,5 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{2,5}{2\pi}$

Pendellängden är

$l = 9,82 \cdot \left(\frac{2,5}{2\pi}\right)^2$ m $= 1,55$ m

Svar: Svängningstiden är 2,5 s, frekvensen är 0,40 Hz och pendelns längd är 1,55 m

275. Svängningstiden för en fjäder är $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$

a) Om massan fyrdubblas får vi

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{4m}{k}} = \sqrt{4} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$,

dvs. svängningstiden har blivit dubbelt så stor.

b) Formeln för svängningstiden visar att denna är oberoende av amplituden. Den är således oförändrad.

c) Om fjäderkonstanten k fyrdubblas får vi att

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{4k}} = \frac{1}{\sqrt{4}} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$,

dvs. hälften av den tidigare svängningstiden.

Svar: a) Den fördubblas b) Den ändras inte c) Den blir hälften så stor

276. Pendelns svängningstid är $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$

$g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 8,0}{3,5^2}$ m/s^2 = 25,8 m/s^2

Svar: 26 m/s^2

277. Avståndet mellan en buk och en närliggande nod i en stående våg är $\frac{\lambda}{4}$.

$\frac{\lambda}{4} = 16$ cm $\quad \Rightarrow \quad \lambda = 64$ cm

Svar: 64 cm

278. Ljudnivån $L = 10 \cdot \lg \frac{I}{10^{-12}} = 129$ dB

$\lg \frac{I}{10^{-12}} = 12,9$

$\frac{I}{10^{-12}} = 10^{12,9}$

$I = 10^{-12} \cdot 10^{12,9} = 10^{0,9}$ W/m^2 = 7,94 W/m^2

Svar: 7,94 W/m^2

279. a) Ljudets hastighet i vatten är ca 1500 m/s.
Ljudvågen går fram och tillbaka på tiden 1,152 s.

Tiden ena vägen är $\frac{1,152}{2}$ s $= 0,576$ s

Sträckan är således $s = v \cdot t = 1500 \cdot 0,576$ m = 864 m

b) Ljudets våglängd i vattnet är

$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500}{200 \cdot 10^3}$ m $= 0,0075$ m $= 7,5$ mm

Svar: a) 864 m b) 7,5 mm

280. a) Vi antar att ljudet sprids likformigt i alla riktningar.
En sfär med 4,0 m radie har arean $A = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot 4,0^2$.
Ljudintensiteten på detta avstånd är då

$I = \frac{P}{A} = \frac{20}{4\pi \cdot 4,0^2}$ W/m^2 = 0,0995 W/m^2

b) Ljudnivån

$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{10^{-12}} = 10 \cdot \lg \frac{0,0995}{10^{-12}}$ dB = 110 dB

Svar: a) 0,10 W/m^2 b) 110 dB

281. Då sprids inte ljudet åt alla håll. Då ökar ljudintensiteten i trattens riktning. Dessutom förstärks vissa toner på grund av resonans.

282. a) Svävningsfrekvensen är
$f_1 - f_2 = (412 - 406)$ Hz = 6 Hz

b) Nej. Om hon spänner strängarna kommer de att svänga med en högre frekvens. Hon skall minska något på kraften i strängarna.

Svar: a) 6 Hz b) nej

283. Våglängden $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{5950}{6200}$ m = 0,960 m

Borrkärnan kan vi betrakta som ett rör som är öppet i båda ändarna. När en stående våg uppstår i borrkärnan kommer det då att vara en buk i vardera ändan. Om det är grundtonen finns det inga fler bukar i det inre av borrkärnan. Dess längd är då en halv våglängd.

$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{0,960}{2}$ m = 0,480 m = 48 cm

Svar: 48 cm

284. Varje markering svarar mot att rörets längd har ökat med en halv våglängd, $\frac{\lambda}{2}$. Avstånden mellan markeringarna är inte helt lika stora, vilket beror på mätfel. Avståndet mellan två närliggande markeringar är en halv våglängd.

λ = (21,8 – 4,5) cm = 17,3 cm

λ = (29,8 – 12,8) cm = 17,0 cm

Vi räknar med en genomsnittlig våglängd av 17,15 cm.

a) Vid vissa bestämda längder på den del av röret som befinner sig över vattenytan uppstår stående vågor. Röret fungerar som en öppen pipa och då stående vågor uppstår förstärks ljudet.

b) $v = f \cdot \lambda$ = 2000 · 0,1715 m/s = 343 m/s

Svar: a) se ovan b) 340 m/s

285. 20 km/h = $\frac{20}{3,6}$ m/s = 5,6 m/s

Formeln för dopplereffekt

$$f_m = f_s \cdot \frac{v_{ljud} + v_m}{v_{ljud} - v_s}$$

a) Då orkestern närmar sig uppfattar hon frekvensen

$$f_s \cdot \frac{v_{ljud} + v_m}{v_{ljud} - v_s} = 1056 \cdot \frac{340+0}{340-5,6} \text{ Hz} = 1074 \text{ Hz}$$

b) Då orkestern avlägsnar sig uppfattar hon frekvensen

$$f_s \cdot \frac{v_{ljud} + v_m}{v_{ljud} - v_s} = 1056 \cdot \frac{340+0}{340+5,6} \text{ Hz} = 1039 \text{ Hz}$$

Svar: a) 1070 Hz b) 1040 Hz

286. Frekvensen ändras inte vid övergång från ett medium till ett annat.

Ljudhastigheten $v = f \cdot \lambda$

I luft är våglängden

$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1500}$ m = 0,227 m = 23 cm

I glas är våglängden

$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{5100}{1500}$ m = 3,4 m

Svar: Frekvensen ändras inte. Våglängden är 23 cm i luften och 3,4 m i glaset.

287. Tiden T mellan två vågor är 2,1 s.

Frekvensen $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2,1}$ Hz = 0,476 Hz

Våglängden $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3,2}{0,476}$ m = 6,72 m

Svar: 6,7 m

288. Den övre figuren visar en stående våg med totalt 5 bukar. Våglängden är λ_1.

Avståndet mellan två närliggande noder (eller bukar) är $\frac{\lambda_1}{2}$. Fjäderns hela längd $l = 5 \cdot \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{2 \cdot l}{5}$

Våghastigheten $v = f_1 \cdot \lambda_1$

När det som i den nedre figuren endast bildas 3 bukar har våglängden ökat till λ_2, där

$l = 3 \cdot \frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2 \cdot l}{3}$

Den nya frekvensen är f_2.

Eftersom v är oförändrad får vi

$f_1 \cdot \lambda_1 = f_2 \cdot \lambda_2$

$f_1 \cdot \frac{2 \cdot l}{5} = f_2 \cdot \frac{2 \cdot l}{3}$

$f_2 = \frac{3}{5} \cdot f$ = 0,60 · f_1 = 0,60 · 1,85 Hz = 1,11 Hz

Svar: 1,11. Hon skall minska den tidigare frekvensen till 60%

289. a) Om röret är öppet i båda ändar kommer det att bildas en stående våg med buk i båda ändarna. Om den andra övertonen bildas kommer det dessutom att bildas två bukar inne i röret. Avståndet mellan två närliggande bukar i en stående våg är $\frac{\lambda}{2}$. Rörets längd är 4,2 m vilket representerar 3 bukavstånd.

$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 4,2 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{4,2 \cdot 2}{3}$ m $= 2,8$ m

Frekvensen är $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{2,8}$ Hz $= 121$ Hz

b) Om röret är slutet i ena änden och öppet i den andra, får vi en stående våg med nod i den slutna änden och buk i den öppna. I den andra övertonen har vi ytterligare 2 noder inne i röret. Rörets längd representerar då 2 nodavstånd och avståndet från en nod till en buk, dvs. totalt 2,5 nodavstånd.

$2,5 \cdot \frac{\lambda}{2} = 4,2 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{4,2 \cdot 2}{2,5}$ m $= 3,36$ m

Frekvensen är $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{3,36}$ Hz $= 101$ Hz

c) Om röret är slutet i båda ändar får vi där noder i den stående vågen. För andra övertonen har vi ytterligare två noder inne i röret. Avståndet mellan två närliggande noder i en stående våg är $\frac{\lambda}{2}$. Rörets längd är 4,2 m vilket representerar 3 nodavstånd.

$3 \cdot \frac{\lambda}{2} = 4,2 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{4,2 \cdot 2}{3}$ m $= 2,8$ m

Frekvensen är $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{2,8}$ Hz $= 121$ Hz

Svar: a) 120 Hz b) 100 Hz c) 120 Hz

290. Låt oss anta att pendels svängningstid är 1,0 s på jorden. På 15 minuter har den således fullbordat 15 · 60 = 900 svängningar. Klockan visar därmed 15 minuter på jorden.

Pendellängden l beräknas ur $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$

$l = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} = \frac{1,0^2 \cdot 9,82}{4\pi^2}$ m $= 0,249$ m

På månen är tyngdaccelerationen $g_{\text{måne}} = 1,62$ m/s^2 och svängningstiden där är

$T_{\text{måne}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g_{\text{måne}}}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0,249}{1,62}}$ s $= 2,46$ s

På 900 s utför pendeln endast $\frac{900}{2,46} = 366$ svängningar och anger därför tiden 365 s = 6 min 6 s.
Ett fjäderur är oberoende av tyngdaccelerationen och visar samma tid överallt.

Svar: Fjäderuret visar 15 min, pendeluret visar 6 min 6 s

291. $v = f \cdot \lambda$
Eftersom våghastigheten v i strängen inte ändras, gäller att om våglängden λ minskar till $\frac{4}{5}$ av vad den var tidigare, så måste frekvensen öka till $\frac{5}{4}$ av vad den var.

$\frac{5}{4} \cdot 294$ Hz $= 367,5$ Hz

Svar: 368 Hz

292. a) Ljudnivån $L = 10 \cdot \lg \frac{I}{10^{-12}} = 60$ dB

$\lg \frac{I}{10^{-12}} = 6$

$\frac{I}{10^{-12}} = 10^6$

$I = 10^{-12} \cdot 10^6 = 10^{-6}$ W/m^2
Ljudeffekten
$P = 4\pi \cdot r^2 \cdot I = 4\pi \cdot 5,0^2 \cdot 10^{-6}$ W $= 3,1 \cdot 10^{-4}$ W =
= 0,31 mW
b) Tio personer ger på samma avstånd upphov till en ljudintensitet I som är 10 gånger så stor.
$I = 10 \cdot 10^{-6}$ W/m$^2 = 10^{-5}$ W/m^2
Ljudnivån blir

$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{10^{-12}} = 10 \cdot \lg \frac{10^{-5}}{10^{-12}}$ dB $= 70$ dB

Svar: a) 0,31 mW b) 70 dB

293. En pendel med längden l har svängningstiden T_1, där $T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$. Om vi förlänger pendeln med 30 cm blir dess längd $(l + 0,30)$ och svängningstiden T_2.

$T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l + 0,30}{g}}$ som är dubbelt så stor som tidigare.

Vi får $\frac{2\pi \cdot \sqrt{\frac{l+0,30}{g}}}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}} = 2$

som kan förenklas till $\frac{l + 0,30}{l} = 4$

$l + 0,30 = 4 \cdot l \quad \Rightarrow \quad l = 0,10$ m
Svängningstiden för den kortare pendeln är

$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0,10}{9,82}}$ s $= 0,634$ s och för den längre pendeln 0,634 · 2 = 1,268 s.

Svar: Svängningstiderna är 0,63 s resp. 1,27 s

294. a) Vinkelhastigheten

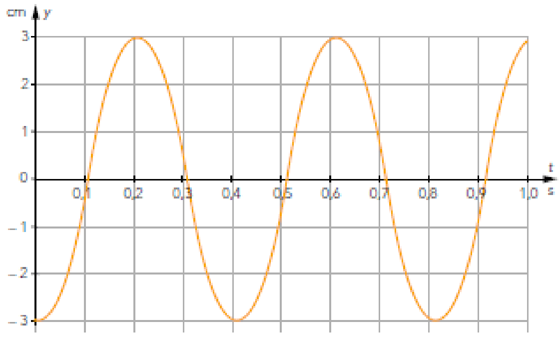
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{23}{0{,}100}}\ \text{s}^{-1} = 15{,}2\ \text{s}^{-1}$$

Elongationen $y = A \cdot \sin \omega t = 3{,}0 \cdot \sin 15{,}2 \cdot t$

Svängningstiden $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{15{,}2}\ \text{s} = 0{,}41\ \text{s}$

På 1 s hinner vikten utföra $\dfrac{1}{0{,}41} = 2{,}4$ svängningar.

Ett diagram över rörelsen har nedanstående utseende:



b) Den maximala hastigheten

$v_{max} = \omega \cdot A = 15{,}2 \cdot 0{,}03$ m/s = 0,45 m/s

<u>Svar: b) 0,45 m/s</u>

295. a) $v = f \cdot \lambda$

Vågornas frekvens är naturligtvis lika stor i det djupa som i det grunda vattnet.

Vi får därför att $\dfrac{v_{gr}}{v_{dj}} = \dfrac{\lambda_{gr}}{\lambda_{dj}}$

$$\frac{0{,}5}{1{,}3} = \frac{\lambda_{gr}}{2{,}1} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{gr} = 0{,}81\ \text{m}$$

b) Låt brytningsvinkeln vara *b*.

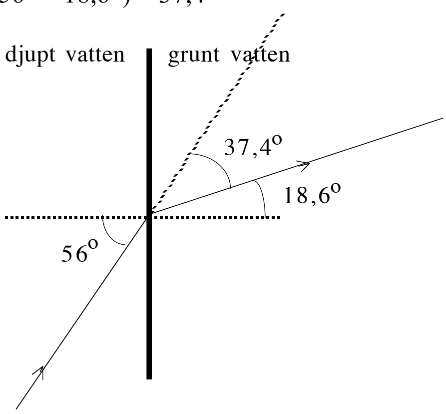
Brytningslagen ger

$$\frac{v_{gr}}{v_{dj}} = \frac{0{,}5}{1{,}3} = \frac{\sin b}{\sin 56^{\circ}}$$

$\sin b = 0{,}3189 \quad \Rightarrow \quad b = 18{,}6^{\circ}$

Vågen har således ändrat riktning

$(56^{\circ} – 18{,}6^{\circ}) = 37{,}4^{\circ}$



<u>Svar: a) 0,8 m b) riktningsändringen är 37°</u>

296. Våglängden $\lambda = 0{,}083$ m.

Den maximala vägskillnaden från en punkt till de båda vågkällorna är lika med avståndet mellan dessa, dvs.

0,40 m, vilket motsvarar $\dfrac{0{,}40}{0{,}083} = 4{,}8$ våglängder.

Om vägskillnaden från en punkt till de båda vågkällorna är ett udda antal halva våglängder,

dvs. $0{,}5\lambda$, $1{,}5\lambda$, $2{,}5\lambda$, $3{,}5\lambda$, $4{,}5\lambda$ ... betyder det att punkten ligger på en nodlinje.

Den sista nodlinjen är tydligen den då vägskillnaden är $4{,}5\lambda$. Detta är den 5:e nodlinjen. Eftersom det finns 5 nodlinjen på vardera sidan om mittpunktsnormalen finns det totalt 10 st nodlinjer.

<u>Svar: 10 st</u>

297. a) Fjädern förlängs 8,0 cm då den belastas av två hundragramsvikter.

Fjäderkonstanten

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0{,}200 \cdot 9{,}82}{0{,}08}\ \text{N/m} = 24{,}55\ \text{N/m}$$

Kraften på vikterna är i detta ögonblick

1) tyngden $mg = 0{,}200 \cdot 9{,}82$ N = 1,964 N nedåt och en lika stor fjäderkraft uppåt.

När den ena vikten faller av finns tyngden

$mg = 0{,}100 \cdot 9{,}82$ N = 0,982 N nedåt och fjäderkraften 1,964 N uppåt.

Resulterande kraft är (1,964 – 0,982) N = 0,982 N uppåt.

Denna kraft accelererar den kvarvarande vikten som får

accelerationen $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{0{,}982}{0{,}100}\ \text{m/s}^2 = 9{,}82\ \text{m/s}^2$.

b) Med endast en hundragramsvikt kommer fjädern endast att förlängas 4,0 cm. Jämviktsläget är således 4,0 cm högre upp än tidigare. Amplituden i svängningen är (8,0 – 4,0) cm = 4,0 cm.

Vinkelhastigheten är $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{24{,}55}{0{,}100}}\ \text{s} = 15{,}7$ rad/s

Maximal hastighet är

$v = \omega \cdot A = 15{,}7 \cdot 0{,}04\ \text{m/s} = 0{,}63\ \text{m/s}$

<u>Svar: a) 9,8 m/s² b) 0,63 m/s</u>

298. 110 km/h = $\dfrac{110}{3{,}6}$ m/s = 30,6 m/s

120 km/h = $\dfrac{120}{3{,}6}$ m/s = 33,3 m/s

Mottagen frekvens enligt formeln för dopplereffekt

$$f_m = f_s \cdot \frac{v_{ljud} + v_m}{v_{ljud} - v_s} = 22 \cdot \frac{340 + 33{,}3}{340 - 30{,}6}\ \text{Hz} = 27\ \text{Hz}$$

<u>Svar: 27 Hz</u>

299. a) $L = 10 \cdot \lg \dfrac{I}{10^{-12}} = 112$ dB

$\lg \dfrac{I}{10^{-12}} = 11{,}2$

$\dfrac{I}{10^{-12}} = 10^{11{,}2}$

$I = 10^{-12} \cdot 10^{11{,}2} = 10^{-0{,}8}$ W/m^2 = 0,158 W/m^2

Ljudeffekten

$P = 4\pi \cdot r^2 \cdot I = 4\pi \cdot 25^2 \cdot 0{,}158$ W = 1245 W

$I = \dfrac{P}{4\pi r^2}$

På 3400 m avstånd blir intensiteten

$I = \dfrac{1245}{4\pi \cdot 3400^2}$ W/m^2 = 8,57 · 10^{-6} W/m^2

Ljudnivån blir $L = 10 \cdot \lg \dfrac{8{,}57 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}}$ dB = 69 dB

b) På 3,4 km avstånd är attenueringen
3,4 · 10 dB = 34 dB.
Ljudnivån är (69 – 34) dB = 35 dB

c) Attenueringen är mindre vid låga frekvenser. Därför hör hon basen mest.

Svar: a) 69 dB b) 35 dB c) basen

2100. a) Häng vikten i fjädern och mät fjäderns förlängning Δl med linjalen. I jämviktsläget gäller

$mg = k \cdot \Delta l$

Det ger oss följande uttryck för fjäderkonstanten

$k = \dfrac{mg}{\Delta l}$

Fjäderns svängningstid ges av $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

Om vi ersätter fjäderkonstanten med vårt uttryck för k så får vi

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{\Delta l}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$$

b) Använd chokladkakans kända massa för att bestämma fjäderkonstanten.
Häng chokladkakan i fjädern och mät förlängningen.
Beräkna fjäderkonstanten enligt

$mg = k\Delta l \quad \Rightarrow \quad k = \dfrac{mg}{\Delta l}$.

Häng den lufttomma säcken i fjädern och mät förlängningen.
Beräkna säckens massa enligt

$m_{\text{säck}} g = k\Delta l \quad \Rightarrow \quad m_{\text{säck}} = \dfrac{k\Delta l}{g}$

Säcken väger mer när man fyller den med luft. Men på grund av Arkimedes princip kommer fjädern dras ut lika mycket för en luftfylld säck som för en tom säck. Däremot kommer svängningstiden att bli längre för den luftfyllda säcken.
Fyll säcken med luft och knyt ihop den med snöret. Häng sedan säcken i fjädern och bestäm svängningstiden T_{full}.

$T_{\text{full}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_{\text{säck}} + m_{\text{luft}}}{k}}$

$m_{\text{luft}} = \dfrac{T_{\text{full}}^2 \cdot k}{4\pi^2} - m_{\text{säck}}$

$V_{\text{luft}} = 0{,}12$ m^3

Därmed kan vi beräkna densiteten enligt

$\rho_{\text{luft}} = \dfrac{m_{\text{luft}}}{V_{\text{luft}}}$

2101. Vi avläser perioden i diagrammet. Kraften är maximal vid tiden $t = 0$, $t = 0{,}7$ s, $t = 1{,}4$ s, … Perioden är således 0,7 s.
I jämviktsläget är kraften 1,5 N. Det visar att viktens tyngd är 1,5 N. Viktens massa är m.

$mg = 1{,}5 \quad \Rightarrow \quad m = \dfrac{1{,}5}{g} = \dfrac{1{,}5}{9{,}82}$ kg = 0,15 kg

Svängningstiden är $T = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{m}{k}}$.

$k = \dfrac{4\pi^2 \cdot m}{T^2} = \dfrac{4\pi^2 \cdot 0{,}15}{0{,}7^2}$ N/m = 12 N/m

Maximal fjäderkraft avläses till (2,7 – 1,5) N = 1,2 N.

$F = k \cdot A \quad \Rightarrow \quad A = \dfrac{F}{k} = \dfrac{1{,}2}{12}$ m = 0,1 m = 10 cm

Svar: Perioden är 0,7 s, massan är 0,15 kg, fjäderkonstanten är 12 N/m, amplituden är 10 cm

2102. Den snabba pendeln har gjort 123 pendlingar och då svänger pendlarna i takt med varandra för första gången sedan de sattes i rörelse. Den långsamma pendeln har då gjort 122 hela pendlingar.
Låt den snabba pendelns längd vara l.

Dess svängningstid är $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$

Om den skall ha samma svängningstid som den långsamma pendeln måste dess svängningstid minska till $\frac{T \cdot 122}{123}$ och dess längd därmed kortas till l_1.
Vi får

$$\frac{2\pi \cdot 122}{123} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

Kvadrering och förenkling ger

$$\frac{l_1}{l} = \left(\frac{122}{123}\right)^2 = 0{,}0984$$

vilket innebär att den långa pendelns längd skall minskas med 1,6%

Svar: 1,6%

2103. Diagrammet visar ett regelbundet förlopp med perioden 0,5 s. Kraften i tråden är maximal varje gång som pendelkulan befinner sig i sitt nedre läge. Det sker två gånger under en hel pendling. Svängningstiden är således 2 · 0,5 s = 1 s.
a) Formeln för en pendels svängningstid är

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

$$l = \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2} = \frac{9{,}82 \cdot 1{,}0^2}{4\pi^2} \text{ m} = 0{,}25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

b) Hastigheten är maximal i det nedre läget.
Där verkar tyngden mg = 0,100 · 9,82 N = 0,982 N nedåt och kraften i tråden 1,1 N uppåt. (Detta framgår av diagrammet.) Den resulterande kraften på kulan är (1,1 – 0,982) N = 0,118 N uppåt.
Det är en centripetalkraft.

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{0{,}100 \cdot v^2}{0{,}25} = 0{,}118$$

$$v = \sqrt{\frac{0{,}118 \cdot 0{,}25}{0{,}100}} \text{ m/s} = 0{,}54 \text{ m/s}$$

c) Rörelseenergin i det nedre läget omvandlas till potentiell energi i det högsta läget.

$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

$$h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{0{,}54^2}{2 \cdot 9{,}82} \text{ m} = 0{,}015 \text{ m} = 1{,}5 \text{ cm}$$

Kulan svänger upp 1,5 cm.

Svar: a) 25 cm b) 0,54 m/s c) 1,5 cm

2104. a) Vi beräknar först våglängden λ.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{3000} \text{ m} = 0{,}113 \text{ m}$$

Man kommer att registrera minima i de punkter där vägskillnaden till de båda högtalarna är

$(k + \frac{1}{2}) \cdot \lambda$, där $k = 0, 1, 2, \ldots$

I punkten R som är det första minimet är vägskillnaden således $\frac{\lambda}{2}$.

Låt avståndet mellan högtalarna vara $2x$. Se figur.
Avståndet H_2R bestäms med Pythagoras sats i triangeln

H_2SR: $H_2R = \sqrt{1{,}20^2 + (0{,}378 - x)^2}$

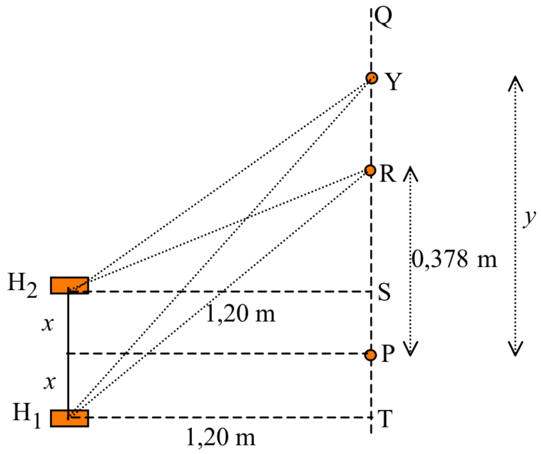
På samma sätt beräknas avståndet H_1R från triangeln

H_1TR: $H_1R = \sqrt{1{,}20^2 + (0{,}378 + x)^2}$

Vi får vägskillnaden $H_1R - H_2R = \frac{\lambda}{2}$

$$\sqrt{1{,}20^2 + (0{,}378 + x)^2} - \sqrt{1{,}20^2 + (0{,}378 - x)^2} = \frac{0{,}113}{2}$$

Vi löser ut x med räknarens hjälp.
x = 0,0945 m
Avståndet mellan högtalarna är
$2x$ = 2 · 0,0945 m = 0,189 m



Låt nästa maximum uppträda i punkten Y.
Avståndet PY = y. Maximet uppträder då vägskillnaden är l = 0,113 m
Vi bestämmer avstånden H_1Y och H_2Y med Pythagoras sats på motsvarande sätt som tidigare.
Vägskillnaden $H_1Y - H_2Y$ är då l.

$$\sqrt{1{,}20^2 + (y + 0{,}0945)^2} - \sqrt{1{,}20^2 + (y - 0{,}0945)^2} =$$
$$= 0{,}113$$

Räknaren ger att y = 0,90 m
Det andra maximet uppträder således 90 cm från mittpunkten P.
b) Den maximala vägskillnaden till de båda högtalarna är lika med avståndet mellan dem, dvs. 0,189 m.
Vi sätter detta avstånd lika med

$(k + \frac{1}{2}) \cdot \lambda = (k + \frac{1}{2}) \cdot 0{,}113$ för att därmed kunna bestämma det största möjligas värdet på k som ger en nod.

$$(k + \frac{1}{2}) \cdot 0{,}113 = 0{,}189 \quad \Rightarrow \quad k = 1{,}17$$

Största möjliga värde på k är således 1.
Möjliga värden på k är 0 och 1 som ger två nodlinjer på varje sida som mittpunktsnormalen. Vi får alltså totalt 4 st nodlinjer.

Svar: a) 90 cm från mitten b) 4 st

2105. När vikten dras ut sträckan y från jämviktsläget är den resulterande kraften $F = k \cdot y$.
Accelerationen på vikten är

$$a = \frac{F}{m} = \frac{k \cdot y}{m}$$

Med de ändrade förutsättningarna får vi en annan acceleration, säg a_{ny}.

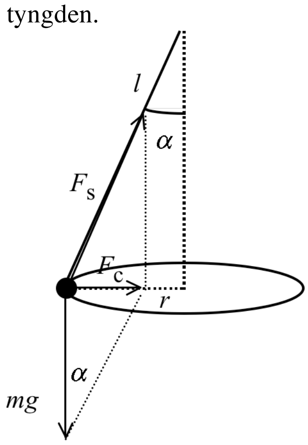
$$a_{\text{ny}} = \frac{F_{\text{ny}}}{m_{\text{ny}}} = \frac{3k \cdot y/2}{2m} = \frac{3}{4} \cdot \frac{k \cdot y}{m} = \frac{3}{4} \cdot a$$

Svar: Accelerationen blir $\frac{3a}{4}$

2106. Strängens längd $l = 0{,}625$ m, vilket motsvarar en halv våglängd. $\frac{\lambda}{2} = 0{,}625 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 1{,}25$ m
Strängen skall svänga med en frekvens av 440 Hz.
Våghastigheten skall vara
$v = f \cdot \lambda = 440 \cdot 1{,}25$ m/s $= 550$ m/s
Hon hör svävningar med frekvensen 4 Hz, dvs. strängen avger en ton med frekvensen 444 Hz. (När hon spänner strängen ökar den avgivna frekvensen. Även svävningsfrekvensen ökar. Det innebär att den avgivna frekvensen nu blir ännu längre ifrån 440 Hz. Hon bör därför minska kraften i strängen.)
Våghastigheten i strängen är endast
$v = 444 \cdot 1{,}25$ m/s $= 555$ m/s
En minskning av v från 555 m/s till 550 m/s är lika med en minskning till $\frac{550}{555} = 0{,}99099$ (en minskning med 0,90%).
Våghastigheten $v = k \cdot \sqrt{F}$
Kraften F i strängen är således proportionell mot v^2.
En minskning av v med en faktor 0,99099 innebär således en minskning av kraften med en faktor $0{,}99099^2 = 0{,}982$, dvs. en minskning med 1,8%.
Kraften i strängen skall minska med 1,8%.

Svar: Den ska minska med 1,8%

2107. På pendelvikten verkar två krafter, tyngden mg och spännkraften F_s från snöret. Kulan roterar i horisontalplanet. Detta innebär att den resulterande kraften (centripetalkraften) till mg och F_s är riktad mot cirkelbanans centrum (åt höger i figuren). Den pil som representerar spännkraften skall ritas så lång så att spännkraftens lodräta komposant är lika stor som tyngden.



Låt cirkelbanans radie vara r.
Vi kan i figuren se två likformiga rätvinkliga trianglar, båda med en vinkel α. Vi får

$$\sin\alpha = \frac{r}{l} \quad \Rightarrow \quad r = l \cdot \sin\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{F_c}{mg} \quad \Rightarrow \quad F_c = mg \cdot \tan\alpha$$

För en cirkulär centralrörelse gäller

$$F_c = \frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot r}{T^2}$$

Insättning av uttrycken ovan ger

$$mg \cdot \tan\alpha = \frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot l \cdot \sin\alpha}{T^2}$$

$$mg \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot l \cdot \sin\alpha}{T^2}$$

Efter förenkling får vi

$$g \cdot \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2} \quad \Rightarrow \quad T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot l \cdot \cos\alpha}{g}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l \cdot \cos\alpha}{g}}$$

Svar: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l \cdot \cos\alpha}{g}}$