

Α.Π.Θ ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΤΜ. ΦΥΣΙΚΗΣ

# Επίλυση Συστήματος Διαφορικών Εξισώσεων 1ης τάξης με εφαρμογή της θεωρίας ομάδων Lie

Σκορδά Ελένη

Εργασία για το μάθημα Μη Γραμμική Δυναμική  
Διδάσκουσα : Ευθυμία Μελετιδίου Επίκουρος καθηγήτρια



Τμήμα Φυσικής, Α.Π.Θ., 1 Οκτωβρίου 2015

## Περιεχόμενα

1	Περίληψη	2
2	Εισαγωγή	2
3	Πολλαπλότητες-Manifold	2
4	Ομάδες Lie	2
5	Αλγεβρα Lie	2

## 1 Περίληψη

## 2 Εισαγωγή

## 3 Πολλαπλότητες-Manifold

**Ορισμός.** Πολλαπλότητα Μία  $n$ -διάστατη πραγματική ομαλή πολλαπλότητα  $M$  είναι ένας τοπολογικός χώρος που είναι εφοδιασμένος με ένα σύνολο από ανοιχτά σύνολα  $U^a$  τέτοια ώστε:

- για κάθε  $p \in M$  υπάρχει κάποιο  $U^a$  με  $p \in U^a$ .
- για κάθε  $U^a$  υπάρχει ένας αντιστρέψιμος ομοιομορφισμός<sup>1</sup>  $\phi_a: U^a \rightarrow \mathbb{R}^n$  πάνω σε ένα ανοιχτό υποσύνολο του  $\mathbb{R}^n$  τέτοιο ώστε αν  $U^a \cap U^b \neq \emptyset$  τότε η απεικόνιση

$$\phi_b \circ \phi_a^{-1} : \phi_a(U^a \cap U^b) \rightarrow \phi_b(U^a \cap U^b)$$

είναι ομαλή (απείρως διαφορίσιμη) ως συνάρτηση στον  $\mathbb{R}^n$

## 4 Ομάδες Lie

## 5 Αλγεβρα Lie

---

<sup>1</sup>Ομοιομορφισμός ονομάζεται μια απεικόνιση ανάμεσα σε τοπολογικούς χώρους η οποία είναι ένα προς ένα και επί, συνεχής και η αντίστροφη απεικόνιση είναι επίσης συνεχής.

## References

- [1] Uploaded by LucasVB. "mug and torus morph". licensed under public domain via commons.
- [2] Todd. Rowland. Coordinate chart. from mathworld—a wolfram web resource, created by eric w. weisstein. <http://mathworld.wolfram.com/CoordinateChart.html>.
- [3] Todd. Rowland. "manifold." from mathworld—a wolfram web resource, created by eric w. weisstein. <http://mathworld.wolfram.com/Manifold.html>.
- [4] P.J. Olver. *Applications of Lie Groups to Differential Equations*. Graduate Texts in Mathematics. Springer New York, 2000.