Apuntes de Álgebra Lineal

Jesús Ortuño Araujo

ESCOM-IPN
Departamento de Formación Básica

Plan de Recuperación Académica

Índice

Índice

Definición. Transformación lineal.

Sean V y W dos espacioa vectoriales y sea T una función que mapea vectores de V en vectores de W, es decir, $T : V \longrightarrow W$.
Decimos que T es lineal si para todo $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in V$ y $c \in \mathbb{R}$ se cumple

a) $T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v})$.
b) $T(c\mathbf{u}) = cT(\mathbf{u})$

Teorema 4.1. Un teorema práctico.

Sea $T : V \longrightarrow W$ una función de V a W. Así, T es lineal sí y sólo sí

$$T(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$$

Imagen y núcleo de una transformación lineal.

Sea $T : V \longrightarrow W$ una transformación lineal.
El conjunto

$$\mathrm{Im}(T) = \{\mathbf{w} \in W \mid \mathbf{w} = T(\mathbf{v}) \text{ para algún } \mathbf{v} \in V\}$$

Es llamado ***la imagen de*** T.
El conjunto

$$\mathrm{Ker}(T) = \{\mathbf{v} \in V \mid T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}\}$$

es llamado ***el núcleo de*** T o ***el kernel de*** T.

Teorema 4.2 De los espacios vectoriales asociados a una transformación lineal.

Sea $T : V \longrightarrow W$ una transformación lineal.

a) $\mathrm{Im}(T)$ es un subespacio de W.

b) $\mathrm{Ker}(T)$ es un subespacio de V.

Definición. Dimensiones de imagen y kernel.

Sea $T : V \longrightarrow W$ una transformación lineal, donde V y W son de dimensión finita, con $\dim V = n$ y $\dim(W) = m$.

Definición de rango de T.

Entonces la dimesión de la imagen de T es llamada ***rango de*** T y se denota como $\text{rango}(T)$ o simplemente, $\rho(T)$.

Definición de nulidad de T.

La dimensión del kernel de T es llamada ***nulidad de*** T y se denota como $\text{nulidad}(T)$ o simplemente, $\nu(T)$.

Definición. Dimensiones de imagen y kernel.

Sea $T : V \longrightarrow W$ una transformación lineal, donde V y W son de dimensión finita, con $\dim V = n$ y $\dim(W) = m$.

Definición de rango de T.

Entonces la dimesión de la imagen de T es llamada ***rango de*** T y se denota como $\operatorname{rango}(T)$ o simplemente, $\rho(T)$.

Definición de nulidad de T.

La dimensión del kernel de T es llamada ***nulidad de*** T y se denota como $\operatorname{nulidad}(T)$ o simplemente, $\nu(T)$.

Definición. Dimensiones de imagen y kernel.

Sea $T : V \longrightarrow W$ una transformación lineal, donde V y W son de dimensión finita, con $\dim V = n$ y $\dim(W) = m$.

Definición de rango de T.

Entonces la dimesión de la imagen de T es llamada ***rango de*** T y se denota como $\mathrm{rango}(T)$ o simplemente, $\rho(T)$.

Definición de nulidad de T.

La dimensión del kernel de T es llamada ***nulidad de*** T y se denota como $\mathrm{nulidad}(T)$ o simplemente, $\nu(T)$.

Teorema 4.3. De las dimensiones.

Sea $T : V \longrightarrow W$ una transformación lineal, donde V y W son de dimensión finita, con $\dim V = n$ y $\dim(W) = m$, entonces

$$\text{rango}(T) + \text{nulidad}(T) = n$$

Definición. Isomorfismo.

Sea $T : V \longrightarrow W$ una transformación lineal. Decimos que T ***es un isomorfismo*** si

a) T es inyectiva (uno a uno).

b) T es suprayectiva (sobre).