

Clase 0

gabrielrodriguezj@gmail.com 

1ro y 2do Parcial

60% teoria (Examen)

40% Practica

3er Parcial

100% Practica (No examen)

Proyecto final: interprete (Tree work)

Cd = asistencias (0.6 t+0.4p)

Sobre:

- POO
- Estructuras de datos
- Java
- C/C++
- Rust
- Kotlin
- Python

Se usara github

Libro del dragon compiladores

Analizador lexico 1ro

Analizador sintactico 2do

Abstract Syntax Free 3ro

No se usan

Flex | lex | Jlex

Bison

tarc
ni librerías con expresiones regulares

Definición

Se llama PROBABILIDAD a la rama de las matemáticas encargada de estudiar todos aquellos fenómenos en los que existe incertidumbre i.e, sé lo que puede pasar pero no conozco el resultado exacto antes de realizar el experimento

Experimento simple vs Experimento compuesto

Simple: Cuando conocemos los posibles resultados inicialmente

Compuesto: Formado por varios experimentos simples

Ejemplo

La fonda de Doña Lencha ofrece comida corrida que consta de:

- Consome, Sopa de Letras ó Caldo de Habas
- Arroz o Pasta
- Albóndigas, pollo en mole, marrano en salsa verde, milanesa,
- Agua de melón o Papaya
- Pan o Tortillas

Cuántos menús diferentes se pueden crear?

solución

El experimento está formado por 5 experimentos simples

1° Sopa aguada $n_1=3$

2° Sopa seca $n_2=2$

3° Guisado $n_3=4$

4° Agua $n_4=2$

5° Acompañamiento $n_5=2$

Total resultados = $3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 = 96$

Observación: El total de resultados de un experimento compuesto es el producto de los resultados de los experimentos simples que lo forman $n = n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots$

Ejercicio 2

La agencia de viajes ofrece visitas guiadas a Matalipás, Sida Juárez, Minezota y Matamorros

Los viajes son en coche blindado, furgoneta o tanque militar; las salidas son en Enero, Agosto, Septiembre, Diciembre.

Cuántos tours diferentes se pueden crear?

El experimento está formado por 3 experimentos simples

1° Destinos $n_1 = 4$

2° Transporte $n_2 = 3$

3° Fechas $n_3 = 4$

Total resultados $n = 4 \times 3 \times 4 = 48$

Ejercicio 3

El laboratorio de Matemáticas ofrece 3 vasos de precipitados: Indio, Sol y Laguer; 2 tipos de bases, Tacos de Bistec o Suaperro

3 ácidos, cacahuates, chicharrones, palomitas.

Cuántos resultados hay en total?

Solución: el experimento está formado por 3 experimentos simples

1° Vasos $n_1 = 3$

2° ácidos $n_2 = 2$

3° Bases $n_3 = 3$

Total resultados $n = 3 \times 2 \times 3 = 18$

Ejercicio 4

El uniforme del equipo de fútbol americano de ESCOM tiene 2 Jersey, guinda, blanco.

Cuáles son los resultados que se pueden obtener?

Solución:

el experimento está formado por 2 experimentos

No se encontró "Pasted image 20230830161426.png".

Guinda -Azul
Guinda - Guinda
Guinda - Blanco
Blanco azul
Blanco - Guinda
Blanco - Blanco

Para asistir a la practica de Laboratorio se reúnen 5 alumnos de cuantas formas se pueden formar para ingresar al laboratorio

Solución

Esta formado por 5 experimentos simples

| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

5 4 3 2 1 = 120

5! = 120

Observación:

Acomodar n objetos en N lugares se puede hacer de n! formas diferentes

EJercucui } Luis debe acomodar 7 libros en su estante para que su mamá no lo deje sin cenar.
De cuantas formas puede acomodar sus libros

SOLución: Acomodar 7 objetos en 7 lugares se pueden acomodar de 7! formas diferentes
7!=5040

Ejercicio 2

Se reúnen Alejandro, Benito, Carolina y Daniela para jugar dominó.
¿De cuantas formas se pueden acomodar?

Solución: Acomodar 4 objetos en 4 lugares
Imaginar de forma circular

ABCD

BADC

CDBA

ACBD

CABD

ADBC

En un círculo fijar a uno y acomodar de lugar a los que sobren lo que es $3! = 6$

NOTA Acomodar N objetos en N lugares en una curva cerrada se puede hacer $(N-1)!$ formas diferentes

Ejercicio 3

Por el 30 aniversario de ESCOM se organizó un maratón en el que se inscribieron 40 alumnos

Se ofrecieron premios a los primeros lugares

1ro \$1000

2do \$500

3ro \$200

4to 1 torta

5to 1 Coca-cola

De cuantas formas diferentes se pueden repartir los premios?

1ro 2do 3ro 4to 5to

| 40 | 39 | 38 | 37 | 36

$40 \times 39 \times 38 \times 37 \times 36 = 78\,960\,960$

$\dots = (40 \times 39 \times 38 \times 37 \times 36) \frac{35!}{35!}$

$\dots = (40 \times 39 \times 38 \times 37 \times 36) / 1 \frac{35!}{35!}$

$\dots = (40 \times 39 \times 38 \times 37 \times 36 \times 35) / 35!$

$\dots = 40! / 35!$

$\dots = 40! / (40 - 5)!$

o $n! / (n - k)!$

ii) 40 lugares

$n = 40$

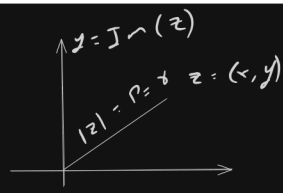
$n = 20$

$40! / (40 - 20)! = 40! / 20! = 3.35 \times 10^{29}$

1ro 2do 3ro 4to 5to

| 40 | 39 | 38 | 37 | | 21 |

módulo de Z



$$O = \text{origen} = (0, 0)$$

ρ = distancia o longitud o módulo del número complejo z

$$\begin{aligned}\rho = |z| &= \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} \\ &= \sqrt{x^2 + y^2} = \text{Módulo de } z\end{aligned}$$

Nota: El módulo de un número complejo z es también llamado de valor absoluto de z .

Ejemplo:

$$\textcircled{1} \text{ Sea } z = 2 - 2i \rightarrow |z| = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\textcircled{2} \text{ Si } z = 3i \rightarrow |z| = \sqrt{0^2 + 9} = \sqrt{9} = 3$$

Propiedades:

$$a) |z|^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2 = x^2 + y^2$$

$$\begin{aligned}\text{como } z\bar{z} &= x^2 + y^2 \rightarrow |z|^2 = x^2 + y^2 \\ \therefore |z| &= \sqrt{z\bar{z}}\end{aligned}$$

$$b) |z_1 z_2| = |z_1| |z_2| \quad \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}$$

$$c) \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}; \quad z_2 \neq 0$$

$$d) \text{ si } z_1 = z_2 = z \rightarrow$$

$$|z z| = |z^2| = |z| |z| = |z|^2$$

$$\therefore |z^2| = |z|^2$$

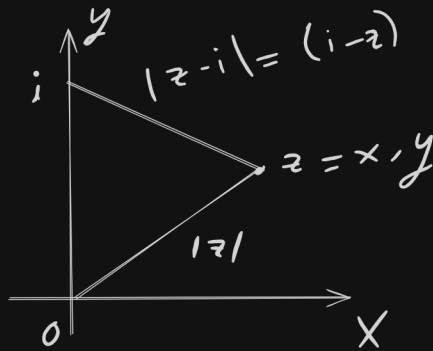
e) Distancia entre dos puntos

$$|z_2 - z_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Problema

Describir el conjunto de puntos Z en el plano complejo que satisface a la igualdad siguiente

$$|z| = |z-i|$$



$$z = (x, y); \quad i = (0, 1)$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$|z-i| = \sqrt{(x-0)^2 + (y-1)^2}$$

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y-1)^2}$$

$$\cancel{x^2} + y^2 = \cancel{x^2} + (y-1)^2$$

$$y^2 = (y-1)^2$$

$$y^2 = y^2 - 2y + 1$$

$$0 = -2y + 1$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S = \{(x, y) \mid \forall x; y = \frac{1}{2}\}$$

$$\text{o} \quad z = x + \frac{i}{2}; \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Desigualdad del triángulo

Sean z_1 y $z_2 \in \mathbb{C}$

entonces

$$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

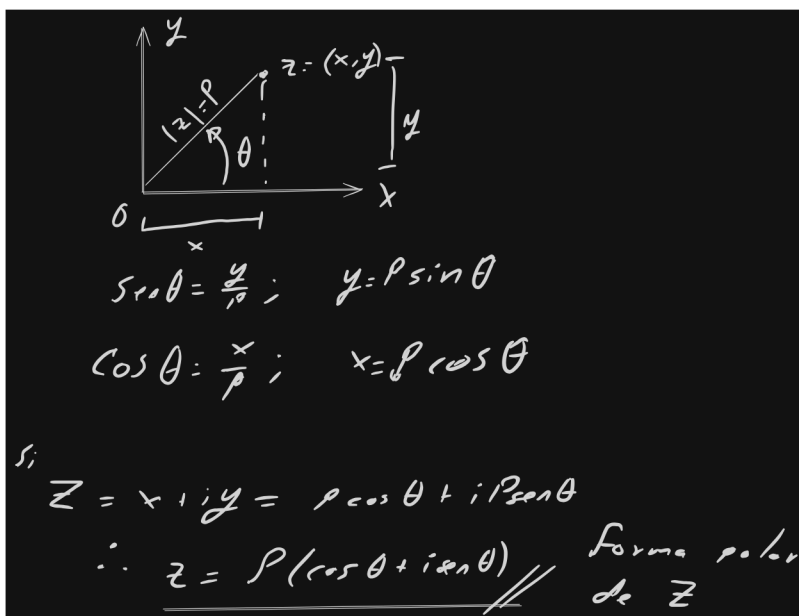
Demostración:

$$\begin{aligned} \text{Como } |z_1 + z_2|^2 &= (\overline{z_1 + z_2})(z_1 + z_2) \\ &= (\overline{z_1} + \overline{z_2})(z_1 + z_2) \\ &= z_1 \overline{z_1} + z_1 \overline{z_2} + z_2 \overline{z_1} + z_2 \overline{z_2} \\ &= |z_1|^2 + z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 + |z_2|^2 \\ &= |z_1|^2 + 2\operatorname{Re}(z_1 \overline{z_2}) + |z_2|^2 \leq |z_1|^2 + 2|z_1| \cdot |z_2| + |z_2|^2 \\ &= |z_1|^2 + 2|z_1||z_2| + |z_2|^2 \\ &= (|z_1| + |z_2|)^2 \\ |z_1 + z_2|^2 &\leq (|z_1| + |z_2|)^2 \\ \Rightarrow |z_1 + z_2| &\leq |z_1| + |z_2| \end{aligned}$$

Tarea:

$$z_1 \cdot \overline{z_2} + \overline{z_1} \cdot z_2 = 2\operatorname{Re}(z_1 \cdot \overline{z_2})$$

Forma Polar de un numero complejo



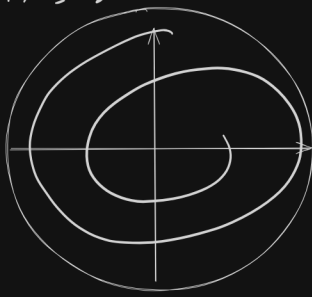
El parametro (Tetha) se toma por el vector 0Z con el eje 0X y se llama Argumento de z y se denota

$$\theta = \text{ARG}(Z)$$

el cual es medido en sentido anti-horario como positivo (+) y en el sentido horario como negativo (-).

Nota: El argumento de cualquier numero complejo *No es unico y para calcularlo de manera exacta lo haremos con las siguientes expresi3n*

Periodicidad

$$\text{Sen}(\theta + 2\pi) = \text{sen} \theta$$

$$\text{Arg}(z) = \text{arg}(z) + 2k\pi; \quad k \in \mathbb{Z}$$

donde $\text{arg}(z)$ es o se conoce como el valor principal de $\text{Arg}(z)$

$$-\pi < \text{arg}(z) \leq \pi$$
$$\text{arg}(z) = \begin{cases} \arctan(y/x); & \text{si } x > 0 \\ \pi + \arctan(y/x); & \text{si } x < 0, y \geq 0 \\ -\pi + \arctan(y/x); & \text{si } x < 0, y < 0 \\ \pi/2; & \text{si } x = 0, y > 0 \\ -\pi/2; & \text{si } x = 0, y < 0 \end{cases}$$

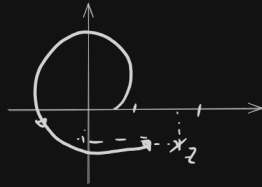
Ejemplos

Ejemplo:

① Expresar $z = \sqrt{3} - i$ en Forma polar

Solución:

$$\text{Como } |z| = \rho = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1} \\ = \sqrt{4} = 2$$

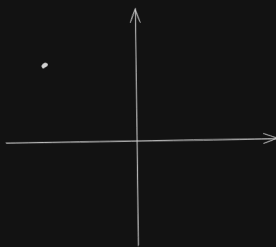


$$\theta = \text{Arg}(z) \\ \theta = \arctan\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{3} - i = 2 \left[\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right] \\ = 2 \left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right]$$

② $z = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

Sol.



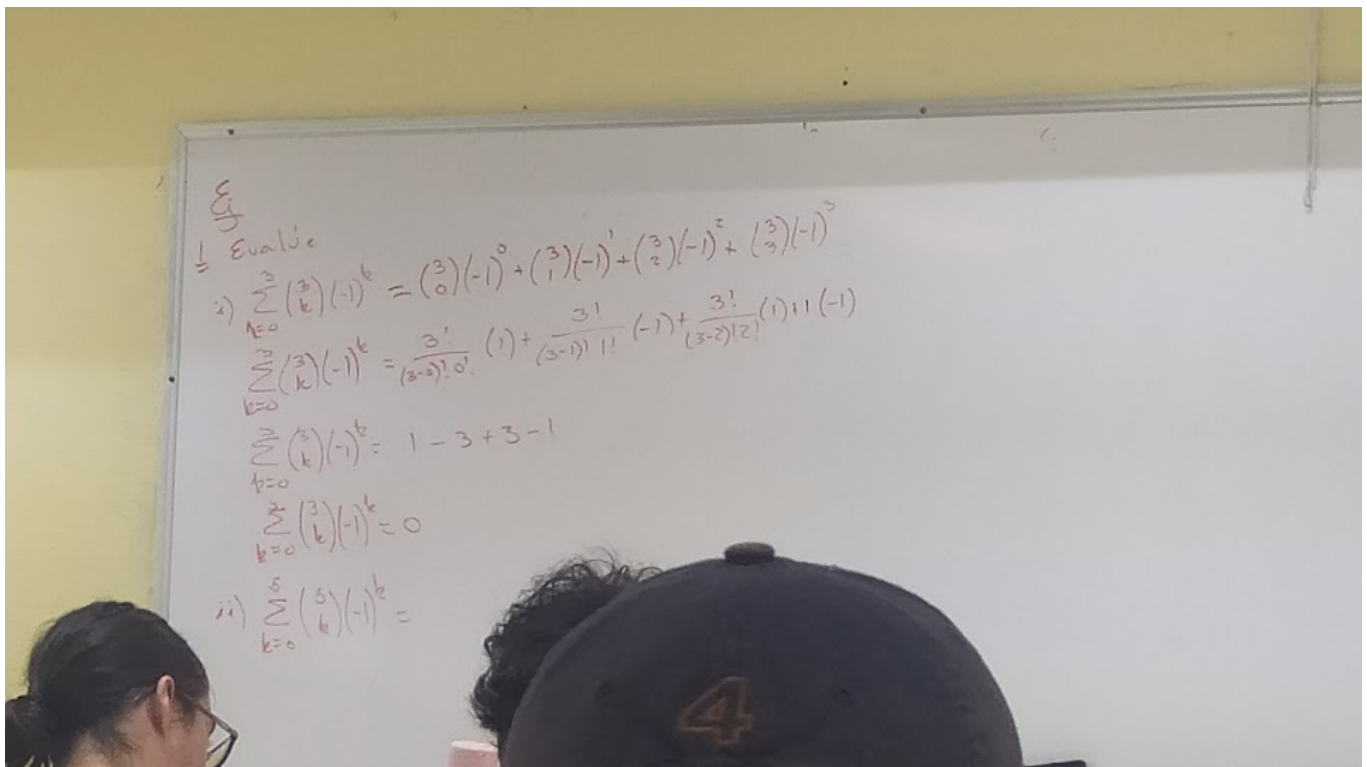
$$|z| = \rho = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} \\ = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{1} \\ = 1$$

$$\theta = ? \\ = \pi + \arctan\left(\frac{1/2}{-\sqrt{3}/2}\right) \\ = \pi + \arctan\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ = \frac{5}{6}\pi$$

$$z = \rho(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$\therefore z = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \\ = \cos\left(\frac{5}{6}\pi\right) + i \sin\left(\frac{5}{6}\pi\right)$$

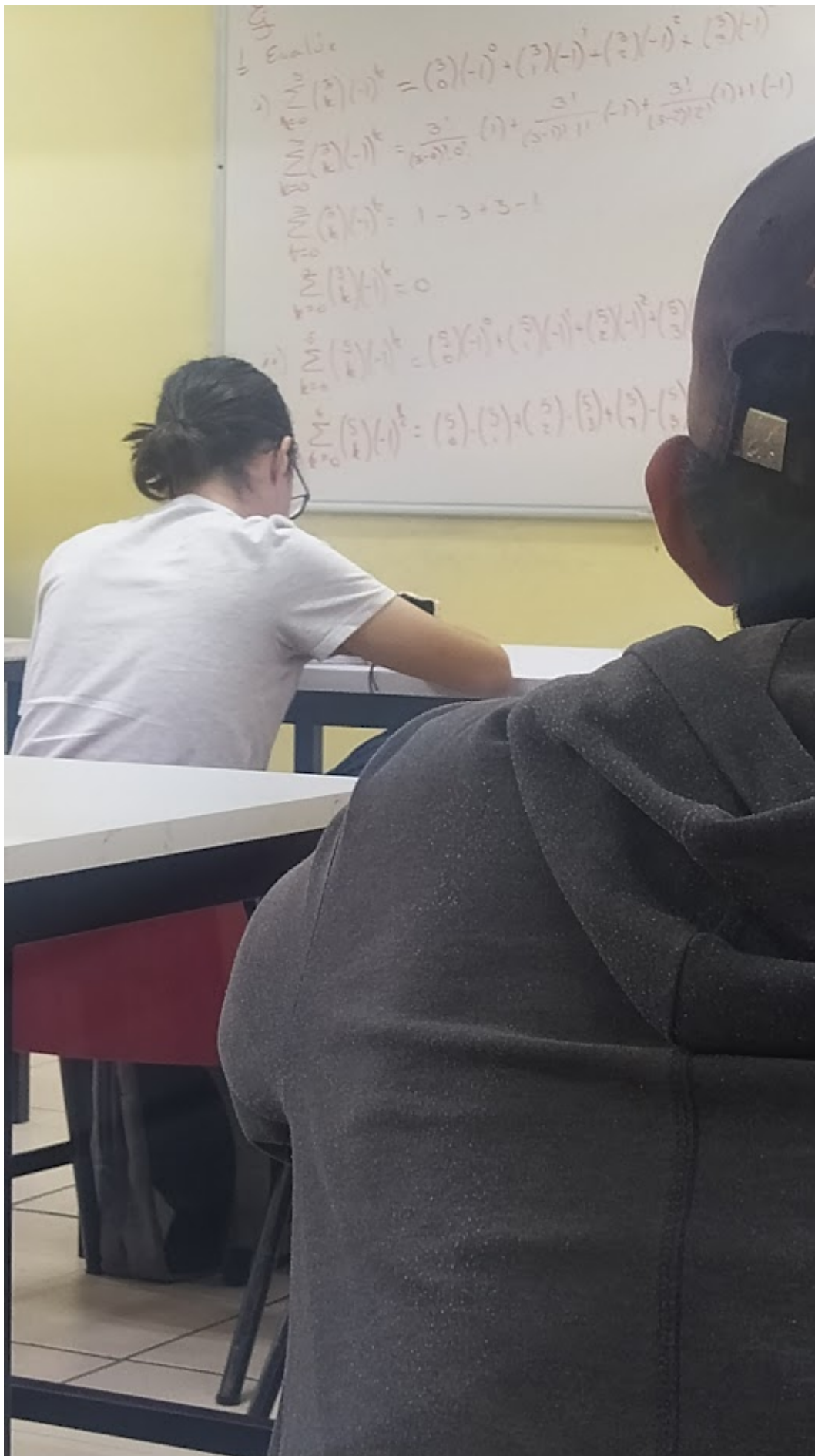
Ejercicio

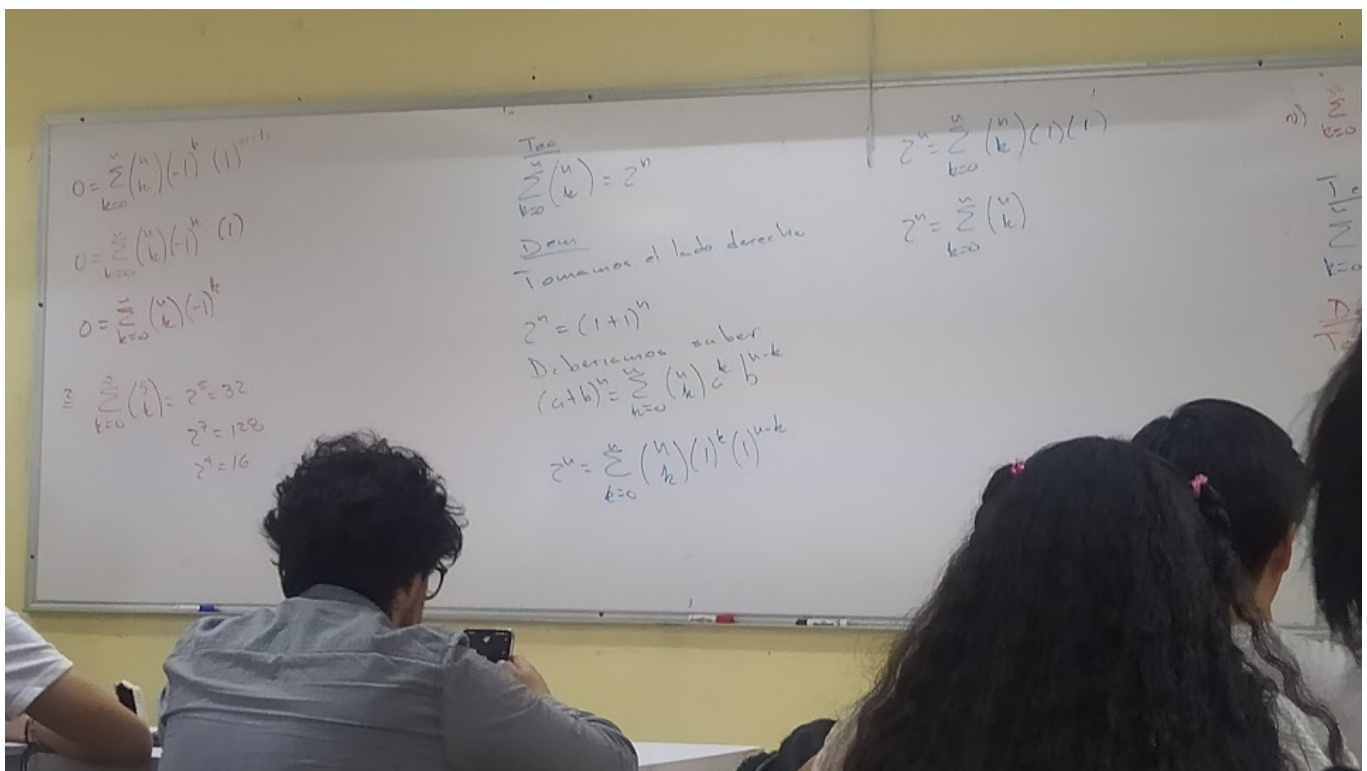
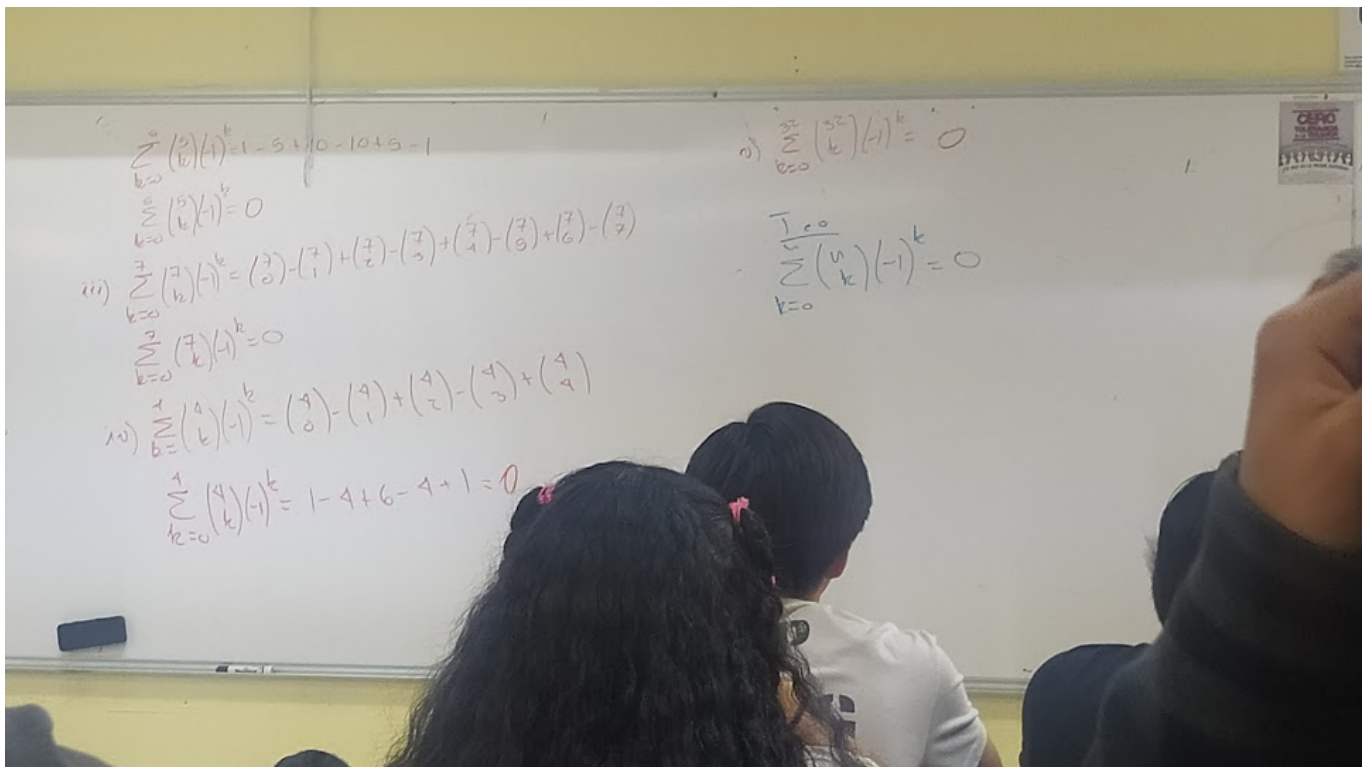


Teorema,

Sumatoria de $h=0$ a n de $nCk (-1)^k$ a la k

no importa quien sea k o n , el resultado siempre va a dar 0





Enfoques

Axiomatico

resultados que se aceptan tal cual, pa que demostrarlos, consiste en 3 axiomas o definiciones

1. Definición: Sea A un evento probabilístico. se define como espacio muestral al conjunto de todos los posibles resultados de A, y se denota con Omega (Ω). algunos libros usan una S 😊
2. Definición: A cualquier subconjunto de Ω le llamaremos EVENTO, y se denota mediante letras mayusculas.

- Ejemplo 1: Se lanza una moneda al aire, dos posibles resultados, entonces $\Omega = \{\text{Aguila, sol}\}$ A = { águila} S = {Sol}
- Ejemplo 2: Se lanza un dado al aire
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 $p = \{x | x \text{ es primo}\} = \{2, 3, 5\}$ y 1?
 $T = \{x | x \text{ es multiplo de 3}\} = \{3, 6\}$
 $C = \{x | x \text{ es menor que 4}\} = \{1, 2, 3, 4\}$

A1) La probabilidad de todo espacio muestral es 1. $P(\Omega) = 1$

A2) No existen probabilidades negativas, siempre mayores a 0. $P(A) \geq 0$

A3) La probabilidad de la union es igual a la suma de las probabilidades A y B $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ si $A \cap B = \emptyset$

Teorema: $P(A^c) = 1 - P(A)$

Demostración:

$P(\Omega) = 1$ A1

$P(A \cup A^c) = 1$ Teoría de conjuntos

$P(A) + P(A^c) = 1$ A2

$P(A^c) = 1 - P(A)$ miss alma

Si la probabilidad de aguila es .75 la de sol es .25

Teorema: Probabilidad del vacío (Que el evento no tenga resultados)

Vacio (subconjunto de cualquier conjunto, por lo tanto subconjunto de Ω)

$P(\emptyset) = 0$

A es subconjunto de B cuando todos sus elementos están en B

$\emptyset \subseteq \Omega$ ó $\emptyset \subseteq \Omega$

Demostrar:

$P(\Omega) = 1$

$P(\Omega \cup \emptyset) = 1$ Teoria de conjuntos

$P(\Omega) + P(\emptyset) = 1$

$1 + P(\emptyset) = 1$

$P(\emptyset) = 1 - 1$ Cerradura

$P(\emptyset) = 0$

Teorema

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad \forall A \subseteq \Omega$$

No probabilidades negativas, ni mayores que uno

Demostración

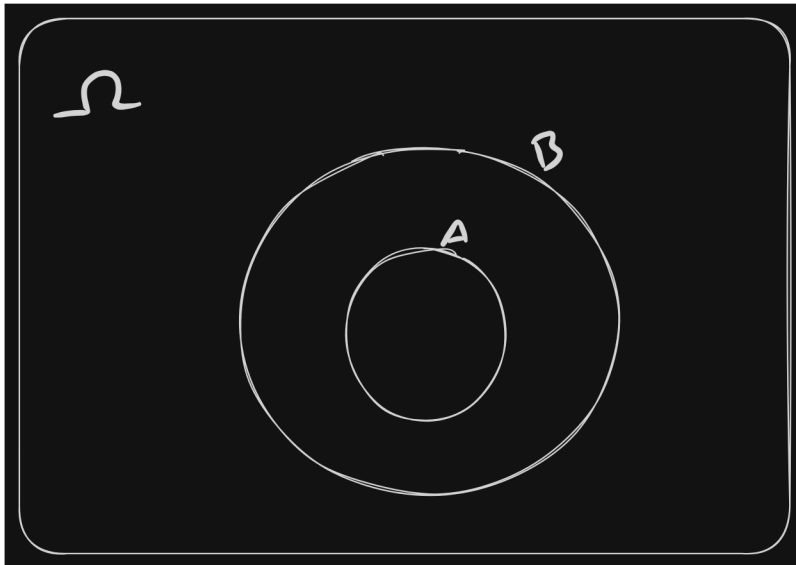
$$\text{Vacio} \subseteq A \subseteq \Omega$$

$$P(\text{vacio}) \leq P(A) \leq P(\Omega)$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Teorema

$$\text{Si } A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$



Mientras más grande sea el evento, mas grande es su probabilidad

Mientras más pequeño sea el evento, mas pequeña es su probabilidad

$$A \cup (A^c \cap B) = B$$

$$P(A \cup (A^c \cap B)) = P(B)$$

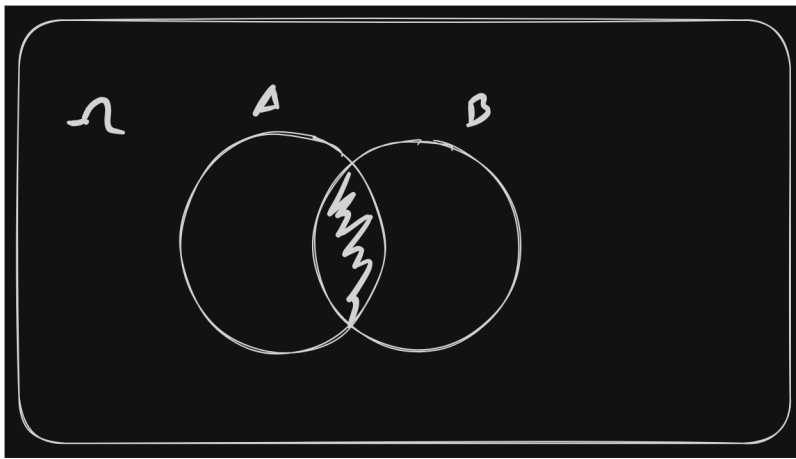
$$P(A) + P(A^c \cap B) = P(B)$$

$$P(A) \leq P(B)$$

Teorema

Probabilidad de la union, la suma de las probabilidades, menos la probabilidad de la union

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Demostración:

$$A \cup B = A \cup (A^c \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A \cup (A^c \cap B))$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(A^c \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(A^c \cap B) + 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(A^c \cap B) + P(A \cap B) - P(A \cap B)$$

Clasico

frecuentista

Teorema

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) + P(A \cap B \cap C)$$

Demostración

$$P((A \cup B) \cup C)$$

Se deja al lector xd

Ejemplo:

Las probabilidades de que un alumno tenga celular, tablet ó alguno de los dos son:

.7 .5 .8

Encuentre la probabilidad de que un alumno seleccionado al azar tenga

1. los dos
2. Celular pero no tablet

Solución

$$P(C)=.7$$

$$P(T)=.5$$

$$P(C \cup T)=.8$$

1. $P(C \cap T)=?$

Calcular la union, suma de probabilidades menos la intersección

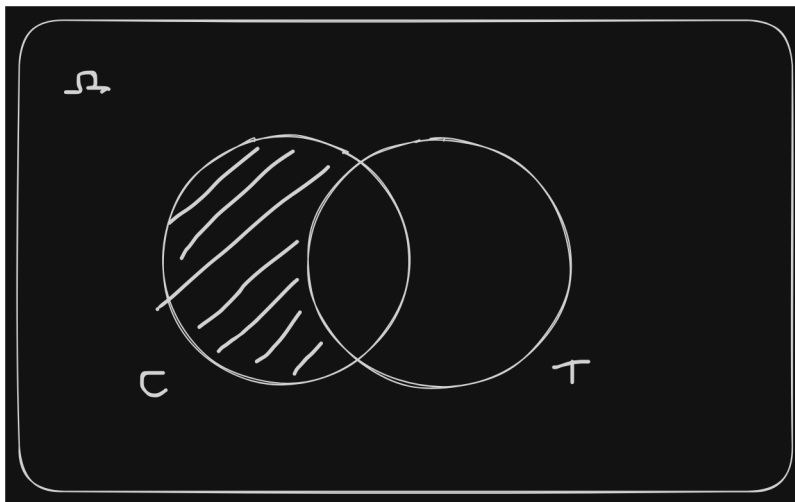
Calcular la intersección, suma de probabilidades menos la union

$$P(C \cup T) = P(C) + P(T) - P(C \cap T)$$

$$P(C \cap T) = P(C) + P(T) - P(C \cup T)$$

$$P(C \cap T) = .7 + .5 - .8$$

$$P(C \cap T) = .4$$



2. $P(C \cap T^c)=$

- $P(C \cap T^c) = P(C) - P(C \cap T)$

$$P(C \cap T^c) = .7 - .4 = .3$$

- $P(C \cap T^c) = P(C \cup T) - P(T)$

$$P(C \cap T^c) = .8 - .5 = .3$$

Calcular la union, suma de probabilidades menos la intersección

Calcular la intersección, suma de probabilidades menos la union

Ejemplo 2

Las probabilidades de que un alumno deba discretas, aplicado ó ambas son: .6,.5,.4

Encuentre la probabilidades de que un alumno seleccionado al azar

1. No deba discretas
2. No deba alguna de las dos

Solución

$$P(D)=.6$$

$$P(A)=.5$$

$$P(D \cap A)=.4$$

1. $P(D^c)=?$

$$P(D^c) = 1 - P(D) = 1 - .6 = .4$$

2. $P(D \cup A)^c = ?$

$$P(D \cup A)^c = 1 - P(D \cup A)$$

$$P(D \cup A)^c = 1 - (P(D) + P(A) - P(D \cap A))$$

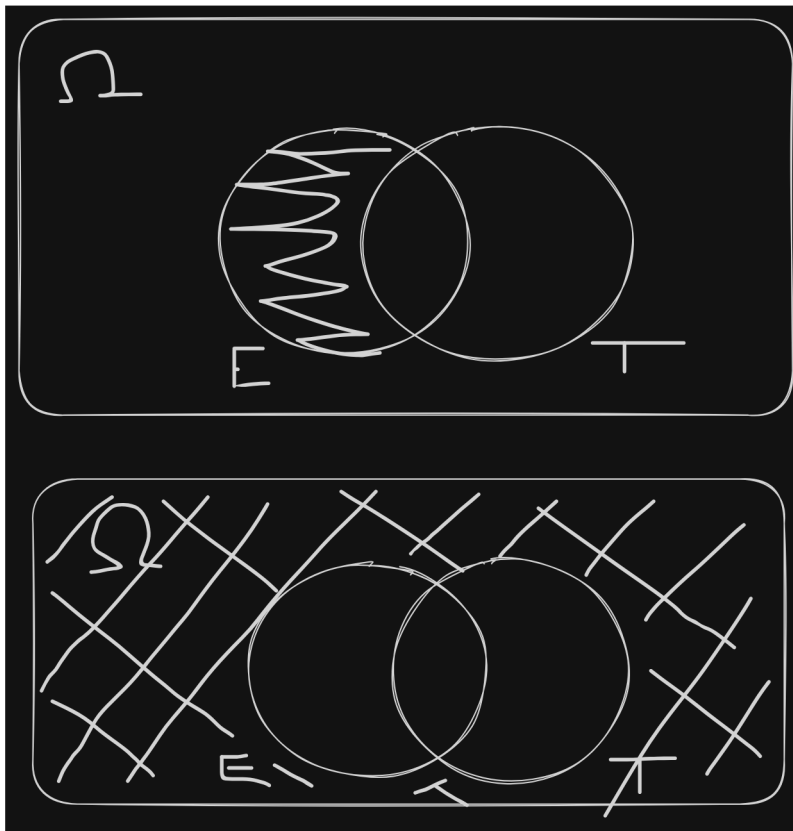
$$P(D \cup A)^c = 1 - P(D) - P(A) + P(D \cap A)$$

$$P(D \cup A)^c = 1 - .6 - .5 + .4 = .3$$

Ejemplo 3

Las probabilidades de que una persona estudie, trabaje o haga las dos son: .4, .3, .1
Cual es la probabilidad de que una persona seleccionada al azar

1. No trabaje
2. No estudie y no trabaje



Solución

$$P(E) = .4$$

$$P(T) = .3$$

$$P(E \cap T) = .1$$

$$1. P(T^c) = ?$$

$$P(T^c) = 1 - P(T)$$

$$P(T^c) = 1 - .3$$

$$P(T^c) = .7$$

$$2. P(E^c \cap T^c) = ?$$

$$P(E^c \cap T^c) = P(E \cup T)^c$$

$$P(E^c \cap T^c) = 1 - P(E \cup T)$$

$$P(E^c \cap T^c) = 1 - (P(E) + P(T) - P(E \cap T))$$

$$P(E^c \cap T^c) = 1 - P(E) - P(T) + P(E \cap T)$$

$$P(E^c \cap T^c) = 1 - .4 - .3 + .1$$

$$P(E^c \cap T^c) = .4$$