Teorema Dual

En muchas ocasiones se puede simplificar un P.P.L. haciendo uso de este teorema. Lo que permite es encontrar un modelo de P.L. equivalente que nos facilite la resolución de un problema.

Lo hace encontrando un modelo matemático que pueda involucrar menos variables, así un problema de Maximizar puede ser expresado como uno de Minimizar y viceversa.

La forma original de nuestro P.P.L, se le denomina Primal, la forma equivalente Dual.
La siguiente tabla se puede leer de la 1ª columna a la 3ª, o al revés. Dependiendo si es Maximizar o Minimizar.

<table>
<tr><th>Maximizar</th><td rowspan="6">$\ll == \gg$</td><th>Minimizar</th></tr>
<tr><td>Restricciones del tipo $\leq$ Menor igual</td><td>Restricciones del tipo $\geq$ Mayor igual</td></tr>
<tr><td>Número de variables</td><td>Número de restricciones</td></tr>
<tr><td>Número de restricciones</td><td>Número de variables</td></tr>
<tr><td>Coeficientes de F.O.</td><td>Coeficientes de Vector solución</td></tr>
<tr><td>Coeficientes de Vector solución</td><td>Coeficientes de F.O.</td></tr>
</table>

Cuando se pasa de primal a dual, los coeficientes de las restricciones del dual, se obtienen mediante la matriz traspuesta de los coeficientes de las restricciones del primal. Las de no negatividad no se consideran al momento de encontrar la equivalencia, aunque si son necesarias para el primal y dual. La solución de las variables del primal, se lee en la última tabla simplex, en la intersección de la fila de Z_j con las variables de holgura, en orden de aparición de cada variable, y el valor de Z_j.

Existe un cambio de signo porque se pasó de $Máx \ a \ Mín$.

No existe un cambio de signo porque se pasó de $Mín \ a \ Máx$.

INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO
METODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES

EJERCICIO

Resolver en equipos de 3 integrantes los siguientes P.P.L. empleando el método Simplex implementado en la hoja de cálculo y entregar su hoja de respuestas. Para todos los casos hay que encontrar el punto óptimo de la F.O. empleando el teorema dual, es decir, primero hay que plantear el dual de cada ejercicio y posteriormente resolverlo. Precise el valor de cada variable y de Zj del primal.

1. $Mín\, Z = 4a + b$
   s.a.
   r1: $a + b \leq 150$
   r2: $2a + b \leq 80$
   r3: $a \geq 0$
   r4: $b \geq 0$

2. $Mín\, Z = x + 3y$
   s.a.
   r1: $x + y \geq 10$
   r2: $2x + 2y \leq 25$
   r3: $x \leq 8$
   r4: $x \geq 0$
   r5: $y \geq 0$

3. $Máx\, Z = 0.1x + 0.5y$
   s.a.
   r1: $4x + 3y \leq 30$
   r2: $6x + y \leq 36$
   r3: $x - y \leq 20$
   r4: $x \geq 0$
   r5: $y \geq 0$

4. $Mín\, Z = m + 2n$
   s.a.
   r1: $3m + n \leq 14$
   r2: $m + 5n \leq 20$
   r3: $m \leq n - 10$
   r4: $m \geq 0$
   r5: $n \geq 0$

5. $Máx\, Z = 4x + 3y$
   s.a.
   r1: $3x + 2y \leq 25$
   r2: $x \leq 5$
   r3: $8x \leq 21 - 6y$
   r4: $x \geq -2$
   r5: $y \geq 1$