

Математическая модель заказов и транспортировки

Разработано:	Институт Автоматизации проектирования РАН
Версия документа:	0.4
Дата создания:	22.12.2013

Москва – 2013

КОНТРОЛЬ ИЗМЕНЕНИЙ ДОКУМЕНТА

Имя изменившего	Дата изменения	Версия	Описание изменения
Нелюбин А.П.	03.12.2013	0.1	Первоначальная версия документа.
Нелюбин А.П.	10.12.2013	0.2	Параметры модели заказов скорректированы по замечаниям. Добавлены вычисляемые параметры. Добавлены параметры модели транспортировки.
Соловьев И.С.	15.12.2013	0.3	Добавлено описание алгоритма расчета стоимости транспортировки.
Нелюбин А.П.	22.12.2013	0.4	Небольшие изменения параметров и ограничений.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАКАЗОВ.....	4
1.1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ.....	4
1.2. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ.....	4
2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСПОРТИРОВКИ.....	8
2.1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ.....	8
2.2. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ.....	8
2.3. ЗАДАЧА РАСЧЕТА ЧИСЛА КОНТЕЙНЕРОВ	9

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАКАЗОВ

1.1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В модели описаны исходные параметры заказов, необходимые для оптимизации расписания их выполнения, а также взаимосвязь этих параметров. В отдельный объект вынесен продукт заказа, который составляет справочник технических характеристик готовой продукции заказов (за исключением параметра «длина слитка»).

Сейчас в параметрах всех продуктов указывается код спецификации и завод, на котором имеется эта спецификация. Допускаются два варианта запуска алгоритма оптимизации расписания – с привязкой производимого продукта к заводу и без этой привязки. В случае второго варианта запуска параметр «завод» просто не учитывается.

Исходя из требований клиента, могут быть директивно указаны завод, список литейных агрегатов, на которых следует производить заказ, тип контейнера для транспортировки (только для внутреннего рынка).

Крайний срок отгрузки заказа *DueDate* устанавливается заказчиком и согласуется отделом сбыта. Предполагаемый срок отгрузки заказа *ShippingDate* устанавливается транспортным отделом. Целевая функция оптимизационной модели содержит штрафные функции, учитывающие нарушение этих сроков в планируемом расписании. При производстве заказа до срока отгрузки *ShippingDate* полагается, что отгрузка будет производиться в день *ShippingDate*. Для этого случая также предусмотрен штраф целевой функции.

На этапе планирования «Кор. 0», 10 – 18 числа, известны крайние сроки отгрузки заказов *DueDate*. Но нет ограничений по срокам отгрузки *ShippingDate* и по числу контейнеров. Эти параметры определяются транспортным отделом по результатам оптимизации.

1.2. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Объект: продукт *prod*

Известные параметры продукта:

- *Form(prod)* – форма. Значения: BILLET (цилиндрический слиток), SLAB (плоский слиток), INGOT (чушка мелкая), WIREROD (катанка), T-BAR (Т-образная чушка)
- *Profile(prod)* – геометрический профиль (поперечное сечение) слитка:
 - *Diameter(prod)* – диаметр (мм) (для BILLET и WIREROD)
 - *Width(prod)* – ширина (мм) (для SLAB и T-BAR)
 - *Height(prod)* – высота (мм) (для SLAB и T-BAR)
 - *Weight(prod)* – вес чушки (т) (для INGOT и T-BAR)
- *Serie(prod)* – серия сплава
- *Mark(prod)* – марка сплава
- *Spec(prod)* – техническая спецификация
- *Plant(prod)* – завод, на котором имеется данная техническая спецификация
- *Clipping(prod)* – длина обрезки заготовок
- *Homogen(prod)* – производится ли гомогенизация (*true/false*)
- *Filtration(prod)* – производится ли фильтрация. Значения: NO, PTF, PDBF, PTF/PDBF.
- $\langle \text{map} \rangle El_{\min}(prod, element)$ – минимальное содержание химического элемента *element* (значения: Fe, Si, Cu, Mg, Mn, Ti, ...) в продукте ($\langle \text{map} \rangle$ – соответствие: *element* \rightarrow содержание в %)
- $\langle \text{map} \rangle El_{\max}(prod, element)$ – максимальное содержание химического элемента *element*
- *Cob(prod)* – коэффициент расхода сырца (от кг в 1 тонне лучше перейти к безразмерной величине)

Отношения между продуктами:

1. Совпадение сечений у слитков продуктов $prod_1$ и $prod_2$.

Условие $Profile(prod_1) = Profile(prod_2)$ равносильно:

$$\begin{array}{ll} \left\{ \begin{array}{l} Width(prod_1) = Width(prod_2) \\ Height(prod_1) = Height(prod_2) \end{array} \right. & \text{(для SLAB и T-BAR)} \\ \text{или} & Diameter(prod_1) = Diameter(prod_2) \quad \text{(для BILLET и WIREROD)} \\ \text{или} & Weight(prod_1) = Weight(prod_2) \quad \text{(для INGOT)} \end{array}$$

2. Принципиальная возможность объединения продуктов для литья в одной ходке.

Условие $Compatible(prod_1, prod_2) = true$ выполняется, когда $\forall element$:

$$\left\{ \begin{array}{l} Profile(prod_1) = Profile(prod_2) \\ El_{min}(prod_1, element) \leq El_{max}(prod_2, element) \\ El_{min}(prod_2, element) \leq El_{max}(prod_1, element) \\ El_{max}(prod_2, element) - El_{min}(prod_1, element) \geq ChemRange(element) \\ El_{max}(prod_1, element) - El_{min}(prod_2, element) \geq ChemRange(element) \\ Filtration(prod_1) = Filtration(prod_2) \end{array} \right.$$

Объект: заказ i (всего около 700)

Известные параметры заказа:

- $V^{order}(i)$ – объем заказа по заявке (т)
- $\Delta^-(i)$ – отрицательный допуск по объему (т)
- $\Delta^+(i)$ – положительный допуск по объему (т)
- $DueDate(i)$ – крайний срок отгрузки ГП (дата) (может выходить за рамки планируемого месяца)
- $ShippingDate(i)$ – срок отгрузки ГП, установленный транспортным отделом (дата)
- $Dest(i)$ – пункт назначения ГП
- $Prem(i)$ – премия сплава
- $Prod(i)$ – продукт. Сюда входят перечисленные выше параметры продукта. Для краткости будем обозначать: $Form(i) \stackrel{\text{def}}{=} Form(Prod(i))$ и т.д.
- $Lenght(i)$ – длина слитка (мм) (для SLAB, BILLET, T-BAR)
- $\langle list \rangle Plant^{directive}(i)$ – директивный список заводов производства (при наличии требования клиента)
- $\langle list \rangle CA^{directive}(i)$ – директивный список ЛА, на которых должен выполняться заказ (при наличии требования клиента)
- $ContType^{directive}(i)$ – директивный тип контейнера для перевозки (при наличии требования, только для внутреннего рынка)
- $DaysShifts^{directive}(i)$ – директивные день и смена производства (при наличии требования)
- $TimePriority(i)$ – приоритет заявки по срокам (степень обязательности выполнения сроков)
- $VPriority(i)$ – приоритет заявки по объему (степень обязательности выполнения ограничений по объему с учетом предельных допусков)

Вычисляемые параметры (на основе известных) заказа:

- $Weight(i)$ – вес слитка SLAB (т):

$$Weight(i) = Height(i) * Width(i) * Length(i) * \rho$$

где ρ – плотность алюминия ($\sim 2,741 \text{ т/м}^3 = 2,741 \cdot 10^{-9} \text{ т/мм}^3$)

- $Weight(i)$ – вес слитка BILLET или WIREROD (т):

$$Weight(i) = \frac{\pi}{4} * Diameter^2(i) * Length(i) * \rho$$

Вычисляемые параметры заказа на этапе Presolve:

- $\langle map \rangle FeasibleSGP(i, plant)$ – имеющаяся ГП, подходящая под заказ ($\langle map \rangle$ – соответствие: завод $plant \rightarrow$ имеющийся объем в тоннах):

$$\forall plant: FeasibleSGP(i, plant) = SGP(plant, Prod(i), Length(i))$$

Искомые параметры заказа:

- $V(i)$ – объем заказа по плану (т) (сумма объемов частей)
- $M(i)$ – количество частей заказа
- $\langle list \rangle OrderParts(i)$ – список (массив от 1 до $M(i)$) частей заказа (не упорядоченный по времени выполнения, так как части могут выполняться параллельно на разных ЛА)

Объект: часть m заказа i , $m = 1, \dots, M(i)$

Искомые параметры части заказа:

- $V(i, m)$ – объем части заказа (т)
- $k(i, m)$ – ЛА, на котором выполняется часть заказа (равно 0, если данная часть заказа берется с СГП)
- $PlantSGP(i, m)$ – завод, на котором расположен СГП (если часть заказа берется с СГП)
- $T^s(i, m)$ – время начала исполнения части заказа (дата, номер смены, время)
- $T^f(i, m)$ – время окончания исполнения части заказа (дата, номер смены, время)
- $nCasts(i, m)$ – число ходок части заказа
- $\langle map \rangle \langle list \rangle Casts(i, m, day, shift)$ – список ходок части заказа, исполняемых в день day в смену $shift$ ($\langle map \rangle$ – соответствие: кортеж $\langle day, shift \rangle \rightarrow$ список ходок)

Вычисляемые параметры (на основе искомых) части заказа:

- $Plant(i, m) = Plant(k(i, m))$ или $PlantSGP(i, m)$ – завод производства части заказа

Ограничения (взаимосвязь параметров) для заказов и их частей:

1. Равенство общего планируемого объема сумме объемов частей:

$$V(i) = \sum_{m=1}^{M(i)} V(i, m)$$

2. Кратность объема частей (и, следовательно, общего объема) весу слитка (для BILLET, SLAB, T-BAR):

$$V(i, m) \bmod Weight(i) = 0$$

Для INGOT объем части выражается в тонах:

$$V(i, m) \bmod 1\text{т} = 0$$

Для WIREROD объем части выражается в бухтах:

$$V(i, m) \bmod Coil(Plant(i, m), Diameter(i)) = 0$$

3. Если для части заказа (i, m) выбран СГП завода $PlantSGP(i, m)$, то объем этой части не может превышать объем соответствующего продукта на выбранном складе:

$$V(i, m) \leq SGP(PlantSGP(i, m), Prod(i), Length(i))$$

4. Соответствие планируемого объема заявке (для приоритетных по объему заказов только первое условие, для остальных заказов – одно из трех по сценарию запуска):

$$\begin{aligned} V^{order}(i) - \Delta^-(i) &\leq V(i) \leq V^{order}(i) + \Delta^+(i) \\ 0 &\leq V(i) \leq V^{order}(i) + \Delta^+(i) \\ 0.5 V^{order}(i) &\leq V(i) \leq 1.2 V^{order}(i) \end{aligned}$$

5. Выполнение крайних сроков производства заказа:

$$\max_m TF(i, m) \leq DueDate(i)$$

6. Выполнение установленных сроков отгрузки заказа:

$$\max_m TF(i, m) \leq ShippingDate(i)$$

В зависимости от сценария запуска системы, ограничения (5) – (6) могут отсутствовать, или могут быть преобразованы в штрафные функции. При запуске системы с учетом приоритетов заказов, ограничения (5) – (6) могут быть отсортированы.

Функции штрафа:

За хранение готовой продукции по части заказа (i, m) до установленного срока отгрузки:

$$Store_{penalty}(i, m) = V(i, m) * (LME + PremA7(Plant(i, m))) * I * \frac{ShippingDate(i) - TF(i, m)}{365}$$

где LME – курс продажи металла,

I – процентная ставка по кредиту в год.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСПОРТИРОВКИ

2.1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Целью модели транспортировки является определение потребностей заводов в контейнерах различных типов для перевозки заказов в пункты назначения.

В модели сразу закладывается возможность производства одного заказа на разных заводах. Считаем, что заказ, произведенный на одном из заводов, отправляется сразу по окончании его производства. Объем отправляемого заказа должен быть кратен грузоподъемности вагона/контейнера. Возможный тип вагона/контейнера, а также его грузоподъемность определяются по транспортным нормам погрузки соответствующей продукции.

2.2. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Объект: тип контейнера *cont*. Значения:

КВ – крытый вагон, ПВ – полувагон, Конт – контейнер, МорКонт – морской контейнер.

Объект: завод *plant*

Известные параметры завода:

- $\langle \text{map} \rangle \text{TrCost}(\text{plant}, \text{dest}, \text{cont}, \text{form})$ – тариф на перевозку в пункт назначения *dest* в контейнере *cont* (руб/т) ($\langle \text{map} \rangle$ – соответствие: кортеж $\langle \text{dest}, \text{cont}, \text{form} \rangle \rightarrow$ тариф)

- $\langle \text{map} \rangle \text{TrCapacity}(\text{plant}, \text{cont}, \text{form}, \text{profile}, \text{length})$ – транспортные нормы погрузки продукции в контейнеры ($\langle \text{map} \rangle$ – соответствие: кортеж $\langle \text{dest}, \text{cont}, \text{form}, \text{profile}, \text{length} \rangle \rightarrow$ грузоподъемность).

- $\langle \text{map} \rangle n\text{Cont}(\text{plant}, \text{cont})$ – ограничение сверху на количество контейнеров *cont* для завода на месяц планирования ($\langle \text{map} \rangle$ – соответствие: *cont* \rightarrow количество). Если элемента с ключом *cont* нет, то нет и ограничения на количество контейнеров типа *cont*.

Объект: заказ *i*

Известные параметры заказа:

- $\text{Dest}(i)$ – пункт назначения ГП

Объект: часть *m* заказа *i*, $m = 1, \dots, M(i)$

Известные (в данной модели) параметры части заказа:

- $V(i, m)$ – объем части заказа (т)

- $\text{Plant}(i, m)$ – завод производства части заказа

Объект: совокупность частей заказа, производимых на одном заводе (*i*, *plant*)

Известные вычисляемые параметры:

- $V(i, \text{plant})$ – сумма объемов частей заказа, выполненных на заводе *plant* (т):

$$V(i, \text{plant}) = \sum_{m \in \{1, \dots, M(i)\}: \text{Plant}(i, m) = \text{plant}} V(i, m)$$

Искомые параметры:

- $\langle \text{map} \rangle n\text{Cont}(i, \text{plant}, \text{cont})$ – количество контейнеров типа *cont*, используемое для перевозки всех частей заказа с завода *plant* ($\langle \text{map} \rangle$ – соответствие: *cont* \rightarrow кол-во)

Ограничения: Объемы отгружаемых частей должны соответствовать нормам погрузки:

$$V(i, plant) = \sum_{cont} TrCapacity(plant, cont, Form(i), Profile(i), Length(i)) * nCont(i, plant, cont)$$

2.3. ЗАДАЧА РАСЧЕТА ЧИСЛА КОНТЕЙНЕРОВ

Задача состоит в определении числа контейнеров $nCont(i, plant, cont)$ определенного типа $cont$ для транспортировки заказа i .

Задача определения числа контейнеров для перевозки определяется последовательно для каждого завода для частей заказа, которые необходимо доставить раньше.

1. Части заказа, произведенные на заводе, упорядочиваются по $ShippingDate(i)$, а при отсутствии значения $ShippingDate(i)$ – по дате готовности части заказа $V(i, plant)$. Следующая часть алгоритма выполняется последовательно для всех частей заказов, упорядоченных по вычисленной дате. Данное вычисление даст корректное решение в виду неограниченности количества вагонов и полувагонов (типов контейнеров с самой дешевой удельной стоимостью доставки), а также в виду необходимости не задерживать поступившие контейнеры и полуконтейнеры на заводах на длительные сроки.
2. Для определения этого значения высчитываются удельные стоимости доставки единицы продукции i типа $Form(prod(i))$ в $Dest(i)$ указанным видом транспорта: для всех $cont$, доступных на заводе $plant$ из $\langle map \rangle TrCost(plant, dest, cont, form)$ строим коллекцию $\langle map \rangle TrUnitCost(cont)$ (руб./т) ($\langle map \rangle$ – соответствие: $cont \rightarrow$ стоимость доставки единицы продукции).
3. Удельные стоимости доставки заказа сортируются от меньшего к большему для данной части заказа i . Дальнейшие шаги выбора числа контейнеров выполняются для каждой удельной стоимости доставки.
4. Определяется целое число контейнеров типа с указанной удельной стоимостью доставки, в которое умещается данный заказ. Если это число меньше, чем доступное на указанную дату число контейнеров указанного типа, то занимается доступное число контейнеров и алгоритм переходит к типу контейнеров с большей удельной стоимостью доставки. Доступное число контейнеров указанного типа уменьшается на занятое число контейнеров. Считается часть заказа, которая занимает неполную часть последнего контейнера. Для этой части заказа высчитывается стоимость доставки указанным типом контейнера.
5. При переходе на тип контейнер с большей удельной стоимостью доставки, распределение по новым типам контейнеров производится только для части заказа, занявшей неполную часть типа контейнера, рассмотренную в предыдущем пункте. Для нее определяется стоимость доставки новым типом контейнера по алгоритму из пункта 4. Если эта стоимость ниже, чем стоимость доставки типом контейнера с меньшей удельной стоимостью доставки, часть заказа, занимающая неполную часть контейнера, перераспределяется на новый тип контейнера.
6. Стоимость доставки части заказа $V(i, plant)$ определяется по формуле

$$TransportCost(i, plant) = \sum_{cont} TrCost(plant, Dest(i), cont, Form(i)) * nCont(i, plant, cont)$$