

## **Математическая модель проверки наличия сырца**

<b>Разработано:</b>	<b>Институт Автоматизации проектирования РАН</b>
<b>Версия документа:</b>	<b>0.3</b>
<b>Дата создания:</b>	<b>21.12.2013</b>

**КОНТРОЛЬ ИЗМЕНЕНИЙ ДОКУМЕНТА**

Имя изменившего	Дата изменения	Версия	Описание изменения
Нелюбин А.П.	27.11.2013	0.1	Первоначальная версия документа
Нелюбин А.П.	05.12.2013	0.2	Параметры модели скорректированы по замечаниям. Добавлены комментарии к использованию нежестких ограничений. Добавлено общее описание алгоритма с его обоснованием, а также иллюстративный пример работы алгоритма. Детализирован пункт алгоритма, в котором определяется, полностью или частично забирается сырец из электролизера.
Нелюбин А.П.	21.12.2013	0.3	Внесены исправления в соответствии с замечаниями. Добавлена формула для расчета средней химии при наличии миксера-раздатки.

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОВЕРКИ НАЛИЧИЯ СЫРЦА .....	4
1.1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ .....	4
1.2. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ .....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
2. АЛГОРИТМ ПРОВЕРКИ НАЛИЧИЯ СЫРЦА .....	8
2.1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА .....	8
2.2. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА .....	10
2.3. ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР .....	11

# 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОВЕРКИ НАЛИЧИЯ СЫРЦА

## 1.1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Целью математической модели по сырцу является проверка наличия необходимого сырца для заданного расписания работы литейных агрегатов.

Исходными данными модели являются:

- Пробное расписание: на каждый день и на каждую смену известно, какие части заказов выполняются, на каких ЛА и в каком объеме (то есть известны параметры ходок);
- План на выливку сырца из электролизеров по дням и по сменам для каждого литейного отделения (объем и содержание примесей).

Искомым является заключение о наличии необходимого сырца (ответ: да/нет).

Для поиска ответа предлагается искать распределение электролизеров по ходкам. Если такое распределение удастся предъявить, то ответ «да», в противном случае – «нет».

**План на выливку.** Особенность физической модели состоит в том, что выливка сырца из электролизеров производится по заданному расписанию, которое может варьироваться в пределах  $\pm$  несколько часов. В качестве исходного предположения рассматриваемой математической модели было принято считать, что сырец из каждого электролизера доступен в пределах той смены, которая указана в плане на выливку.

С учетом этого, задача декомпозируется по сменам и по литейным отделениям. То есть для каждой смены *shift* каждого дня *day* в каждом литейном отделении *CastHouse* проверяем наличие необходимого сырца отдельно. Для того, чтобы рассматриваемое пробное расписание было допустимым, необходимо выполнение условия наличия сырца для всех *day*, *shift*, *CastHouse*.

**«Болото».** После каждой ходки в миксере остается «болото», объем которого может составлять существенную часть миксера (до 20%). Объем этого «болота» и содержание примесей в нем точно неизвестны, поскольку распределение электролизеров по ходкам еще не определено. Однако эти параметры «болота» влияют на расчет параметров следующей ходки.

**Объем «болота».** В паспорте ЛА указано минимальное значение объема «болота», которое физически невозможно вылить из миксера. Иногда литейщики оставляют в миксере сплав свыше этого болота. Например, для промывки фильтра. Но перед следующей ходкой этот излишек на промывку фильтра все равно уходит. В итоге в математической модели полагаем, что объем «болота» равен минимальному объему, указанному в паспорте ЛА. А объемом сверх этого пренебрегаем.

**Содержание примесей в «болоте»** ограничено допустимыми пределами из предыдущей ходки. В математической модели в качестве содержания примесей в «болоте» будем использовать максимальные значения по содержанию примесей каждого элемента в предыдущей ходке. Максимальные значения соответствуют наихудшему случаю при проверке главного ограничения по содержанию примесей в сплаве – ограничению сверху.

**Переналадка (промывка)** миксера осуществляется при глобальном изменении химии расплава при переходе между определенными марками, когда нужно значительно сократить содержание примесей. При этом в паспорте ЛА указаны объемы сливаемого металла в жидком или твердом виде для каждого перехода. Переналадка по сути является отдельной ходкой. В математической модели пока что будем считать, что объем «болота» после промывки также равен минимальному, а содержание примесей равно максимально допустимому для следующей ходки.

Поиск распределения электролизеров по ходкам можно осуществить в две итерации. На первой использовать при расчете принятые выше допущения относительно параметров «болота» (объем и содержание примесей). Если при этом будет получено требуемое распределение, то на второй итерации проверить его, подставив в параметры «болота» конкретные значения, известные для данного распределения.

## 1.2. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

**Объект:** план на выливку электролизера *electr* (в отдельную смену)

**Известные параметры** электролизера:

- *CastHouse(electr)* – литейное отделение
- *Day(electr)* – день
- *Shift(electr)* – смена
- *V(electr)* – план по объему (т)
- $\langle \text{map} \rangle El(electr, element)$  – план по содержанию химического элемента *element* в электролизере ( $\langle \text{map} \rangle$  – соответствие: *element* → содержание в %)

**Объект:** ходка (плавка) *cast*

**Известные параметры** ходки:

- *Prod(cast)* – продукт, производимый в ходке. Используемые параметры продукта:
  - $\langle \text{map} \rangle El_{\min}(prod, element)$  – минимальное содержание химического элемента *element* в продукте ( $\langle \text{map} \rangle$  – соответствие: *element* → содержание в %)
  - $\langle \text{map} \rangle El_{\max}(prod, element)$  – максимальное содержание химического элемента *element* в продукте ( $\langle \text{map} \rangle$  – соответствие: *element* → содержание в %)
  - *Cob(prod)* – коэффициент расхода сырца
- *k(cast)* – ЛА, на котором выполняется ходка. Используемые далее параметры ЛА:
  - *V<sub>mixer</sub>(k)* – объем миксера копильника (т)
  - *V<sub>rest</sub>(k)* – минимальный объем «болота» в копильнике по паспорту ЛА (т)
  - *V<sub>rest</sub><sup>D</sup>(k)* – минимальный объем «болота» в раздатке (если есть) по паспорту ЛА (т)
  - $\langle \text{map} \rangle El_{\%}(k, element)$  – возможности ЛА по уменьшению примеси *element* в сплаве ( $\langle \text{map} \rangle$  – соответствие: *element* → возможности по уменьшению в %)
- $\langle \text{map} \rangle El_{rest}(cast, element)$  – содержание примесей в «болоте», оставшемся после предыдущей ходки или промывки миксера ( $\langle \text{map} \rangle$  – соответствие: *element* → содержание в %)
- *PrevCast(cast)* – предыдущая ходка
- *Day(cast)* – день
- *Shift(cast)* – смена
- структура ходки:
  - *Blanks(cast)* – количество занятых кристаллизаторов на литейной машине
  - *Ingots(cast)* – количество слитков в одной заготовке

**Вычисляемые параметры** (на основе известных) ходки:

- *LengthBlank(cast)* – длина заготовки (мм):

$$LengthBlank(cast) = Ingots(cast) * Length(Prod(cast)) + Clipping(Prod(cast))$$

- *V(cast)* – объем ходки для плоских слитков SLABS (т):

$$V(cast) = Blanks(cast) * LengthBlank(cast) * \\ * Height(Prod(cast)) * Width(Prod(cast)) * \rho$$

- *V(cast)* – объем ходки для Т-образной чушки T-BARS (т):

$$V(cast) = Blanks(cast) * Ingots(cast) * Weight(Prod(cast))$$

- $V(cast)$  – объем ходки для цилиндрических слитков BILLETS (т):

$$V(cast) = Blanks(cast) * LengthBlank(cast) * \frac{\pi}{4} * Diameter^2(Prod(cast)) * \rho$$

- $V_{cob}(cast)$  – требуемый расход сырца ходки (т):

$$V_{cob}(cast) = V(cast) * Cob(Prod(cast))$$

#### Искомые параметры ходки:

- $E(cast)$  – список электролизеров, из которых поступает сырец для данной ходки
  - $V_E(cast, electr)$  – объем сырца, забираемый у каждого электролизера  $electr$  из  $E(cast)$
- ( $\langle map \rangle$  – соответствие:  $electr \rightarrow$  объем в тоннах)

#### Вычисляемые параметры (на основе искомых) ходки:

- $V_E(cast)$  – суммарный объем сырца из электролизеров  $E(cast)$  (т):

$$V_E(cast) = \sum_{electr \in E(cast)} V_E(cast, electr)$$

- $V_{total}(cast)$  – итоговый объем сырца в миксере, вместе с предыдущим «болотом» (т):

$$V_{total}(cast) = V_E(cast) + V_{rest}(k(cast))$$

- $El(cast, element)$  – содержание примесей  $element$  в миксере после заливки сырца из  $E(cast)$ , с учетом предыдущего «болота»:

$$El(cast, element) = \frac{1}{V_{total}(cast)} * \left( V_{rest}(k(cast)) * El_{rest}(cast, element) + \sum_{electr \in E(cast)} (V_E(cast, electr) * El(electr, element)) \right)$$

#### Ограничения (взаимосвязь параметров) ходки:

##### Жесткие:

1. Забираемый объем из электролизера не может превышать его исходный объем (или текущий объем, если в алгоритме понадобится вычесть часть объема электролизера):

$$\forall electr \in E(cast): V_E(cast, electr) \leq V(electr)$$

2. Суммарный объем сырца в миксере должен быть не меньше объема требуемого расхода сырца ходки в сумме с объемом «болота», остающегося в миксере после данной ходки:

$$V_{total}(cast) \geq V_{cob}(cast) + V_{rest}(k(cast))$$

Или, что равносильно,  $V_E(cast) \geq V_{cob}(cast)$

3. Суммарный объем сырца в миксере не должен превышать физический объем миксера:

$$V_{total}(cast) \leq V_{mixer}(k(cast))$$

4. Содержание химических примесей в миксере не может превышать установленный ТС предел с определенным допуском по отдельным элементам (за счет возможностей ЛА по уменьшению примесей):

$$\forall element: El(cast, element) * El_{\%}(k(cast), element) \leq El_{max}(Prod(cast), element)$$

**Нежесткие (штрафные):**

5. Выполнение предыдущего условия (4) без необходимости уменьшения примесей (хотя бы по некоторым элементам) в сплаве средствами ЛА более предпочтительно:

$$El(cast, element) \leq El_{max}(Prod(cast), element)$$

6. Содержание химических примесей в миксере не может быть меньше установленного ТС предела. С помощью легирования можно увеличить содержание отдельных примесей, но это нежелательно:

$$El(cast, element) \geq El_{min}(Prod(cast), element)$$

**Комментарий к использованию нежестких ограничений.** По сути, проверка наличия сырца – это задача в задаче, то есть отдельная внутренняя задача поиска распределения электролизеров, решаемая для каждого варианта внешней задачи оптимизации расписания работы агрегатов. Для ответа на основной вопрос модели по сырцу (существует ли распределение электролизеров по ходкам) следует использовать только жесткие ограничения (1) – (4). Предположим, ответ положительный и в ходе работы алгоритма найдено одно из допустимых распределений. Важно понимать, что для учета нежестких ограничений (5) и (6) нельзя просто штрафовать по ним найденное допустимое распределение. Нужно попытаться найти другое допустимое распределение, которое будет лучше удовлетворять ограничениям (5) и (6). В итоге, штраф рассматриваемого варианта решения внешней задачи расписания должен быть равен штрафу самого лучшего (по (5) и (6)) допустимого (по (1) – (4)) варианта распределения электролизеров.

Вместо того, чтобы искать самое лучшее распределение, можно использовать следующий подход. Можно последовательно искать допустимые распределения с учетом следующих наборов ограничений:

- (1) – (5) (возможно, по каждому элементу в (5) отдельно)
- (1) – (4), (6) (возможно, по каждому элементу в (6) отдельно)
- (1) – (6) (возможно, по каждому элементу в (5) и (6) отдельно)

Если на каком-то этапе (после первого) допустимое распределение не будет найдено, то нужно штрафовать рассматриваемый вариант решения внешней задачи расписания. Если будет найден вариант распределения электролизеров, удовлетворяющий всем ограничениям (1) – (6) и по всем элементам, то штрафовать ничего не нужно.

## 2. АЛГОРИТМ ПРОВЕРКИ НАЛИЧИЯ СЫРЦА

### 2.1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Ищем распределение для всех значений  $day = 1, \dots, 28-31$ ;  $shift = 1, 2, 3$ ;  $CastHouse$ . Каждому набору этих значений соответствуют множество ходок  $Casts$  и множество электролизеров  $Electr$ . Требуется найти допустимое распределение сырца из электролизеров  $Electr$  по ходкам  $Casts$ , то есть такое распределение, которое удовлетворяет ограничениям (1) – (4).

В начале работы алгоритма для всех ходок множество  $E(cast)$  полагается пустым. При этом

$$V_E(cast) = 0, \quad V_{total}(cast) = V_{rest}(k(cast)), \\ \forall element: \quad El(cast, element) = El_{rest}(cast, element).$$

В ходе работы алгоритма будем последовательно заполнять множество  $E(cast)$  каждой ходки  $cast$  из  $Casts$  одним из электролизеров  $Electr$ . Добавление одного электролизера к одной ходке является отдельной *итерацией* алгоритма (шаги 3 – 6). Если берется весь объем электролизера, то этот электролизер исключается из множества  $Electr$ , если только часть объема  $V_E(cast, electr)$ , то это число вычитается из объема электролизера  $V(electr)$ . После каждой итерации значения  $V_E(cast)$ ,  $V_{total}(cast)$  и  $El(cast, element)$  пересчитываются для пополненной ходки  $cast$ . Такие итерации повторяются до тех пор, пока не будет построено допустимое распределение электролизеров по всем ходкам или не будет установлено, что такое распределение построить не удастся.

Опишем, как выбираются ходка и электролизер на каждой итерации алгоритма. Среди всех ходок в первую очередь следует заполнять наиболее «требовательные» по химии – это эвристическое соображение. Отсортировать ходки по требовательности можно на основе значений  $El_{max}(Prod(cast), element)$  или с учетом реально имеющихся электролизеров, «подходящих» для данной ходки. В данном алгоритме используется второй подход.

Выбор электролизера определяется по предельно допустимому среднему содержанию элементов в оставшемся объеме ходки  $cast$ , которое вычисляется следующим образом. Для каждого элемента можно выразить:

- предельно допустимый (по (4)) объем элемента в заполненном миксере (условие (2)):

$$(V_{cob}(cast) + V_{rest}(k(cast))) * El_{max}(Prod(cast), element) * El_{\%}(k(cast), element),$$

- текущий объем элемента в миксере:

$$V_{total}(cast) * El(cast, element),$$

- объем элемента, который еще можно добавить в миксер:

$$(V_{cob}(cast) - V_E(cast)) * El_{req}(cast, element).$$

Поскольку третье выражение равно разности первого и второго, то можно выразить искомое значение:

$$El_{req}(cast, element) = \frac{1}{(V_{cob}(cast) - V_E(cast))} * \\ * \left( (V_{cob}(cast) + V_{rest}(k(cast))) * El_{max}(Prod(cast), element) * El_{\%}(k(cast), element) - \right. \\ \left. - V_{total}(cast) * El(cast, element) \right) \quad (7)$$



Все это справедливо для схемы агрегата без раздатки. При наличии раздатки:

- предельно допустимый (по (4)) объем элемента в заполненном миксере-раздетке (условие (2)):

$$(V_{cob}(cast) + V_{rest}^D(k(cast))) * El_{max}(Prod(cast), element) * El_{\%}(k(cast), element),$$

- текущий объем элемента в миксере-раздетке (если бы сырец сразу переливался в него):

$$V_E(cast) * El(cast, element) + V_{rest}^D(k(cast)) * El_{rest}(cast, element),$$

где  $El(cast, element)$  – текущая химия копильника – считается по той же формуле.

- объем элемента, который еще можно добавить:

$$(V_{cob}(cast) - V_E(cast)) * El_{req}(cast, element).$$

Таким образом, при наличии раздатки формула (7) перепишется в виде:

$$El_{req}(cast, element) = \frac{1}{(V_{cob}(cast) - V_E(cast))} * \left( (V_{cob}(cast) + V_{rest}^D(k(cast))) * El_{max}(Prod(cast), element) * El_{\%}(k(cast), element) - V_E(cast) * El(cast, element) - V_{rest}^D(k(cast)) * El_{rest}(cast, element) \right) \quad (8)$$

Рассмотрим множество электролизеров  $E_{valid}(cast)$  с содержанием каждого элемента, не превышающим  $El_{req}(cast, element)$ . Можно доказать, что если допустимое распределение электролизеров по ходкам существует, то в ходку  $cast$  обязательно будет добавлен хотя бы один электролизер из множества  $E_{valid}(cast)$ . Действительно, пусть это не так и в миксер добавляют сырец только из таких электролизеров, для которых  $El(electr, element) > El_{req}(cast, element)$ . Тогда в среднем они также дадут содержание примесей выше  $El_{req}(cast, element)$ , то есть условие (4) не выполнится.

Идея алгоритма состоит в том, чтобы на текущей итерации для добавления в ходку  $cast$  выбрать как раз один из электролизеров из множества  $E_{valid}(cast)$ . Если все равно хотя бы один такой электролизер должен входить в  $E(cast)$ , то почему бы не добавить его сразу. Если мы на каждой итерации переберем все электролизеры из  $E_{valid}(cast)$  и не найдем в итоге допустимого распределения, то можно утверждать, что допустимого распределения не существует. Однако, такой алгоритм слишком трудоемкий. Поэтому предлагается использовать еще одно эвристическое соображение – выбирать наименее «востребованный» электролизер. Для этого электролизеры можно упорядочить по содержанию  $El(electr, element)$ , либо по количеству вхождения в множества  $E_{valid}(cast)$  для всех ходок. В данном алгоритме используется второй подход.

Следует отметить, что на каждой итерации алгоритма множество  $E_{valid}(cast)$  зависит от текущего множества  $E(cast)$  уже добавленных электролизеров. После добавления электролизера из  $E_{valid}(cast)$ , число  $El_{req}(cast, element)$ , как правило, увеличивается. При этом может расширяться и множество  $E_{valid}(cast)$ , в результате чего ходка  $cast$  может перестать быть самой «требуемой». В описываемом далее алгоритме это предусмотрено. Однако, поскольку сортировка ходок по «требуемости» – лишь эвристическое соображение, то для сокращения вычислений можно отсортировать ходки один раз в самом начале и заполнять их последовательно.

## 2.2. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Описан алгоритм для конкретных значений  $day$ ,  $shift$ ,  $CastHouse$ , для которых известны множество ходок  $Casts$  и множество электролизеров  $Electr$ .

**Шаг 1.** Для каждой ходки  $cast \in Casts$  определим содержание примесей в «болоте», оставшемся после предыдущей ходки (возьмем наихудший случай для (4)):

$$\forall element: El_{rest}(cast, element) = El_{max}(Prod(PrevCast(cast)), element)$$

Если предыдущая ходка – промывка, то:

$$\forall element: El_{rest}(cast, element) = El_{max}(Prod(cast), element)$$

**Шаг 2.** Для каждой ходки  $cast \in Casts$  положим:

$$E(cast) = \emptyset, \quad V_E(cast) = 0, \quad V_{total}(cast) = V_{rest}(k(cast)), \\ \forall element: El(cast, element) = El_{rest}(cast, element).$$

**Шаг 3.** Найдем ходку, самую требовательную к химии сырца. Для этого для каждой ходки:

*Шаг 3.1.* По каждому элементу оценим предельно допустимое среднее содержание элемента в оставшемся объеме ходки  $El_{req}(cast, element)$  по приведенной формуле (7) (или (8)).

*Шаг 3.2.* Найдем множество электролизеров  $E_{valid}(cast) \subseteq Electr$ , которые по содержанию примесей не превосходят эту оценку:

$$\forall element: El(electr, element) \leq El_{req}(cast, element)$$

*Шаг 3.3.* Выберем ходку с минимальным суммарным объемом электролизеров из множества  $E_{valid}(cast)$ . Если это множество пусто, то завершаем работу алгоритма: искомое распределение не найдено.

**Шаг 4.** Для выбранной на Шаге 3 самой требовательной ходки  $cast_1$  рассмотрим множество электролизеров  $E_{valid}(cast_1)$ . Выберем среди них  $electr_1$ , наименее востребованный по количеству вхождений в другие множества  $E_{valid}(cast)$  для других ходок из  $Casts$ .

**Шаг 5.** Добавим к множеству  $E(cast_1)$  электролизер  $electr_1$ .

*Шаг 5.1.* Если при добавлении всего объема электролизера  $electr_1$  к текущему объему миксера ходки  $cast_1$  ограничение (2) не выполняется (сырца еще недостаточно для ходки):

$$V_E(cast_1) + V(electr_1) < V_{cob}(cast_1),$$

то забираем весь объем электролизера:

$$V_E(cast_1, electr_1) = V(electr_1).$$

Если же ограничение (2) начинает выполняться:

$$V_E(cast_1) + V(electr_1) \geq V_{cob}(cast_1),$$

то необходимый для ходки сырец собран, поэтому исключаем ходку  $cast_1$  из множества  $Casts$ . Если множество  $Casts$  становится пустым, то завершаем алгоритм – искомое распределение найдено. В противном случае продолжаем работу алгоритма. Если неравенство (2) выполняется как строгое, то забираем лишь необходимый объем электролизера:

$$V_E(cast_1, electr_1) = V_{cob}(cast_1) - V_E(cast_1).$$

Таким образом, мы не превысим объем  $V_{cob}(cast_1)$ , а следовательно, и объем миксера. То есть ограничение (3) выполняется всегда.

*Шаг 5.2.* Если из электролизера  $electr_1$  забрали лишь часть объема, то вычитаем ее из всего объема электролизера:

$$V(electr_1) := V(electr_1) - V_E(cast_1, electr_1).$$

Если же забрали весь объем электролизера, то исключаем  $electr_1$  из множества  $Electr$ .

**Шаг 6.** Для ходки  $cast \in Casts$  вычислим текущие значения  $V_E(cast)$ ,  $V_{total}(cast)$  и  $El(cast, element)$ . Переходим на Шаг 3.

## 2.3. ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР

Рассмотрим заполнение одной, самой «требовательной», ходки  $cast$ . Пусть «болото» отсутствует, в миксер требуется залить 4 электролизера одинакового объема  $V$ , а требуемая средняя химия по Fe не должна превышать  $El_{req} = 5\%$ . Получается, что общий объем Fe в итоговом сплаве не должен превышать  $0,05 \cdot 4 \cdot V = 0,2V$ . Пусть имеются электролизеры с номерами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и т.д. с содержанием Fe соответственно 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 7% и т.д.

На шаге 3.2 алгоритма в качестве текущего множества  $E_{valid}(cast)$  «допустимых» электролизеров берется множество  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ . В  $E(cast)$  обязательно должен присутствовать один из этих электролизеров, иначе в сумме мы превысим объем Fe  $0,2V$ . На шаге 4 выбирается один из них – наименее «востребованный». Пусть это электролизер с 2% содержанием Fe.

Теперь на следующей итерации (шаги 2 и 3.1) пересчитываем  $El_{req}$ : поскольку мы добавили  $0,02V$  Fe, то в качестве предельного объема Fe осталось еще  $0,18V$ , а в среднем на 3 электролизера получается  $El_{req} = 6\%$ . Теперь новое множество «допустимых» электролизеров  $E_{valid}(cast) = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ . Снова, один из этих электролизеров обязан попасть в множество  $E(cast)$ . Пусть среди них выбран электролизер 4 как наименее «востребованный». Оставшийся запас по Fe равен  $0,14V$  на 2 электролизера, то есть  $El_{req} = 7\%$ . И так далее. Пусть далее выбраны электролизеры 7 и 5. Тогда  $E(cast) = \{2, 4, 5, 7\}$ .