Sistemas No-Lineales
Segundo parcial

Martín Noblía

Profesoras:

Virginia Mazzone
Mariana Suarez

Universidad Nacional de Quilmes

2015

1 Problema 1

Utilizando linealización exacta por realimentación, diseñar un control que logre seguimiento asintótico de referencias constantes para el siguiente sistema:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1x_2 - x_1^3 \\ x_1 \\ -x_3 \\ x_1^2 + x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 + 2x_3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \tag{1}$$

$$y = x_4 \tag{2}$$

1.1. Resolución

Como primera observación, el sistema posee la forma afin al control, osea esta enmarcado en la siguiente estructura:

$$\begin{array}{rcl} \dot{\mathbf{x}} & = & \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \\ y & = & h(\mathbf{x}) \end{array} \tag{3}$$

Donde:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1x_2 - x_1^3 \\ x_1 \\ -x_3 \\ x_1^2 + x_2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 + 2x_3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$h(\mathbf{x}) = x_4 \tag{6}$$

Una de las definiciones más importantes de la teoría de linealización exacta por realimentación es la de grado relativo de un sistema no-lineal, la misma nos dice cuales son los alcances de nuestra linealización y si se puede realizar.

Definición 1.1 (Grado Relativo)**.** *El sistema* (3) *Donde:* $\mathbf{f}$, $\mathbf{g}$, h, *definidas en un dominio* $D \in \mathbb{R}^n$, *son suficientemente suaves, tienen grado relativo* r *con* $1 \leq r \leq n$ *en una región* $D_0 \in D$ *si*

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}(x) = 0 \qquad\qquad i = 1, 2, \ldots, r-1 \tag{7}$$

$$\frac{\partial \psi_r}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}(x) \neq 0 \tag{8}$$

Donde:

$$\psi_1(\mathbf{x}) = h(\mathbf{x}) \tag{9}$$

y

$$\psi_{i+1}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \psi_i}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(x) \tag{10}$$

Si el sistema tiene grado relativo (GR) r, entonces es linealizable entrada-salida. Si tiene $GR = n$ entonces es linealizable tanto estrada-salida como entrada-estado.