Universidad de Sonora

RECONOCIMIENTO DE PATRONES

Sistemas de recomendacion: prediccion de preferencias

Autor:
Rafael Castillo

Profesor:
Dr. Ramón Soto de la Crúz

December 7, 2017

Contents

1	Res	umen	2
2	Intr	roducción	2
	2.1	Familias de métodos de recomendación	3
	2.2	Calificaciones	3
3	Dat	os para el desarrollo de sistemas de recomendación	4
4	Mét	todos para predecir preferencias	4
	4.1	Recomendaciones basadas en contenido	4
		4.1.1 Características de los artículos	5
		4.1.2 Gustos de los usuarios	5
	4.2	Vecinos mas cercanos	6
	4.3	Filtrado colaborativo usando regresión	6
		4.3.1 Normalización de medias	7
		4.3.2 Descomposición por valores singulares	7
5	El p	problema de arranque en frío	8
6	Con	nclusión	8
Bi	bliog	grafía	9
A	Ane	exos	10
	A.1	Ejemplo de acceso a la base de datos <i>Movielens</i>	10
	A.2	Filtrado de contenido para MovieLens	10
	A.3	F.C. con vecinos mas cercanos para MovieLens	15
	A.4	Recomendaciones de MovieLens usando filtrado colaborativo con regresion	17
	A.5	Filtrado colaborativo con descomposicion SVD	21
	A.6	Recomendaciones iniciales con clustering en MovieLens	23

1 Resumen

Los sistemas de recomendación son métodos cuya importancia cada vez es mayor en los sistemas que interactúan con usuarios. En este proyecto de implementaron cuatro método de recomendación diferentes aplicados a la misma base de datos con el fin de analizar las ventajas y desventajas de cada uno de ellos. En este reporte se introduce el problema de recomendación, los factores que influyen en el diseño de un sistema de recomendación, así como el tipo de soluciones que existen para estos problemas. Se hace una exploración de diversos métodos de predicción de calificaciones, incluyendo recomendación basada en contenido, filtrado colaborativo basado en memoria y filtrado colaborativo basado en modelos. Finalmente se propone una solución al problema del arranque en frió. Se concluye que el metodo de factorización SVD tiene muchas ventajas sobre los otros metodos pero que cada uno tiene un nicho que llenar.

2 Introducción

Un sistema de recomendación es un sistema que ayuda a un usuario encontrar algo cuando el proceso de búsqueda es desafiante por la cantidad de opciones existentes [1]. La recomendación ha existido en la naturaleza y en la humanidad por milenios. Cuando las hormigas buscan comida, primero todas exploran el espacio. Si una hormiga encuentra comida, deja una feromona en esa ubicación, lo que lleva a otras hormigas a ir a ese lugar. Estas hormigas están basándose en la experiencia de otra para tomar decisiones, una recomendación.

Existen ejemplos de sistemas de recomendación desde antes de que los humanos desarrollaran la escritura o el habla. Si un hombre prehistórico veía una planta desconocida, tenia dos opciones: Si era un hombre que no conocía los sistemas de recomendación, se arriesgaba y comía la planta; si era un hombre que sí sabía sobre sistemas de recomendaciones, esperaba a que un cavernícola menos dotado comiera la planta, si el cavernícola parecía disfrutarla, el también la comía, pero si el otro caía al suelo dolorido, entonces su vida fue salvada gracias a la recomendación del otro.

Asi, podemos ver que el concepto de la recomendación ha existido por mucho tiempo. A través de toda nuestra historia hemos encontrado formas de poder evaluar articulos sin tener que consumirlos nosotros mismos. Tradicionalmente aprovechabamos a otros humanos que estaban dispuestos a consumir los articulos que no queriamos (individuos tradicionalmente llamados "criticos"), pero en un mundo donde la automatización esta por doquier, hemos desarrollado tecnicas que nos permiten generar recomendaciones a partir de datos recolectados de usuarios, aprovechando la llamada "inteligencia collectiva" de muchos para aproximar los gustos de un individuo

Los sistemas de recomendación tienen un alto valor. Las recomendaciones pueden mostrarse en varias interfaces, amplificando su eficacia. Por ejemplo, las recomendaciones pueden tener interfaces obvias como listas de sugerencia, pero también pueden existir interfaces mas sutiles, como filtros de correo electrónico o sistemas de evaluación de candidatos de empleo.

Por la naturaleza de muchos de estos metodos, como muchos otros metodos de aprendizaje, funcionan mucho mejor cuando la cantidad de datos es mucho mayor. Por esto, muchas empresas muestan interes en aprovechar la gran cantidad de datos que recolectan para crear sistemas de recomendación, ya que son un recurso que tiene un gran impacto enriquecedor en las experiencias

de usuario.

2.1 Familias de métodos de recomendación

Hay muchas formas de lograr hacer recomendaciones automáticas, algunas mas sofisticadas que otras. Existen los métodos sencillos no personalizados, que se basan simplemente en métricas como popularidad. Otro método es usar la llamada asociación de productos, es decir recomendar a un usuario artículos similares a uno que este viendo. Estos métodos no no son de mucho interés, pues las recomendaciones no personalizadas no son de tanto valor. Por esta razón nos centraremos en los otros dos métodos.

Un categoría de métodos capaces de personalizar las recomendaciones a un usuario la de los métodos basados en contenido. Aquí aprovechamos conocimiento previo sobre los artículos (características de estos) para aproximar los gustos de un usuario a partir de las calificaciones que ya ha impartido. Este método también es conocido como filtrado basado en contenido y esta estrechamente relacionado al problema mas general de filtrado de información.

La ultima familia de métodos a mencionar son los del filtrado colaborativo. La idea del filtrado colaborativo es aprovechar las calificaciones de todos los usuarios del sistema para poder predecir preferencias y dar recomendaciones. El filtrado colaborativo además se separa en dos categorías: el filtrado que utiliza todas las calificaciones en el sistema, conocido como filtrado basado en memoria; y el filtrado que utiliza aprendizaje para poder predecir calificaciones, conocido como filtrado basado en modelos.

Una ventaja del filtrado colaborativo es que tiene mas potencial de encontrar correlaciones sorprendentes entre ciertos articulos muy distintos, algo que dificilmente sucederia en un metodo basado en contenido. Esto ocurre porque los metodos de filtrado colaborativo existen solamente basados en las preferencias de los usuarios, no en preconcepciones sobre el contenido de los articulos, llevando a recomendaciones basadas más en opinion colectiva que en prejuicios sobre los articulos.

2.2 Calificaciones

La base para el filtrado colaborativo y los sistemas de recomendación en general, una calificación es un indicador de la preferencia que tiene un usuario hacia un articulo. Hablaremos de calificaciones en dos categorías, implícitas y explicitas.

Las calificaciones explicitas son en las que se vienen a la cabeza cuando pensamos en calificación. Una calificación se considera explicita cuando el usuario explícitamente expresa su opinión sobre un articulo. Esto puede ser desde una escala numérica como las muy comunes de 1 a 5 estrellas, hasta un sistema de votos como el de Facebook o Reddit. Las escalas mas granulares tienen la ventaja de ser mas expresivas, mientras que un voto binario es mas fácil para el usuario, lo que lo hace útil para contenido mas efímero, como una noticia o un tweet.

Una calificación implícita se extrae de comportamiento del usuario que no tiene relación directa con su preferencia hacia un articulo. Hacer clic sobre un enlace puede considerarse una calificación positiva hacia este. Ver un vídeo hasta el final puede considerarse una calificación positiva, mientras de que dejarlo de ver a la mitad es uno negativo. Estas calificaciones implícitas pueden significar mucho y ser muy abundantes, dando buenas recomendaciones.

La variedad de fuentes de donde se pueden minar calificaciones es una de los elementos que hacen que los sistemas de recomendación sean útiles en aplicaciones donde anteriormente no se considerarían. Esto combinado con la recolección masiva de datos le da a las grandes corporaciones nuevas y emocionantes formas de llevar a cabo practicas horripilantes.

3 Datos para el desarrollo de sistemas de recomendación

Existen varios conjuntos de datos públicamente disponibles que se utilizan para el desarrollo de sistemas de recomendación. Estos son los que se consideraron para el desarrollo de los métodos.

- MovieLens [2] es una base de datos de calificaciones de película. Se encuentra disponible en varios tamaños, pero aquí solo se tomara en cuenta la versión pequeña (100,000 calificaciones sobre 9,000 películas por 700 usuarios).
- **Book Crossings** [3] es un conjunto de datos de calificaciones de libros. Tiene 1 millón de calificaciones para 90,000 usuarios en 270,000 libros, volviéndola la base de datos con calificaciones mas dispersas.
- **Jester** [4] es un conjunto de datos que incluye 5 millones de calificaciones por 100,000 usuarios en 150 chistes. Esta es la base de datos mas densa.

Estos son conjuntos de datos explicitamente generados para desarrollo de sistemas recomendadores, como se mencionó antes, las calificaciones necesarias para esta clase de sistemas pueden surgir de lugares inesperados. Por ejemplo, se puede obtener una calificación a partir del tiempo tomado para leer un articulo, o por analisis de sentimientos aplicado a un comentario dejado en un video.

Para la mayoría de los métodos de filtrado colaborativo, necesitamos que los datos tengan la forma de una matriz usuario-articulo (user-item matrix), que tiene como filas cada articulo y como columnas a los usuarios. El único dataset que viene ya en este formato es Jester, los demás se encuentran en un formato mas parecido al de una base de datos relacional. En el apéndice A.1, se muestra un ejemplo para accesar a la base de datos movielens

Para la prueba de los métodos que se presentaran, se utilizo la base de datos de MovieLens, ya que viene en varios tamaños y tiene una densidad adecuada para las pruebas que realizaremos.

4 Métodos para predecir preferencias

El componente mas crucial para el desarrollo de un sistema de recomendaciones es el que predice las preferencias de un usuario por un articulo. A continuación se presenta la descripción e implementación de diversos métodos para predecir preferencias utilizados para el desarrollo de sistemas de recomendaciones.

4.1 Recomendaciones basadas en contenido

Los primeros métodos a revisar son los que se basan en características ya bien conocidas sobre los artículos calificados [5]. Estos métodos son también conocidos como métodos de filtrado de contenido ya que utilizan las características del

La idea es que dado un vector con N características $x^{(i)}$ y conociendo un vector $\theta^{(j)}$, también de tamaño N donde $\theta_k^{(j)}$ sea la preferencia del usuario j por la característica k, podemos predecir la calificación del articulo i esta dada por

$$(\theta^{(j)})^T x^{(i)}$$

La ventaja de este método es que puramente se basa en contenido. No se necesita tomar en cuenta las calificaciones de usuarios además de la del usuario activo. Por esta razón este método tiene un bajo uso de recursos, lo cual lo hace deseable para muchas aplicaciones.

La desventaja es la obvia: es necesario tener caracteristicas concretas de los articulos previo a la aplicación del metodo. Muchas veces esto hace que el metodo sea indeseable para aplicaciones donde hay una cantidad alta de articulos, o en situaciones donde es dificil cuantificar calidades de los articulos, como en un sistema de recomendación de arte. Pocas veces escuchas "me gustan las pinturas azules" en lugar de "me gustan las pinturas que me hacen sentir melancolico".

4.1.1 Características de los artículos

La primera parte que define un método basado en contenido es la fuente de donde se obtienen las características de los artículos. La opción mas obvia es irse por la ruta del conocimiento experto y asignar las características manualmente para cada artículo. Este método puede sonar demasiado ingenuo pero puede ser útil en muchos casos, por ejemplo para asignar características técnicas o fácilmente cuantificables a un conjunto de artículos similares (por ejemplo, en una tienda donde solo vendan un tipo de artículo).

También es factible crear interfaces para que los usuarios mismos determinen las características de los artículos. Este método puede llevar a la generación de una cantidad enorme de características, pero no es necesariamente confiable. Muchos servicios utilizan esta opción en forma de etiquetas que un usuario puede asignar a un articulo y que un ingeniero puede aprovechar después para determinar características de este.

Una ultima opción a mencionar es la extracción automática de características de un articulo. Por ejemplo, las palabras de un nota periodística pueden ser característicos de este, como lo pueden ser las frecuencias mas importantes de una canción, o la longitud de un vídeo.

4.1.2 Gustos de los usuarios

La pregunta ahora se vuelve como determinar los gustos del usuario j, dados por $\theta^{(j)}$. Una forma posible es preguntarle estos datos al usuario. Este enfoque se ha usado históricamente, por ejemplo en aplicaciones que le piden a un usuario que especifique sus gustos o que presentan cuestionarios acerca del contenido que quisiera ver.

Un enfoque tal vez mas interesante es usar las calificaciones previas del usuario para aproximar $\theta^{(j)}$. Una opción simple es simplemente hacer una suma de las características de los artículos X_j que ya consumió el usuario:

$$\theta^{(j)} = \sum_{i \in X_j} r_{i,j} x^{(i)}$$

También podemos modelar los gustos como un problema de regresión lineal donde nuestra función de error esta dada por

$$\frac{1}{2} \sum_{i:r(i,j)=1} \left((\theta^{(j)})^T x^{(i)} \right)^2 + \frac{\lambda}{2} \sum_{k=1}^n (\theta_k^{(j)})^2$$

Si encontramos el $\theta^{(j)}$ que minimice este error, tendremos una aproximación de los gustos del usuario, que podremos usar para predecir sus calificaciones a artículos que no conoce aun.

En el anexo A.2 se presentan una implementación del método de vecinos mas cercanos para la base de datos de *MovieLens*

4.2 Vecinos mas cercanos

El siguiente método que veremos es un método de filtrado colaborativo, es decir, que no solo toma en cuenta las calificaciones del usuario para el cual estamos prediciendo calificaciones, sino que tomamos en cuenta las preferencias de nuestros usuarios.

El método utiliza una búsqueda de los k vecinos mas cercanos para encontrar una vecindad del usuario para el cual queremos predecir preferencias. Una vez que encontremos a los k vecinos mas cercanos U_a y sus respectivas distancias, podemos predecir la calificación del usuario a en el articulo i como

$$p_{a,i} = \frac{\sum_{i \in U_a} w_{u,i} r_{ui}}{\sum_{i \in U_a} w_{u,i}}$$

La idea aqui es encontrar una vecindad de usuarios que compartan gustos con el usuario, gustos que usaremos despues para predecir sus calificaciones futuras. De esta forma, aprovechamos la opinion colectiva de usuarios similares para obtener una predicción decente de las preferencias de un individuo.

La predicción de preferencias usando este método produce resultados decentes y el tiempo de computo para una calificación predicha es mínima. La desventaja obvia del método es que requiere que toda la base de datos se mantenga en memoria, por lo que este método puede volverse prohibitivo para conjuntos de datos muy grandes si no se realizan trucos de optimización.

El método clásico para filtrado colaborativo usando vecinos cercanos surgió en el grupo de investigación GroupLens, y esta descrito en detalle por Sarwar et al. en [6].

En el anexo A.3 se presenta un ejemplo del metodo de vecinos mas cercanos para el filtrado colaborativo en la base de datos de MovieLens

4.3 Filtrado colaborativo usando regresión

En la sección de de recomendación basada en contenido, se hablo de un método de aproximar $\theta^{(j)}$ usando regresión. También es claro ver que se puede hacer un proceso similar para aproximar las características $x^{(i)}$ de un articulo conociendo previamente los gustos $\theta^{(j)}$ de un usuario. Estos dos procesos de regresión pueden extenderse para calcular las características $x^{(i)}$ para todas las i resultando en una matriz X, así como una análoga matriz Θ . Aun mas allá, podemos aproximar estos dos dentro de la misma regresión lineal. Llevando a cabo este proceso, efectivamente

obtenemos una descomposición de la matriz R que nos permite aproximar todas las calificaciones de nuestros usuarios simplemente calculando $\Theta^T X$.

Este método aprovecha todos los valores de la matriz de calificaciones para predecir calificaciones faltantes, convirtiéndolo en un método de filtrado colaborativo. Además, utiliza un modelo de aprendizaje en lugar de mantener todas las calificaciones en memoria, volviéndolo un método de filtrado colaborativo basado en modelo[7].

Al utilizar este método, tenemos la ventaja de que una vez que se completa el entrenamiento, el uso de memoria se reduce. Además de esto, obtenemos como producto secundario una matriz X aproximada. Podemos considerar esta matriz X una matriz de características arbitraria (aunque esta contenga mas que nada características difíciles de interpretar para un humano), que podemos usar para realizar operaciones que requieran de una matriz como esta, incluyendo uno que veremos en una seccion futura.

Este y otros métodos basados en modelos que resultan en dos matrices de rango menor, predeciblemente son conocidos como factorizacion de matrices de rank menor (low rank matrix factorization).

En el anexo A.4 se incluye una implementación de la descomposición basada en regresión y como se utilizaría para obtener recomendaciones.

4.3.1 Normalización de medias

Al aplicar el método de regresión sobre nuestros datos, podemos darnos cuenta de un detalle peculiar sobre su naturaleza: para un usuario nuevo, todas sus calificaciones se aproximan como 0. Esta observación es parte del problema de arranque en frió, que veremos una sección futura.

Una forma de remediar este problema es restar a cada calificación existente la media de calificaciones para ese articulo en particular. Haciendo esto, una calificación 0, en vez de tener un valor arbitrario, se vuelve la calificación media de ese articulo. Esto ocasiona que para un usuario nuevo, se prediga una calificación promedio para cada articulo, un resultado mas razonable.

4.3.2 Descomposición por valores singulares

SVD es una técnica de factorización matricial que busca reducir las características de una matriz a un espacio vectorial K < N. SVD nos deja con tres matrices tales que $R = U \times S \times V^T$ [8]. Lo interesante de esto es que la factorización SVD es equivalente al proceso de regresión descrito arriba. La diferencia radica en que existen algoritmos ya optimizados para calcular la SVD de una matriz incluidas en paquetes de álgebra lineal populares, como LAPACK.

El método SVD es de los mas importantes y mas usados para el desarrollo de sistemas de recomendación. Del 2006 al 2009, Netflix llevo a cabo una competencia para determinar el mejor algoritmo de filtrado colaborativo [8]. En el 2009 finalmente se otorgo el premio a un equipo que había desarrollado un método basado en la descomposición SVD, mostrando que al menos para el caso de uso de Netflix, el SVD es el método mas óptimo.

En el anexo A.5, se incluye una aplicación de las recomendaciones usando una factorización SVD.

5 El problema de arranque en frío

Todos los métodos de predicción que se vieron solo pueden dar buenas recomendaciones si el usuario ya tiene calificaciones en el sistema. El problema del arranque en frió radica en como presentarle recomendaciones a un usuario nuevo.

A continuación proponemos un método como solución para el problema de arranque en frió. El requerimiento para aplicar este método es solamente contar con un conjunto de vectores de características de las películas. Estos pueden surgir directa o indirectamente para los métodos basados en contenido o de descomposición matricial. Incluso es posible obtener resultados aplicando este método directamente a la matriz de calificaciones.

La idea general del método es agrupar los artículos del sistema según sus características. Se debe buscar dividir los artículos de una forma que se logra división representativa, pero que no en demasiados grupos, pues la idea es que el usuario califique un articulo de cada grupo.

Para crear los grupos de artículos, se empleo el método de las K medias. No es necesario el uso de un algoritmo de clustering mas sofisticado, ya que el propósito es crear una separación mas o menos uniforme del espacio, no encontrar agrupamientos lógicos de los artículos.

Una vez que dividimos los artículos, proponemos presentar como recomendaciones el artículo mas relevante de cada cluster. Para este propósito, necesitamos definir una medida de relevancia, inspirados por el TFIDF, proponemos la siguiente métrica para la relevancia t_i para el artículo i

$$t_i = \sum_{j \in U} R_{i,j} log \left(1 + \frac{N}{n_i}\right)$$

Una vez que obtenemos las medidas de relevancia de los artículos, obtenemos el artículo mas relevante de cada cluster, que es el que recomendaremos al usuario inicialmente. Estas recomendaciones son una muestra significativa del espacio gracias al clustering, pero gracias a la medida de relevancia tambien resulta en artículos a los cuales el usuario probablemente ya ha sido expuesto antes, permitiendo que el sistema tenga una idea inicial de su gusto decente.

Una ejemplo de implementación de este metodo puede encontrarse en el anexo A.6.

6 Conclusión

La variedad de enfoques que se pueden tomar para el desarrollo de sistemas de recomendación hace que sea un área interesante y rica del reconocimiento de patrones. Si se tiene un conocimiento solido del área, los sistemas de recomendación pueden presentar aplicaciones en muchos dominios. La tabla 1 muestra una comparación cualitativa de los distintos metodos de recomendación revisados.

En general, la conclusión a la que se llego es que para sistemas modernos donde se quieren recomendaciones de alta calidad con muchos usuarios, SVD es el metodo a cual acudir. Esto se ve claramente en el campo de investigación sobre sistemas recomendadores, donde muchos de los nuevos avances son relacionados a la factorización SVD, incluyendo metodos que permiten calcular la descomposición de forma distribuida.

Metodo	Filtrado de contenido	Vecinos mas cercanos	Regresión/SVD
Facilidad de implementación	*	***	**
Flexibilidad	*	***	***
Calidad de recomendaciones	**	**	***
Uso de memoria	***	- ★	***

Comparación de metodos de predicción de preferencias

Esto no significa que los otros metodos no tengan su lugar. Los metodos basados en contenido son utiles para campos donde existe mucha información experta o donde se puede minar conocimiento colectivo de otra forma. Los metodos de vecinos mas cercanos son mas faciles de implementar y funcionan bien cuando la proporción del sistema es adecuada.

Los métodos de recomendaciones basadas en contenido y de filtrado colaborativo tienen un lugar importante en el desarrollo de aplicaciones modernas, en parte impulsado por el boom de datos moderno. La recolección de datos masivos hace que sea posible derivar datos de calificación de lugares sorprendentes, abriendo las puertas de creatividad a sistemas de recomendación nuevos e interesantes.

Bibliografía

- [1] Xiaoyuan Su and Taghi M Khoshgoftaar. A survey of collaborative filtering techniques. Advances in artificial intelligence, 2009:4, 2009.
- [2] F. Maxwell Harper and Joseph A. Konstan. The movielens datasets: History and context. *ACM Trans. Interact. Intell. Syst.*, 5(4):19:1–19:19, December 2015.
- [3] Cai-Nicolas Ziegler, Sean M McNee, Joseph A Konstan, and Georg Lausen. Improving recommendation lists through topic diversification. In *Proceedings of the 14th international conference on World Wide Web*, pages 22–32. ACM, 2005.
- [4] Ken Goldberg, Theresa Roeder, Dhruv Gupta, and Chris Perkins. Eigentaste: A constant time collaborative filtering algorithm. *Information Retrieval*, 4(2):133–151, 2001.
- [5] Michael J Pazzani and Daniel Billsus. Content-based recommendation systems. In *The adaptive web*, pages 325–341. Springer, 2007.
- [6] Badrul Sarwar, George Karypis, Joseph Konstan, and John Riedl. Item-based collaborative filtering recommendation algorithms. In *Proceedings of the 10th international conference on World Wide Web*, pages 285–295. ACM, 2001.
- [7] Slobodan Vucetic and Zoran Obradovic. Collaborative filtering using a regression-based approach. *Knowledge and Information Systems*, 7(1):1–22, 2005.
- [8] Y. Koren, R. Bell, and C. Volinsky. Matrix factorization techniques for recommender systems. Computer, 42(8):30–37, Aug 2009.

A Anexos

A.1 Ejemplo de acceso a la base de datos *Movielens*

```
In [3]: import numpy as np
        import pandas as pd
        df = pd.read_csv('datasets/ml-latest-small/ratings.csv')
        df.columns = ['user_id', 'movie_id', 'rating', 'timestamp']
        df.head()
Out[3]:
           user_id
                    movie_id
                               rating
                                         timestamp
        0
                  1
                           31
                                   2.5
                                        1260759144
        1
                  1
                         1029
                                   3.0
                                        1260759179
        2
                  1
                         1061
                                   3.0
                                        1260759182
        3
                  1
                         1129
                                   2.0
                                        1260759185
                  1
                         1172
                                   4.0
                                        1260759205
```

Podemos usar pandas para preparar los datos a el formato que necesitamos

```
In [4]: ui_df = df.pivot(index='movie_id', columns='user_id', values='rating')
            ui_df.head()
Out[4]: user_id
                                   2
                                           3
                                                          5
                                                                          7
                                                                                                 10
                                                                                                                 662
                                                                                                                        663
                                                                                                        . . .
            movie_id
            1
                           NaN
                                   {\tt NaN}
                                           {\tt NaN}
                                                  NaN
                                                          NaN
                                                                  {\tt NaN}
                                                                         3.0
                                                                                 {\tt NaN}
                                                                                         4.0
                                                                                                 NaN ...
                                                                                                                 NaN
                                                                                                                        4.0
            2
                           NaN
                                   {\tt NaN}
                                           NaN
                                                                                                                 5.0
                                                  {\tt NaN}
                                                          {\tt NaN}
                                                                  {\tt NaN}
                                                                         {\tt NaN}
                                                                                 {\tt NaN}
                                                                                         {\tt NaN}
                                                                                                 NaN ...
                                                                                                                        {\tt NaN}
            3
                           NaN
                                                          4.0
                                                                  {\tt NaN}
                                                                                                                        {\tt NaN}
                                   NaN
                                           {\tt NaN}
                                                  NaN
                                                                          NaN
                                                                                 NaN
                                                                                         {\tt NaN}
                                                                                                 NaN ...
                                                                                                                NaN
            4
                           NaN
                                   {\tt NaN}
                                           {\tt NaN}
                                                   NaN
                                                          NaN
                                                                  NaN
                                                                          {\tt NaN}
                                                                                 NaN
                                                                                         NaN
                                                                                                 NaN ...
                                                                                                                 NaN
                                                                                                                        NaN
            5
                           NaN
                                   {\tt NaN}
                                           {\tt NaN}
                                                                                                 NaN ...
                                                  {\tt NaN}
                                                          {\tt NaN}
                                                                  {\tt NaN}
                                                                          {\tt NaN}
                                                                                 {\tt NaN}
                                                                                         {\tt NaN}
                                                                                                                {\tt NaN}
                                                                                                                        {\tt NaN}
            [5 rows x 671 columns]
```

A.2 Filtrado de contenido para MovieLens

MovieLens incluye una base de datos de etiquetas así como la relevancia de cada etiqueta a cada película. Podemos usar estas relevancias para crear nuestra matriz de características para las películas del conjunto. Hagamos esto y veamos cuales son las etiquetas mas relevantes para Toy Story.

```
In [1]: import pandas as pd
    import numpy as np
```

```
movies = pd.read_csv('datasets/ml-20m/movies.csv', index_col=0)
        genome_tags = pd.read_csv('datasets/ml-20m/genome-tags.csv', index_col=0).tag
        genome_scores = pd.read_csv('datasets/ml-20m/genome-scores.csv')
        genome_scores.columns = ['movie_id', 'tag_id', 'relevance']
        genome_matrix = genome_scores.pivot(columns='tag_id', index='movie_id',
                                            values='relevance')
        genome_matrix.columns = [genome_tags[id] for id in genome_matrix.columns]
        # reducimos las películas a las que tienen etiquetas
       movies = movies.loc[genome_matrix.index]
        # normalizamos el genoma
        genome_matrix = genome_matrix * 2 - 1
        genome_matrix.loc[1].sort_values(ascending=False).head(10)
Out[1]: toys
                              0.9985
        computer animation
                              0.9970
        pixar animation
                              0.9920
       kids and family
                              0.9815
        animation
                              0.9715
       kids
                              0.9585
                              0.9335
        pixar
                              0.9285
        children
                              0.9130
        cartoon
                              0.8840
        imdb top 250
        Name: 1, dtype: float64
```

Ahora vamos a cargar el archivo de calificaciones y seleccionar las calificaciones de un usuario aleatorio.

Out[3]:		user_id	movie_id	rating	$\texttt{timestamp} \setminus$	
13	3937369	96288	2997	5.0	1159793149	
13	3937382	96288	4848	5.0	1159792275	
13	3937362	96288	2329	5.0	1159794208	
13	3937367	96288	2858	5.0	1159794335	
13	3937348	96288	1227	5.0	1159794784	
13	3937347	96288	1222	5.0	1159794563	
13	3937345	96288	1193	5.0	1159793167	
13	3937376	96288	3949	5.0	1159792156	
13	3937356	96288	1732	5.0	1159794733	
13	3937406	96288	26150	5.0	1159794905	
13	3937396	96288	5954	5.0	1159794332	
13	3937336	96288	296	5.0	1159792664	
13	3937334	96288	288	5.0	1159793780	
13	3937388	96288	4995	4.5	1159792982	
13	3937403	96288	7371	4.5	1159794656	
13	3937363	96288	2542	4.5	1159794369	
13	3937402	96288	7153	4.5	1159792638	
13	3937365	96288	2692	4.5	1159794799	
13	3937397	96288	5995	4.5	1159792380	
13	3937368	96288	2959	4.5	1159793322	
						title
13	3937369			Bein	g John Malkovich	(1999)
13	3937382				Mulholland Drive	(2001)
13	3937362			Am	erican History X	(1998)
13	3937367				American Beauty	(1999)
13	3937348		Onc	e Upon a	Time in America	(1984)
13	3937347			F	ull Metal Jacket	(1987)
13	3937345		One Fle	w Over t	he Cuckoo's Nest	(1975)
13	3937376			Req	uiem for a Dream	(2000)
13	3937356			В	ig Lebowski, The	(1998)
13	3937406		Andrei	Rublev	(Andrey Rublyov)	(1969)
13	3937396				25th Hour	(2002)
13	3937336				Pulp Fiction	(1994)
13	3937334			Natu	ral Born Killers	(1994)
13	3937388			В	eautiful Mind, A	(2001)
13	3937403				Dogville	(2003)
13	3937363		Lock, Sto	ck & Two	Smoking Barrels	(1998)
13	3937402	Lord of	the Rings:	The Ret	urn of the King,	The

```
13937365 Run Lola Run (Lola rennt) (1998)
13937397 Pianist, The (2002)
13937368 Fight Club (1999)
```

Programamos nuestro modelo de regresión y lo corremos para nuestros datos

```
In [4]: from scipy.optimize import fmin_cg
        def fit_users(ratings, mask, features, means=None, lam=20):
            if means is None:
                means = np.zeros(ratings.shape)
            r = mask.astype(int).T
            ratings = ratings.T
            theta_shape = (ratings.shape[1], features.shape[1])
            theta0 = np.random.rand(*theta_shape).flatten()
            def optimization_target(folded):
                theta = np.reshape(folded, theta_shape)
                differences = r * (features @ theta.T - ratings)
                return 0.5 * np.sum(differences**2) + 0.5 * lam * np.sum(theta**2)
            def gradient(folded):
                theta = np.reshape(folded, theta_shape)
                differences = r * (features @ theta.T - ratings)
                return (differences.T @ features + lam * theta).flatten()
            theta = fmin_cg(f=optimization_target, x0=theta0, fprime=gradient)
            return theta
        user_rating_vector = pd.Series(index=movies.index)
        user_rating_vector[user_ratings.movie_id] = user_ratings.rating
        user_ratings_matrix = user_rating_vector.values.reshape(1, -1)
        ratings_mask = np.isfinite(user_ratings_matrix)
        user_ratings_matrix = np.nan_to_num(user_ratings_matrix)
        theta = fit_users(user_ratings_matrix, ratings_mask, genome_matrix.values)
Optimization terminated successfully.
         Current function value: 5.082708
         Iterations: 96
```

Function evaluations: 210 Gradient evaluations: 210

Ahora podemos tomar el θ que obtuvimos como las preferencias de nuestro usuario

```
In [5]: preferences = pd.Series(theta, index=genome_matrix.columns)
        preferences.sort_values(ascending=False).head(20)
Out[5]: dark
                              0.058778
        masterpiece
                              0.057257
        cult classic
                              0.056889
        innocence lost
                              0.049008
        oscar winner
                              0.048513
        mentor
                              0.048007
        mad scientist
                              0.043156
        imagination
                              0.041792
                              0.039944
        imdb top 250
        love
                              0.039931
        dreams
                              0.039512
        gunfight
                              0.039445
        monster
                              0.038432
        childhood
                              0.037762
                              0.037117
        prison
        social commentary
                              0.036180
        weird
                              0.035976
        reflective
                              0.035807
        great music
                              0.035077
        alternate universe
                              0.034496
        dtype: float64
   Y podemos usar estas preferencias para darle recomendaciones
In [6]: predictions = pd.DataFrame(genome_matrix.values @ theta, index=movies.index)
        predictions = predictions.assign(title=movies.title)
        predictions.columns = ['rating', 'title']
        predictions.loc[~ratings_mask.flatten(), :] \
            .sort_values(by=['rating'], ascending=False).head(20)
```

title

Trainspotting (1996)

Wild Strawberries (Smultronstället) (1957)

Out[6]:

movie_id

778

5147

rating

5.293866

5.287688

1237	5.286941	Seventh Seal, The (Sjunde inseglet, Det) (1957)
111	5.256287	Taxi Driver (1976)
1206	5.253421	Clockwork Orange, A (1971)
1251	5.228539	$8 \ 1/2 \ (8\frac{1}{2}) \ (1963)$
99764	5.175642	It's Such a Beautiful Day (2012)
7361	5.158738	Eternal Sunshine of the Spotless Mind (2004)
7068	5.119508	Last Year at Marienbad (L'Année dernière à Mar
1228	5.119437	Raging Bull (1980)
1199	5.104201	Brazil (1985)
25793	5.091687	Vampyr (1932)
4878	5.089001	Donnie Darko (2001)
6440	5.058139	Barton Fink (1991)
3476	5.040493	Jacob's Ladder (1990)
61240	5.029298	Let the Right One In (Låt den rätte komma in) \dots
4658	5.022652	Santa Sangre (1989)
3676	5.021929	Eraserhead (1977)
1213	5.019151	Goodfellas (1990)
55444	5.012329	Control (2007)

A.3 F.C. con vecinos mas cercanos para MovieLens

A continuación se presenta la implementación del metodo de filtrado colaborativo para vecinos mas cercanos para la base de datos de MovieLens. Primero cargamos los datos como lo hemos hecho antes:

```
In [1]: import pandas as pd
    import numpy as np

pd.read_csv
    ratings_df = pd.read_csv('datasets/ml-latest-small/ratings.csv')
    movies = pd.read_csv('datasets/ml-latest-small/movies.csv', index_col=0)

    ratings_df.columns = ['user_id', 'movie_id', 'rating', 'timestamp']

    user_ratings = ratings_df.pivot(index='movie_id', columns='user_id', values='rating')
```

Escogemos una columna al azar de la matriz, que representa las calificaciones del usuario correspondiente. Imprimimos sus peliculas mejor calificadas.

```
1258
             5.0
                                                  Shining, The (1980)
1255
             5.0
                                                      Bad Taste (1987)
1349
             5.0
                   Vampire in Venice (Nosferatu a Venezia) (Nosfe...
                   Nosferatu (Nosferatu, eine Symphonie des Graue...
1348
             5.0
1339
             5.0
                              Dracula (Bram Stoker's Dracula) (1992)
1387
             5.0
                                                           Jaws (1975)
                                            Heavenly Creatures (1994)
247
             5.0
1333
             4.0
                                                     Birds, The (1963)
1261
             4.0
                                  Evil Dead II (Dead by Dawn) (1987)
1343
             4.0
                                                      Cape Fear (1991)
1340
             4.0
                   Bride of Frankenstein, The (Bride of Frankenst...
188
             4.0
                                                 Prophecy, The (1995)
                              American Werewolf in London, An (1981)
1321
             4.0
             4.0
                                                      Toy Story (1995)
1219
             4.0
                                                         Psycho (1960)
                                              Army of Darkness (1993)
1215
             4.0
25
             3.0
                                             Leaving Las Vegas (1995)
296
             3.0
                                                  Pulp Fiction (1994)
                                               Burnt Offerings (1976)
1341
             3.0
593
             3.0
                                     Silence of the Lambs, The (1991)
```

Ahora, inicializamos nuestro algoritmo de aprendizaje.

pred = np.nan_to_num(pred).flatten()

Obtenemos los vecinos de nuestro usuario y aproximamos sus calificaciones tomando en cuenta las calificaciones de sus vecinos.

Finalmente, para tener una idea de nuestros resultados, imprimimos las películas con mayor calificación predicha.

In [5]: user['predicted'] = pred
 user.sort_values(by='predicted', ascending=False).head(20)

Out[5]:		rating		title	predicted
	movie_id				
	2650	NaN	Ghost of Frankenstein, The	(1942)	5.0
	2652	NaN	Curse of Frankenstein, The	(1957)	5.0
	2634	NaN	Mummy, The	(1959)	5.0
	2644	NaN	Dracula	(1931)	5.0
	1721	NaN	Titanic	(1997)	5.0
	2647	NaN	House of Frankenstein	(1944)	5.0
	2648	NaN	Frankenstein	(1931)	5.0
	2649	NaN	Son of Frankenstein	(1939)	5.0
	2636	NaN	Mummy's Ghost, The	(1944)	5.0
	2651	NaN	Frankenstein Meets the Wolf Man	(1943)	5.0
	2635	NaN	Mummy's Curse, The	(1944)	5.0
	2654	NaN	Wolf Man, The	(1941)	5.0
	2664	NaN	Invasion of the Body Snatchers	(1956)	5.0
	2716	NaN	Ghostbusters (a.k.a. Ghost Busters)	(1984)	5.0
	3018	NaN	Re-Animator	(1985)	5.0
	1348	5.0	Nosferatu (Nosferatu, eine Symphonie des Gr	caue	5.0
	1354	NaN	Breaking the Waves	(1996)	5.0
	1219	4.0	Psycho	(1960)	5.0
	326	NaN	To Live (Huozhe)	(1994)	5.0
	534	NaN	Shadowlands	(1993)	5.0

A.4 Recomendaciones de MovieLens usando filtrado colaborativo con regresion

Comenzamos implementando el algoritmo de regresión para todos nuestro parametros.

```
In [1]: import pandas as pd
    import numpy as np
    from scipy.optimize import fmin_cg

def simple_fit(ui_matrix, r_matrix, num_features, lam):
        """
        Ajusta el modelo de regresion dada una matriz de calificaciones y
        una mascara de calificados
        """
        y = ui_matrix
```

```
r = r_matrix
num_items, num_users = y.shape
theta0 = np.random.rand(num_users, num_features)
x0 = np.random.rand(num_items, num_features)
def fold_matrices(x_matrix, theta_matrix):
    return np.concatenate([x_matrix.flatten(), theta_matrix.flatten()])
def unfold_vector(x):
    x_matrix = np.reshape(x[:x0.size],
                          x0.shape)
    theta_matrix = np.reshape(x[x0.size:],
                              theta0.shape)
    return x_matrix, theta_matrix
def unfold_parameter(f):
    def wrapper(x):
        return f(*unfold_vector(x))
   return wrapper
@unfold_parameter
def optimization_target(x, theta):
    differences = r * (x @ theta.T - y)
    square_error = (0.5) * np.sum(differences**2)
    regularization = (lam / 2) * (np.sum(x**2) + np.sum(x**2))
    return square_error + regularization
@unfold_parameter
def gradient(x, theta):
    differences = np.multiply((np.dot(x, theta.T) - y), r)
    x_grad = np.dot(differences, theta) + lam * x
    theta_grad = np.dot(x.T, differences).T + lam * theta
    return fold_matrices(x_grad, theta_grad)
init_fold = fold_matrices(x0, theta0)
result = fmin_cg(f=optimization_target, x0=init_fold, fprime=gradient)
x, theta = unfold_vector(result)
```

```
return x, theta
```

Ahora, envolvemos el algoritmo en una funcion de normalización para obtener los resultados incluyendo normalización de medias.

```
In [2]: def normalized_fit(y, *args):
    means = np.nanmean(y, axis=1)
    y = y - means.reshape(-1, 1)

    r = -(np.isnan(y).astype(int) - 1)
    y = np.nan_to_num(y)

    x, theta = simple_fit(y, r, *args)

    return x, theta, means
```

Como de costumbre, cargamos el conjunto de datos de MovieLens

```
In [3]: ratings_df = pd.read_csv('datasets/ml-latest-small/ratings.csv')
    movies = pd.read_csv('datasets/ml-latest-small/movies.csv', index_col=0)

ratings_df.columns = ['user_id', 'movie_id', 'rating', 'timestamp']

user_ratings = ratings_df.pivot(index='movie_id', columns='user_id', values='rating')
```

Ajustamos el modelo de regresión para la matriz usando 200 características y un valor de regularización de 0.2.

Seleccionamos un usuario al azar y vemos sus calificaciones mas altas.

Out[30]:		rating		title	
	movie_id				
	47	5.0	Seven (a.k.a. Se7en)	(1995)	
	318	5.0	Shawshank Redemption, The	(1994)	
	1704	5.0	Good Will Hunting	(1997)	
	1196	5.0	Star Wars: Episode V - The Empire Strikes I	Back	
	1387	5.0	Jaws	(1975)	
	1407	5.0	Scream	(1996)	
	1625	5.0	Game, The	(1997)	
	1617	5.0	L.A. Confidential	(1997)	
	1689	4.0	Man Who Knew Too Little, The	(1997)	
	1672	4.0	Rainmaker, The	(1997)	
	1619	4.0	Seven Years in Tibet	(1997)	
	1597	4.0	Conspiracy Theory	(1997)	
	1584	4.0	Contact	(1997)	
	1438	4.0	Dante's Peak	(1997)	
	953	4.0	It's a Wonderful Life	(1946)	
	1183	4.0	English Patient, The	(1996)	
	1198	4.0	Raiders of the Lost Ark (Indiana Jones and	the	
	1488	3.0	Devil's Own, The	(1997)	
	1687	3.0	Jackal, The	(1997)	
	1686	3.0	Red Corner	(1997)	
Calcul	lamos las cali	ficacione	s aproximadas del usuario como $X^T heta^{(j)} + \bar{X}$		
In [31]:		=	aFrame(theta, index=user_ratings.columns)		
	user_theta	= thet	a_df.loc[user_id]		
	pred = (us	er_thet	a.values @ x.T) + means		
In [32]:	user['pred	icted']	= pred		
	-		by='predicted', ascending=False).head(20)		
Out[32]:		roting		+;+10	predicted
Uut [32] .	movie_id	rating		cicie	predicted
	593	NaN	Silence of the Lambs, The	(1001)	5.344535
	2571	NaN	Matrix, The		5.034324
	4088	NaN	Big Town, The		5.000031
	92494	NaN	Dylan Moran: Monster		5.000031
	5960	NaN	Bad Influence		5.000025
	3216	NaN	Vampyros Lesbos (Vampiras, Las)		5.000025
			- · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		5.000024
	4617	NaN 	Let It Ride	(1909)	5.000023

4522

3038

 ${\tt NaN}$

 ${\tt NaN}$

Masquerade (1988)

Face in the Crowd, A (1957)

5.000022

5.000014

26151	${\tt NaN}$	Au Hasard Balthazar (1966)	5.000005
107412	NaN	Kidnapping, Caucasian Style (Kavkazskaya plenn	5.000005
62115	${\tt NaN}$	Six Shooter (2004)	5.000004
118468	NaN	Mei and the Kittenbus (2002)	5.000004
961	NaN	Little Lord Fauntleroy (1936)	5.000004
1531	NaN	Losing Chase (1996)	5.000003
50703	${\tt NaN}$	Secret, The (2006)	5.000003
3281	NaN	Brandon Teena Story, The (1998)	5.000003
32460	${\tt NaN}$	Knockin' on Heaven's Door (1997)	5.000003
107559	${\tt NaN}$	Am Ende eiens viel zu kurzen Tages (Death of a	5.000003
3612	${\tt NaN}$	The Slipper and the Rose: The Story of Cindere	5.000003

A.5 Filtrado colaborativo con descomposicion SVD

Usemos SVD para acelerar nuestro filtrado colaborativo de películas. Cargamos los datos y preparamos nuestra matriz con normalización de medias.

```
In [1]: import pandas as pd
        import numpy as np
        movies = pd.read_csv('datasets/ml-latest-small/movies.csv', index_col=0)
        ratings_df = pd.read_csv('datasets/ml-latest-small/ratings.csv')
        ratings_df.columns = ['user_id', 'movie_id', 'rating', 'timestamp']
        user_ratings = ratings_df.pivot(index='movie_id', columns='user_id',
                                         values='rating')
In [2]: ui_matrix = np.copy(user_ratings.values)
        popularity = np.isfinite(ui_matrix).astype(int).sum(axis=1)
        means = np.nanmean(ui_matrix, axis=1)
        ui_matrix = ui_matrix - means.reshape(-1, 1)
        ui_matrix = np.nan_to_num(ui_matrix)
   Hacemos nuestra descomposición matricial especificando 500 caracteristicas.
In [3]: from scipy.sparse.linalg import svds
        u, s, vt = svds(ui_matrix, k=500)
   Seleccionamos un usuario aleatorio.
In [4]: user = user_ratings.sample(axis=1)
        user_id = user.columns[0]
        user = user.assign(title=movies.title[user_ratings.index])
        user.columns = ['rating', 'title']
        user.sort_values(by='rating', ascending=False).head(20)
```

```
Out [4]:
                  rating
                                                                          title
        movie id
                      5.0
                                                              Toy Story (1995)
        592
                      5.0
                                                                 Batman (1989)
                                                        American Beauty (1999)
        2858
                      5.0
        2797
                      5.0
                                                                    Big (1988)
                      5.0
                                                            Toy Story 2 (1999)
        3114
                                              Talented Mr. Ripley, The (1999)
        3176
                      5.0
        1639
                      5.0
                                                            Chasing Amy (1997)
                                                          High Fidelity (2000)
        3481
                      5.0
                                                              Gladiator (2000)
        3578
                      5.0
                                              Star Trek: First Contact (1996)
        1356
                      5.0
                      5.0
                                                            Stand by Me (1986)
        1259
                                               Godfather: Part II, The (1974)
                      5.0
        1221
        1214
                      5.0
                                                                  Alien (1979)
                           Raiders of the Lost Ark (Indiana Jones and the...
        1198
                      5.0
                                       One Flew Over the Cuckoo's Nest (1975)
        1193
                      5.0
        4306
                      5.0
                                                                  Shrek (2001)
        2918
                      5.0
                                              Ferris Bueller's Day Off (1986)
        5952
                      5.0
                               Lord of the Rings: The Two Towers, The (2002)
        4846
                      5.0
                           Iron Monkey (Siu nin Wong Fei-hung ji: Tit Ma ...
                                   Star Wars: Episode IV - A New Hope (1977)
        260
                      5.0
```

Calculamos nuestras calificaciones aproximadas.

```
rating
movie_id
296
              NaN
                                                   Pulp Fiction (1994)
                                                   Forrest Gump (1994)
356
             NaN
                                               Schindler's List (1993)
527
              NaN
                   Star Wars: Episode V - The Empire Strikes Back...
1196
             NaN
             NaN
                                                          Fargo (1996)
608
             NaN
                                    Terminator 2: Judgment Day (1991)
589
```

1270	${\tt NaN}$	Back to the Future	(1985)
110	NaN	Braveheart	(1995)
858	NaN	Godfather, The	(1972)
1210	NaN	Star Wars: Episode VI - Return of the Jedi	(1983)
50	NaN	Usual Suspects, The	(1995)
47	NaN	Seven (a.k.a. Se7en)	(1995)
588	NaN	Aladdin	(1992)
32	NaN	Twelve Monkeys (a.k.a. 12 Monkeys)	(1995)
780	NaN	Independence Day (a.k.a. ID4)	(1996)
364	NaN	Lion King, The	(1994)
2028	NaN	Saving Private Ryan	(1998)
590	NaN	Dances with Wolves	(1990)
1580	NaN	Men in Black (a.k.a. MIB)	(1997)
1197	NaN	Princess Bride, The	(1987)

predicted	relevance
4.248962	1376.663713
4.032926	1375.227797
4.304056	1050.189678
4.237824	991.650929
4.257189	953.610249
4.005997	949.421358
4.014198	907.208763
3.937018	897.640189
4.465236	893.047173
4.057057	880.381442
4.344517	873.247952
4.026175	809.261176
3.662208	787.374662
3.928926	770.069566
3.487695	760.317444
3.794904	758.980718
3.934426	751.475424
3.707650	748.945372
3.671700	697.622927
4.206574	685.671613
	4.248962 4.032926 4.304056 4.237824 4.257189 4.005997 4.014198 3.937018 4.465236 4.057057 4.344517 4.026175 3.662208 3.928926 3.487695 3.794904 3.934426 3.707650 3.671700

A.6 Recomendaciones iniciales con clustering en MovieLens

Se presenta una implementacion del algoritmo de recomendaciones iniciales usando clustering descrito en la seccion 5 para una matriz de contenido obtenida por factorización SVD usando la base de datos de MovieLens.

Ahora realizamos clustering K medias para encontrar clusters de películas similares. El numero de clusters es una situación delicada. Necesitamos un numero de clusters que divida los artículos representativamente, pero tampoco puede ser muy bajo, ya que la idea es tener al usuario calificar un articulo de cada cluster.

```
In [4]: from sklearn.cluster import KMeans

    n_clusters = 10
    kmeans = KMeans(n_clusters)
    clusters = kmeans.fit_predict(u)

    cluster_mask = np.asarray([clusters == i for i in range(n_clusters)])

    ratings_mask = np.isfinite(user_ratings.values)
```

Lo siguiente es obtener el articulo mas relevante de cada cluster. Para hacer esto, primero necesitamos una métrica de relevancia para nuestros articulos. Inspirandonos en el TFIDF, definimos la relevancia de un articulo i en funcion sus calificaciones existentes R_i como

$$t_i = \sum_{j \in U} R_{i,j} log \left(1 + \frac{N}{n_i}\right)$$

Usando esta métrica, calculamos la relevancia de todos los artículos y ordenamos los objetos de nuestros clusters usándola.

```
In [5]: np.sum(ratings_mask, axis=1).size
    relevance = ((np.sum(ui_matrix, axis=1) / user_ratings.shape[1]) *
```

```
(user_ratings.shape[0] / np.sum(ratings_mask, axis=1)))
relevance_df = pd.DataFrame(relevance, index=user_ratings.index)
relevance_df['title'] = [movies.title[id] for id in relevance_df.index]
relevance_df.columns = ['relevance', 'title']
relevance_df.sort_values(by='relevance', ascending=False)

masked_array = np.tile(relevance, (cluster_mask.shape[0], 1))
masked_array[~cluster_mask] = -np.inf
sorted_array = np.argsort(masked_array, axis=1)
relevance_df.iloc[sorted_array[:, -1]]
```

Obtenemos los articulos mas relevantes de cada cluster. Estas seran las que recomendaremos al usuario.

Out[5]:	releva	nce	title
movie_id			
1304	5.920166e-15	Butch Cassidy and the Sundance Kid	(1969)
4447	-2.042610e-15	Legally Blonde	(2001)
3354	8.000224e-16	Mission to Mars	(2000)
344	-4.114401e-16	Ace Ventura: Pet Detective	(1994)
778	-5.806614e-15	Trainspotting	(1996)
3730	5.739291e-15	Conversation, The	(1974)
780	-5.504741e-16	Independence Day (a.k.a. ID4)	(1996)
25	-2.613935e-15	Leaving Las Vegas	(1995)
7153	-1.159123e-15	Lord of the Rings: The Return of the King,	The
1196	-8.205358e-16	Star Wars: Episode V - The Empire Strikes E	Back