Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación

Primer examen

Segundo Semestre 2018

Algoritmos Distribuidos 26106
Licenciatura en Ciencia de la Computación

Rafael A. Castillo López
rafael@trfs.me

Problema 1

1. Descripción del problema

Enunciado Haz un estudio del comportamiento del algoritmo que determina la distancia de estrellas a partir de una matriz de intensidad de luz. La implementación vista en clase recorre la matriz por filas. Construya una implementación que la recorra por columnas y haga una comparación entre las secuenciales y las paralelas. Recuerde que en clase se vieron dos metricas para medir el rendimiento.

2. Algoritmo

El algoritmo por filas es el mismo visto en clase, y solo se necesitan realizar cambios triviales para obtener la versión por columnas.

3. Analisís de complejidad

Ambos algoritmos secuenciales tienen complejidad lineal con respecto al numero de elementos de la matriz de entrada. Es decir que para una matríz de tamaño $N \times M$. El algoritmo será $\mathcal{O}(MN)$.

4. Experimentos

Todos los experimentos se corrieron en una instancia `compute_skylake` en la nube de Chameleon con las especificaciones presentadas en la tabla 1.1.

Procesador	Dos Intel Xeon Gold 6126 CPU @ 2.60GHz
Numero de nucleos	12 por procesador, 24 en total (48 hilos con Hyper Threading)
Memoria ram	128 GiB
Sistema operativo	Ubuntu 16.04 x86-64
Memoria secundaria	SSD Samsung MZ7KM240HMHQ0D3 de 240 GiB
Nucleo	Linux 4.4.0-138
Compilador	Clang 6.0

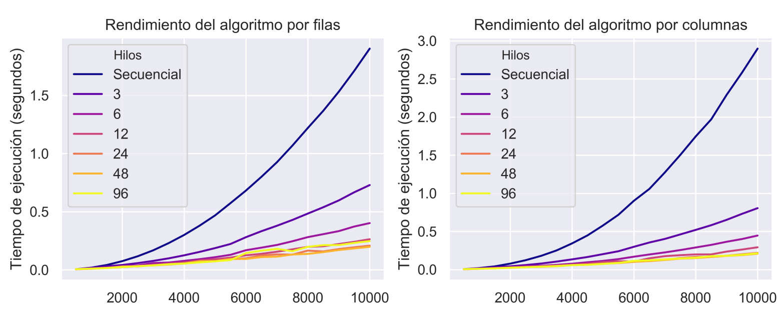
Cuadro 1.1: Especificaciónes del entorno de prueba

Se corrío cada algoritmo con matrices cuadradas de $N \times N$ para $N = 500, 1000, 1500 \ldots 9500, 10000$. Como escalamos ambas dimensiones de la matríz al mismo tiempo y en las graficas de rendimiento usaremos solo N como eje x, para efectos de este experimento el algoritmo se comportará con complejidad $\mathcal{O}(N^2)$.

Cada punto de prueba se ejecutó con ambos algoritmos secuenciales, y con ambos algoritmos paralelos con 3, 6, 12, 24, 48 y 96 hebras (empezamos de 3 ya que nuestro procesador tiene un número de nucleos multiplo de 3). Se realizaron ademas 40 repeticiones del experimento y se tomo el valor mediano para presentar resultados. Las tablas con los resultados resumidos se encuentran en el apéndice A.

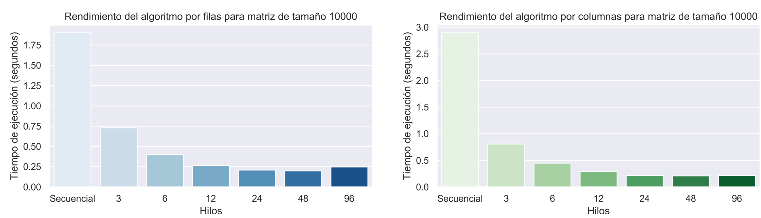
En la figura 1.1 se muestran los tiempos de ejecución de ambos algoritmos. Observamos que aunque teóricamente ambos algoritmos tengan comportamientos asimptoticos exactamente iguales, ¡el algoritmo por columnas toma casi el doble de tiempo que el algoritmo por filas! Esto probablemente se debe a que la baja localidad de datos en el caso por columnas lleva a muchos fallos de cache. Tambien se vé que los algoritmos paralelos ofrecen una mejora dramatica sobre los secuenciales, aunque su comportamiento no sea tan estable.

Figura 1.1: Izquierda: rendimiento de los algoritmos por fila. Derecha: rendimiento de los algoritmos por columna.



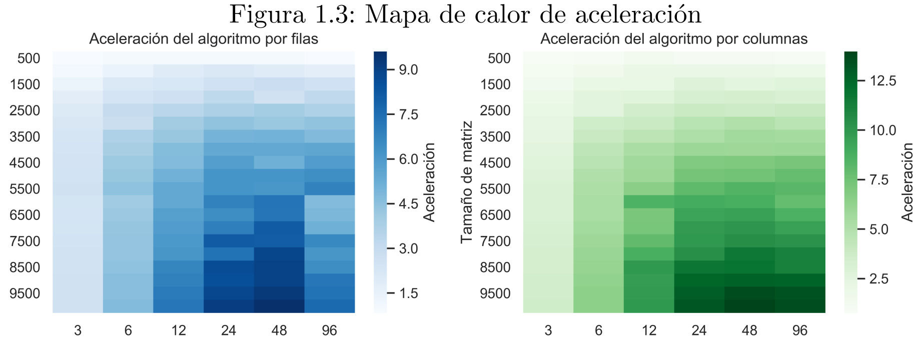
La figura 1.2 nos muestra el rendimiento para el caso especifico de una matríz de 10000×10000. Aqui se aprecia mejor como mejora el rendimiento con mas hilos. Curiosamente podemos ver en el algoritmo por filas que el rendimiento con 96 hilos es peor que el rendimiento con 48. 48 hilos es el maximo que el procesador usado en las pruebas puede correr en paralelo (contando los nucleos virtuales o HyperThreads). Esto no se presenta en la versión por columnas. Hipotetizo que la razón de esto es que aunque el mas rápido algoritmo por filas llegue a un cuello de botella ocasionado por el cambio de contexto entre hilos, el algoritmo por columnas aún es limitado por su mas lento acceso a memoria.

Figura 1.2: Rendimiento para una matriz de 10000×10000



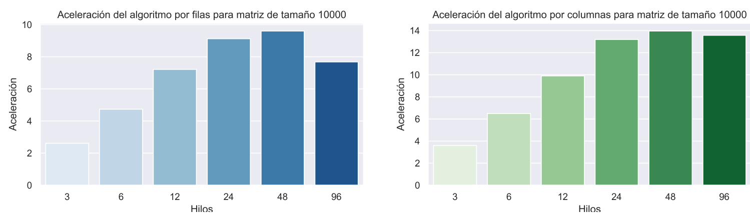
En el mapa de calor de la figura 1.3 podemos ver la aceleración de los algoritmos probados. Podemos ver la tendencia general de que la aceleración crezca con el numero de hilos y el tamaño del problema, con la excepción previamente mencionada del algoritmo por filas usando 96 hilos.

Figura 1.3: Mapa de calor de aceleración



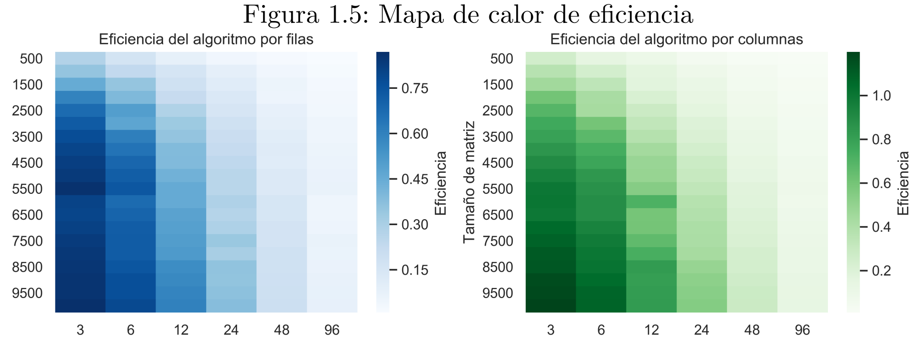
De nuevo acercandonos a nuestro caso extremo de la mátriz de 10000×10000 en la figura 1.4, observamos que en ambos casos nuestra aceleración crece hasta cierto punto mientras mas hilos agreguemos, aunque nuestra delta de aceleración baje entre mas hilos empleemos. Tambien vemos el comportamiento con 96 hilos en ambos casos: en el algoritmo por columnas, no vemos mejora al agregar estos hilos, mientras que en el algoritmo por filas, perdemos tiempo, como se habia mencionado antes.

Figura 1.4: Aceleración para mátriz de 10000×10000



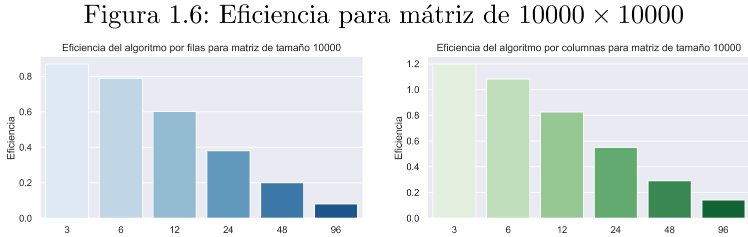
En el caso de la eficiencia, vemos una historia muy parecida para ambos algoritmos. Aunque el tiempo que toman menos tiempo real, la eficiencia del uso de recursos en realidad baja dramaticamente aumentando el número de hilos. La figura 1.5 muestra este comportamiento.

Figura 1.5: Mapa de calor de eficiencia



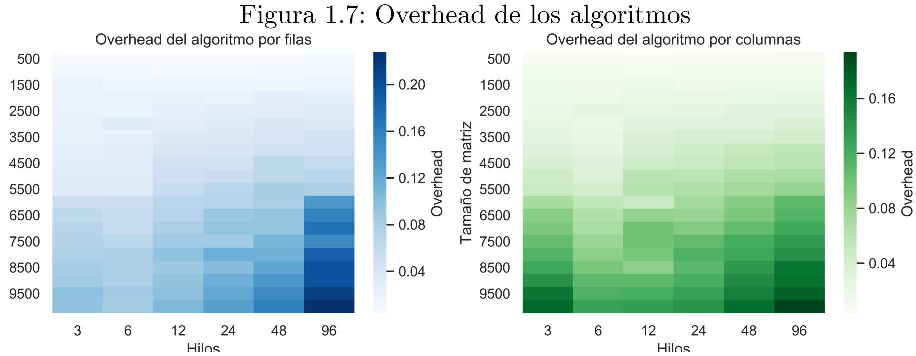
En nuestra figura 1.6, mostrando la eficiencia para nuestra mátriz de 10000×10000, vemos como nuestra eficiencia baja constantemente, culminando en la eficiencia con 96 hilos, que se vé dramaticamente reducida por el tiempo gastado en cambios de contexto. Ademas de esto, podemos ver que aunque la versión paralela por columna sea más lenta, es mas eficiente que la versión por fila con respecto a las versiones secuenciales correspondientes

Figura 1.6: Eficiencia para mátriz de 10000×10000



Para acabar, obervamos el overhead que sufren los algoritmos. Los resultados son congruentes con la historia hasta ahora. El overhead aumenta con el número de hilos, y ve un incremento dramatico en las corridas con 96 hilos. Estos resultados estan graficados en la figura 1.7

Figura 1.7: Overhead de los algoritmos



5. Conclusión

Ambos algoritmos de detección de estrellas nos muestran propiedades típicas de los algoritmos distribuidos. Vemos que el algoritmo paralelo en general es mucho más rapido que el secuencial. Pero tambien vemos que la eficiencia de uso de recursos baja rapidamente entre mas paralelizemos el algoritmo.

Vemos tambien que hay cierto punto cuando agregar mas hilos se vuelve contraproducente cuando la cantidad de hilos supere el numero de núcleos de procesador con los que contamos. Este punto obviamente depende del procesador, pero es importante estar consciente de su existencia.

Problema 2

1. Descripción del problema

Enunciado Analizar el desempeño del programa que calcula las raices cuadradas entre 1 y n.

2. Descripción del algoritmo

Los tres algoritmos son los vistos en clase:

- El algoritmo secuencial original.
- El algoritmo paralelo usando un arreglo compartido, de aqui en adelante algoritmo 1.
- El algoritmo paralelo donde cada hilo regresa parte de la solución y el hilo principal las reune, de aqui en adelante algoritmo 2

3. Experimentos

Todos los experimentos se realizaron dentro del mismo entorno que el problema 1, descritos en la tabla 1.1.

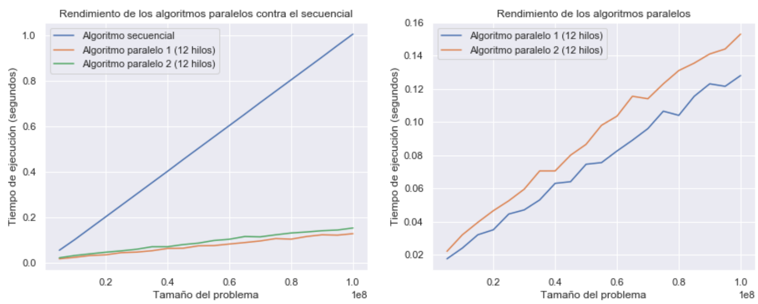
De nuevo, los expermientos paralelos se realizaron con 3, 6, 12, 24, 48 y 96 hilos. En este caso se probó el algoritmo para problemas de tamaño $N = 5000000x$ para $x = 1, 2, \ldots, 19, 20$.

Se toma en cuenta la mediana de 50 ejecuciónes para reducir el impacto de factores externos.

Comenzamos observando los tiempos de ejecución. La figura 2.1 nos muestra la ejecución secuencial contra las ejecuciones en paralelo con 12 hilos. Vemos que en general ambas versiones paralelas nos ofrecen una gran mejora frente a la secuencial.

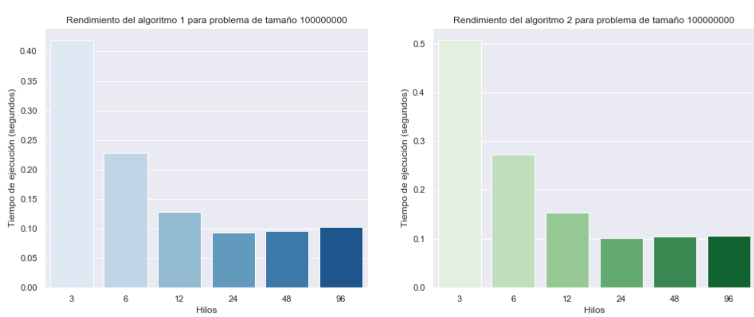
En la derecha vemos una comparación solo entre las dos versiones paralelas. Vemos que la version que comparte memoria entre hilos es ligeramente más lenta que la version donde cada hilo regresa reultados parciales.

Figura 2.1: Desempeño de los algoritmos



Nos tornamos a un ejemplo de tamaño $100,000,000$ para analizar el cambio en el desempeño mientras varía el numero de hilos. En la figura 2.2 vemos como el desempeño en realidad se reduce cuando aumentamos el numero de hilos sobre cierto punto, sugiriendo que el tamaño del problema no es lo suficientemente grande para que el berneficio de la paralelización supere el costo del overhead de dividir el trabajo.

Figura 2.2: Desempeño de los algoritmos



Nos tornamos ahora a la aceleración, ilustrada en la figura 2.3. Vemos un resultado que corrobora el punto pasado. La aceleración aumenta rapidamente hasta llegar a 24 hilos, de ahi comienza a decrecer. Este comportamiento se puede ver mas claro en el caso especifico de $N = 100,000,000$, graficado en la figura 2.4. Tambien vemos de nuevo que el algoritmo 2 tiene una ligera ventaja sobre el algoritmo 1.

Figura 2.3: Aceleración de los algoritmos

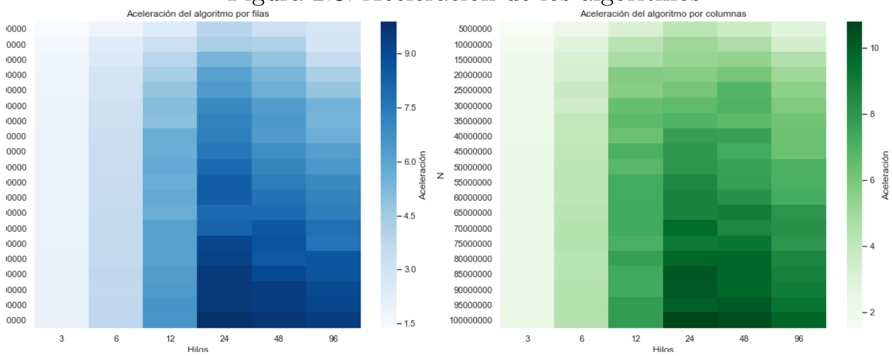
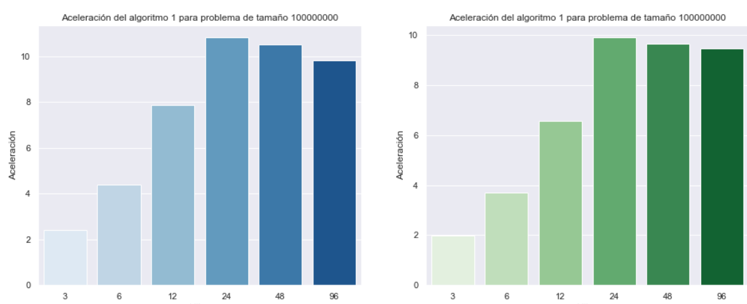


Figura 2.4: Aceleración de los algoritmos



El siguiente punto a analizar es la eficiencia de ambos algoritmos frente a sus versiones secuenciales. Un mapa de calor de estos datos se encuentra en la figura 2.5. Al igual que en el problema anterior se observa que la baja mientras el número de hilos aumenta y sube junto con el tamaño del problema. En la figura2.6, especifica para $N = 100,000,000$, podemos observar una repentina reducción en eficiencia al pasar de 24 a 48 hilos, continuando la historia que contaban los resultados anteriores.

Figura 2.5: Eficiencia de los algoritmos

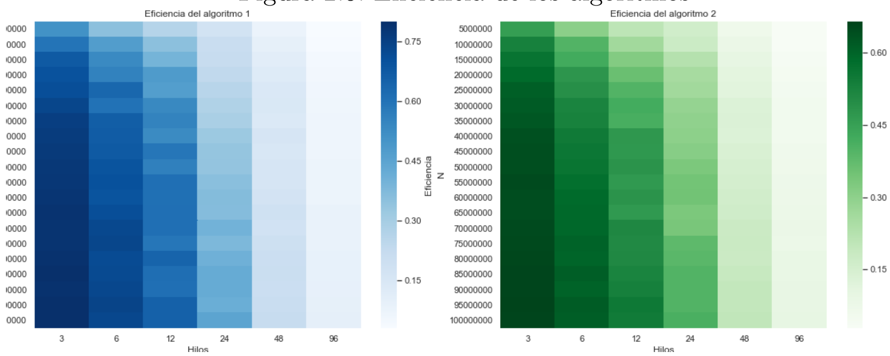
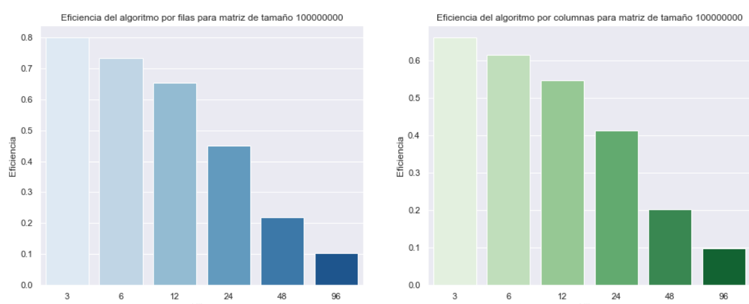
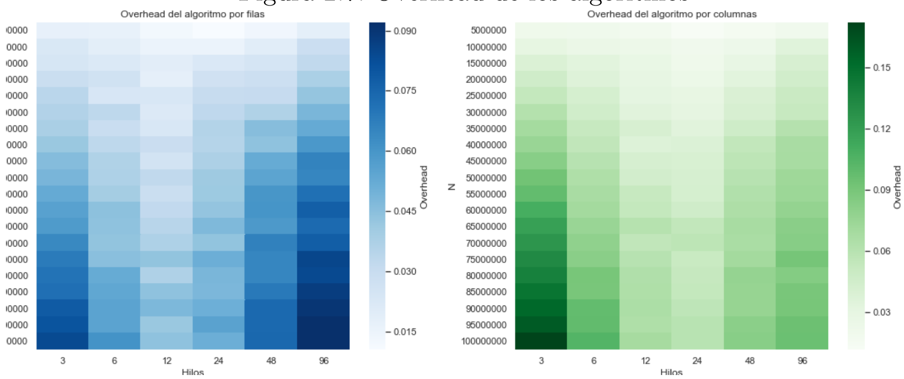


Figura 2.6: Eficiencia de los algoritmos



Finalemente observaremos la figura 2.7, donde se muestran los valores de overhead. Curiosamente vemos que a diferencia del problema anterior, donde el overhead se reducia entre menos hilos crearamos, acá vemos que el punto minimo de overhead es entre 12 y 24 hilos. Vemos tambien que el overhead se maximiza despues de 24 hilos, el punto donde el algoritmo deja de acelerar entre mas hilos arrojemos al problema.

Figura 2.7: Overhead de los algoritmos



4. Conclusión

En este ejercicio se puede observar que el punto donde agregar mas hilos deja de ser beneficioso no necesariamente depende del numero de hilos que se pueden ejecutar concurrentemente. El factor mas importante en realidad es la relación entre el beneficio de dividir el problema y el costo de crear estas divisiones y reunir los resultados. En este caso rapidamente nos topamos con el punto donde el overhead de paralelizar de más terminó alentando el desempeño de la solución.

5. Introducción

El objetivo de este trabajo es construir un algoritmo que dadas las coordenadas de dos piezas de ajedrez, de las cuales una es un alfil, determine si el alfil puede atacar a la otra pieza.

6. Procedimiento

Un alfil ataca a la pieza contraria si esta se encuentra en alguna de las diagonales Dado que cada pieza ocupa una posición en el tablero es suficiente con calcular la pendiente de la recta que pasa por las coordenadas en las cuales se encuentran ambas piezas.

Si el valor de dicha pendiente es 1 o -1, entonces el alfil ataca a la pieza contraria.

6.1. Restricciones

Se asume que las coordenadas de ambas piezas son válidas y que cada ambas piezas no ocupan la misma posición.

7. Estructuras de Datos Utilizadas

Para este problema no se ocupan estructuras de datos.

8. Algoritmo

El algoritmo para ...

Algorithm Bootstrap

Input: X, Y set of n observations
nbi Number of bootstrap iterations
p percent of the confidence interval
Output: x_l, x_r Confidence interval

1 $\rho \leftarrow$ **CorrelationCoef**(X, Y)
2 **for** $i \leftarrow 1$ **to** nbi **do**
3 $X', Y' \leftarrow$ **SampleFrom**(X, Y, n)
4 $cint_i \leftarrow$ **CorrelationCoef**(X', Y')
5 **Sort**$(cint)$
6 $x_l, x_r \leftarrow$ **ConfidenceInterval**$(cint, p)$
7 **return** x_l, x_r

El algoritmo primero verifica si ambas piezas se encuentran en la misma fila (línea 1) o en la misma columna (línea 3); en ambos casos el resultado es *Fail*. Si ambas piezas no se encuentran en la misma fila o columna se calcula la pendiente de la recta que pasa por las coordenadas en las cuales se encuentran ambas piezas (línea 5) y luego se verifica si el valor de la pendiente es ± 1 (línea 6).

8.1. Análisis de Complejidad

El algoritmo propuesto tiene costo constante.

9. Implementación

El algoritmo está implementado en lenguaje C como se muestra en la figura a continuación:

9.1. Plataforma Computacional

El programa fue ejecutado eun un computador con las siguientes características:

- **Procesador:** Intel(R) Pentium(R) 4 CPU 3.00GHz
- **Memoria RAM:** 994312 kB
- **Sistema Operativo:** Linux - Ubuntu 9.04

10. Resultados Experimentales

En este caso es trivial ...

Datos experimentales del problema 1

Hilos Tamaño de matriz	Secuencial	3	6	12	24	48	96
500	0.0050	0.0060	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0060
1000	0.0190	0.0180	0.0135	0.0100	0.0090	0.0100	0.0110
1500	0.0420	0.0310	0.0200	0.0190	0.0160	0.0150	0.0160
2000	0.0750	0.0420	0.0315	0.0280	0.0230	0.0290	0.0235
2500	0.1170	0.0580	0.0390	0.0345	0.0315	0.0295	0.0320
3000	0.1680	0.0770	0.0590	0.0420	0.0380	0.0400	0.0380
3500	0.2300	0.0990	0.0630	0.0540	0.0460	0.0455	0.0485
4000	0.3000	0.1250	0.0775	0.0640	0.0550	0.0550	0.0540
4500	0.3800	0.1545	0.0920	0.0805	0.0650	0.0740	0.0640
5000	0.4680	0.1870	0.1090	0.0915	0.0755	0.0755	0.0730
5500	0.5740	0.2225	0.1295	0.1055	0.0925	0.0935	0.0840
6000	0.6820	0.2810	0.1690	0.1250	0.0995	0.0935	0.1445
6500	0.8000	0.3325	0.1910	0.1380	0.1240	0.1100	0.1650
7000	0.9250	0.3790	0.2140	0.1560	0.1330	0.1135	0.1805
7500	1.0680	0.4290	0.2460	0.1765	0.1310	0.1320	0.1605
8000	1.2200	0.4840	0.2815	0.1980	0.1655	0.1375	0.1980
8500	1.3680	0.5385	0.3070	0.2030	0.1580	0.1525	0.2125
9000	1.5315	0.5970	0.3330	0.2220	0.1790	0.1705	0.2130
9500	1.7110	0.6670	0.3725	0.2410	0.1940	0.1845	0.2320
10000	1.9020	0.7290	0.4020	0.2635	0.2085	0.1980	0.2475

Cuadro A.1: Valor mediano del tiempo de ejecución del algoritmo por filas considerando 40 ejecuciones

Hilos Tamaño de matriz	Secuencial	3	6	12	24	48	96
500	0.0050	0.0065	0.0055	0.0040	0.0050	0.0050	0.0060
1000	0.0200	0.0180	0.0135	0.0100	0.0100	0.0100	0.0110
1500	0.0420	0.0310	0.0205	0.0200	0.0150	0.0170	0.0155
2000	0.0780	0.0430	0.0305	0.0290	0.0240	0.0230	0.0250
2500	0.1230	0.0595	0.0470	0.0355	0.0310	0.0325	0.0305
3000	0.1800	0.0790	0.0500	0.0450	0.0380	0.0360	0.0390
3500	0.2510	0.1050	0.0620	0.0550	0.0490	0.0440	0.0455
4000	0.3430	0.1340	0.0770	0.0645	0.0580	0.0585	0.0580
4500	0.4480	0.1650	0.0960	0.0780	0.0650	0.0640	0.0625
5000	0.5780	0.2025	0.1140	0.0985	0.0785	0.0775	0.0740
5500	0.7185	0.2405	0.1375	0.1095	0.0895	0.0850	0.0875
6000	0.9020	0.2990	0.1690	0.1050	0.1010	0.1025	0.1150
6500	1.0575	0.3550	0.1980	0.1480	0.1130	0.1110	0.1225
7000	1.2730	0.4020	0.2250	0.1760	0.1295	0.1260	0.1340
7500	1.5030	0.4610	0.2560	0.1890	0.1515	0.1435	0.1465
8000	1.7465	0.5205	0.2900	0.1990	0.1670	0.1505	0.1555
8500	1.9695	0.5820	0.3240	0.1990	0.1680	0.1655	0.1765
9000	2.2920	0.6525	0.3650	0.2360	0.1825	0.1795	0.1815
9500	2.5850	0.7315	0.4010	0.2630	0.2005	0.1900	0.1940
10000	2.8975	0.8055	0.4465	0.2925	0.2195	0.2075	0.2135

Cuadro A.2: Valor mediano del tiempo de ejecución del algoritmo por columnas considerando 40 ejecuciones

Datos experimentales del problema 2

Hilos N	Secuencial	3	6	12	24	48	96
5000000	0.055	0.0360	0.0260	0.0175	0.0130	0.0150	0.0190
10000000	0.102	0.0570	0.0360	0.0240	0.0200	0.0220	0.0300
15000000	0.152	0.0750	0.0475	0.0320	0.0290	0.0280	0.0340
20000000	0.202	0.0965	0.0605	0.0350	0.0355	0.0330	0.0400
25000000	0.252	0.1180	0.0660	0.0445	0.0410	0.0365	0.0455
30000000	0.302	0.1370	0.0835	0.0470	0.0455	0.0430	0.0515
35000000	0.352	0.1555	0.0885	0.0530	0.0505	0.0530	0.0565
40000000	0.402	0.1760	0.1000	0.0630	0.0520	0.0525	0.0635
45000000	0.453	0.1970	0.1120	0.0640	0.0565	0.0620	0.0710
50000000	0.503	0.2165	0.1210	0.0745	0.0620	0.0655	0.0705
55000000	0.553	0.2370	0.1315	0.0755	0.0645	0.0715	0.0775
60000000	0.603	0.2570	0.1450	0.0825	0.0685	0.0730	0.0835
65000000	0.653	0.2760	0.1530	0.0890	0.0745	0.0725	0.0805
70000000	0.704	0.2990	0.1610	0.0960	0.0730	0.0815	0.0850
75000000	0.754	0.3200	0.1710	0.1065	0.0825	0.0810	0.0930
80000000	0.804	0.3390	0.1865	0.1040	0.0820	0.0820	0.0925
85000000	0.854	0.3570	0.1965	0.1155	0.0835	0.0870	0.0965
90000000	0.904	0.3800	0.2060	0.1230	0.0885	0.0930	0.0995
95000000	0.955	0.3990	0.2145	0.1215	0.0955	0.0940	0.1020
100000000	1.005	0.4190	0.2285	0.1280	0.0930	0.0955	0.1025

Cuadro B.1: Valor mediano del tiempo de ejecución del algoritmo 1 considerando 40 ejecuciones

Hilos N	Secuencial	3	6	12	24	48	96
5000000	0.055	0.0400	0.0300	0.0220	0.0140	0.0170	0.0200
10000000	0.102	0.0640	0.0425	0.0320	0.0240	0.0250	0.0360
15000000	0.152	0.0895	0.0595	0.0395	0.0280	0.0315	0.0430
20000000	0.202	0.1140	0.0700	0.0465	0.0330	0.0380	0.0470
25000000	0.252	0.1375	0.0850	0.0525	0.0395	0.0450	0.0530
30000000	0.302	0.1625	0.0960	0.0595	0.0435	0.0480	0.0550
35000000	0.352	0.1870	0.1105	0.0705	0.0490	0.0545	0.0650
40000000	0.402	0.2090	0.1220	0.0705	0.0550	0.0630	0.0720
45000000	0.453	0.2340	0.1355	0.0800	0.0600	0.0665	0.0730
50000000	0.503	0.2605	0.1485	0.0865	0.0630	0.0705	0.0780
55000000	0.553	0.2830	0.1600	0.0980	0.0660	0.0750	0.0795
60000000	0.603	0.3105	0.1705	0.1035	0.0715	0.0780	0.0840
65000000	0.653	0.3360	0.1840	0.1155	0.0815	0.0820	0.0890
70000000	0.704	0.3600	0.1970	0.1140	0.0865	0.0820	0.0905
75000000	0.754	0.3840	0.2080	0.1230	0.0825	0.0860	0.0985
80000000	0.804	0.4065	0.2240	0.1310	0.0865	0.0940	0.0930
85000000	0.854	0.4310	0.2320	0.1355	0.0890	0.0945	0.0985
90000000	0.904	0.4550	0.2490	0.1410	0.0940	0.0955	0.0995
95000000	0.955	0.4785	0.2580	0.1440	0.0995	0.1015	0.1045
100000000	1.005	0.5070	0.2725	0.1530	0.1015	0.1040	0.1060

Cuadro B.2: Valor mediano del tiempo de ejecución del algoritmo 2 considerando 40 ejecuciones