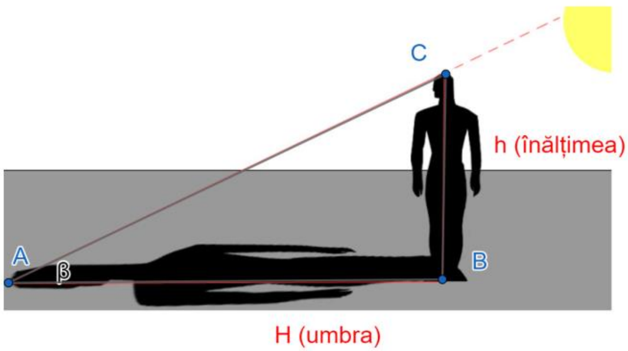
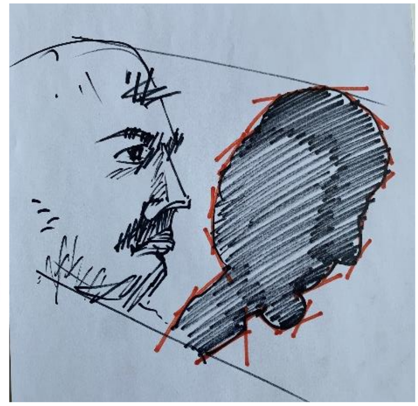
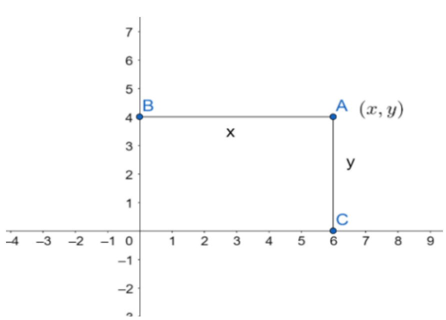
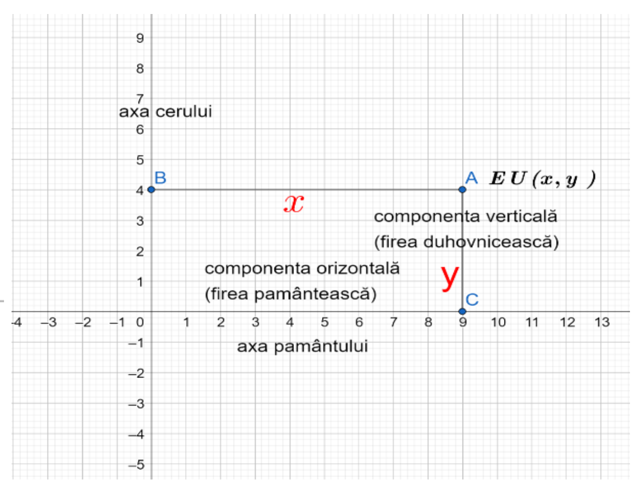
Derivata și integrala





Logosul proporție se manifesta pretutindeni în jurul nostru. Este în masuri, procente, fracții rapoarte, ne urmărește mereu, când mergem sub soare, caci arunca umbra pe pământ. Pe un perete, umbra capului arata o măsură, o margine, definita de conturul capului. Umbra este limitata de tangente, care limitează conturul-segmente mici roșii, care opresc forma la un anumit contur. Daca desenez neglijent și depășesc marginile-tangentele cu roșu-atunci nu se mai păstrează proporția, nasul este prea lung, urechile de elefant și ajungem la o caricatură. Derivata fiind tangenta la contur, arată măsura peste care nu trebuie să călcăm. Dacă stăpânim conturul avem șanse ca portretul sa semene cu modelul.

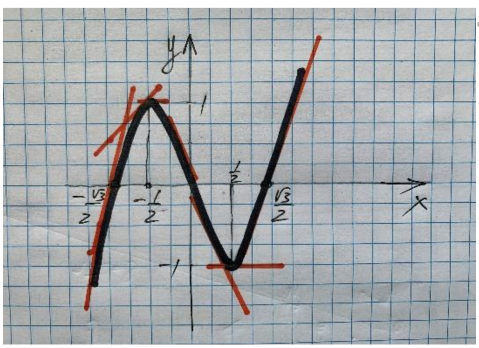


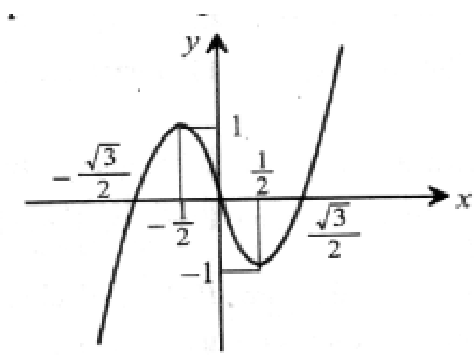


Daca EU mă definesc ca o mulțime de puncte A(x,y) atunci viața-ființa mea este ca o funcție în planul cartezian cu 2 coordonate una orizontală-pământească și una verticală-spirituală. Sa luăm funcția polinomială:

$f(x)=4x^3-3x$

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{3}}{2}$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		∞
$f'(x)$		+++	+++	+++	0	---	-	---	0	+++	++	+++	
$f''(x)$		---	---	---	--	---	0	+++	++	+++	++	+++	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↗	1	↘	0	↘	-1	↗	0	↗	∞
		⌢		⌢		⌢		⌣		⌣		⌣	





Funcția derivata este o funcție de grad 2 cu rădăcinile -1/2 și +1/2 unde funcția are un maxim și un minim. Când derivata este pozitivă, f(x) creste, când este negativă funcția scade-descrește. Semnul derivatei arata o atitudine pozitivă-optimistă, iar semnul negativ arata o stare pesimistă. Desigur când urc sunt pozitiv, iar când cobor sunt posomorit. Pe munte, pe culme sunt mândru și plin de mine, în vale mă simt smerit și nu am de unde să mai cad.

Tangentele la curbă-roșii, arată ca și la umbra portretului limitarea și îmi definește aliura-forma, graficul funcției. Semnul derivatei, am văzut că arată munți și văi, care spiritual sunt atitudinile pozitive sau negative.

Descoperirea derivatei în sec. XVII, a dus la un mare progres în matematică, întrucât a definit precis studiul funcțiilor. Dacă știu tangenta în orice punct, atunci știu conturul și pot trasa graficul funcției.

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{df(x)}{dx} = tg(\beta)$$

f(x)-f(x_0) arata creșterea funcției pe verticala (înălțimea din primul desen)

$x - x_0$ arata creșterea pe orizontala-a variabilei x, deci modificarea umbrei din primul desen.

$$tg(\beta) = \frac{h}{H} = \frac{in\check{a}l\c{t}imea\ \boldsymbol{mea}}{lungimea\ \boldsymbol{umbrei}}$$

Logosul-proporția derivatei arată conturul personalității mele, marginile cu care Domnul-Creatorul m-a înzestrat, dar nu mă definește în totalitate, așa cum un contur, o umbra nu arata cine este personajul adevărat.

Dacă cunosc forma funcției adică prima derivată, nu este suficient. Vedem din tabelul complet că mai trebuie derivata a doua cu punctele de inflexiune și rădăcinile care leagă forma funcției de axele perpendiculare.

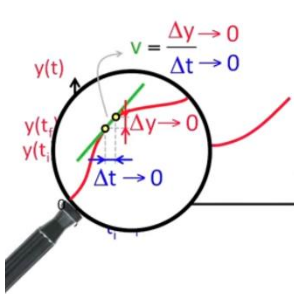
Tangenta în orice punct x și x_0 arată starea mea interioară la orice schimbare infinit de mică, de la un gând mic (x) la un alt gând diferit (x_0)

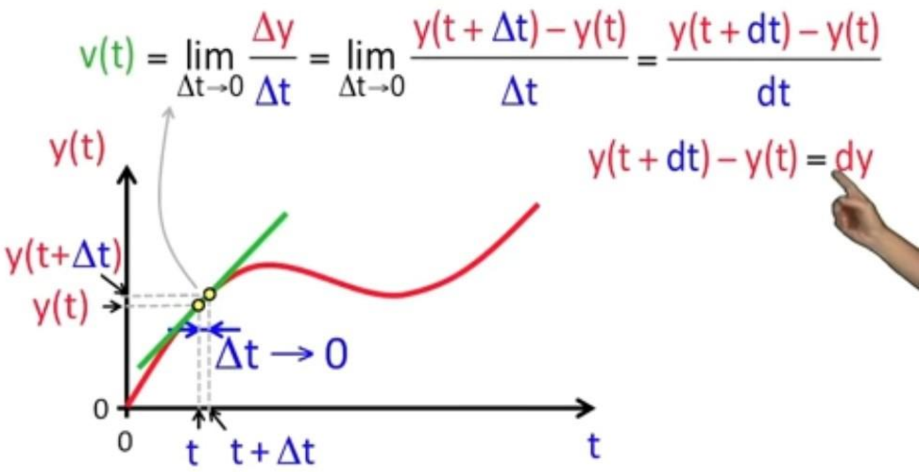
Calculul infinitezimal descoperit de Leibniz și Newton, care erau creștini adevărați, a revoluționat știința și a produs o înnoire a gândirii matematice. **Noi suntem cercetați de Domnul la nivelul gândurilor** ($\boldsymbol{x}$ și $\boldsymbol{x_0}$)(Isaia 66.18: *Eu pedepsesc faptele și gândurile lor!)*

Mai departe dacă mergem infinit mic, la nivelul gândului avem derivata-logosul-proporție miraculos, care arată creșterea-sau scăderea instantanee, la nivel de gând, deci limita când numitorul (dx= $x - x_0$) tinde catre 0.

-

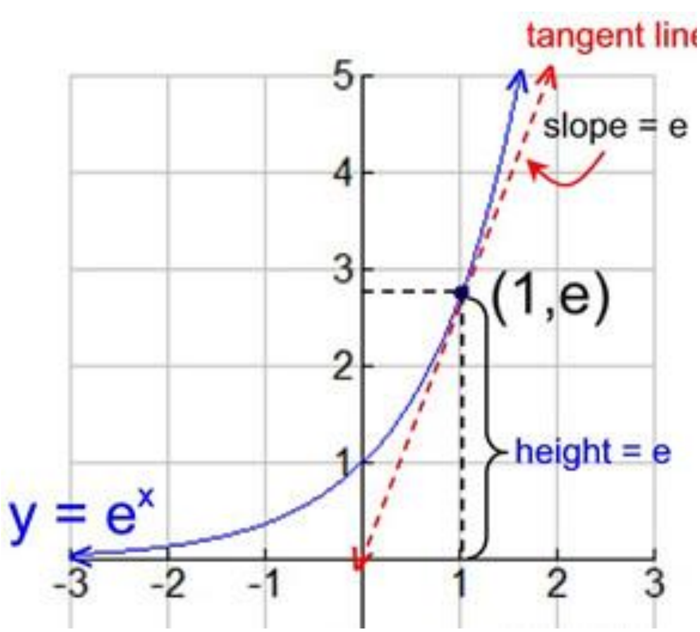
$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{df(x)}{dx} = tg(\beta) = f'(x)$$

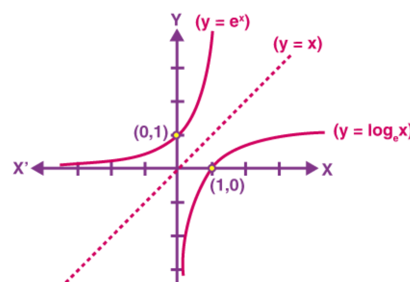


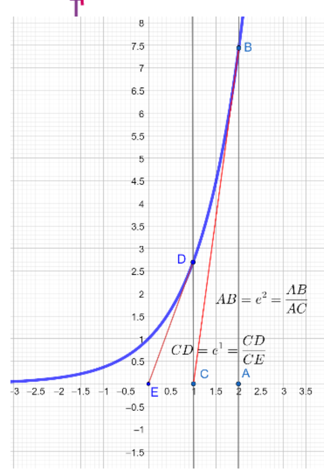



Vedem exemplul cu șina de tren când facem un zoom-cu lupa și obținem forma șinei dintre 2 puncte ca o linie dreapta-la fel și pe graficul derivatei spațiului y(t) în funcție de timp, obținem derivata viteza v(t)=y(t), când timpul dt (de la t la t+dt) se reduce la 0-la nivelul gândului.

Revenim la derivata ca tangenta la funcție în fiecare punct. Am văzut ca tangentele definesc conturul unui portret. În matematica, singura funcție la care tangentele nu deformează forma-aliura funcției, este e^x.







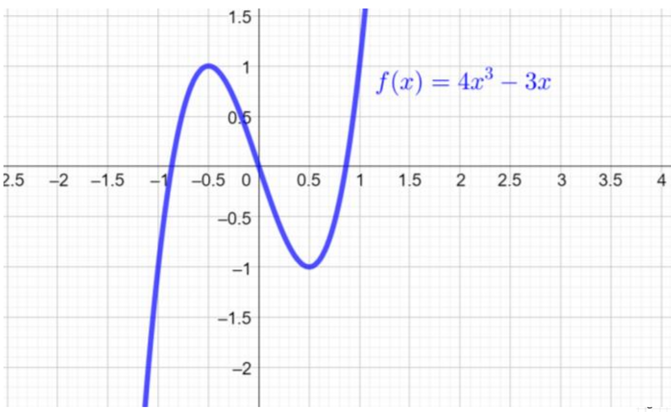
Se observă pe grafic ca panta tangentei este egală cu funcția

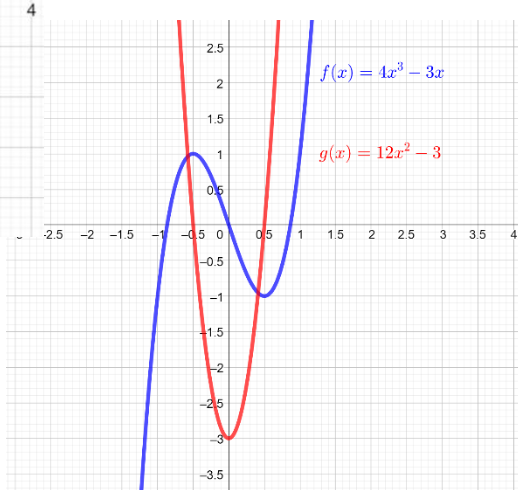
$$f'(x) = (\boldsymbol{e^x})' = \boldsymbol{e^x}$$

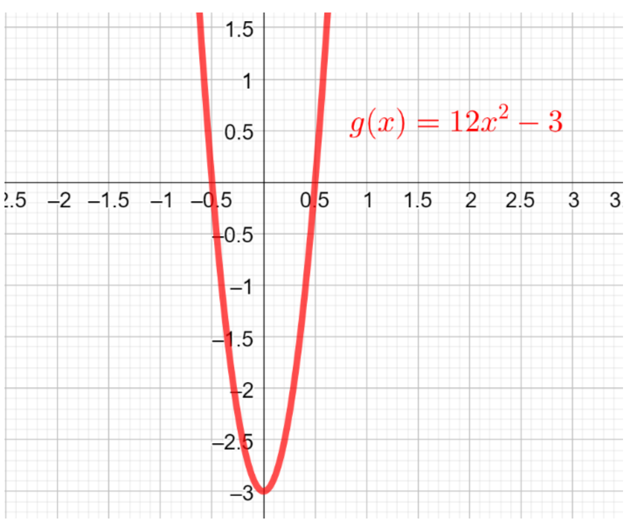
$f'(2) = \frac{AB}{AC} = AB = f(2) = e^2$ sau $f'(1) = \frac{CD}{CE} = CD = f(1) = e^1 = e$

La fel și funcția inversă, logaritmică-ln(x), are aceeași unică proprietate. De aici rezultă și miraculoasa proprietate a spiralei logaritmice-*spira mirabilis*, descoperită de Descartes. Ea are aceeași înclinație a tangentei în orice punct, cu raza vectoare, ca și zborul albinelor care zboară sub același unghi de incidenta cu razele soarelui!

Să revenim la funcția f(x)=$4x^3$-3x cu derivata g(x)=$12x^2$-3





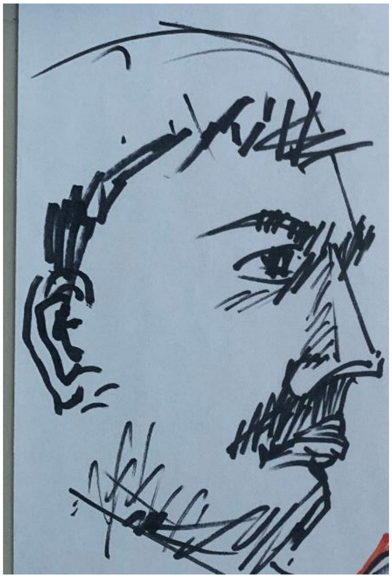


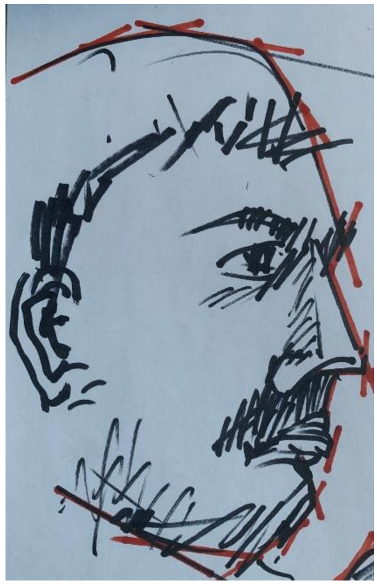
Pe intervalul (-1/2,0) derivata g(x)este negativă, deci funcția f(x) descrește

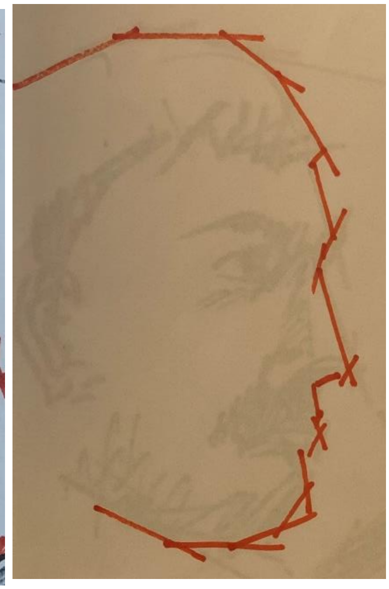
Pe intervalul (0,1/2) derivata g(x)este pozitivă, deci funcția f(x) crește

Sa revenim la portret cu fața și contur-tangentele cu roșu

portretul funcția f(x) derivata=mulțimea tangentelor-conturul roșu=$f'(x)$







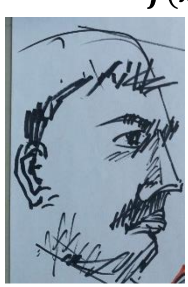
Așa cum am arătat la început, conturul umbrei sau conturul feței nu definesc personalitatea modelului-la fel și derivata-nu definește funcția.

Odată cu derivata, Newton și Leibniz au descoperit **INTEGRALA**-adică o noua funcție, numita **primitivă**, sau **F(x)**

Integrala are semnul de **S**umă, un S înaintea funcției. Aceasta aduna, sumează toate ariile infinit mici, care sunt sub graficul unei funcții, care este continua, derivabilă și care se poate integra. Derivata și integrala sunt inverse.

Dacă integram derivata obținem funcția inițială f(x)

$$\int\left(\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{x})\right) \qquad = \qquad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$$



Acest miracol evident în matematica se transpune și la figurativ-în portret. Șarpele pus în fața derivatei, transformă în funcția directa.

Șarpele pus în fața conturului-roșu, îl transforma în modelul adevărat-mulțimea tuturor tangentelor mici și infinite, care definesc nu numai marginile feței, dar și toate detaliile interioare, adică toate trăsăturile specifice modelului.

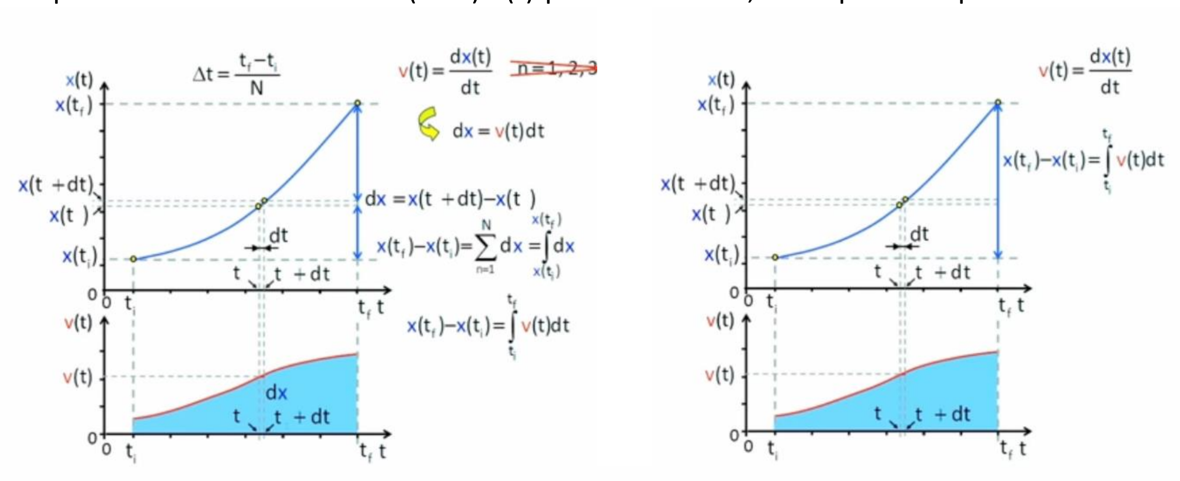
Pentru funcția f(x)=4x^3-3x avem derivata $f'(x) = 12x^2 - 3$

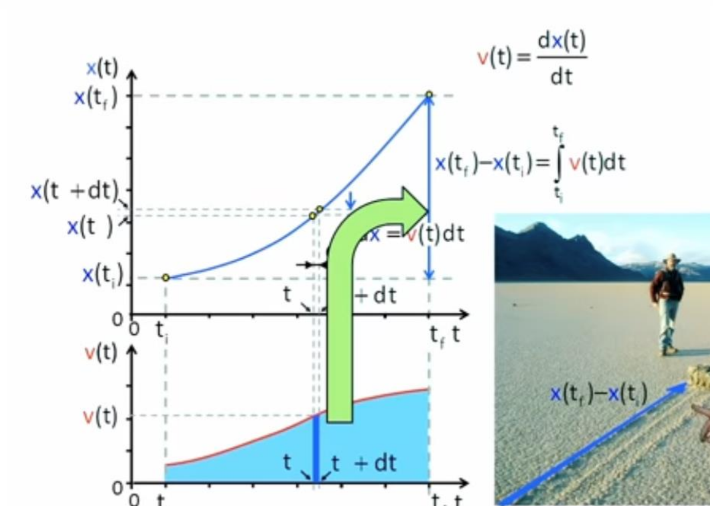
$\int\left(\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{x})\right) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ sau

$\int(12x^2 - 3) = 4x^3$-3x=f(x)

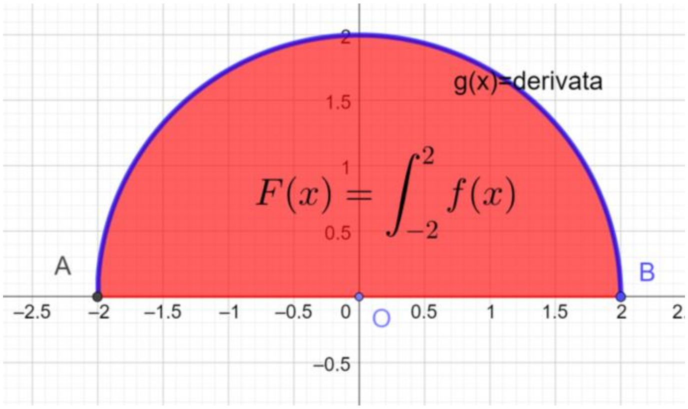
Pentru a înțelege mai bine derivata și integrala ca procese inverse, luam funcția deplasare x(t), arătată prin urma albastra lăsată de deplasarea unei pietre pe nisip-poza de jos

Deplasarea instantanee este x(t+dt)-x(t)-pe axa verticala, în timpul t+dt -pe axa ox.





Derivata v(t)= $\frac{dx(t)}{dt}$ este viteza în conturul roșu graficul de jos-aria albastră. S-a obținut măsurând în fracțiunile dx timpul dt obținut în divizarea pe ox a intervalului (t_i, t_f) în N părți egale. Integrala este aria albastra $\int_{t_i}^{t_f} v(t)$ =$\sum_{n=1}^{N} dx$ egală cu deplasarea dx=xt_f-xt_i

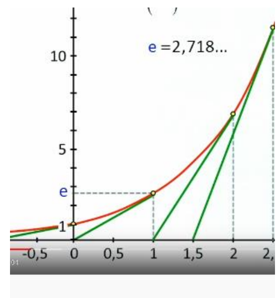


F(x)=$\int \boldsymbol{f(x)}$

$\boldsymbol{F'(x) = f(x)}$

$\boldsymbol{\int f'(x) = f(x)}$

Pentru cercul cu raza R=2 și ecuația $x^2 + y^2 = 4$, avem derivata g(x)-conturul albastru-rezultat din mulțimea infinita a tangentelor la cerc și integrala F(x), aria roșie, adică suma infinită a ariilor interioare. Derivata și integrala sunt procese inverse.



Sa revenim la funcția exponențială $\boldsymbol{e^x}$**.**

Este singura funcție unde $f'(x) = \boldsymbol{(e^x)' = e^x}$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{df(x)}{dx} = f'(x)$$

Cuvântul tangenta vine din latină=*tangere* înseamnă atingere.

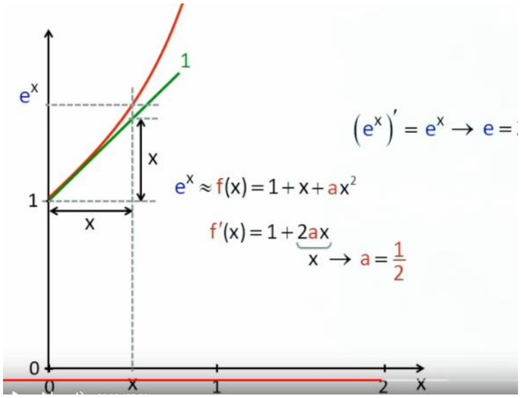
Arhimede ar fi zis când soldatul roman l-a întâlnit pe țărmul mării *Noli me tangere circulos mios*-adică nu-mi atinge cercurile mele.

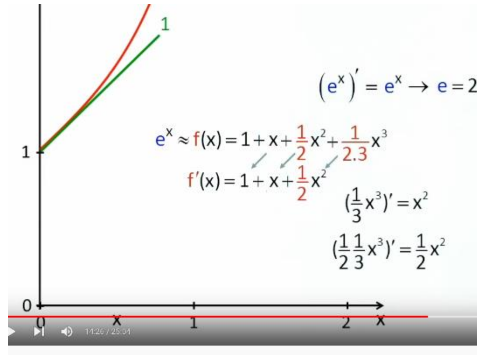
În punctele 1/1,5 și 2.5 tangentele la exponențială determină pe abcisa ox 3 catete egale cu unitatea-așa cum am arătat și mai sus. Tangenta creste în înălțime (1/1,5/2,5)) cu valori egale cu funcția, dar pe abcisa ox catetele rămân constante, egale cu 1. Este remarcabil și unic printre toate funcțiile. Creștem pe axa cerului, în timp ce pe axa pământească-ox rămânem pironiți cu firea pământească, care trebuie răstignită-deși nu moare. (Gal. 2,20) Este o interpretare spirituala pentru **derivata-logosul** funcției exponențiale, care este unică și arată creșterea noastră pe calea spirituala, ca și la spirala logaritmică.

Sa analizam funcția $\boldsymbol{e^x}$**.** în jurul originii, tangenta în x=0 este x=1 pentru ca $\boldsymbol{e^0 = 1}$

Să aproximăm funcția f(x)=1+x și rămâne încă o porțiune mica rămasă deasupra tangentei-verde. Deci $\boldsymbol{e^x}$ =1+x+? presupunem că (?)=o funcție de grad 2 deci

f(x)=1+x+ax^2 derivăm $f'(x) = 1 + 2ax$ deci 2ax=x deci a=1/2



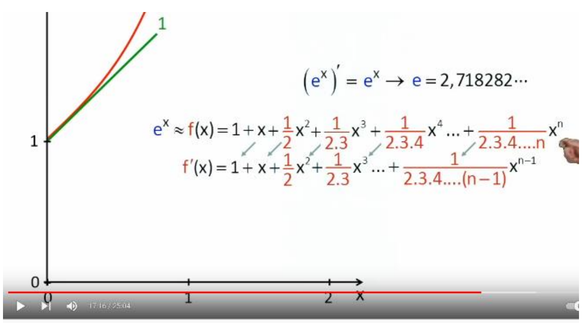


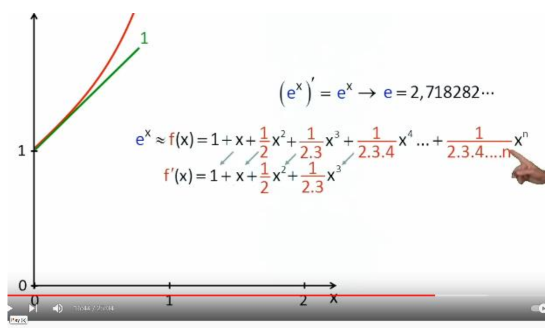
deci f(x)≅1+x+$\frac{1}{2}x^2$+?   Și derivata este până acum $f'(x)$=1+x+?

f(x)≅1+x+$\frac{1}{2}x^2 + bx^3$? dacă comparăm funcția cu derivata vedem cum x derivat devine egal cu 1, ($\frac{1}{2}x^2$) derivat devine jos-stânga în expresia x și așa mai departe

$f'(x) = 1 + x + \frac{1}{2}x$ Sa integram $\frac{1}{2}x^2$ și obținem $\frac{1}{2x3}x^3$ obținem $\frac{1}{2x3} = b$

Deci f(x)≅1+x+$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2x3}x^3$ mai departe





f(x)≅ $1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2x3}x^3 + \frac{1}{2x3x4}x^4 + \cdots + \frac{1}{2x3x4...n}x^n$

$f'(x) = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2x3}x^3 + ... + \frac{1}{2x3x4...n-1}x^{n-1}$

Se observă cum prin derivare a lui f(x)se obțin pe diagonala-în elipsa, coeficienții lui $f^{´}(x)$, iar prin integrare-operația inversă, se obțin coeficienții funcției f(x)

f(x= $f^{´}(x)$ coeficienții de același grad sunt egali

$$e^1 = e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \ldots$$

$$e^x = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{4!}x^4 \ldots + \frac{1}{n!}x^{n \to \infty} \qquad e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}x^n$$

Leonhard Euler

1707 - 1783

$$e^1 = e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24}$$

$$\left(e^x\right)' = e^x \to e = 2{,}7182818284$$

Am obținut dezvoltarea în serie infinită a funcției exponențiale ceea ce permite calculul numărului-**e** atribuit lui Leonhard Euler. Numărul minune **e** , ca și numărul de aur **Ø** le-am găsit în studiul spiralei logaritmice, care are proprietăți similare cu funcția exponențială.

Sa ne oprim la două personaje, care sunt în umbra celebrilor Newton și Leibniz

Colin Maclaurin (1698–1746) **Brook Taylor (1685–1731)**

Maclaurin s-a născut în Kilmodan, Argyll (3 ore depărtare nord-vest de Glasgow). Tatăl său, John Maclaurin, prelat (slujitor în biserica din poză) la Glendaruel, a murit când Maclaurin era în copilărie, iar mama sa a murit înainte ca el să împlinească vârsta de nouă ani. Apoi a fost educat sub îngrijirea unchiului său, Daniel Maclaurin, prelat din Kilfinan.

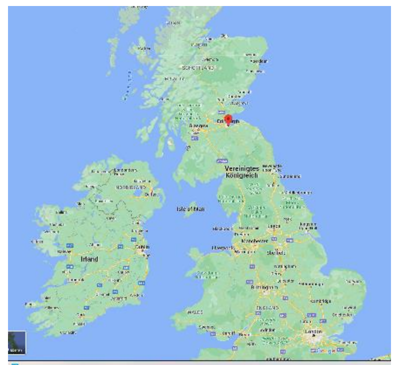
La 11 ani, Maclaurin, un copil minune la acea vreme, a intrat la Universitatea din Glasgow. A absolvit Master of Arts trei ani mai târziu, după ce a studiat latină, greacă, logică, filozofie morală, filozofie naturală și matematică. A susținut teza despre *Puterea Gravitației.*și a rămas la Glasgow pentru a studia teologia

După ce a părăsit Glasgow în 1714, Maclaurin s-a întors să locuiască cu unchiul său în conacul din Kilfinan. Aceștia au fost ani fericiți pentru Maclaurin care a studiat din greu și a mers pe dealurile și munții din apropiere pentru recreere. Fragmente neterminate din caietele sale dezvăluie sensibilitatea naturii sale, deoarece uneori izbucnește într-o rapsodie poetică despre frumusețile scenei și perfecțiunile Autorului acesteia. El a atins în mod clar un standard foarte înalt în matematică, deoarece, în august 1717, a fost numit profesor de matematică la Colegiul Marischal din **Universitatea din Aberdeen** (mai jos). la vârsta de numai 19 ani. A fost cel mai tânăr profesor universitar din lume-din toate timpurile.

În vacanțele din 1719 și 1721, Maclaurin a plecat la Londra, unde a făcut cunoștință cu Isaac Newton, Benjamin Hoadly, Samuel Clarke, Martin Folkes și alți filozofi. A fost admis ca membru al Societății Regale. În 1722, după ce i s-a oferit o poziție pentru clasa sa la Aberdeen, el a călătorit pe continent ca tutore al lui George Hume, fiul lui Alexander Hume, al 2-lea conte de Marchmont. În timpul petrecut în Lorena, el a scris eseul său despre ciocnirea corpurilor (*Demonstration des loix du choc des corps*), care a câștigat premiul Academiei Regale de Științe din Paris în 1724.

La moartea elevului său (Hume) la Montpellier, Maclaurin s-a întors la Aberdeen. În 1725, Maclaurin a fost numit adjunct al profesorului de matematică de la **Universitatea din Edinburgh** (mai jos), James Gregory, la recomandarea lui Newton. Acesta a fost atât de impresionat de Maclaurin încât se oferise să-i plătească singur salariul.

Sunt foarte bucuros să aud că aveți perspectiva de a fi alăturat domnului James Gregory la profesorul de matematică din Edinburgh, nu numai pentru că sunteți prietenul meu, ci în principal datorită abilităților dvs, fiind familiarizat și cu îmbunătățirile în Matematică, ca în starea anterioară a acelor științe. Vă doresc mult succes și voi fi foarte bucuros să aud că ați fost ales. (Isaac Newton-1725)



Contribuții la matematică și știință

Maclaurin a folosit seria Taylor pentru a caracteriza maximele, minimele și punctele de inflexiune pentru funcții infinit diferențiabile. În Tratatul său de Fluxiuni. Maclaurin i-a atribuit seria lui Brook Taylor, deși seria era cunoscută înainte de Newton și Gregory. Cu toate acestea, Maclaurin a primit credit pentru utilizarea seriei, iar seria Taylor extinsă în jurul valorii de 0 este uneori cunoscută ca seria Maclaurin.

Maclaurin a avut, de asemenea, contribuții semnificative la atracția gravitațională a elipsoizilor, subiect care a atras, în plus, atenția lui d'Alembert, A.C. Clairaut, Euler, Laplace, Legendre, Poisson și Gauss

În 1740 i s-a acordat un premiu al doilea de la Académie des Sciences din Paris, de data aceasta pentru un studiu al mareelor *De Causa Physica Fluxus et Reflexus Maris*. El a folosit teoria gravitației a lui Newton pentru a arăta că o sferă netedă acoperită de un ocean suficient de adânc sub forța de maree a unui singur corp deformat este un sferoid deformat cu axa alungită. Acest premiu a fost acordat în comun lui Maclaurin, Euler și Daniel Bernoulli, împărțindu-l pe Maclaurin cu primii doi matematicieni ai vremii sale.

Independent de Euler și folosind aceleași metode, Maclaurin a descoperit formula Euler-Maclaurin. El l-a folosit pentru a însuma puterile progresiilor aritmetice, a deriva formula lui Stirling și pentru a deriva formulele de integrare numerică Newton-Cotes. Maclaurin a contribuit la studiul integralelor eliptice, reducând multe integrale insolubile la probleme de găsire a arcelor pentru hiperbole. Lucrarea sa a fost continuată de d'Alembert și Euler, care au oferit o abordare mai concisă.

În 1742, Maclaurin a publicat în 2 volume Tratatul de fluxiuni, prima expunere sistematică a metodelor lui Newton scrisă ca răspuns la atacul lui Berkeley (episcop adversarul lui Newton) asupra calculului, pentru lipsa de fundamente riguroase. Tratatul fluxiunilor este o lucrare majoră de 763 de pagini, foarte lăudată de cei care o citesc, dar descrisă de obicei ca având o influență redusă.

În Tratatul său de algebră publicat în 1748 la doi ani după moartea sa, Maclaurin a dovedit o regulă pentru rezolvarea sistemelor liniare pătrate în cazurile a 2 și 3 necunoscute și a discutat cazul a 4 necunoscute. Această publicație a fost cu doi ani înainte de publicarea de către Cramer a unei generalizări a regulii la n necunoscute, cunoscută acum sub numele de *regula lui Cramer*.

Viața personală

Maclaurin s-a căsătorit cu Anne Stewart, fiica lui Walter Stewart, procurorul general al Scoției, de la care a avut *șapte copii*. Fiul său cel mare, John Maclaurin, a studiat Dreptul, a fost senator al Colegiului de Justiție; a fost, de asemenea, fondator comun al Societății Regale din Edinburgh. Maclaurin s-a opus activ ridicării iacobiților (diferit de iacobini) și a supravegheat operațiunile necesare pentru apărarea Edinburghului împotriva armatei din Highland. Maclaurin a întocmit un jurnal al eforturilor sale împotriva iacobiților, atât în interiorul cât și în afara orașului.

Armata iacobită a ajuns la Edinburgh pe 15 septembrie 1745 și, după ce negocierile au eșuat, porțile orașului au fost deschise. Castelul a rezistat. Maclaurin a fugit în Anglia și, în timp ce se afla în Newcastle, a primit o invitație de la Arhiepiscopul de York pentru a fi oaspetele său la York.

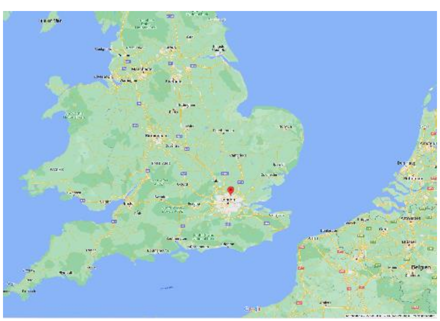
Când armata iacobită a mărșăluit spre sud din Edinburgh, Maclaurin s-a întors în oraș în noiembrie 1745. Cu toate acestea, a fost slăbit de eforturile sale de pregătire a apărării Edinburghului, de călătoriile dificile către și dinspre York, de vremea rece de iarnă și de o cădere de pe cal. La 26 decembrie 1745 el a scris:

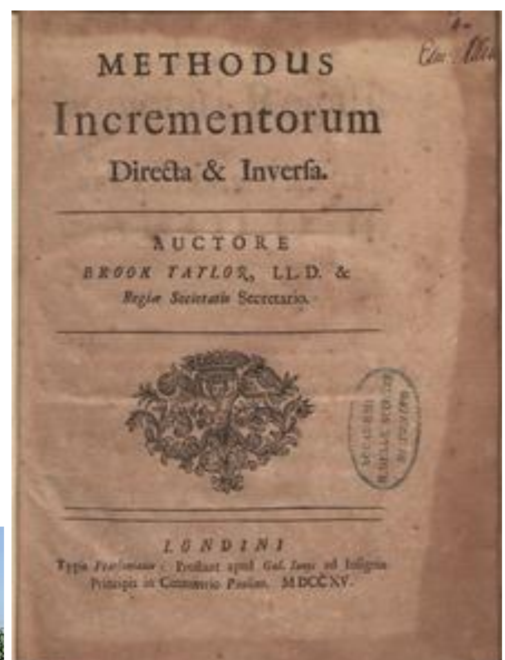
Nu am fost ieșit din 3 decembrie. Boala mea părea periculoasă, medicii o numesc obstrucție în frâiele [rinichii] de la răceala severă în călătoriile din 14, 15 și 16 noiembrie. Aveam o umflătură în jurul stomacului.

A murit la scurt timp după întoarcerea sa-1746

Brook Taylor s-a născut în **Edmonton** (fostul Middlesex) (pe hartă-lângă Londra). Tatăl lui Brook Taylor era John Taylor, iar mama lui, Olivia Tempest. John Taylor a fost fiul lui Natheniel Taylor, care era recorder la Colchester și un membru care reprezenta Bedfordshire în Adunarea lui Oliver Cromwell, în timp ce Olivia Tempest era fiica lui Sir John Tempest. Prin urmare, Brook s-a născut într-o familie care se afla la marginea nobilimii și, cu siguranță, erau destul de bogați. Taylor a fost crescut într-o casă în care tatăl său a condus cu o mâna de fier-totuși era un om de cultură cu interese în pictură și muzică. Deși John Taylor a avut unele influențe negative asupra fiului său, el a avut și unele pozitive, în special oferindu-i fiului său dragostea pentru muzică și pictură. Brook Taylor a crescut nu numai pentru a fi un muzician și pictor desăvârșit, dar și-a aplicat abilitățile matematice în ambele domenii mai târziu în viață. Întrucât familia lui Taylor era bogată, își puteau permite să aibă tutori privați pentru fiul lor și, de fapt, această educație la domiciliu era tot ceea ce sa bucurat Brook înainte de colegiu.

St John's College Cambridge




METHODUS
Incrementorum
Directa & Inversa.

AUCTORE
BROOK TAYLOR, LL.D. &
Regiæ Societatis Secretario.

LONDINI
MDCCXV.

Copiii lui John Taylor la Bifrons Park pictură de John Closterman 1696

Beningbrough Hall, North Yorkshire

Se vede din pictura de familie, îmbrăcămintea nobiliară si abundența specifică clasei bogate. Brook Taylor este pe trimea din stânga, cu surorile mai mari gata sa-l încoroneze cu cununa de lauri.

La 3 aprilie 1703 a intra la St John's College Cambridge, unde a devenit foarte implicat în matematică.

Taylor, la cererea tatălui său, și-a obținut o diplomă universitară de licență 1709 și doctor în Drept -1714

Până atunci el scrisese deja prima sa lucrare importantă de matematică (în 1708), dar nu avea să fie publicată decât în 1714. Știm câte ceva din detaliile gândurilor lui Taylor asupra diferitelor probleme matematice din scrisorile pe care le-a schimbat cu Machin și Keill, profesorii lui, începând cu în anii de licență.

În 1712, Taylor a fost ales în Societatea Regală. Aceasta a fost o alegere bazată mai mult pe expertiza pe care Machin, Keill și alții știau că Taylor o avea, mai degrabă decât pe rezultatele publicate de el. De exemplu, Taylor i-a scris lui Machin în 1712 oferind o soluție la o problemă referitoare la cea de-a doua lege a mișcării planetare a lui Kepler. Tot în 1712 Taylor a fost numit în comitetul înființat pentru a decide dacă Newton sau Leibniz au inventat calculul diferențial și integral.

Lucrarea la care ne-am referit mai sus ca fiind scrisă în 1708 a fost publicată în publicația Philosophical Transactions la Royal Society în 1714. Lucrarea oferă o soluție la problema centrului de oscilație al unui corp și a dus la o dispută prioritară cu Johann.

Bernoulli. Revenind la lucrare, este o lucrare de mecanică care se bazează în mare măsură pe abordarea lui Newton asupra calculului diferențial.

Anul 1714 marchează și anul în care Taylor a fost ales secretar al Societății Regale. A fost o funcție pe care Taylor a deținut-o până în 1718, când a demisionat, parțial din motive de sănătate, parțial din cauza lipsei de interes pentru poziția destul de solicitantă. Această perioada a fost cea mai productivă din punct de vedere matematic.

Din 1715 încolo, studiile lui Taylor au luat o înclinație filozofică și religioasă. A corespondat cu contele de Montmort pe tema principiilor lui Nicolas Malebranche. Ulterior, printre lucrările sale au fost găsite tratate neterminate scrise la întoarcerea sa de la Aix-la-Chapelle în 1719, (*On the Jewish Sacrifices* and *On the Lawfulness of Eating Blood)*, Despre sacrificiile evreiești și Despre legalitatea mâncării de sânge.[

Două cărți apărute în 1715, **Methodus incrementorum** directă et inversă și **Linear Perspective** sunt extrem de importante în istoria matematicii. Prima dintre aceste cărți conține ceea ce este acum cunoscut sub numele de **seria Taylor**, deși ar fi cunoscută ca aceasta abia în 1785. A doua ediție ar apărea în 1717 și, respectiv, 1719. Vom discuta mai jos conținutul acestor lucrări în detaliu. Taylor a făcut mai multe vizite în Franța. Acestea au fost făcute parțial din motive de sănătate și parțial pentru a vizita prietenii pe care și-a făcut acolo. L-a cunoscut pe Pierre Rémond de Montmort și a corespondat cu ei pe diverse subiecte matematice după întoarcerea sa. În special, au discutat despre seria infinită și probabilități. Taylor a corespondat, de asemenea, cu Abraham de Moivre în ceea ce privește probabilitatea.

Între 1712 și 1724, Taylor a publicat treisprezece articole pe teme la fel de diverse precum descrierea experimentelor în acțiunea capilară, magnetism și termometrie. El a prezentat un experiment pentru descoperirea legii atracției magnetice (1715) și o metodă îmbunătățită de aproximare a rădăcinilor unei ecuații, oferind o nouă metodă de calcul a logaritmilor (1717).

Viața lui, însă, a suferit o serie de tragedii personale începând în jurul anului 1721. În acel an s-a căsătorit cu domnișoara Brydges din Wallington în Surrey. Deși era dintr-o familie bună, nu era o familie cu bani și tatăl lui Taylor s-a opus cu tărie la căsătorie. Rezultatul a fost că relațiile dintre Taylor și tatăl său s-au rupt și nu a existat niciun contact între tată și fiu până în 1723.

În acel an, soția lui Taylor a murit în timpul nașterii. Copilul, care ar fi fost primul, a murit și el. După tragedia de a-și pierde soția și copilul, Taylor s-a întors să locuiască cu tatăl său și relațiile dintre cei doi au fost reparate.

Doi ani mai târziu, în 1725, Taylor s-a căsătorit din nou cu Sabetta Sawbridge din Olantigh, Kent. Această căsătorie a avut aprobarea tatălui lui Taylor, care a murit patru ani mai târziu, pe 4 Aprilie 1729. Taylor a moștenit moșia tatălui său, la Bifons, dar o nouă tragedie a avut loc când a doua sa soție, Sabetta, a murit la nașterea unui copil, în anul următor. Cu această ocazie, copilul, o fiică Elisabeta, a supraviețuit.

Taylor a adăugat matematicii o nouă ramură numită acum „calcul diferențelor finite", a inventat integrarea prin părți și a descoperit celebra serie cunoscută sub numele de dezvoltarea în serii Taylor. Aceste idei apar în cartea sa *Methodus incrementorum* directă și inversă din 1715 menționată mai sus. De fapt, prima mențiune de către Taylor a unei versiuni a ceea ce se numește astăzi Teorema lui Taylor, apare într-o scrisoare pe care a scris-o lui Machin pe 26 iulie 1712. Nu trebuie să dăm impresia că acest rezultat a fost unul pe care Taylor a fost primul care l-a descoperit. James Gregory, Newton, Leibniz, Johann Bernoulli și de Moivre au descoperit cu toții variante ale teoremei lui Taylor.
Gregory, de exemplu, știa formula

$$arctgx = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7 + \cdots$$

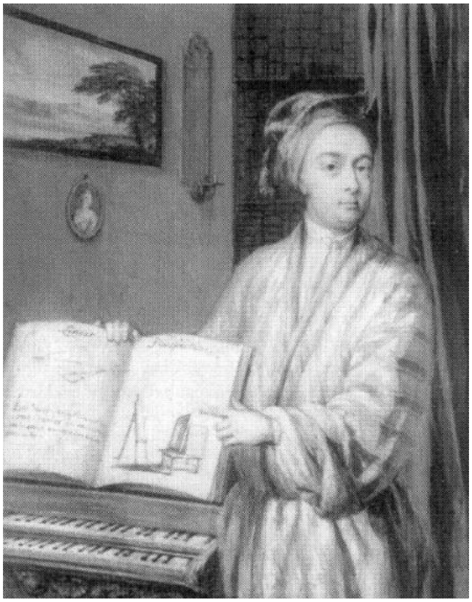
Toți acești matematicieni își făcuseră descoperirile în mod independent, iar munca lui Taylor era, de asemenea, independentă de cea a celorlalți. Importanța teoremei lui Taylor a rămas nerecunoscută până în 1772, când Lagrange a proclamat-o ca principiul de bază al calculului diferențial. Termenul „seria lui Taylor" pare să fi folosit pentru prima dată de Lhuilier în 1786.

Există și alte idei importante care sunt conținute în Methodus incrementorum directă și inversă din 1715, care nu au fost recunoscute ca importante la acea vreme. Acestea includ soluții singulare la ecuații diferențiale, o formulă de modificare a variabilelor și o modalitate de a lega derivata unei funcții cu derivata funcției inverse. De asemenea, este inclusă o discuție despre corzile vibrante, un interes care aproape sigur provine din dragostea timpurie a lui Taylor pentru muzică. Taylor, în studiile sale despre corzile vibratoare, nu încerca să stabilească ecuații de mișcare, ci ia în considerare oscilația unei corzi flexibile în ceea ce privește izocronia (oscilații cu aceeași perioada) pendulului. El a încercat să găsească mai degrabă forma corzii care vibra și lungimea pendulului izocron decât să-i găsească ecuațiile de mișcare.

Taylor a conceput, de asemenea, principiile de bază ale perspectivei în *Linear Perspective* (1715).

A doua ediție are un alt titlu, fiind numită *Noi principii ale perspectivei liniare*. Lucrarea oferă un prim tratament general al punctelor de fugă. Taylor a avut o abordare extrem de matematică a subiectului și nu a făcut concesii artiștilor care ar fi trebuit să găsească ideile de o importanță fundamentală pentru ei. Uneori este foarte dificil chiar și pentru un matematician să înțeleagă rezultatele lui Taylor. Cu siguranță s-ar putea considera această lucrare ca punând bazele teoriei geometriei descriptive și proiective.

Brook Taylor prezentând cartea sa despre Perspectiva si câteva imagini din carte.
(Desen de Joseph Goupy)



8 Kirsti Andersen

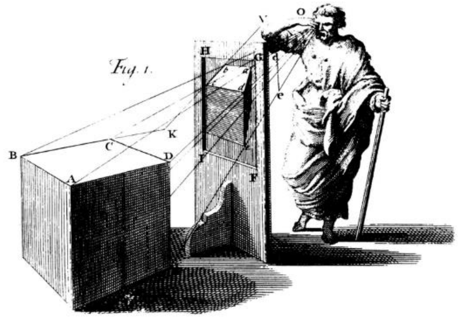
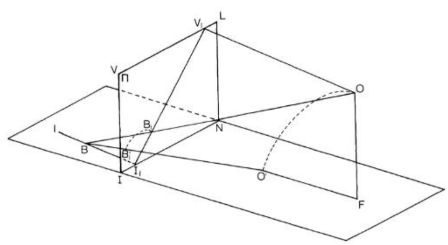


Figure 2. Taylor's illustration of the mathematical model for perspective drawings. The face *ABCD* of the cube is depicted in *abcd*, where the point *a* is determined as the point of intersection between the visual ray *OA* and the picture plane, and the other points are found similarly. *New Principles*, Figure 1 (p. 231).

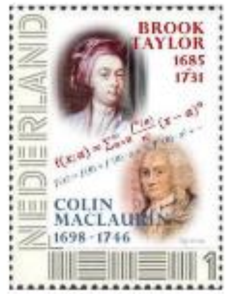


Afinitatea sa către artele vizuale-pictura a fost influențată de tatăl sau-John Taylor. Brooke era un bun peisagist, așa cum remarca in biografia bunicului,-nepotul său William Young. Acesta aprecia calitatea picturilor lui Taylor si le punea la comparație cu cele mai bune care erau atunci in lumea artelor.

Un studiu al vieții și operei lui Brook Taylor dezvăluie contribuția sa la dezvoltarea matematicii, care a fost substanțial mai mare decât ar sugera atașarea numelui său la o teoremă. Munca lui a fost concisă și greu de urmărit. Numărul surprinzător de concepte majore pe care le-a atins și le-a dezvoltat inițial, dar nu a reușit să le dezvolte în continuare, ne face să regretăm că sănătatea, preocupările familiale și tristețea, sau alți factori de neevaluat, inclusiv bogăția și dominația parentală, au restrâns porțiunea productivă din punct de vedere matematic si stiițific.

Taylor a murit la vârsta de 46 de ani, pe 29 decembrie 1731, la Somerset House, Londra.

Seriile Taylor și Mclaurin



Sa consideram o funcție f(x) de grad n, exprimata ca o serie infinita

f(x)=$c_0 + c_1(x-a) + c_{2(}x-a)^2 + c_{3(}x-a)^3 + \cdots c_{n(}x-a)^n$

Sa luăm x=a deci f(a)=c_0

Sa derivăm

$f'(x) = c_1 + 2c_2(x-a) + 3c_{3(}x-a)^2 + 4c_{4(}x-a)^3 + \cdots nc_n(x-a)^{n-1}$

Luăm x=a

$f'(a) = c_1 + 0$ deci $f'(a) = c_1$

f(x)=f(a)+$f'(a)(x-a) + c_{2(}x-a)^2 + c_{3(}x-a)^3 + \cdots c_{n(}x-a)^n$

Sa derivam pe $f'(x)$

$f''(x) = 2c_2 + 2 \cdot 3c_3(x-a) + \cdots$

Sa luăm x=a

$f''(a) = 2c_2$ deci $\frac{1}{2}f''(a) = c_2$

f(x)=f(a)+$f'(a)(x-a) + \frac{1}{2}f''(a)(x-a)^2 + c_{3(}x-a)^3 + \cdots c_{n(}x-a)^n$

Dacă continuăm la fel obținem

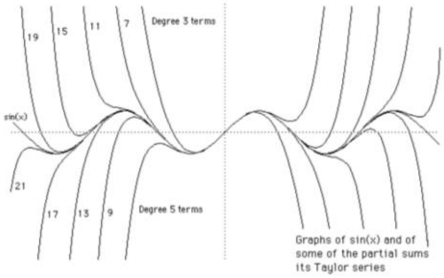
f(x)=f(a)+$f'(a)(x-a) + \frac{1}{2}f''(a)(x-a)^2 + \frac{1}{2 \cdot 3}f'''(a)(x-a)^3 + \cdots \frac{f(a)^n}{n!}(x-a)^n$

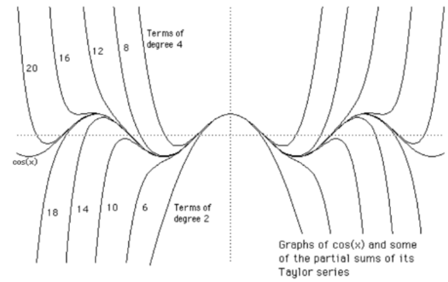
Sau **f(x)=**$\sum_{n=1}^{n} \frac{f(a)^n}{n!}(x-a)^n$ formula lui **Taylor**

Unde $f(a)^n$ este derivata de ordin n a funcției f(x)

dacă a=0 **f(x)=**$\sum_{n=1}^{n} \frac{f(0)^n}{n!}(x)^n$ formula lui **Mclaurin**

Observam importanța și frumusețea dezvoltărilor în serie infinită a oricărei funcții-derivabilă. Logosul DERIVATĂ apare mereu la fiecare termen. Daca prima derivată-logosul1 ne arată tangenta la graficul funcției, a doua derivată-logosul2 ne arată punctele de inflexiune și mai departe, nu mai știm căci suntem într-un spațiu cu n dimensiuni, ca și la reprezentările Riemann. Ce putem cunoaște, căci suntem atât de limitați?.





Se observă in graficele de mai sus cum sin(x) si cos(x) tind sa se confunde cu functia de plecare după mai multe iterații aplicând dezvoltarea in serie (la sin(x) 19 pași iar la cos(x) 20 de pași). Cu cât ne adâncim mai mult in studiul funcției de plecare, deci derivăm de mai multe ori, obținem o mai bună apropiere si graficele tind către forma ideală, la care -spiritual si noi suntem chemați. Logos-ul derivată, prin mulțimea tangentelor arată mai bine si mai perfect conturul ideal, dar insuficient ca sa definească portretul. Rămâne ca procedura inversă-integrala să măture aria-suprafața umbrei si să dea toate contururile -trăsăturile interioare, ca într-un portret finit.

Taylor și Mclauren au trăit puțin (46-48 ani). Sunt aproape necunoscuți în Istoria matematicii, numele lor rămâne în umbra giganților Newton și Leibniz, cu care au fost în viață. Au fost din familii protestante, cu rude și părinți prelați în bisericile anglicane. S-au preocupat de studiul Bibliei și au scris și meditații teologice, ca și John Napier, Pascal, Leibniz și Newton sau Beroulli. Importanța seriilor este fundamentală. Căci orice funcție se poate scrie ca o sumă de **logos-**uri infinite (derivatele, însoțite de factoriale). Ca și conturul unui portret, care este definit de mulțimea tangentelor, care limitează umbra feței, tot așa orice funcție este determinată de o serie infinită de derivate. Seria Taylor arată comportarea funcției în jurul unui punct oarecare **a**. Oare la nivelul infinit mic, al unui gând, nu suntem și noi la fel? Cum reacționăm la secunde, sau mai jos, la nivelul gândului? Este o întrebare care merge în veșnicie și noi vom da socoteala de mulțimea gândurilor. Scopul nostru este sa avem gândul lui Hristos (Fil.2,5)