### Hw4-problemC

3180106238 吴杰

首先要证明输出的第一个字符串一定是n个a

这里需要证明两个事实：

1. 对任意n，一定存在n个a和n长度的字符串str，使得其基于上述算法所得的哈希值相同。

证明：

令str[i]表示str第i个字符

hsh[1][j]=0 ,对任意 1<=j<=n成立

对任意字符串

我们取mo[k]=gcd(str[1]-’a’,str[2]-’a’...str[n]-’a’)

则有hsh[2][k]=0任意 1<=k<=n成立

对任意给定的mo[k]

若0<mo[k]<=25,取str[i]=mo[k]+’a’

若mo[k]>25

可以这样找：

Initial i ->0,hsh[2][j]->0

While not found

Do increase i

If Hsh[2][j]\*base+’z’-’a’<mo[j]

Do Hsh[2][j]=Hsh[2][j]\*base+str[i]-’a’

Else

{Do str[i]=mo[j]+’a’-Hsh[2][j]\*base

Found

}

综上，对任意字符串存在n个a和n长度的字符串str，使得其基于上述算法所得的哈希值相同，切对任意给定的mo，能找到str满足题意。

证毕。

1. 若长度为n的字符全为a的字符串对给定的一组mo找不到对应的str，则该长度的其他字符串均不不符合题意

证明：

由1中搜索字符串的方法知，hsh[2][j]在length(str)次运算中都没有做取模操作，不妨把str看作26进制的数，则每一个长度为n的字符串的值都不同，且由于没有取模操作，则不存在不同的字符串的hsh值相同。

证毕

1. 证明输出的第一个字符串一定是n个a

证明：

由2知若需满足题目条件，则输出一定全是a的字符串，由1知，这样的字符串对任意给定的一组mo都存在。

证毕

### 题目分析:

由上述结论知，hsh[1][i]=0 ,对任意 1<=i<=N成立，我们需要找到字符串str2

满足三个条件：

·Length(str1)=Length(str2)

·Hsh[1][i]=Hsh[2][i]=0,对任意 1<=i<=N成立

·满足条件1,2的字符串且字典序最小

思路：从长度为1的字符串开始寻找，找到第一个满足上述条件1，2的str2即为字典序最小的字符串。

### 算法描述：

记Hash(i)为对当前字符串关于mo[i]做题目所给的哈希映射得到的值。

si为字符串第i个字符

Pseudo code:

Length->1

Str2->”b”

For i->1 to N

{

If Hash[i]==0

Do continue;

Else

Do search next str2 satisfy Hash[i]==0

If length(str2)>length

Do length=str2

}

For i->1 to length

Printf(‘a’)

Printf(str2)

### 难点：

搜索下一个满足Hash[i]==0的字符串

此处需要从i为1的情况开始

先暴力从字符串b开始找(按照字典序递增),得到第一个满足Hash[1]==0的字符串str2，开始找第i个(i=2,3,4....)满足条件的字符串，该字符串一定满足Hash[i-1]==0，否则所找的前一个并不能满足条件。也就是说,若Hash[i]=k,则对每一个si\*m，使得mk mod mo[i]==0,且m为满足前面式子的最小正整数，再对si做处理即可得到下一字符串:

Pseudo code:

K->Hash[i],m->0

While m\*k mod mo[i]!=0

Do m++

For i->1 to length(str2)

If (si-’a’)\*m>base s(i+1)

Do s(i+1)+=(si-’a’)\*m/base +’a’,si=(si-’a’)\*m%base +’a’

Else

Do nothing

If s(length(str2)+1)!=null

Do Length(str2)++