Particules – Noyaux – Univers

Trimestre recherche

Notes de cours

V1

Pascal DEBU
Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives
Département de physique des particules

Objectifs du cours

- Acquisition des notions de base pour appréhender les phénomènes nucléaires et la physique des hautes énergies

- Faciliter l'insertion dans les laboratoires d'accueil pour les stages

- Introduction aux enseignements spécialisés

(physique nucléaire, génie atomique, physique des particules, cosmologie)

- Mise en application des connaissances de base

(mécanique quantique, relativité restreinte, physique statistique)

- La physique nucléaire et la physique des particules représentent des enjeux de société importants, culturels et économiques

Supports de cours

- **Livre** « Particules et noyaux »
  - Cours détaillé
  - Petite bibliographie

- **Diapositives**
  - Référence pour l'examen
  - Annexes : calculs à faire
  - Compléments : hors programme

- **Énoncés et corrigés** des exercices

Programme

- **Chapitre 1 Espace, temps, matière, antimatière**
- **Chapitre 2 Particules et interactions**
- **Chapitre 3 Interaction faible**
- **Chapitre 4 Noyaux et radioactivité**
- **Chapitre 5 Énergie nucléaire**

Chapitre 1 Espace, temps, matière, antimatière

- Unités naturelles
- Relativité restreinte
- Mécanique quantique
- Équation de Dirac
- Antimatière

Constantes fondamentales

- Charge élémentaire : $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 2{,}998 \times 10^{8}$ m/s
- Constante de Planck : $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J · s
- Constante de Planck réduite : $\hbar = h/2\pi = 1.055 \times 10^{-34}$ J · s
- Constante de Boltzmann : $k = 1{,}381 \times 10^{-23}$ J/K
- Unités pratiques pour la physique corpusculaire :
  - 1 eV = $1{,}6 \times 10^{-19}$ J
  - 1 fm = 10^{-15} m (femtomètre ou fermi)
- Constante de conversion utile :
  - $\hbar c = 197$ MeV fm $\cong 200$ MeV fm

Unités naturelles

- On omet souvent les constantes $\hbar$, c, k et ϵ_0 dans les formules, on parle alors du système d'unités naturelles (« $\hbar = \mathrm{c} = \mathrm{k} = \epsilon_0 = 1$ »)
- Si $[A]=L^l\, M^m\, t^n\, T^r\, Q^s$ et $[B]=L^\lambda\, M^\mu\, t^\nu\, T^\rho\, Q^\sigma$, alors il existe en général une façon unique d'écrire de façon homogène

$$A = c^x \hbar^y k^z \varepsilon_0{}^\nu B^w$$

- On réduit alors la relation à : $A = B^w$

- **Pour les applications numériques, il faut rétablir l'homogénéité !**

- Exemples :

$1\ \mathrm{fm} \approx \frac{1}{200\ \mathrm{MeV}} \approx\ 3{,}3 \times 10^{-24}\ \mathrm{s}$

$1\ \mathrm{eV} \approx 12\ 000\ \mathrm{K}$

$$[\mathrm{E}]\sim[\mathrm{P}]\sim[\mathrm{M}]\sim[\mathrm{L}]^{-1}\sim[\mathrm{t}]^{-1}\sim[\mathrm{T}]$$

- Unités naturelles
- **Relativité restreinte**
- Mécanique quantique
- Équation de Dirac
- Antimatière

Relativité restreinte

Fondement

Deux principes d'invariance :

- Les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels galiléens

- La vitesse de la lumière dans le vide est une constante indépendante de la vitesse de la source

Relativité restreinte

- Rappels de cinématique :

	Mécanique classique	Relativité
	$\vec{p} = m\vec{v}$	$\vec{p} = \dfrac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma m\vec{v}$
T : énergie cinétique	$T = \dfrac{1}{2}mv^2$	$E = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma mc^2$
	$T = \dfrac{p^2}{2m}$	$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$
		$T = E - mc^2$

Énergie et énergie cinétique en relativité

$$E = T + mc^2$$

$T \ll mc^2$ particule non relativiste $T \simeq \frac{1}{2} m v^2$

$T \sim mc^2$ particule relativiste $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$

$T \gg mc^2$ particule ultra relativiste $E \simeq T \simeq pc$

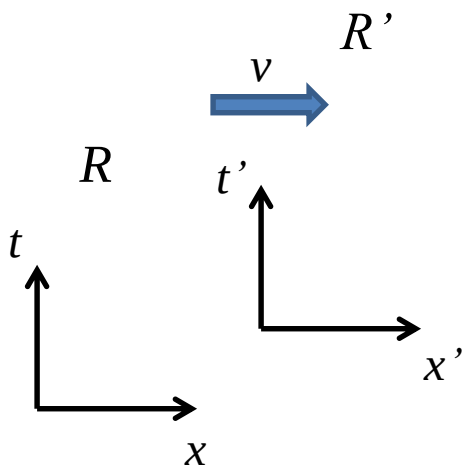
Changement de référentiel

v : vitesse de R' mesurée dans R

$$\beta = \frac{v}{c} \quad ; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\gamma = \cosh\Omega \; ; \; \gamma\beta = \sinh\Omega$$

Ω : rapidité



Mécanique classique	Relativité
$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -v \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix}$
$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v$	$\begin{pmatrix} E' \\ p'_x c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ p_x c \end{pmatrix}$

Masse invariante d'un système :

$$mc^2 = \sqrt{E^2 - p^2c^2} = \sqrt{E'^2 - p'^2 c^2}$$

Composition des vitesses

particule en $x_1' = 0$ à $t_1' = 0$ de vitesse v' dans R'

à t_2' elle est en $x_2' = v' t_2'$

vitesse dans R : $\dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\gamma x_2' + \beta\gamma c t_2' - 0}{\gamma t_2' + \beta\gamma x_2'/c - 0} = \dfrac{\gamma v' + \beta\gamma c}{\gamma + \beta\gamma v'/c} = \dfrac{v' + v}{1 + vv'/c^2}$

si $v' = c$ la vitesse dans R vaut aussi c !

la vitesse de la lumière dans le vide est indépendante du repère

conformément au principe d'invariance de la relativité restreinte

grâce à la transformation de Lorentz des coordonnées d'espace-temps

Conservation de l'énergie-impulsion

$$A \rightarrow B$$

réaction : $1+2+\ldots \rightarrow a+b+\ldots$

$$E_1+E_2+\ldots = E_a+E_b+\ldots$$

$$\overrightarrow{P_1}+\overrightarrow{P_2}+\ldots = \overrightarrow{P_a}+\overrightarrow{P_b}+\ldots$$

soit :

$$E_A = E_B$$

$$\overrightarrow{P_A} = \overrightarrow{P_B}$$

donc :

$$\sqrt{E_A{}^2-\left(\overrightarrow{P_A}\right)^2c^2}=m_A = m_B=\sqrt{E_B{}^2-\left(\overrightarrow{P_B}\right)^2c^2}$$

Attention !!!

$m_A \neq m_1+m_2+\ldots$

mais :

$m_Ac^2=\sqrt{E_A^2-P_A^2c^2}\geq m_1+m_2+\ldots$

La masse invariante d'un système est supérieure ou égale la somme des masses invariantes des constituants

- Unités naturelles
- Relativité restreinte
- **Mécanique quantique**
- Équation de Dirac
- Antimatière

Mécanique quantique

- Les états d'un système forment un espace de Hilbert
- Décrits par une fonction d'onde, et superposables
- Particule ≠ point matériel suivant une trajectoire
- Particule libre d'impulsion $\vec{p}$: $\psi(\vec{r},t) = C\exp[i(\vec{p}.\vec{r} - E\,t)/\hbar]$
- Probabilité de présence dans dV : $|\psi|^2\, dV$
- **Principe de correspondance** :

$$x \to x = x\times \qquad \vec{p} \to \vec{p} = -i\hbar\vec{\nabla} \quad ;$$

Exemple particule libre d'impulsion $\vec{p}$:

$$\langle\psi|\vec{p}|\psi\rangle = \int \psi^*\left(-i\hbar\vec{\nabla}\psi\right)dV = \vec{p}$$

- **Inégalités de Heisenberg**

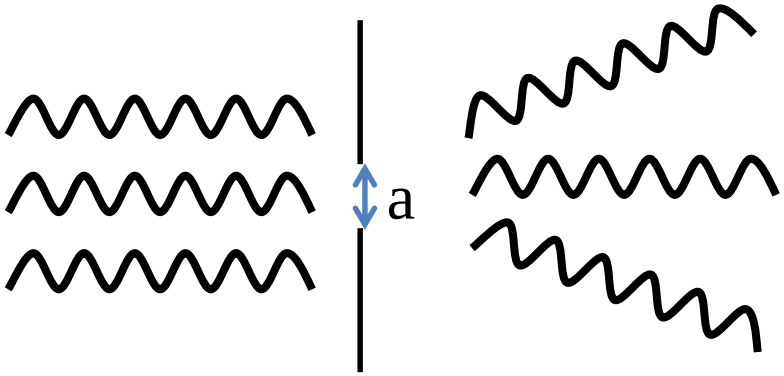
$$\Delta x.\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad \Delta y.\Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2} \quad \Delta z.\Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2} \quad \bullet\bullet\bullet \quad \Delta E.\Delta t \geq\sim \frac{\hbar}{2}$$

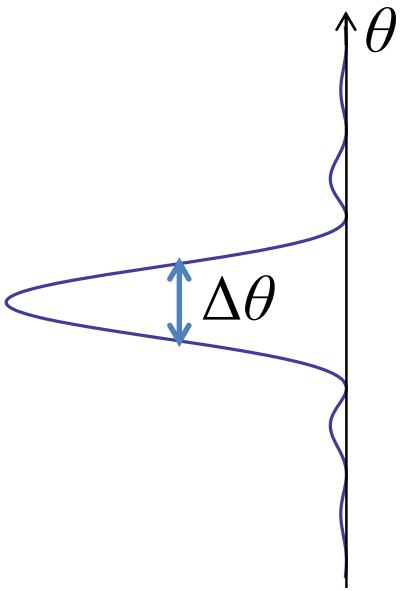
Sonder la matière

– Longueur d'onde de de Broglie

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}}$$

– Analogie optique :





$$\Delta\theta \sim \frac{\lambda}{a}$$

Si $\lambda \gg a$
$\Delta\theta$ grand
On n'observe rien

– La résolution d'un objet de taille a nécessite $\lambda \sim a$

Exemples

- Électron de 1 keV $m_e = 511\ \mathrm{keV/c^2}$

- Électron de 1 GeV

- Proton de 7 TeV $m_p = 938\ \mathrm{MeV/c^2} \simeq 1\ \mathrm{GeV/c^2}$

- Unités naturelles
- Relativité restreinte
- Mécanique quantique
- **Équation de Dirac**
- **Antimatière**

De Schrödinger à Dirac

- Équation de Schrödinger
  - linéaire
  - déterministe

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \quad \rightarrow \quad i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \psi$$

- Équation de Klein-Gordon

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad \rightarrow \quad -\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \left(-\hbar^2 c^2 \nabla^2 + m^2 c^4 \right) \psi$$

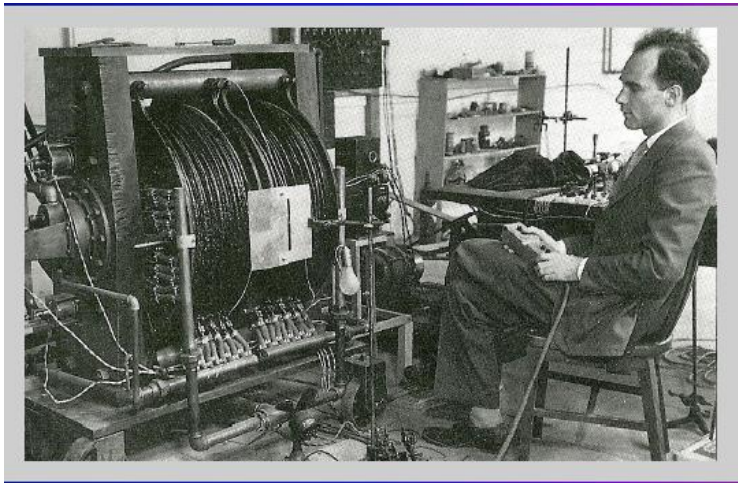
  - la connaissance de $\psi(\vec{r}_0, t_0)$ ne suffit pas à calculer $\psi(\vec{r}, t)$

- Dirac cherche à écrire une équation linéaire et déterministe compatible avec la relativité

Antimatière

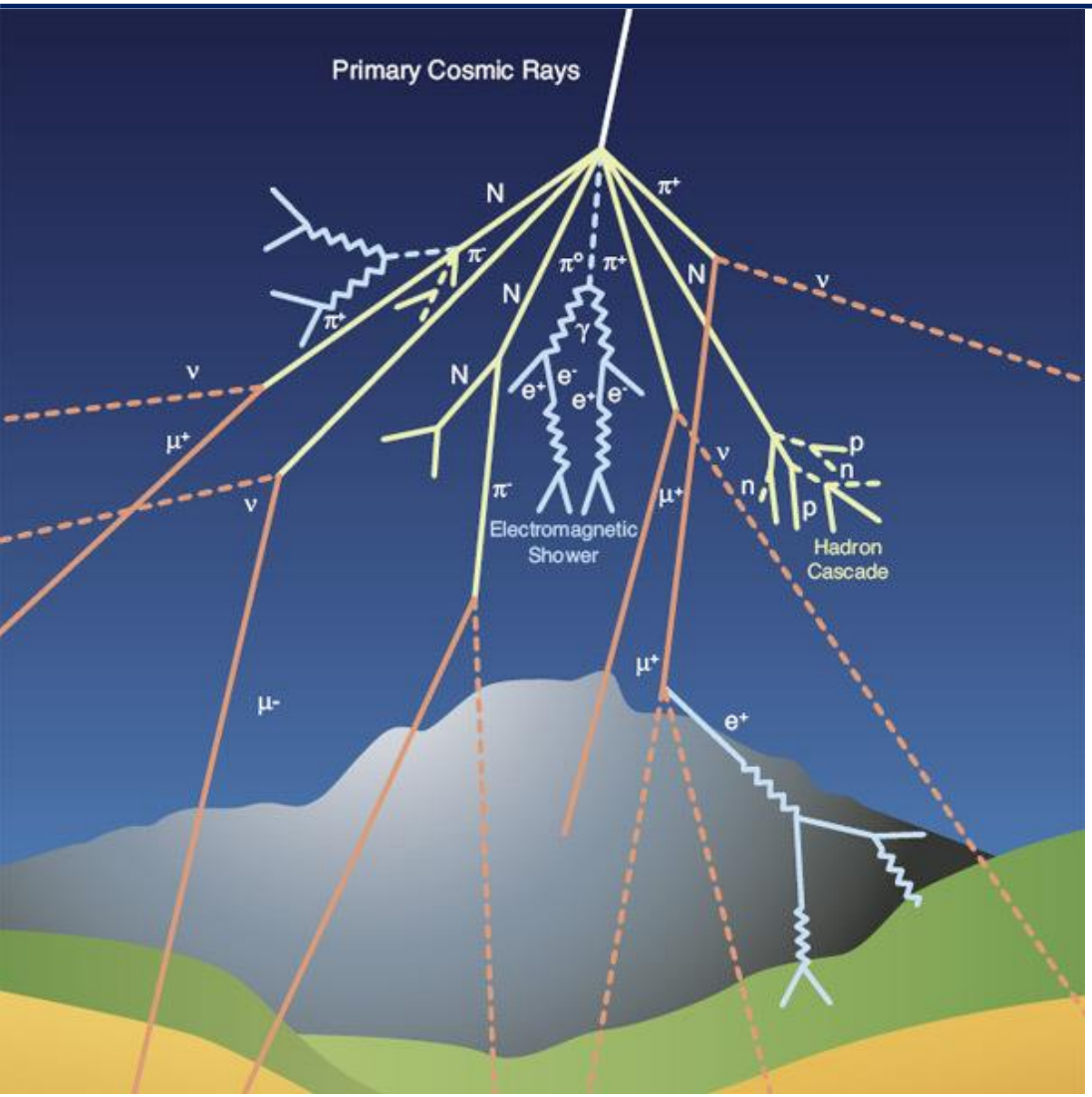
$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

- Dirac écrit une équation qui :
  - **prédit le spin de l'électron**
  - a une solution de masse négative ???
- Réinterprétation (Dirac, 1931):
  - **Prédiction de l'existence du positon**, antiparticule de l'électron, de **même masse** et de charge opposée
- Découvert par Anderson (indépendamment !) en étudiant les rayons cosmiques



Caltech, 1932

Rayons cosmiques



Particules de haute énergie qui circulent dans le vide interstellaire :

<u>protons</u>, noyaux d'atomes, électrons, rayons γ, neutrinos…

qui produisent des gerbes de particules en interagissant dans l'atmosphère

Propriétés de l'antimatière

- À toute particule correspond une antiparticule

particule	antiparticule
m	m
S	S
τ	τ
q	$-q$

  - **De même masse**
  - De même spin
  - De même durée de vie
  - De charge(s) opposée(s)

    (il y a d'autres charges que la charge électrique)

- Exemples :

électron	e^-	1897	positon	e^+	1932
proton	p	1919	antiproton	$\bar{p}$	1955
neutron	n	1932	antineutron	$\bar{n}$	1956

Comment se fabrique l'antimatière?

- Par radioactivité β^+ *(voir chapitre 4)*
- Par « matérialisation » :
Interactions des rayons cosmiques dans l'atmosphère
Collisions de particules dans les accélérateurs

$$E = M c^2$$

Collision ➔ énergie ➔ matière + antimatière

Masse du proton = 2000 fois la masse de l'électron

➔ L'énergie nécessaire pour créer p + $\bar{p}$
est 2000 fois plus grande que l'énergie nécessaire pour créer e^- + e^+

au minimum 2 x 1 GeV

1 GeV = 1 milliard d'électron-volts
1 eV = 1,6 x 10^{-19} J

Que devient l'antimatière ?

« Annihilation » :

$$M c^2 = E$$

matière + antimatière → énergie →…→ des γ

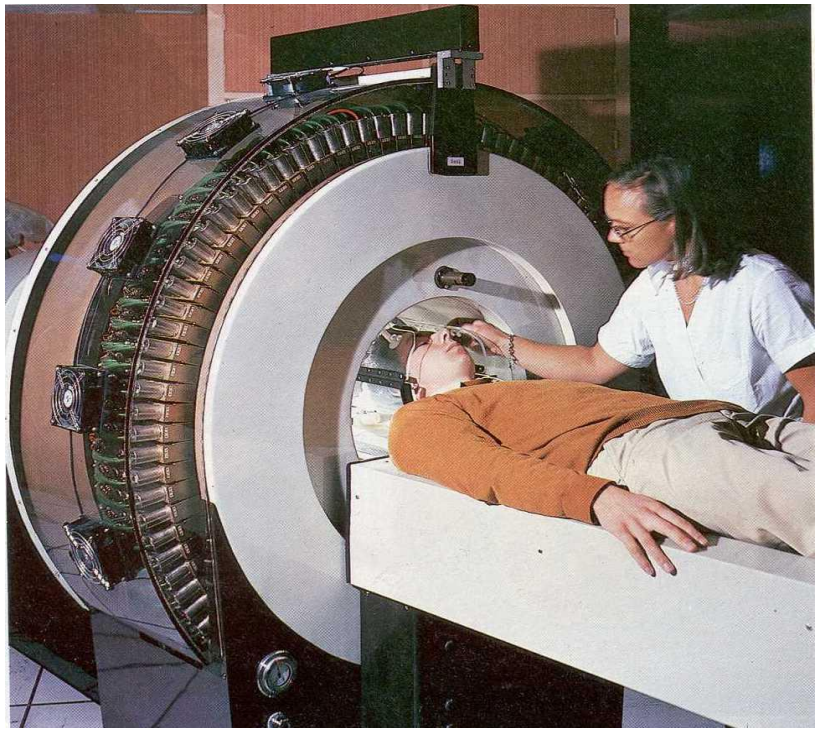
$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$$

$$p + \bar{p} \rightarrow \text{pions…}$$ **(voir chapitre suivant…)**

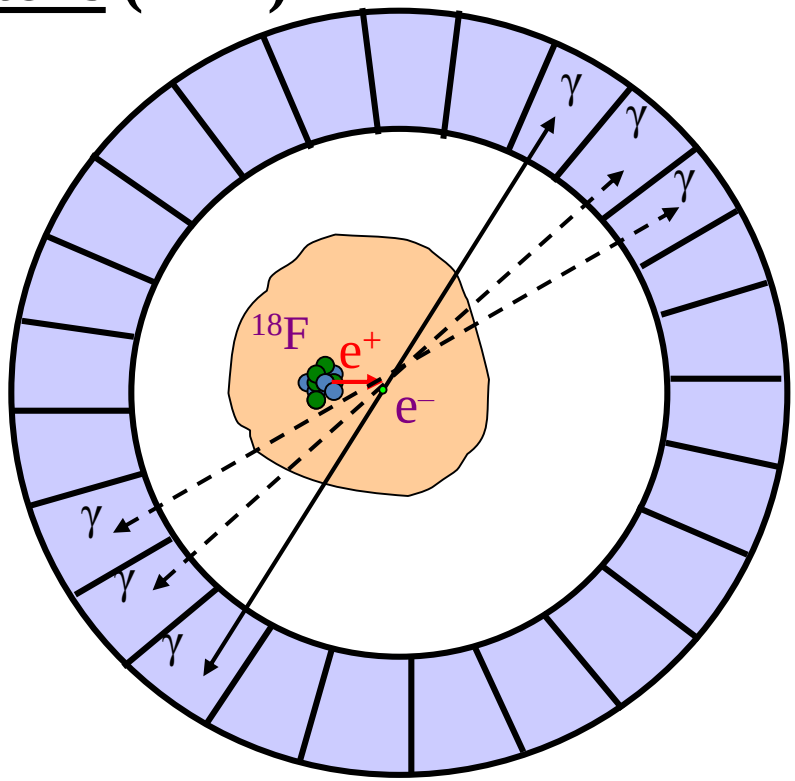
Utilisation des positons : imagerie médicale

La tomographie par émission de positons (TEP)

Un corps radioactif β^+ est injecté dans le patient (exemple : FluoroDesoxyGlucose avec ^{18}F)



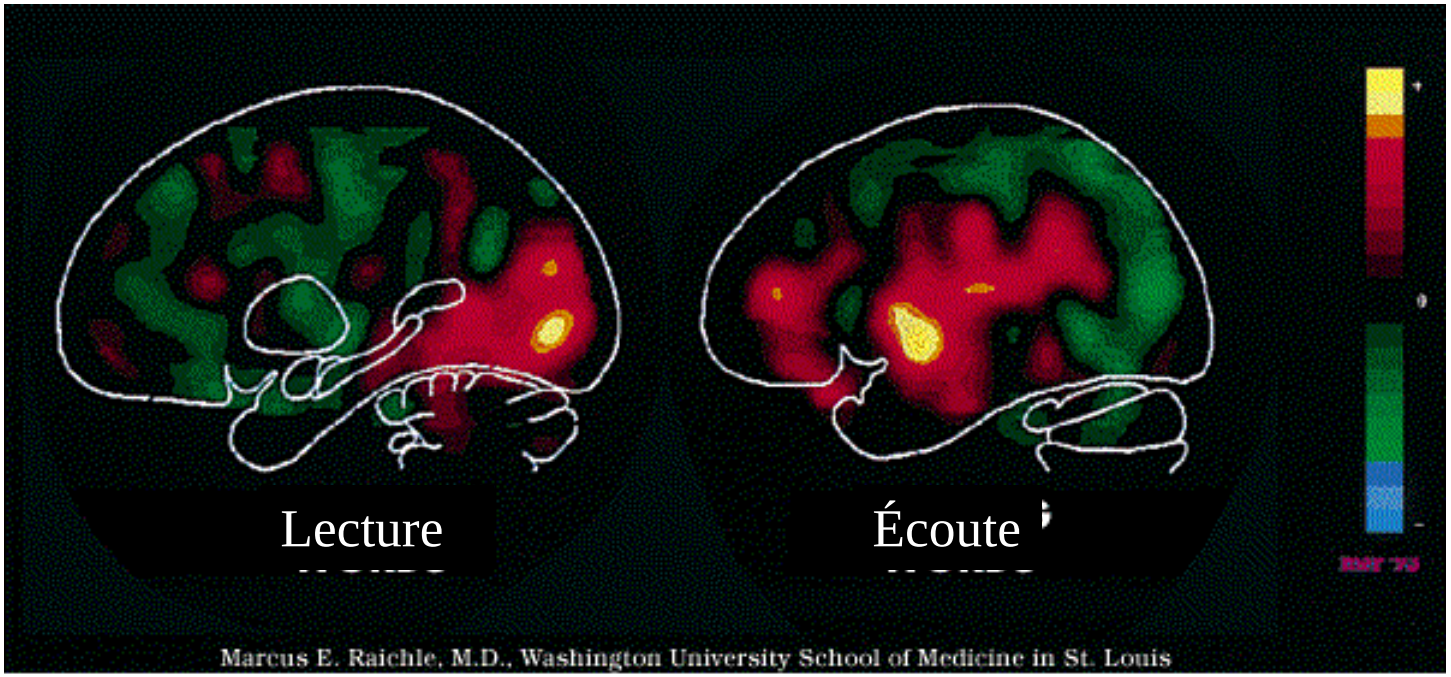
Prototype développé au CEA en 1983



$e^+ + e^- \rightarrow 2\,\gamma$ dos à dos

Couronne de détecteurs + coïncidence

Étude du fonctionnement du cerveau



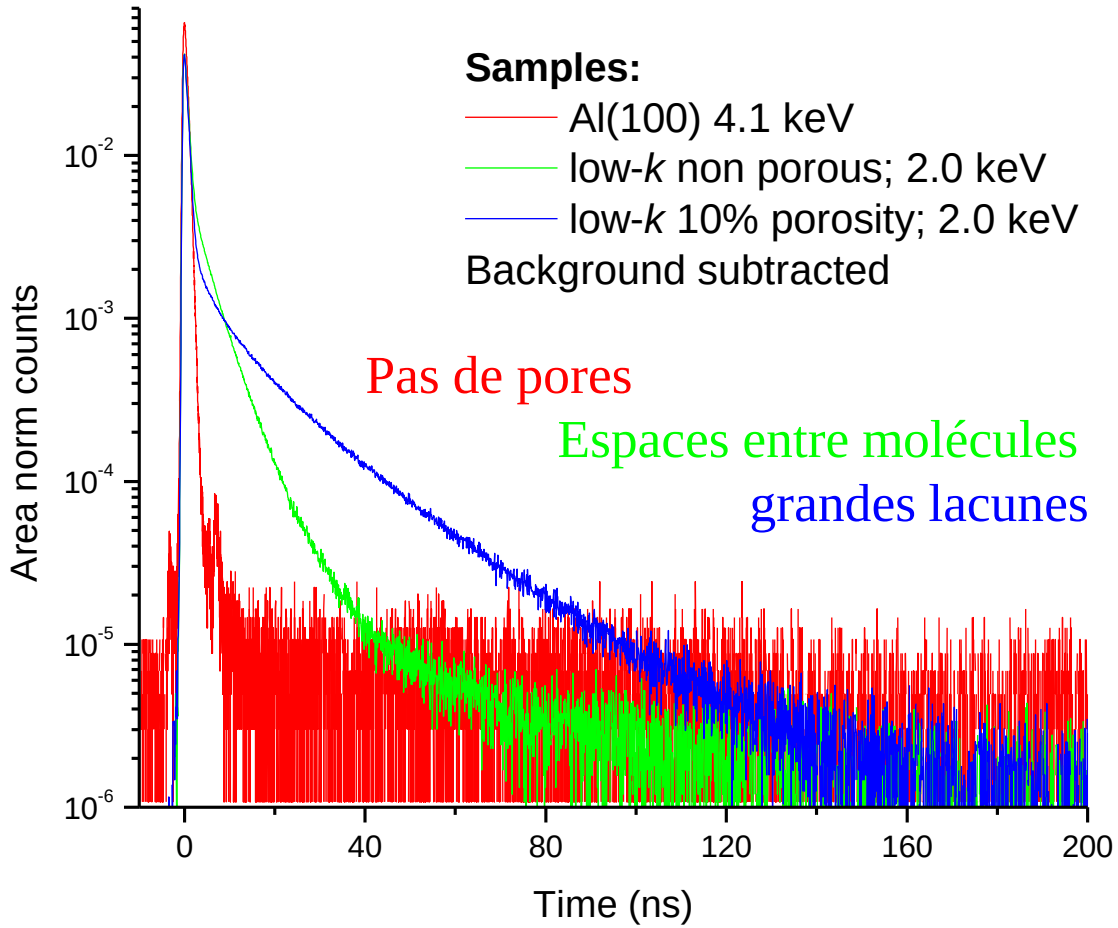
La lecture et l'écoute ne font pas travailler les mêmes zones du cerveau

Avantage de la TEP : rapidité de la réponse → étude en temps réel

Utilisation des positons : science des matériaux

- **Envoi d'un faisceau de positons sur un échantillon de matériau à étudier**
- **Mesure du temps mis par des positons pour s'annihiler dans la matière :**

→ détection et caractérisation des lacunes et porosités à l'échelle nanométrique



Applications :

- **États de surfaces, corrosion, vieillissement, des aciers, alliages.**
- **Porosité: filtres, membranes, verres**
- **Caractérisation des substrats en silicium (électronique rapide)**

À retenir

- Unités de la physique microscopique
- Système d’unités naturelles
- Masse invariante
- Conservation de l’énergie-impulsion
- Longueur d’onde de de Broglie
- Propriétés de l’antimatière

Compléments

- Équation de Dirac
- Spin
- Antimatière

Équation de Dirac

(système d'unités naturelles : $\hbar$=c=1)

– Dérivée premier ordre en t + relativité →

dérivée du premier ordre en $\vec{r}$

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t}=\left(-i\vec{\alpha}\bullet\vec{\nabla}+m\beta\right)\psi$$

– On veut retrouver l'équation de Klein-Gordon

$$-\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=\left(-i\vec{\alpha}\bullet\vec{\nabla}+m\beta\right)\left(-i\vec{\alpha}\bullet\vec{\nabla}+m\beta\right)\psi=\left(-\nabla^2+m^2\right)\psi$$

– Alors :

$$\hat{\alpha}_x^2=\hat{\alpha}_y^2=\hat{\alpha}_z^2=\hat{\beta}^2=\hat{1}$$

$$\hat{\alpha}_x\hat{\alpha}_y+\hat{\alpha}_y\hat{\alpha}_x=0 \text{ ... etc ...}$$

$$\hat{\alpha}_x\hat{\beta}+\hat{\beta}\hat{\alpha}_x=0 \text{ ... etc ...}$$

Résolution

On en déduit les propriétés de $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$:

- opérateurs hermitiques car H hermitique
- de valeurs propres ±1
- de trace nulle

$$\hat{\beta}\times\left(\hat{\alpha}_x\hat{\beta}+\hat{\beta}\hat{\alpha}_x=0\right)\Rightarrow\hat{\beta}\hat{\alpha}_x\hat{\beta}=-\hat{\alpha}_x\Rightarrow Tr\left(\hat{\alpha}_x\right)=-Tr\left(\hat{\alpha}_x\right)=0$$

$$\hat{\beta}\times\left(\hat{\alpha}_x\hat{\alpha}_x=1\right)\Rightarrow\hat{\beta}=-\hat{\alpha}_x\hat{\beta}\hat{\alpha}_x\Rightarrow Tr\left(\hat{\beta}\right)=-Tr\left(\hat{\beta}\right)=0$$

- dimension 2n × 2n
- pas de solution en dimension 2
- solution en dimension 4
- avec $\vec{\sigma}$ matrices de Pauli

$$\vec{\alpha}=\begin{pmatrix}0 & \vec{\sigma}\\ \vec{\sigma} & 0\end{pmatrix}\quad \beta=\begin{pmatrix}\hat{I} & 0\\ 0 & -\hat{I}\end{pmatrix}$$

$$\sigma_x=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\quad \sigma_y=\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix}\quad \sigma_z=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

Solution

- Solution minimale :
  - ψ fonction d'onde à 4 composantes : $\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \underline{\underline{u}} \\ \underline{\underline{v}} \end{pmatrix}$
  - opérateurs : $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} \hat{I} & 0 \\ 0 & -\hat{I} \end{pmatrix}$
  - Hamiltonien :

$$H = -i\vec{\alpha} \bullet \vec{\nabla} + m\beta = \vec{\alpha} \bullet \vec{p} + m\beta$$

En champ électromagnétique

- En présence d'un champ électromagnétique, l'impulsion $\vec{p}$ n'est plus égale à la quantité de mouvement $\vec{\pi}$:

$$\vec{p} = \vec{\pi} + q\vec{A}$$

- Le hamiltonien devient :

$$H = \vec{\alpha} \bullet \vec{\pi} + qV\hat{I} + m\beta = \vec{\alpha} \bullet \left(\vec{p} - q\vec{A}\hat{I} \right) + qV\hat{I} + m\beta$$

Équation aux valeurs propres

$$\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \underline{\underline{u}} \\ \underline{\underline{v}} \end{pmatrix}$$

$$E\psi = E\begin{pmatrix} \underline{\underline{u}} \\ \underline{\underline{v}} \end{pmatrix} = \left(\vec{\alpha}\bullet\left(\vec{p} - q\vec{A}\hat{I}\right) + qV\hat{I} + m\beta\right)\begin{pmatrix} \underline{\underline{u}} \\ \underline{\underline{v}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} E\underline{\underline{u}} = \vec{\sigma}\bullet\left(\vec{p} - q\vec{A}\hat{I}\right)\underline{\underline{v}} + \left(qV\hat{I} + m\hat{I}\right)\underline{\underline{u}} & (1) \\ E\underline{\underline{v}} = \vec{\sigma}\bullet\left(\vec{p} - q\vec{A}\hat{I}\right)\underline{\underline{u}} + \left(qV\hat{I} - m\hat{I}\right)\underline{\underline{v}} & (2) \end{cases}$$

- Limite non relativiste :

$$E \simeq m \text{ et } (2) \Rightarrow \underline{\underline{v}} \simeq \frac{\vec{\sigma}\bullet\left(\vec{p} - q\vec{A}\hat{I}\right)}{2m}\underline{\underline{u}} << \underline{\underline{u}}$$

$$(1) \Rightarrow (E - m)\underline{\underline{u}} = \frac{\left[\vec{\sigma}\bullet\left(\vec{p} - q\vec{A}\hat{I}\right)\right]^2}{2m}\underline{\underline{u}} + qV\underline{\underline{u}}$$

$$\begin{cases} \vec{p} = -i\vec{\nabla} \quad , \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \\ \left(\vec{\sigma}\bullet\vec{X}\right)\left(\vec{\sigma}\bullet\vec{Y}\right) = \left(\vec{X}\bullet\vec{Y}\right)\hat{I} + i\left(\vec{X}\wedge\vec{Y}\right)\vec{\sigma} \end{cases}$$

donnent ...

Apparition du spin

On a : $(E-m)\underline{\underline{u}} = \dfrac{\left[\vec{\sigma}\bullet\left(\vec{p}-q\vec{A}\hat{I}\right)\right]^2}{2m}\underline{\underline{u}} + qV\underline{\underline{u}}$ et : $\begin{cases} \vec{p} = -i\vec{\nabla} \quad , \quad \vec{B} = \vec{\nabla}\wedge\vec{A} \\ \left(\vec{\sigma}\bullet\vec{X}\right)\left(\vec{\sigma}\bullet\vec{Y}\right) = \left(\vec{X}\bullet\vec{Y}\right)\hat{I} + i\left(\vec{X}\wedge\vec{Y}\right)\vec{\sigma} \end{cases}$

$$\left[\vec{\sigma}\bullet\left(\vec{p}-q\vec{A}\hat{I}\right)\right]^2 = \left(\vec{p}-q\vec{A}\right)^2 + i\left(\left(\vec{p}-q\vec{A}\hat{I}\right)\wedge\left(\vec{p}-q\vec{A}\hat{I}\right)\right)\bullet\vec{\sigma}$$

$$= \left(\vec{p}-q\vec{A}\right)^2 - q\left[\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{A}\right)+\left(\vec{A}\wedge\vec{\nabla}\right)\right]\bullet\vec{\sigma} \text{ car } \begin{cases} \vec{p} = -i\vec{\nabla} \\ \vec{p}\wedge\vec{p} = 0 \\ \vec{A}\wedge\vec{A} = 0 \end{cases}$$

$$= \left(\vec{p}-q\vec{A}\right)^2 - q\vec{B}\bullet\vec{\sigma}$$

$$\left.\begin{aligned} \left(\hat{\vec{\nabla}}\wedge\hat{\vec{A}}\right)X &= \left(\vec{\nabla}\wedge\vec{A}\right)X + \vec{\nabla}X\wedge\vec{A} \\ \left(\hat{\vec{A}}\wedge\hat{\vec{\nabla}}\right)X &= \vec{A}\wedge\vec{\nabla}X \end{aligned}\right\} \text{ d'où : …}$$

Spin

- Limite non relativiste

$$(E-m)\underline{\underline{u}} = \left(\frac{\left(\vec{p}-q\vec{A}\right)^2}{2m} - \underbrace{\boxed{\frac{q}{2m}\vec{B}\bullet\vec{\sigma}}}_{\text{terme nouveau}} + qV \right)\underline{\underline{u}}$$

- On trouve un terme additionnel non classique d'énergie d'interaction avec le champ magnétique
  - **existence du spin de l'électron :** $\vec{\sigma} = 2\vec{S}$
  - et **facteur gyromagnétique *g*** :

$$\frac{q}{2m}\vec{B}\bullet\vec{\sigma} \equiv \vec{B}\bullet\vec{M} \quad \text{avec} \quad \vec{M} = g\frac{q}{2m}\vec{S} \quad \text{soit} \quad g = 2$$

(rappel mécanique classique : $\vec{M} = \frac{q}{2m}\vec{L}$)

- $\underline{\underline{u}}$ représente un spineur à deux composantes : spin 1/2

Antimatière

- Quid de la partie $\underline{\underline{v}}$?

- Au repos et sans champ électromagnétique, on trouve :

$$\boxed{E\underline{\underline{v}} = -m\underline{\underline{v}}}$$

- Masse négative ???

- Réinterprétation (Dirac, 1931) :

  Prédiction de l'existence du positon, antiparticule de l'électron, de même masse, de même spin, et de charge opposée

Programme

- Chapitre 1 Espace, temps, matière, antimatière
- **Chapitre 2 Particules et interactions**
- Chapitre 3 Interaction faible
- Chapitre 4 Noyaux et radioactivité
- Chapitre 5 Énergie nucléaire

Chapitre 2 Particules et interactions

- Particules
- Symétries
- Interactions

Physique des particules

- Étude des constituants élémentaires de la matière et de leurs **interactions** :

  – **Électromagnétique** : électricité, magnétisme et chimie !
  – **Forte** : cohésion des noyaux des atomes
  – **Faible** : radioactivité
  – **Gravitation** : chute des corps, mouvement des corps célestes

- ↔ Étude du contenu et de l'histoire de l'Univers (cosmologie)

- Innombrables applications et retombées technologiques

(énergie, médecine, communication…)

Une avalanche de particules

- 1897 électron — Thomson
- 1911 noyau — Rutherford
- 1919 proton — Rutherford
- 1932 neutron — Chadwick
- 1932 positon — Anderson
- 1936 muon — Anderson, Neddermeyer
- 1947 pions chargés — Powell et al
- 1947 kaons neutres — Rochester, Butler
- depuis 1949 …lambdas, pion neutre, kaons chargés, deltas … des dizaines de hadrons
- 1953 antineutrino électron — Reines, Cowan
- 1955 antiproton — Segré, Chamberlain
- 1956 antineutron — Cork
- 1962 neutrino muon — Lederman, Schwartz, Steinberger
- 1974 J/ψ quark c — Richter, Ting
- 1974 tau — Perl
- 1976 ϒ quark b — Lederman
- 1983 bosons faibles W et Z — Rubbia, van der Meer
- 1995 quark t — Fermilab
- 2000 neutrino tau — Fermilab
- **2012 boson de Higgs — CERN**

Matière ordinaire

Découvrir et étudier les particules

- Observation de nouvelles particules :
  - Rayons cosmiques
  - Radioactivité
  - Accélérateurs de particules

- Processus permettant leur détection et leur identification
  - Échauffement
  - Ionisation
  - Vaporisation, condensation
  - Luminescence
  - Effet Tcherenkov
  - Rayonnement de transition

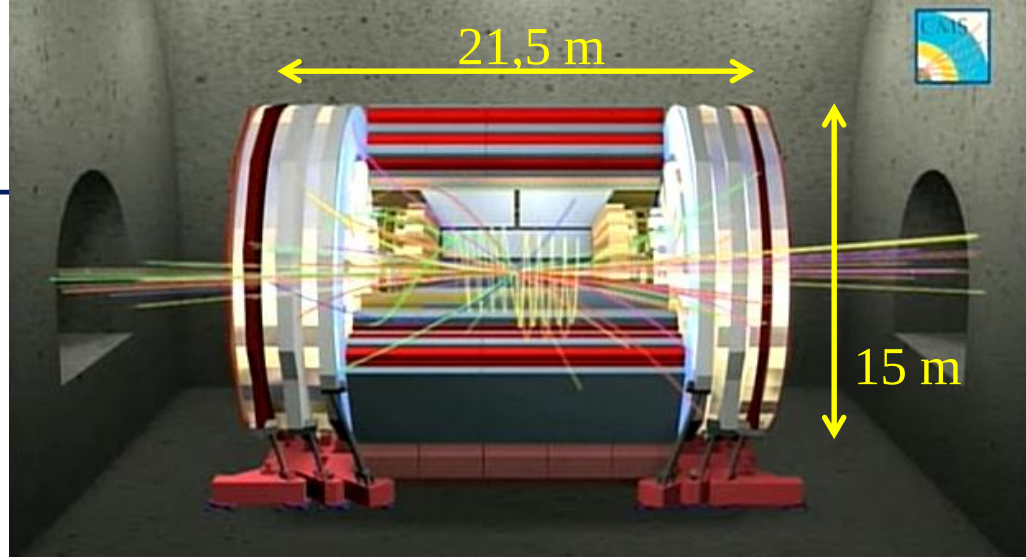
La diversité des particules

- Observation de particules aux propriétés très diverses
  - Stables (proton, électron…), instables (neutron…)
  - chargées (électron, proton…) ou neutres (neutron…)
  - très pénétrantes (muon, neutrino…)
  - ou très vite arrêtées par la matière (pion…)
  - à longue durée de vie (kaon, lambda…)
  - ou de durée de vie extrêmement courte (pion neutre…)
  - toujours produites en association (kaon et lambda…)
  - …

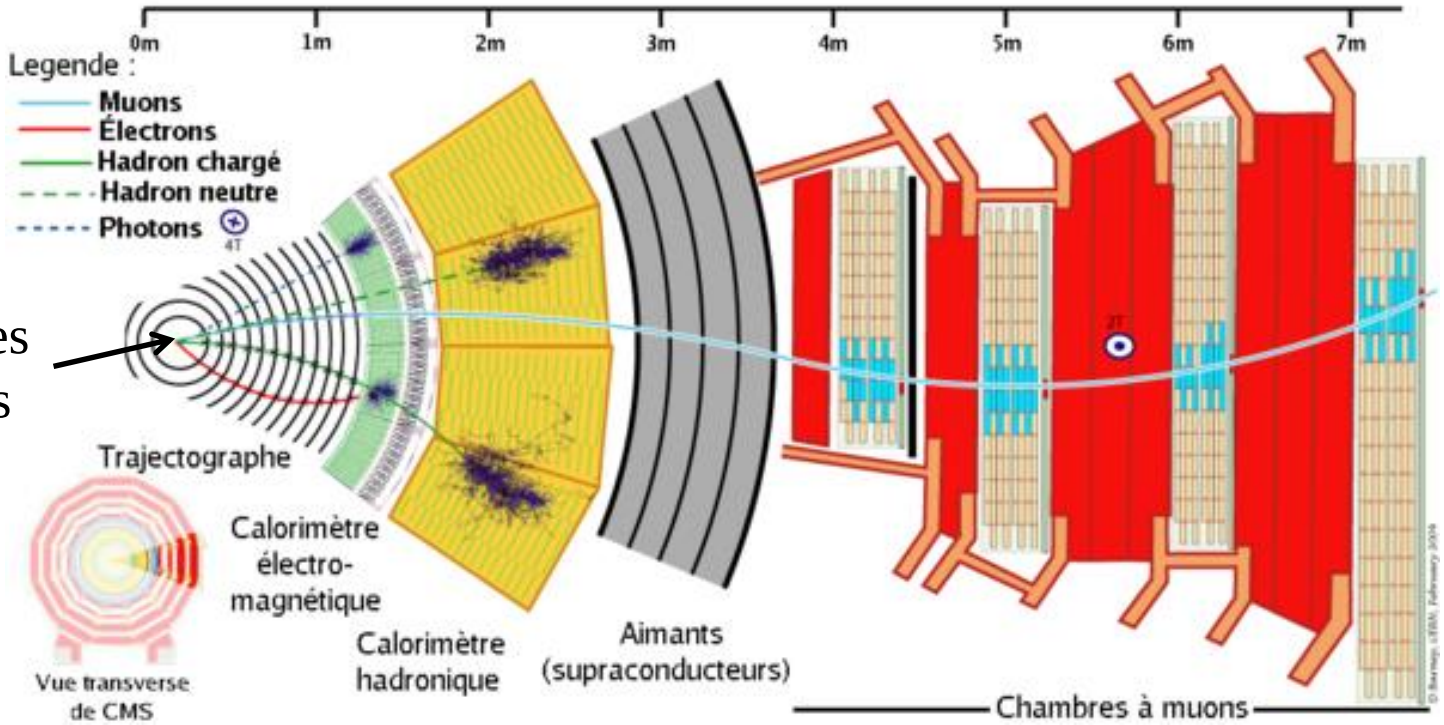
Schéma d'un détecteur

Exemple :

Détecteur CMS auprès du Large Hadron Collider CERN



Point de collision des faisceaux de protons



Les interactions en physique des particules

Interactions fondamentales :

- Interaction **électromagnétique**
  agit sur les particules chargées électriquement

- Interaction **forte**
  agit sur les particules contenant des quarks

- Interaction **faible**
  agit sur toutes les particules

\+ *Interaction **gravitationnelle,***
extrêmement faible, négligeable au niveau microscopique
agit sur toutes les formes d'énergie

Particules du Modèle Standard

- Un peu d'ordre dans le zoo des particules…

Particules élémentaires de matière : fermions de spin 1/2		2 grandes classes			
		Leptons Insensibles à l'interaction forte		**Quarks** Sensibles à l'interaction forte	
3 familles ?		ν_e	e^-	u	d
		ν_μ	μ^-	c	s
		ν_τ	τ^-	t	b
charges additives conservées	**électrique Q**	0	-1	+2/3	-1/3
	leptonique L	1	1	0	0
	baryonique B	0	0	1/3	1/3

Les quarks s'assemblent pour former deux types de **hadrons** :
- **baryons** (trois quarks) - exemples : proton (uud), neutron (udd)
- **mésons** (paire quark-antiquark) - exemple : π^+ ($u\bar{d}$)

Classification des particules

- **Quarks :**
  particules élémentaires sensibles aux **interaction fortes**

- **Leptons :**
  particules élémentaires **in**sensibles aux interactions fortes

- **Toutes** les particules sont sensibles à **l'interaction faible**

- L'interaction **électromagnétique** concerne les particules portant une **charge électrique**

Vocabulaire

Hadrons :

- **particules constituées de quarks,**
  les seules sensibles aux interactions fortes

Deux sortes de hadrons :

- **Baryons, composés de 3 quarks**
  (proton =uud ; neutron = udd ;…)
- **Mésons, composés d'une paire quark-antiquark**
  (pions : $\pi^+ = u\bar{d}$; $\pi^- = \bar{u}d$; …)

Stabilité des particules

Les seules particules stables sont :

- **l'électron, le proton, et les neutrinos**
- **le neutron est stable dans certains noyaux (état lié de protons et de neutrons)**

Les autres particules sont suffisamment massives pour se désintégrer en d'autres particules moins lourdes tout en respectant les lois de conservation…

Lois de conservation

Lors d'une interaction entre particules ou lors d'une désintégration, sont conservés, dans le vide :

- **L'énergie et l'impulsion**
- **et donc aussi la masse invariante du système**

- ***Le moment cinétique total (orbital+spin)***

- **Toutes les charges additives**
  (charge d'un système = somme des charges des constituants) :

  - **La charge électrique**
  - **La charge baryonique**
  - **La charge leptonique**

Quelques problèmes du formalisme traditionnel

- La mécanique quantique est incapable de décrire la création ou l'annihilation de particules

- Le temps et les coordonnées d'espace jouent des rôles très différents en mécanique quantique (paramètre/opérateurs), c'est incompatible avec les transformations de Lorentz

- On ne peut pas (facilement) prendre t comme un opérateur, sous peine de perdre la notion d'état fondamental d'énergie minimale (exercice)

Théorie quantique des champs

W. Heisenberg

On peut alors prendre les coordonnées comme paramètres, les opérateurs sont alors des fonctions des coordonnées d'espace temps
(représentation de Heisenberg généralisée)

On obtient une théorie quantique et relativiste dans laquelle la physique est décrite par des **champs d'opérateurs de création et d'annihilation de particules**. La relation spin-statistique est obtenue.

W. Pauli

La construction de la théorie se fonde sur des **principes de symétrie, symétries discrètes ou continues, globales ou locales.**

On évoquera seulement des notions de théorie quantique des champs.

Opérateurs de création et d'annihilation

- Rappel de première année : oscillateur harmonique

$$H = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \rightarrow H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

- Valeurs propres : $\left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$; vecteurs propres normés : $\varphi_n(x)$

$$X = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x \; ; P = \sqrt{\frac{1}{m\omega\hbar}}p = -i\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}\frac{\partial}{\partial x} = -i\frac{\partial}{\partial X}$$

$$\left.\begin{array}{l} a = \dfrac{X + iP}{\sqrt{2}} : \text{ opérateur d'annihilation } \begin{cases} a\varphi_{n+1} = \sqrt{n+1}\varphi_n \\ a\varphi_0 = 0 \end{cases} \\ a^\dagger = \dfrac{X - iP}{\sqrt{2}} : \text{opérateur de création } a^\dagger\varphi_n = \sqrt{n+1}\varphi_{n+1} \end{array}\right\} \left[a, a^\dagger\right] = Id$$

$$H = \left(a^\dagger a + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \; ; a^\dagger a = N : \; N\varphi_n = n\varphi_n$$

Espace de Fock

Il faut définir l'espace de Hilbert sur lequel agissent des opérateurs de création et d'annihilation

- On postule l'existence d'un état « vide » $|0\rangle$ tel que :
  $\forall \vec{p} \;\; a_{\vec{p}} \; |0\rangle = 0$ (et donc $\langle 0| a_{\vec{p}}^{\dagger} = 0$)
- On définit les états normalisés notés $|N\rangle = |n_1, n_2, \ldots\rangle$ par :
  $a_{\vec{p}_j}^{\dagger} |N\rangle = \sqrt{n_j + 1} \, |n_1, n_2, \ldots, n_j + 1, \ldots\rangle$ et

$$a_{\vec{p}_j} |N\rangle = \begin{cases} \sqrt{n_j} \, |n_1, n_2, \ldots, n_j - 1, \ldots\rangle & \text{si } n_j > 0 \\ 0 & \text{si } n_j = 0 \end{cases}$$

- Interprétation : le système représenté par $|N\rangle$ contient n_j particules d'impulsion $\vec{p}_j$
- L'espace de Hilbert est l'espace engendré par $|0\rangle$ et les états $|N\rangle$
- Tous les opérateurs s'expriment avec les $a_{\vec{p}}$ et $a_{\vec{p}}^{\dagger}$

- Particules
- Symétries
- Interactions

Invariances et lois de conservation

- Principe de moindre action : $S = \int_{t_0}^{t_1} L(t, \vec{x}_i, \vec{v}_i)dt$ extrémale

$\rightarrow$ équations de Lagrange $\dfrac{\partial L}{\partial \vec{x}_i} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial L}{\partial \vec{v}_i}\right)$ $\rightarrow$ équations du mouvement

Exemple : une particule dans un potentiel (i = 1)

$$L(\vec{x},\vec{v}) = \frac{1}{2}mv^2 - V(\vec{x}) \quad ; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \vec{v}_i}\right) = \frac{\partial L}{\partial \vec{x}_i} \Leftrightarrow \frac{d(m\vec{v})}{dt} = -\vec{\nabla} V$$

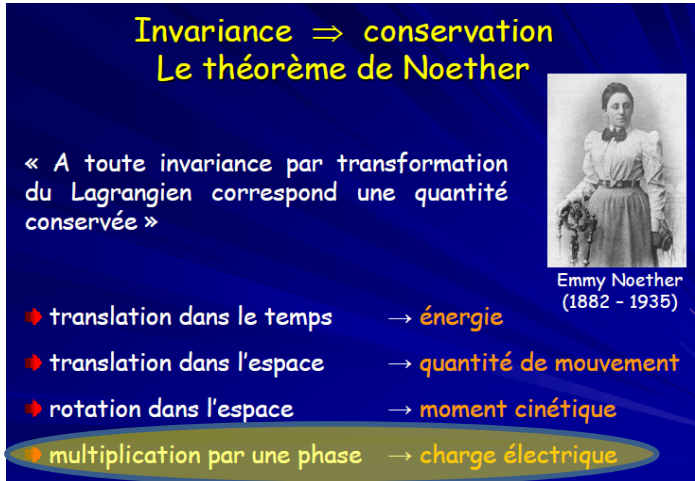
- Invariances du lagrangien $\rightarrow$ lois de conservation (cours de M. Filoche)

Exemple : L indépendant de t $\rightarrow$ conservation de l'énergie

$$\frac{dL}{dt} = \cancel{\frac{\partial L}{\partial t}} + \sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{x}_i}\frac{d\vec{x}_i}{dt} + \frac{\partial L}{\partial \vec{v}_i}\frac{d\vec{v}_i}{dt} \right) = \frac{d}{dt}\sum_i \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{v}_i} \cdot \vec{v}_i \right)$$

$$\Rightarrow H \equiv \sum_i \left(\vec{p}_i \cdot \vec{v}_i - L \right) = \frac{1}{2}mv^2 + V(\vec{x}) = cte$$

avec : $\vec{v}_i = \dfrac{d\vec{x}_i}{dt}$ et $\vec{p}_i \equiv \dfrac{\partial L}{\partial \vec{v}_i}$



Principe de moindre action généralisé

Une timide incursion en théorie des champs…

– densité de lagrangien dépendant **d'opérateurs**

$$L(\vec{x},\vec{v}) \to \mathcal{L}(\psi,\partial_\mu\psi) \text{ avec : } \partial_{\mu=0,1,2,3} \equiv \frac{\partial}{\partial t},\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z} \quad (\hbar = c = 1)$$

– Principe de moindre action → équations de Lagrange :

$S = \int \mathcal{L} d^4 x$ extrémal donne (voir compléments) : $\boxed{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial\left(\partial_\mu \psi\right)} = 0}$

sommation indices bas haut (vecteurs covariants/contravariants) répétés :

$$\begin{cases} a^\mu = \sum_{\nu=0}^{3} \eta^{\mu\nu} a_\nu = \eta^{\mu\nu} a_\nu \\ a_\mu a^\mu = \sum_{\mu=0}^{3}\sum_{\nu=0}^{3} \eta^{\mu\nu} a_\mu a_\nu = \eta^{\mu\nu} a_\mu a_\nu \end{cases}$$

avec $\left[\eta^{\mu\nu}\right] = \left[\eta_{\mu\nu}\right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \partial_\mu \partial^\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta$

Exemple : lagrangien de l'équation de Klein Gordon

Rappel : $E^2 = p^2 + m^2 \leftrightarrow -\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\Delta\psi + m^2\psi$: équation de Klein Gordon

$$\mathcal{L}_{KG} = \frac{1}{2}\partial_\mu\psi\,\partial^\mu\psi - \frac{1}{2}m^2\psi^2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}_{KG}}{\partial \psi} = -m^2\psi \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}_{KG}}{\partial\left(\partial_\mu\psi\right)} = \dfrac{\partial}{\partial\left(\partial_\mu\psi\right)}\left[\displaystyle\sum_{\rho=0}^{3}\frac{1}{2}\partial_\rho\psi\sum_{\nu=0}^{3}\eta^{\rho\nu}\partial_\nu\psi\right] = \frac{1}{2}\partial^\mu\psi + \frac{1}{2}\partial^\mu\psi = \partial^\mu\psi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}_{KG}}{\partial\left(\partial_\mu\psi\right)} = \partial_\mu\partial^\mu\psi = \frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi - \Delta\psi$$

On obtient finalement avec les équations de Lagrange $\dfrac{\partial \mathcal{L}_{KG}}{\partial \psi} - \partial_\mu \dfrac{\partial \mathcal{L}_{KG}}{\partial\left(\partial_\mu\psi\right)} = 0$:

soit : $-\dfrac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = -\Delta\psi + m^2\psi$ CQFD

Extension de l'équation de Klein Gordon

- Solutions pour Ψ hermitique :

$$\psi = \sum_{\vec{p}} a_{\vec{p}} \exp\left(-ipx\right) + a_{\vec{p}}^{\dagger} \exp\left(ipx\right)$$

avec $x = (t, \vec{r}),\ p = \left(E, \vec{p}\right)$ et $E = +\sqrt{\vec{p}^{\,2} + m^2}$

Avec ψ opérateur non hermitique :

$\psi = \left(\psi_1 + i\psi_2\right)/\sqrt{2}$; $\psi^{\dagger} = \left(\psi_1 - i\psi_2\right)/\sqrt{2}$ avec ψ_1 et ψ_2 hermitiques

$$L\left(\psi, \partial_\mu \psi, \psi^{\dagger}, \partial_\mu \psi^{\dagger}\right) = \partial_\mu \psi^{\dagger} \partial^\mu \psi - m^2 \psi^{\dagger} \psi = L_{KG}(\psi_1) + L_{KG}(\psi_2)$$

- Solutions pour Ψ non hermitique :

$$\psi = \sum_{\vec{p}} a_{\vec{p}} \exp\left(-ipx\right) + b_{\vec{p}}^{\dagger} \exp\left(ipx\right)$$

Conservation de la charge électrique (1)

Le lagrangien

$$\mathcal{L}\left(\psi,\partial_\mu\psi,\psi^\dagger,\partial_\mu\psi^\dagger\right)=\partial_\mu\psi^\dagger\partial^\mu\psi-m^2\psi^\dagger\psi$$

est explicitement invariant par changement de phase (invariance de « jauge ») :

$$\psi'=\psi e^{-ie\theta} \quad \Rightarrow \quad \psi'^\dagger=\psi^\dagger e^{+ie\theta}$$

ou pour une phase infinitésimale :

$\psi'-\psi=\delta\psi=-ie\,\psi d\theta$ de même : $\delta\psi^\dagger=+ie\,\psi^\dagger d\theta$

$\partial_\mu\psi'-\partial_\mu\psi=\delta\,\partial_\mu\psi=-ie\left(\partial_\mu\psi\right)d\theta$ et $\delta\,\partial_\mu\psi^\dagger=+ie\left(\partial_\mu\psi^\dagger\right)d\theta$

Il y a donc une quantité conservée correspondante (Théorème de Noether)

Conservation de la charge électrique (2)

– On écrit l'invariance du lagrangien sous cette transformation :

$$0 = \delta\mathcal{L} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi}\delta\psi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial_\mu\psi\right)}\delta\,\partial_\mu\psi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi^\dagger}\delta\psi^\dagger + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial_\mu\psi^\dagger\right)}\delta\,\partial_\mu\psi^\dagger$$

– Et on utilise les équations de Lagrange, on obtient :

$$\delta\mathcal{L} = -ie\,d\theta\,\partial_\mu\left(\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial_\mu\psi\right)}\right)\psi - \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial_\mu\psi^\dagger\right)}\right)\psi^\dagger\right) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\partial_\mu \underbrace{(ie)\left(\left(\partial^\mu\psi^\dagger\right)\psi - \left(\partial^\mu\psi\right)\psi^\dagger\right)}_{j^\mu} = \partial_\mu j^\mu = 0 \text{ et pour } Q \equiv \int j_0 d^3x \text{ on a } \frac{dQ}{dt} = \int \frac{\partial j_0}{\partial t} d^3x = \int \vec{\nabla}\vec{j}\,d^3x = 0$$

– On trouve une densité de courant qui vérifie l'équation de continuité et la charge correspondante est conservée

Q est la charge du système décrit par ψ

Facteur de normalisation

$$\psi = N\exp\left(-ipx\right) = N\exp\left(-i\left[Et - \vec{p}\cdot\vec{r}\right]\right)$$

Équation de continuité : $\dfrac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{f} = 0$ (voir annexe)

la variation de la densité de probabilité est égale à

l'opposé de la divergence de la densité de flux de probabilité

Éq de Schrödinger : $\rho = \left|\psi\right|^2$; $\vec{f} = \dfrac{i}{2m}\left(\psi\vec{\nabla}\psi^\dagger - \psi^\dagger\vec{\nabla}\psi\right)$

Éq de Klein-Gordon :

$$\left(f^\mu\right) = i\left(\psi\partial^\mu\psi^\dagger - \psi^\dagger\partial^\mu\psi\right) = \left(\rho, \vec{f}\right) \Rightarrow \rho = i\left(\psi\partial^0\psi^\dagger - \psi^\dagger\partial^0\psi\right) = 2EN^2$$

$$\int \rho d^3x = 1 \Rightarrow N = \frac{1}{\sqrt{2EV}}$$

Champ d'opérateurs

$$\text{pour } \psi = \frac{1}{\sqrt{2EV}}\left(a_{\vec{p}}e^{-ipx} + b^{\dagger}_{\vec{p}}e^{ipx}\right) \text{ avec } E^2 = \vec{p}^{\,2} + m^2$$

Les particules *a* et *b* ont la même masse

$$j^0 = ie\left(\left(\partial^0\psi^\dagger\right)\psi - \left(\partial^0\psi\right)\psi^\dagger\right) =$$

$$\frac{ie}{2EV}\left\{\left(iEa^{\dagger}_{\vec{p}}e^{ipx} - iEb_{\vec{p}}e^{-ipx}\right)\left(a_{\vec{p}}e^{-ipx} + b^{\dagger}_{\vec{p}}e^{ipx}\right) - \left(-iEa_{\vec{p}}e^{-ipx} + iEb^{\dagger}_{\vec{p}}e^{ipx}\right)\left(a^{\dagger}_{\vec{p}}e^{ipx} + b_{\vec{p}}e^{-ipx}\right)\right\} =$$

$$-\frac{e}{V}\left(a^{\dagger}_{\vec{p}}a_{\vec{p}} - b^{\dagger}_{\vec{p}}b_{\vec{p}}\right)$$

$$Q = \int j_0 d^3x = -eN_a + eN_b$$

Les particules *a* ont la charge –e
Les particules *b* ont la charge +e

Les particules *b* sont les antiparticules des particules *a*

- Particules
- Symétries
- Interactions

Force de Lorentz

Force de Lorentz : $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) = \dfrac{d\left(\gamma m \vec{v}\right)}{dt}$

Lagrangien correspondant (voir annexe) :

$$L = \underbrace{-m\sqrt{1-v^2}}_{\text{terme de masse et terme cinétique}} + \underbrace{q\vec{v}.\vec{A} - qV}_{\text{terme d'interaction électromagnétique}}$$

Rappel : $\begin{cases} \vec{E} = -\vec{\nabla}V - \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \end{cases}$

Peut-on trouver ce lagrangien par un principe général ?

La réponse est oui :
on impose que le lagrangien soit invariant par
changement de phase dépendant de la position

Cette propriété est appelée **invariance de jauge « locale »**

Invariance de jauge locale (1)

H. Weyl
Crédit : ETH-Zürich

- **Idée : invariance par changement de phase locale**

$$\psi' = \psi e^{-ie\theta(x)} \quad ; \psi^{\dagger}{}' = \psi^{\dagger} e^{+ie\theta(x)}$$

$$\partial_\mu \psi' = \left(\partial_\mu \psi\right) e^{-ie\theta(x)} - ie\psi\left(\partial_\mu \theta\right) e^{-ie\theta(x)}$$

$$\partial_\mu \psi'^{\dagger} = \left(\partial_\mu \psi^{\dagger}\right) e^{+ie\theta(x)} + ie\psi^{\dagger}\left(\partial_\mu \theta\right) e^{+ie\theta(x)}$$

$$\delta\mathcal{L} = e^2 \partial_\mu \theta . \partial^\mu \theta . \psi^{\dagger}\psi + \partial_\mu \theta . j^\mu \neq 0$$

- On rétablit l'invariance en introduisant un nouveau champ et une dérivée covariante :

$$\mathcal{L} = -\left(D_\mu \psi\right)^{\dagger} D^\mu \psi - m^2 \psi^{\dagger}\psi \text{ avec : } \boxed{D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu}$$

- **L'invariance du lagrangien est assurée si A_μ se transforme par**

$$A_\mu' = A_\mu + \partial_\mu \theta$$

Invariance de jauge locale (2)

- Le lagrangien devient :

$$\mathcal{L} = \underbrace{-\left(\partial_\mu \psi\right)^\dagger \partial^\mu \psi}_{\text{terme cinétique}} \underbrace{-m^2 \psi^\dagger \psi}_{\text{terme de masse}} \underbrace{-A_\mu j^\mu}_{\text{terme d'interaction}} \underbrace{-\mathrm{e}^2 A_\mu A^\mu \psi^\dagger \psi}_{\text{ce terme n'apparait pas pour les électrons/positrons car le terme cinétique du lagrangien initial n'est pas le même}}$$

- $A_\mu = (V, -\vec{A})$: potentiel vecteur du champ électromagnétique

on reconnait la transformation de jauge de l'électromagnétisme qui ne change pas la physique :

$$A_\mu' = A_\mu + \partial_\mu \theta \Leftrightarrow \begin{cases} V' = V + \dfrac{\partial \theta}{\partial t} \\ \vec{A}' = \vec{A} - \vec{\nabla} \theta \end{cases}$$

Interaction électromagnétique (1)

- Forte ressemblance avec le lagrangien de la force de Lorentz dans le formalisme habituel (voir annexe) !!!

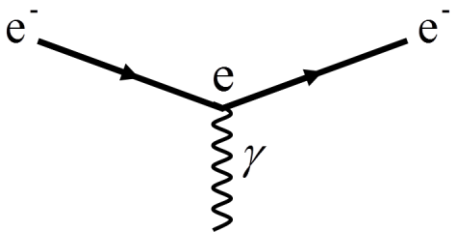
$$L = \underbrace{-m\sqrt{1-v^2}}_{\substack{\text{lagrangien libre} \\ \text{relativiste}}} + \underbrace{q\vec{v}.\vec{A} - qV}_{\substack{\text{terme d'interaction} \\ -A_\mu j^\mu}}$$

- On peut bien identifier j^0 avec la (densité de) charge !

Interaction électromagnétique (2)

- L'interaction entre une particule chargée et un champ électromagnétique correspond au nouveau terme $A_\mu j^\mu$ dans le lagrangien

- On représente ce terme par un « vertex » :



- Avec le formalisme des opérateurs de création et d'annihilation, ce vertex s'interprète comme l'annihilation d'un électron, la création d'un d'un nouvel électron et l'émission ou l'absorption d'un photon

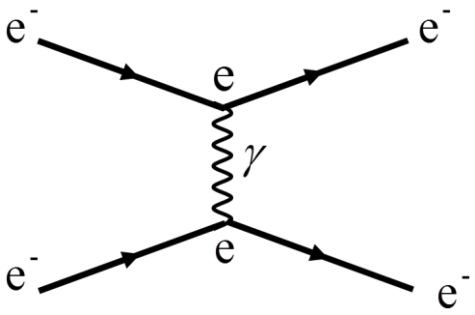
- **e** est la « constante de couplage » de l'interaction, elle mesure son intensité ici, c'est la charge de la particule

Interaction électromagnétique (3)

- L'invariance de jauge locale exige l'introduction du champ électromagnétique porté par les photons

- En développant le formalisme des opérateurs de création et d'annihilation, on s'aperçoit que l'interaction entre particules chargées est décrite par l'échange de photons (virtuels) :

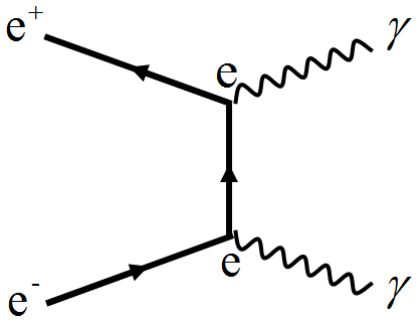
- Ces interactions sont locales,
  c'est le photon qui « propage » l'interaction
  entre les électrons



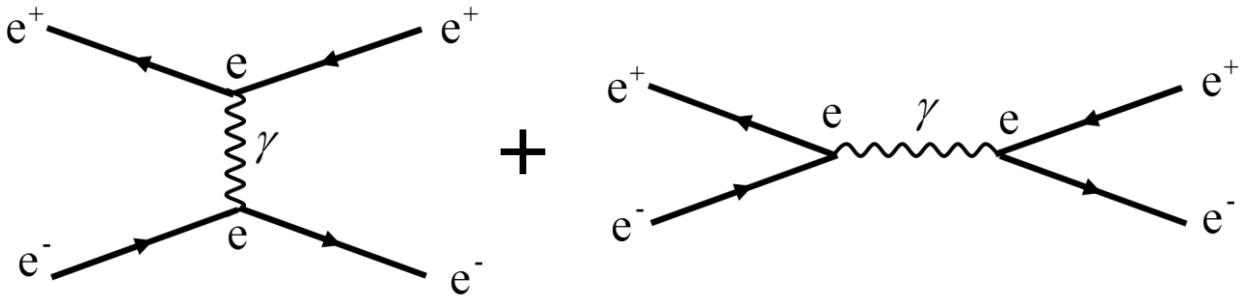
- Les **diagrammes de Feynman** permettent le calcul perturbatif de l'amplitude de diffusion, en puissances de e^2,
  ou de la constante de structure fine $\alpha = e^2 / (4\pi\varepsilon_0\hbar c) = 1/137$

Quelques diagrammes de Feynman

annihilation



diffusion Bhabha



Groupes de symétrie

- L'interaction électromagnétique se construit ainsi sur le principe d'invariance locale par un groupe de transformation :

  la multiplication par $e^{-ie\theta(x)}$

- Groupe U(1) :

  groupe unitaire dépendant d'un paramètre continu

  $f(\psi) = \psi e^{-ie\theta(x)}$ $\quad$ f : élément du groupe U(1)

  $\langle f(\psi_1) | f(\psi_2) \rangle = \langle \psi_1 | \psi_2 \rangle$

- Les interactions électrofaible et forte sont construites de façon similaire avec des groupes différents :

  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ et $SU(3)_C$ respectivement

Les interactions du Modèle Standard

- Les interactions sont construites sur le principe d'une invariance de jauge locale agissant sur des degrés de liberté internes des particules →
- « propagateurs » (bosons vecteurs) des interactions
- constantes de couplage

interaction	**bosons vecteurs (spin 1)**		**symbole**	**force** *(à basse énergie)* **portée**	**charge**
électromagnétisme	1	photon *sans masse*	γ	$\alpha = 1/137$ longue	électrique
interaction faible	3	bosons faibles ***massifs***	W^+ W^- Z^0	$\alpha_{w\ effectif} \sim 10^{-6}$ courte	isospin faible
interaction forte	8	gluons *sans masse*	g…	$\alpha_s \sim 1$ courte	couleur

Le boson de Higgs

Robert Brout
(1928-2011)

- <u>Problème</u> : cette construction ne permet pas de donner une masse aux bosons vecteurs et aux particules de matière
- Le « mécanisme de Brout-Englert-Higgs » donne une masse aux particules (par brisure spontanée de symétrie) et prédit l'existence d'une particule supplémentaire :

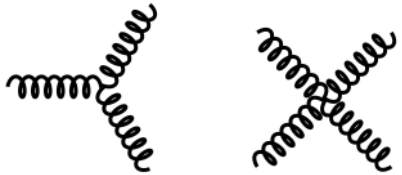
le boson de Higgs (boson scalaire : spin 0)

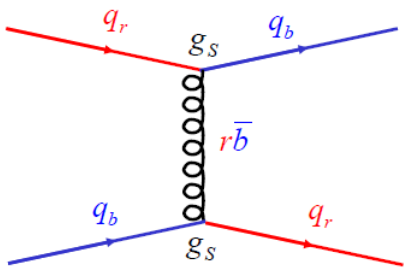
- La masse des particules de matière est proportionnelle à sa constante de couplage avec le Higgs
- Réciproquement, le Higgs se désintègre préférentiellement vers la particule la plus lourde, à condition de respecter la conservation de l'énergie
- Le boson de Higgs est découvert en 2012 !

François Englert & Peter Higgs
Au CERN (juillet 2012)

L'interaction forte

- Les quarks portent un nombre quantique interne : la « **couleur** » → trois valeurs possibles notées b, r, v
- L'invariance par transformation unitaire dans l'espace des couleurs conduit à l'interaction forte, portée par **huit gluons**
- Les gluons interagissent entre eux





- **Propriétés de l'interaction forte** :
  - force attractive : les quarks forment des états liés, les hadrons
  - confinement : les hadrons sont des « singlets de couleur »
  - force à courte portée : quelques fermis (1 fm = 10^{-15} m)
  - l'interaction forte ne change pas la nature (**saveur**) des quarks : un quark u reste un quark u, etc…
  - l'interaction forte ne dépend pas de la charge électrique

Les interactions nucléaires fortes

- Les interactions nucléaires fortes (**cohésion des noyaux**) ont pour origine les interactions fortes entre les quarks
- Elles rappellent les forces covalentes et les forces de Van der Waals entre molécules, d'origine électromagnétique
- **En 1934, Yukawa a modélisé ces interactions par l'échange de particules massives : les pions**
- Équation d'onde pour le photon : $\left(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A^\mu = 0$ avec $A^\mu = (V, \vec{A})$

en statique et symétrie sphérique : $\Delta \boldsymbol{V} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{V(r)} \propto \frac{1}{\boldsymbol{r}}$

- Équation d'onde pour un « photon » massif

$$\left(\Delta - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - m^2\right) A^\mu = 0 \text{ avec } A^\mu = (V, \vec{A}) \rightarrow \Delta V = m^2 V \Rightarrow \boxed{V(r) \propto \frac{e^{-mr}}{r}}$$

- portée $R \sim 1/m$: pour 2 fm $\quad m = \hbar c / Rc^2 \sim 100 \text{ MeV/c}^2 = 200\, m_e$
- **le pion est découvert en 1947 : $\boldsymbol{m_\pi = 135 \text{ MeV}/c^2}$**

L’interaction faible

- *Chapitre suivant…*

Succès du modèle standard

Accomplissement majeur de la physique théorique

- Décrit une extrême variété d'expériences
- Couvre des échelles d'énergie de 10^{-12} à 10^{13} eV
- Aucune observation confirmée ne le met en défaut (en 2022)
- Seulement (?) 25 paramètres :
  - 12 masses (quarks et leptons)
  - 3 constantes de couplage d'interaction
  - 8 constantes de mélange des familles (quarks et leptons)
  - 2 constantes pour le Higgs
- Théorie renormalisable : les quantités divergentes peuvent être éliminées, la théorie a un grand pouvoir prédictif

Quelques questions sans réponse dans le modèle standard (1)

- Pourquoi trois familles ? Encore une sous-structure ?
- Origine de l'asymétrie matière-antimatière dans l'Univers ?

Pas d'étoiles, de galaxies, d'amas de galaxies faits d'antimatière. Pourtant, en cosmologie, on fait l'hypothèse d'un état initial très dense et très chaud (le Big-Bang) où il y a autant de particules que d'antiparticules. Lors de l'expansion et du refroidissement de l'Univers, toute la matière et toute l'antimatière auraient dû disparaitre sous forme de rayonnement.

- On sait donner une masse aux particules, mais on ne peut pas prédire sa valeur

Masse des particules en MeV/c^2							
e^-	0.511	ν_e	$< \sim 10^{-6}$	u	2	d	5
μ^-	106	ν_μ		c	1275	s	95
τ^-	1777	ν_τ		t	173500	b	4200

plus de 11 ordres de grandeur !

Quelques questions sans réponse dans le modèle standard (2)

- Quid de la gravitation ? On ne sait pas quantifier la relativité générale → théorie des cordes ? membranes ? dimensions supplémentaires à l'espace-temps ? …
- Peut-on unifier les interactions à partir d'un principe de symétrie plus large englobant toutes les charges internes ?
- Quid de la matière noire et de l'énergie noire ?

Les efforts pour trouver des réponses avec la physique des particules ont échoué : la recherche de nouvelles particules et de nouvelles symétries est restée infructueuse, et l'interprétation de l'énergie noire reste mystérieuse.

- Difficultés mathématiques (énergie du vide, amplitudes infinies, non convergence des calculs en perturbation)

Le MS apparait comme une théorie effective à « basse » énergie

(comparée à l'énergie de Planck 10^{19} GeV)

À retenir

- Tableau des particules élémentaires
- Lois de conservation
- Notion d'invariance de jauge globale et locale
- Tableau des interactions
- Lien entre portée et masse du vecteur de l'interaction
- Succès et insuffisances du modèle standard

Annexes

- Lagrangien conduisant à la force de Lorentz
- Équation de continuité
  - avec l'équation de Schrödinger
  - avec l'équation de Klein Gordon
- Principe de moindre action et équations de Lagrange

Lagrangien / force de Lorentz (1)

Force de Lorentz : $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right) = \dfrac{d\left(\gamma m \vec{v}\right)}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\vec{p} - q\vec{A}\right)$

Lagrangien correspondant :

$$L = -m\sqrt{1-v^2} + q\vec{v}.\vec{A} - qV$$

$$\vec{p} \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{v}} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2}} + q\vec{A}$$

$$H = \vec{v}.\vec{p} - L = m\frac{v^2}{\sqrt{1-v^2}} + m\sqrt{1-v^2} + qV = \sqrt{m^2 + \left(\vec{p} - q\vec{A}\right)^2} + qV$$

Rappel : $\begin{cases} \vec{E} = -\vec{\nabla}V - \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \end{cases}$

Lagrangien / force de Lorentz (2)

Équation du mouvement : $\dfrac{\partial L}{\partial \vec{x}} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$. Exemple : projection sur l'axe x

$$q\left[\cancel{v_x \frac{\partial A_x}{\partial x}} + v_y \frac{\partial A_y}{\partial x} + v_z \frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial V}{\partial x}\right] =$$

$$\frac{d\left(\gamma m v_x\right)}{dt} + q\left[\frac{\partial A_x}{\partial t} + \cancel{\frac{\partial A_x}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}} + \frac{\partial A_x}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial A_x}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t}\right]$$

soit : $$q\left[\underbrace{-\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial t}}_{E_x} + v_y\left(\underbrace{\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}}_{B_z}\right) + v_z\left(\underbrace{\frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z}}_{-B_y}\right) - \frac{\partial V}{\partial x}\right] = \frac{d\left(\gamma m v_x\right)}{dt}$$

d'où finalement : $$\frac{d\left(\gamma m v_x\right)}{dt} = q\left[E_x + \left[\vec{v} \wedge \vec{B}\right]_x\right]$$

Équation de continuité (1)

$$\rho = \psi^* \psi \qquad \vec{f} = \frac{1}{m}\mathrm{Im}\left[\psi^* \vec{\nabla}\psi\right]$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \psi^*}{\partial t}\psi + \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Équation de Schrödinger

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \psi}{\partial t} = -\dfrac{1}{2mi}\Delta\psi + \dfrac{V}{i}\psi \\ \dfrac{\partial \psi^*}{\partial t} = +\dfrac{1}{2mi}\Delta\psi^* - \dfrac{V}{i}\psi^* \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = \left(+\frac{1}{i}\frac{\Delta\psi^*}{2m} - \frac{V}{i}\psi^*\right)\psi + \psi^*\left(-\frac{1}{i}\frac{\Delta\psi}{2m} + \frac{V}{i}\psi\right)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{2mi}\left(\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\psi^*\right)\psi - \psi^*\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{\nabla}\psi\right)\right)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{2mi}\vec{\nabla}\left(\psi\vec{\nabla}\psi^* - \psi^*\vec{\nabla}\psi\right) = \frac{1}{2mi}\vec{\nabla}\left(-2i\,\mathrm{Im}\left[\psi^*\vec{\nabla}\psi\right]\right) = -\vec{\nabla}\cdot\vec{f} \text{ CQFD}$$

Équation de continuité (2)

Équation de Klein Gordon

$$\left(f^{\mu}\right)=i\left(\psi\partial^{\mu}\psi^{*}-\psi^{*}\partial^{\mu}\psi\right)=\left(2\,\mathrm{Im}\left[\psi^{*}\partial^{\mu}\psi\right]\right)\quad=\left(\rho,\vec{f}\right)$$

$$\left(\partial_{\mu}\right)=\left(\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}\right)=\left(\frac{\partial}{\partial t},\vec{\nabla}\right)\quad;\quad\left(\partial^{\mu}\right)=\left(\frac{\partial}{\partial x_{\mu}}\right)=\left(\sum_{\upsilon=0}^{3}\eta^{\mu\nu}\partial_{\nu}\right)=\left(\frac{\partial}{\partial t},-\vec{\nabla}\right)$$

$$\text{K-G}:\ -\frac{\partial^{2}\psi}{\partial t^{2}}=-\Delta\psi+m^{2}\psi\ \text{ soit}:\partial_{\mu}\partial^{\mu}\psi+m^{2}\psi=0$$

$$\partial_{\mu}\left(\psi^{*}\partial^{\mu}\psi\right)=\underbrace{\partial_{\mu}\psi^{*}\partial^{\mu}\psi}_{\text{réel}}-\underbrace{\psi^{*}m^{2}\psi}_{\text{réel}}\Rightarrow\partial_{\mu}f^{\mu}=0\Leftrightarrow\frac{\partial\rho}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\vec{f}=0\ \ \text{CQFD}$$

Principe de moindre action et équations de Lagrange

$S(\psi,\partial_\mu\psi)=\int_{x_1}^{x_2}\mathcal{L}(\psi,\partial_\mu\psi)d^4x$ extrémal pour ψ_0

Soit : $\psi(x)=\psi_0(x)+\eta(x)d\varepsilon$ et donc : $\partial_\mu\psi(x)=\partial_\mu\psi_0(x)+\partial_\mu\eta(x)\,d\varepsilon$

avec $\eta(x)=0$ partout à la frontière du domaine d'intégration

$$\frac{dS}{d\varepsilon}=\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi}\eta+\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial_\mu\psi\right)}\partial_\mu\eta\right)d^4x$$

$$=\int_{x_1}^{x_2}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi}\eta-\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial_\mu\psi\right)}\right)\eta\right)d^4x+\cancel{\int_{x_1}^{x_2}\partial_\mu\left(\eta\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial_\mu\psi\right)}\right)d^4x}$$

$dS=0$ pour toute fonction $\eta(x)\Rightarrow\boxed{\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi}-\partial_\mu\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\partial_\mu\psi\right)}\right)=0}$

Compléments

- Invariance par transformation de jauge locale

Invariance par transformation de jauge locale (1)

On considère le lagrangien suivant obtenu en remplaçant ∂_μ par $D_\mu = \partial^\mu + ieA^\mu$:

$$\mathcal{L} = -\left(D_\mu\psi\right)^\dagger\left(D^\mu\psi\right) - m^2\psi^\dagger\psi = -\left(\partial_\mu - ieA_\mu\right)\psi^\dagger\left(\partial^\mu + ieA^\mu\right)\psi - m^2\psi^\dagger\psi$$

$$= -\partial_\mu\psi^\dagger\partial^\mu\psi - e^2A_\mu A^\mu\psi^\dagger\psi - ie\partial_\mu\psi^\dagger A^\mu\psi + ieA_\mu\psi^\dagger\partial^\mu\psi - m^2\psi^\dagger\psi$$

On calcule la variation de $\mathcal{L}$ sous la transformation de jauge locale suivante :

$$\begin{cases} \psi \to \psi e^{-ie\theta(x)} \quad ; \quad \partial_\mu\psi \to \partial_\mu\psi e^{-ie\theta(x)} - ie\psi\partial_\mu\theta e^{-ie\theta(x)} \\ \psi^\dagger \to \psi^\dagger e^{+ie\theta(x)} \quad ; \quad \partial_\mu\psi^\dagger \to \partial_\mu\psi^\dagger e^{+ie\theta(x)} + ie\psi^\dagger\partial_\mu\theta e^{+ie\theta(x)} \\ A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu\theta \end{cases}$$

$$\delta\mathcal{L} = -\left[ie\psi^\dagger\partial_\mu\theta\partial^\mu\psi - ie\partial_\mu\psi^\dagger\psi\partial^\mu\theta + e^2\psi^\dagger\partial_\mu\theta\psi\partial^\mu\theta\right]$$

$$-e^2\left[\partial_\mu\theta A^\mu\psi^\dagger\psi + A_\mu\partial^\mu\theta\psi^\dagger\psi + \partial_\mu\theta\partial^\mu\theta\psi^\dagger\psi\right]$$

$$-ie\left[ie\psi^\dagger\partial_\mu\theta A^\mu\psi + \partial_\mu\psi^\dagger\partial^\mu\theta\psi + ie\psi^\dagger\partial_\mu\theta\partial^\mu\theta\psi\right]$$

$$+ie\left[\partial_\mu\theta\psi^\dagger\partial^\mu\psi - ieA_\mu\psi^\dagger\psi\partial_\mu\theta - ie\partial_\mu\theta\psi^\dagger\psi\partial^\mu\theta\right]$$

Invariance par transformation de jauge locale (2)

On développe tous les termes pour voir que $\delta\mathcal{L} = 0$:

$$\delta\mathcal{L} = -ie\psi^\dagger\partial_\mu\theta\partial^\mu\psi + ie\partial_\mu\psi^\dagger\psi\partial^\mu\theta - e^2\psi^\dagger\partial_\mu\theta\psi\partial^\mu\theta$$
$$-e^2\partial_\mu\theta A^\mu\psi^\dagger\psi - e^2 A_\mu\partial^\mu\theta\psi^\dagger\psi - e^2\partial_\mu\theta\partial^\mu\theta\psi^\dagger\psi$$
$$+e^2\psi^\dagger\partial_\mu\theta A^\mu\psi - ie\partial_\mu\psi^\dagger\partial^\mu\theta\psi + e^2\psi^\dagger\partial_\mu\theta\partial^\mu\theta\psi$$
$$+ie\partial_\mu\theta\psi^\dagger\partial^\mu\psi + e^2 A_\mu\psi^\dagger\psi\partial_\mu\theta + e^2\partial_\mu\theta\psi^\dagger\psi\partial^\mu\theta$$

soit finalement : $\delta\mathcal{L} = 0$

(noter que les opérateurs A_μ et $\partial_\mu\theta$ commutent entre eux et avec ψ et $\psi^\dagger$)

Programme

- Chapitre 1 Espace, temps, matière, antimatière
- Chapitre 2 Particules et interactions
- **Chapitre 3 Interaction faible**
- Chapitre 4 Noyaux et radioactivité
- Chapitre 5 Énergie nucléaire

Chapitre 3 Interaction faible

Caractéristiques

Loi de désintégration exponentielle

Section efficace

Neutrinos

Chapitre 3 Interaction faible

- Historiquement, l'interaction faible s'est manifestée à travers la **désintégration β** des noyaux → voir chapitre 5

- **Toutes les particules de matière sont sensibles à l'interaction faible**

- **Seule l'interaction faible peut changer la nature des quarks ou des leptons**

- Les particules portent des nombres quantiques internes, l'isospin faible et l'hypercharge, et l'interaction faible est construite sur l'invariance de jauge associée aux transformations unitaires dans l'espace de l'isospin et de l'hypercharge
- Elle est en fait intriquée avec l'interaction électromagnétique, on parle souvent d'interaction électrofaible, les constantes de couplage sont du même ordre de grandeur.

- L'interaction faible est faible (à basse énergie) à cause de ses **bosons vecteurs massifs**: $M_W = 80\,\mathrm{GeV/c^2}$; $M_Z = 91\,\mathrm{GeV/c^2}$

- Pour la même raison, l'interaction faible est à très **courte portée**.

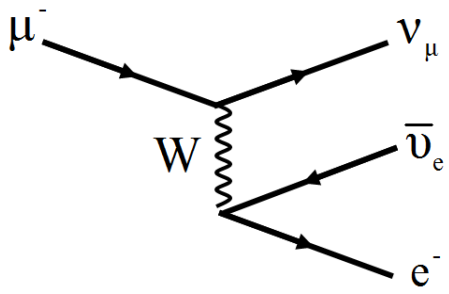
- L'interaction faible viole chacune des symétries discrètes P, C, T

Interaction faible et leptons

Cas des leptons :

- L'interaction faible peut changer un lepton chargé en son neutrino associé
- Et vice-versa
- Ou créer une paire lepton chargé antineutrino associé
- Ou créer une paire antilepton chargé neutrino associé

Les lois de conservation doivent cependant être respectées dans la réaction globale.



Ainsi la désintégration $\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \bar{\nu}_e$ est possible

Nota bene :

pour la conservation de la masse invariante, seules les particules initiales et finales doivent être considérées, et **pas les particules échangées**, **virtuelles**, « **hors couche de masse** », dans le processus (la masse du boson W est très supérieure à celle du muon, mais la désintégration est quand même possible)

Interaction faible et quarks

Cas des quarks :

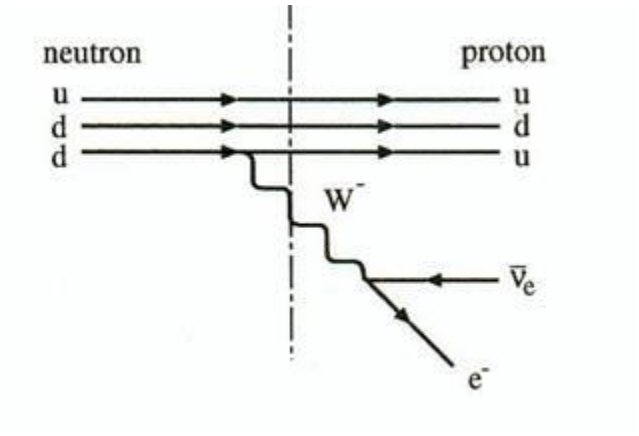
- L'interaction faible peut changer tout quark de charge 2/3 en tout quark de charge -1/3, et vice-versa

Pour les quarks, les familles se mélangent donc dans l'échange des *W*
ce qui n'est pas le cas des leptons

- <u>Conséquence</u> :

la désintégration du neutron (libre) :
$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ possible car $m_n > m_p$

temps de vie du neutron : 880 s (~15 min)

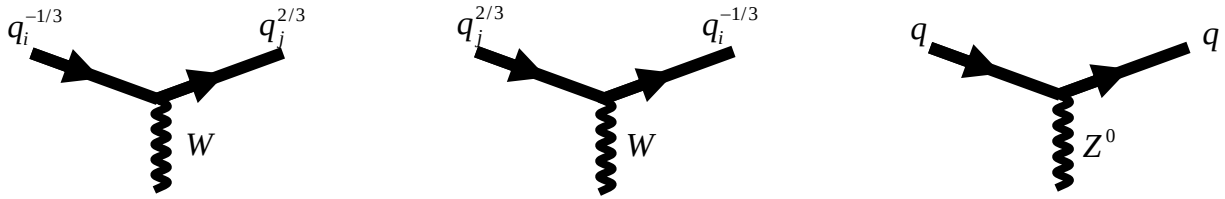


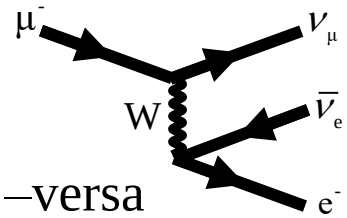
Processus élémentaires

- Les vertex de l'interaction faible pour les fermions :

Cas des leptons (idem pour les deux autres familles) :

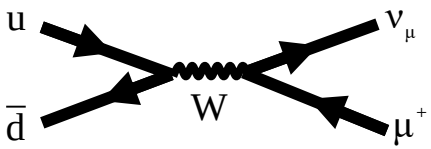
Cas des quarks :





Pour les quarks, les familles se mélangent dans l'échange des *W*

- On peut aussi changer les lignes entrantes en lignes sortantes et vice –versa en changeant la particule correspondante en son antiparticule
- On peut aussi tourner ces diagrammes de 90°, une des particules devenant une antiparticule



- Il y a aussi tous les processus avec les antiparticules correspondantes

- **Caractéristiques**
- **Loi de désintégration exponentielle**
- **Section efficace**
- **Neutrinos**

Évolution d'un système

- Système décrit par $H = H_0$ (indépendant du temps) $+ H_1(t)$ (perturbation)
- Valeurs et vecteurs propres de l'état non perturbé :

$$H_0 \left| n \right\rangle = E_n \left| n \right\rangle$$

- On cherche

$$P_{n \to m}(t) = \left| \left\langle m \middle| \psi(t) \right\rangle \right|^2 \text{ avec } \begin{cases} \psi(t) = \sum_k a_k(t) \exp\left(-iE_k t / \hbar\right) \left| k \right\rangle \\ \psi(0) = \left| n \right\rangle \end{cases}$$

- Cette définition des coefficients $a_k(t)$ permet d'avoir $a_k(t) =$ constante si $H_1(t) = 0$

Évolution d'un système

- Équation de Schrödinger :

$$i\hbar\frac{\partial\psi(t)}{\partial t}=i\hbar\sum_k(\dot{a}_k-i\frac{E_k}{\hbar}a_k)\exp\left(-i\frac{E_k t}{\hbar}\right)|k\rangle=\sum_k a_k\exp\left(-i\frac{E_k t}{\hbar}\right)(H_0+H_1)|k\rangle$$

$$\Leftrightarrow i\hbar\sum_k\dot{a}_k\exp\left(-i\frac{E_k t}{\hbar}\right)|k\rangle=\sum_k a_k\exp\left(-i\frac{E_k t}{\hbar}\right)H_1|k\rangle\Rightarrow\left[\times\langle m|\right]$$

$$i\hbar\dot{a}_m=\sum_k a_k\exp\left(-i\frac{(E_k-E_m)t}{\hbar}\right)\langle m|H_1|k\rangle$$

- Si $H_1(t)=0$ on trouve bien $\dot{a}_m=0$

Méthode des perturbations

- On suppose $\left|H_1 / H_0\right| = \lambda << 1$ et $a_k(t) = a_k^0(t) + \lambda a_k^1(t) + \lambda^2 a_k^2(t) + \ldots$

  Condition initiale : $a_k^0(0) = \delta_{k,n}$ et tous les autres coefficients nuls

- **À l'ordre 0 en λ :** $i\hbar \dot{a}_m^0(t) = 0 \Rightarrow a_m^0(t) = 0$ si $m \neq n$ et $a_n^0(t) = 1$
- **Au premier ordre en λ** (H_1 est du premier ordre en λ) :

  On s'intéresse aux transitions vers un état différent de l'état initial :

$$i\hbar\lambda \dot{a}_{m\neq n}^1(t) = \sum_k a_k^0(t) \exp\left(-i\left(E_k - E_m\right)t/\hbar\right)\langle m|H_1|k\rangle$$

$$= \exp\left(-i\left(E_n - E_m\right)t/\hbar\right)\langle m|H_1|n\rangle$$

$$\Rightarrow \lambda a_{m\neq n}^1(t) = \frac{1}{i\hbar}\int_0^t \exp\left(-i\left(E_n - E_m\right)t/\hbar\right)\langle m|H_1|n\rangle dt$$

- **Si H_1 est indépendant du temps (pour t > 0) :**

$$\lambda a_{m\neq n}^1(t) = \frac{1}{i\hbar}\langle m|H_1|n\rangle \frac{\exp\left(-i\left(E_n - E_m\right)t/\hbar\right) - 1}{\left(-i\left(E_n - E_m\right)/\hbar\right)}$$

Temps ultra courts

$$P_{n\to m}(t) = \left|\lambda a_m^1(t)\right|^2 = \frac{1}{\hbar^2}\left|\langle m|H_1|n\rangle\right|^2 \frac{\sin^2\left(E_m - E_n\right)t/2\hbar}{\left(\left(E_m - E_n\right)/2\hbar\right)^2}$$

Pour des temps ultra courts : $t \ll \hbar/\left(E_m - E_n\right)$

$$P_{n\to m}(t) \simeq \frac{1}{\hbar^2}\left|\langle m|H_1|n\rangle\right|^2 t^2$$

La dépendance en t^2 n'est généralement pas observée :

Systèmes atomiques : $\hbar/\left(E_m - E_n\right) \sim \dfrac{6,6\times10^{-16}\ \text{eV}\cdot\text{s}}{\text{qqs eV}} \sim 10^{-16}\ \text{s}$

Systèmes nucléaires : $\hbar/\left(E_m - E_n\right) \sim \dfrac{6,6\times10^{-22}\ \text{MeV}\cdot\text{s}}{\text{qqs MeV}} \sim 10^{-22}\ \text{s}$

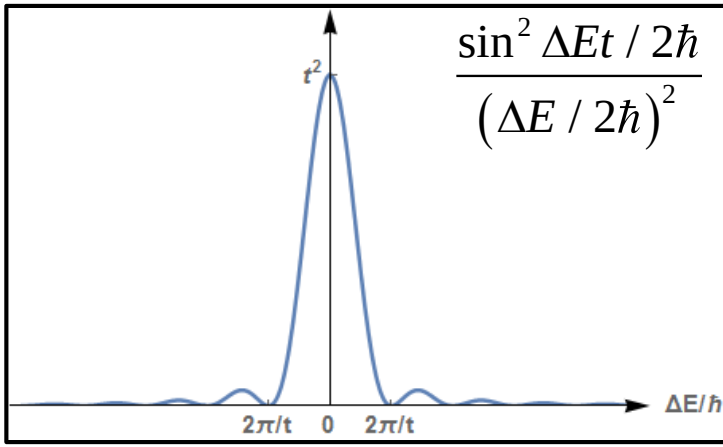
Temps courts : règle d'or de Fermi

Désintégration d'un système instable

$$\delta(x) \underset{a\to 0}{\sim} \frac{1}{\pi a}\frac{\sin^2(x/a)}{(x/a)^2}$$

$$x = E_m - E_n \,;\, a = 2\hbar / t$$

$$P_{n\to\bullet}(t) = \sum_m \frac{1}{\hbar^2}\left|\langle m|H_1|n\rangle\right|^2 \frac{\sin^2\left[(E_m - E_n)t/2\hbar\right]}{\left((E_m - E_n)/2\hbar\right)^2}$$



Pour $(\hbar/(E_m - E_n) \ll t \ll \tau)$:

$$\frac{\sin^2\left[(E_m - E_n)t/2\hbar\right]}{\left((E_m - E_n)/2\hbar\right)^2} \simeq 2\pi\hbar t\,\delta(E_m - E_n)$$

On passe à la limite continue et

on calcule la probabilité de transition par unité de temps :

$$\frac{d}{dt}P_{n\to\bullet}(t) = \int \frac{1}{\hbar^2}\left|\langle m|H_1|n\rangle\right|^2 2\pi\hbar\,\delta(E_m - E_n)\frac{dN}{dE}dE$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}P_{n\to\bullet}(t) = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\langle m, E_m = E_n|H_1|n\rangle\right|^2 \rho(E_n) := 1/\tau}$$

Remarques

- L'état *m* est un état avec par exemple un ou des photons

- H_0 : hamiltonien du système plus le hamiltonien de photons libres
- H_1 : représente le couplage du noyau avec le champ électromagnétique fluctuant existant dans l'espace même en l'absence de champ extérieur ou de photons incidents

- Pour une perturbation constante, il n'y a que des transitions entre états de même énergie à $h/2\pi\tau$ près

- 3 échelles de temps :

« caractéristique »	τ
« infinitésimal »	$dt << \tau$
« quantique »	$dt << h/\Delta E$

Loi de désintégration exponentielle

- On observe que la désintégration d'une particule instable ou d'un noyau (dans le cas d'une source radioactive) a une probabilité *r dt* de se produire pendant une durée *dt*, où *r* est indépendant de *t*.
- Alors, si la source est présente à $t = 0$, la probabilité *P(t)dt* qu'elle se désintègre entre *t* et *t*+*dt* est égale au produit de la probabilité qu'elle ne se soit pas désintégrée avant par la probabilité qu'elle se désintègre dans l'intervalle de temps *dt* suivant :

$$P(t)dt = \left(1 - \int_0^t P(u)du\right) \times rdt \Rightarrow P(t) = \alpha e^{-rt} \text{ et } \alpha = r \text{ pour avoir : } \int_0^\infty P(t)dt = 1)$$

- La durée de vie moyenne (« temps de vie ») est alors :

$$\tau = \langle t \rangle = \int_0^\infty tP(t)dt = 1/r$$

- Évolution du nombre de particules :

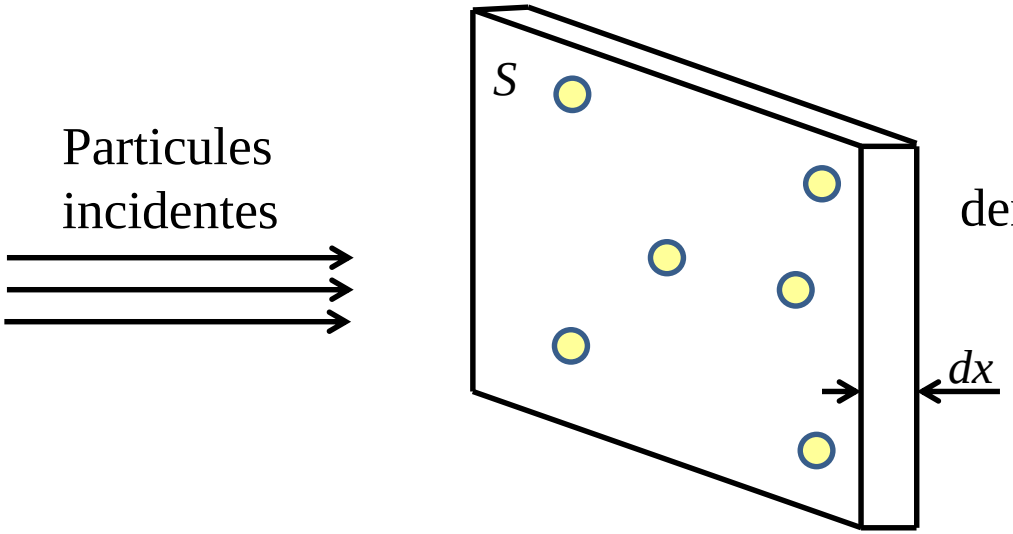
$$dN = -N\frac{dt}{\tau} \Rightarrow \boxed{N(t) = N_0 e^{-t/\tau}}$$

- Période ou demi-vie T :

$$N(T) = N_0/2 \Rightarrow \boxed{T = \tau \ln 2 = 0,693\,\tau}$$

- **Caractéristiques**
- **Loi de désintégration exponentielle**
- **Section efficace**
- **Désintégrations en 2 et 3 corps**
- **Neutrinos**

Section efficace d'interaction



densité de "cibles" : $n = N_c / Sdx$

On considère N particules incidentes sur un matériau contenant une densité de « cibles » n.

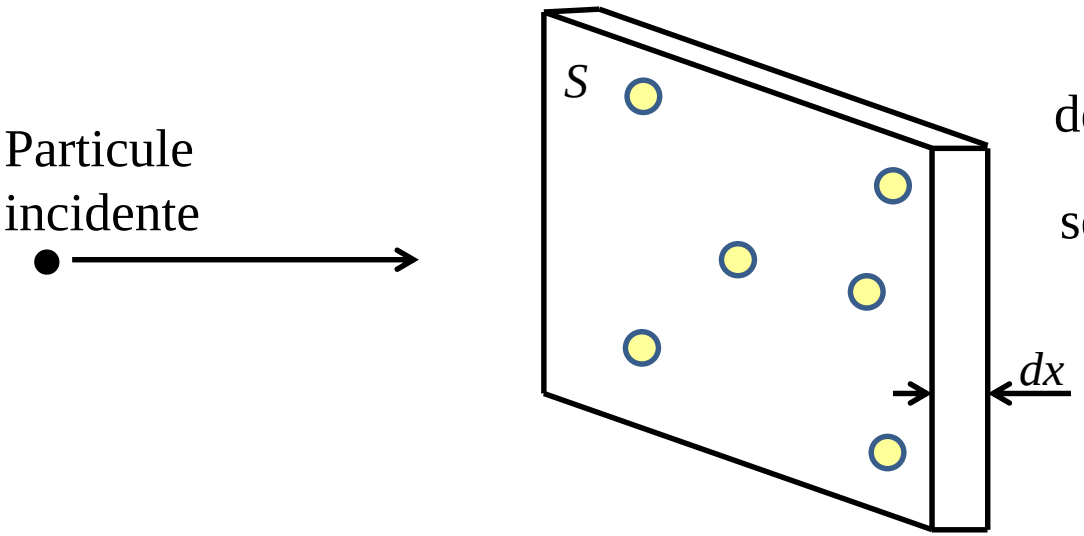
Soit dN_{int} le nombre de particules qui interagissent sur la distance dx.

<u>On définit</u> la **section efficace d'interaction** par. :

$$\boxed{dN_{\text{int}} / N = \sigma\, n\, dx}$$

Analogie classique

Le nom de **section efficace** vient de l'analogie classique suivante :



densité de cibles : $n = N_c \,/\, Sdx$

section transverse par sphère : $\sigma = \pi R^2$

Une particule ponctuelle sans interaction à distance incidente sur une épaisseur dx de matière contenant N_c cibles (sphères de rayon R) a une probabilité dP de frapper une cible égale à :

$$dP = \frac{dN_{\text{int}}}{N} = N_c \pi R^2 \,/\, S = \sigma\, n\, dx$$

Longueur d'interaction

- Le nombre de particules du faisceau incident rencontrant une densité de cibles *n* n'ayant <u>pas</u> interagi varie donc comme :

$$dN = -dN_{\text{int}} = -N\sigma n dx \quad \Rightarrow \quad N = N_0 \exp(-n\sigma x) = N_0 \exp(-x/\lambda) \quad \text{soit :}$$

$$dN = -N\frac{dx}{\lambda} \text{ avec } \lambda = \frac{1}{n\sigma}$$ **: longueur d'interaction ou libre parcours moyen**

- Soit *P(x)dx* la probabilité qu'une particule interagisse en *x* et *x*+*dx* :

$$P(x)dx = \left(1 - \int_0^x P(u)du\right) \times \frac{dx}{\lambda} \Rightarrow P(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda} \text{ (pour avoir : } \int_0^\infty P(x)dx = 1)$$

- La longueur moyenne parcourue avant d'interagir est alors :

$$\langle x \rangle = \int_0^\infty xP(x)dx = \lambda$$

Section efficace partielle

- Si plusieurs réactions sont possibles, la section efficace totale est la somme des sections efficaces partielles :

$$\sigma = \sum \sigma_i \text{ et donc : } \frac{1}{\lambda} = \sum \frac{1}{\lambda_i}$$

- Exemple : $e^- + p \rightarrow e^- + p$: diffusion élastique σ_e

  $e^- + p \rightarrow e^-$ + autres particules : diffusion inélastique $\sigma_{iné}$

- Lorsque la particule initiale disparait on parle de section efficace d'absorption et de longueur d'absorption

$$\boxed{\lambda_{abs} = \frac{1}{n\sigma_{abs}}}$$

- **Caractéristiques**
- **Loi de désintégration exponentielle**
- **Section efficace**
- **Neutrinos**

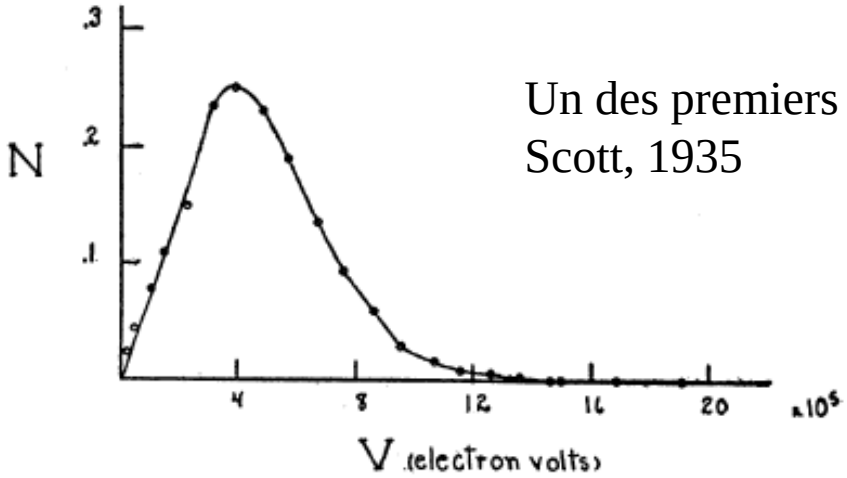
Les neutrinos

- Existence suggérée par Pauli en 1930

- Pb : violation de la conservation de l'énergie et du moment angulaire dans les désintégrations β des noyaux ?

- Observation dès 1911 d'un spectre continu pour l'électron émis dans la désintégration du radium E (bismuth 210) :

$$Bi \rightarrow Po + e^- \quad ???$$



Un des premiers spectres précis
Scott, 1935

Solution :

$$Bi \rightarrow Po + e^- + \bar{\nu}_e$$

Désintégration à deux corps

- **Désintégration à deux corps** : noyau i → noyau f + particule 1

- Conservation de l'énergie impulsion dans le repère du noyau i :

$$\vec{p}_f = -\vec{p}_1 \Rightarrow m_i c^2 = \sqrt{m_f^2 c^4 + p_1^2 c^2} + \sqrt{m_1^2 c^4 + p_1^2 c^2}$$

- Une seule solution pour p_1 (>0) (si $m_f + m_1 < m_i$!) :

➢ **spectre mono énergétique** !

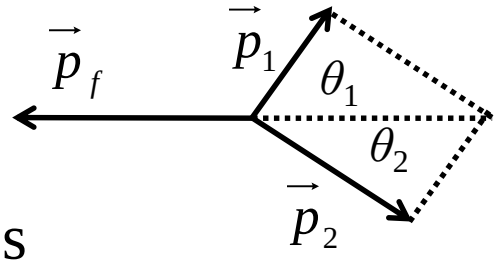
Désintégration à trois corps

- **Désintégration à trois corps** : noyau i → noyau f + particule 1 + particule 2

  conservation de $\vec{p} \Rightarrow \vec{p}_f, \vec{p}_1, \vec{p}_2$ coplanaires dans le repère du CM

- Outre l'orientation globale du système (3 angles),

  5 paramètres caractérisent la désintégration : $\left|\vec{p}_f\right|, \left|\vec{p}_1\right|, \left|\vec{p}_2\right|, \theta_1, \theta_2$



  il y a seulement 3 contraintes

  (conservation de l'énergie-impulsion dans le plan de désintégration)

➢ **spectre continu des impulsions et des angles**

Section efficace d'interaction des neutrinos

Leptons sans charges, ils ne sont sensibles qu'aux interactions faibles (et à la gravitation).

Ils interagissent peu et la plupart échappent à la détection !

La section efficace d'interaction des neutrinos dépend fortement de leur énergie. La section efficace d'interaction des **neutrinos issus d'une centrale nucléaire** sur un nucléon est une fraction de

10^{-43} cm^2 = 10^{-19} barn...

Le barn est une unité usuelle pour les sections efficaces :

$$1\,\text{barn} = 10^{-24}\ \text{cm}^2 = 100\ \text{fm}^2$$

→ libre parcours moyen dans l'eau : $\boldsymbol{\lambda \sim 4 \times 10^{14}}$ **km** !!!

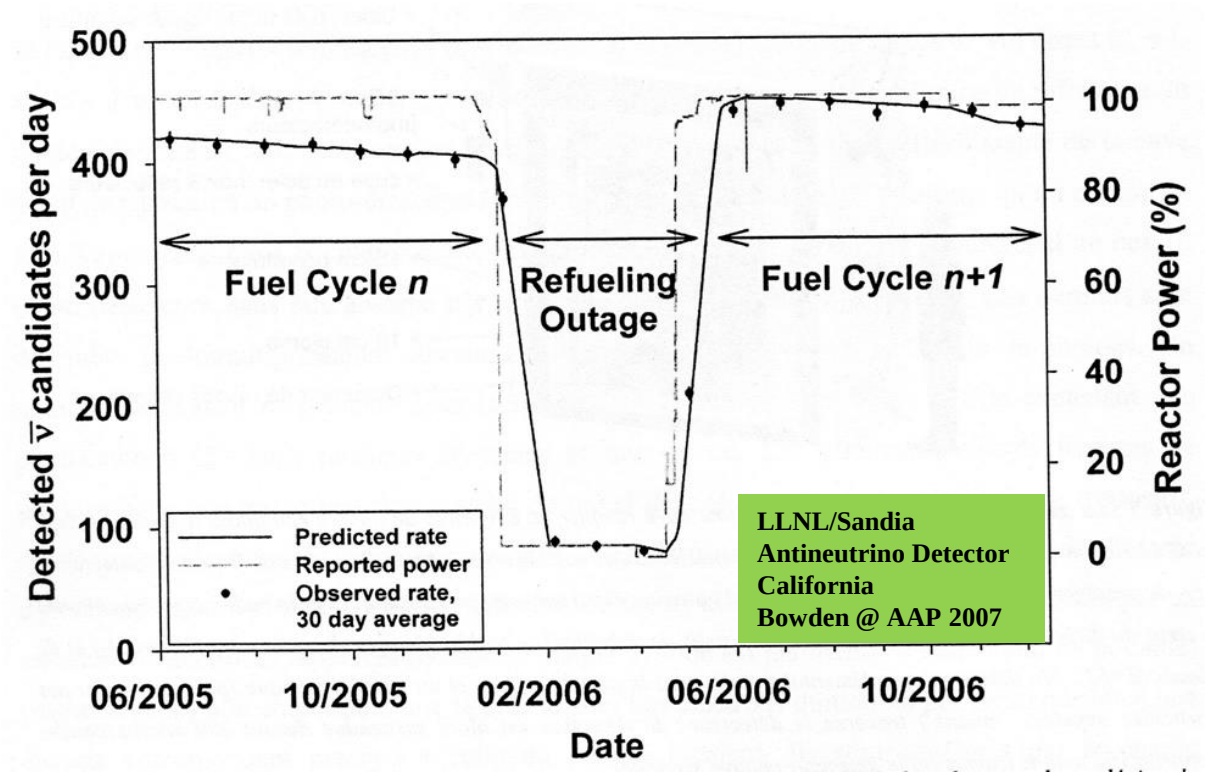
La plupart des neutrinos s'échappent sans interagir !!! **Mais…**

Utilisation des neutrinos

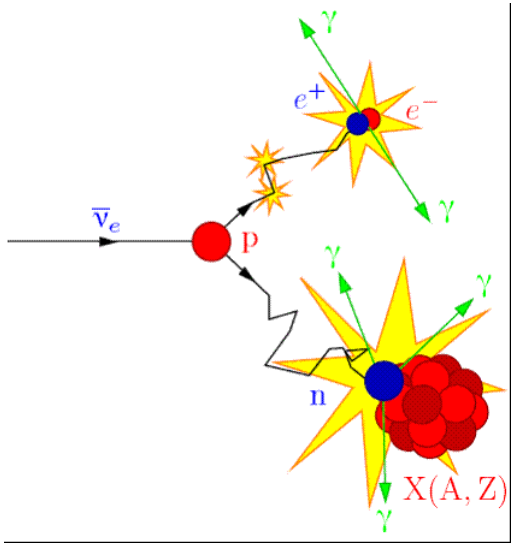
…on peut quand même détecter des antineutrinos produits par un réacteur nucléaire

- **Non-prolifération et contrôle de la puissance**

(AIEA, International expert meeting, October 26-28. 2008)



Désintégration e^+e^-



Réaction dans le détecteur

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$$

Flux de neutrinos d'un réacteur
Ordres de grandeur

$$\left.\begin{array}{l}\text{Énergie dégagée par fission} \sim 200\ \text{MeV}\\ \text{Nombre de neutrinos émis par fission} \sim 2{,}5\end{array}\right\}\ \text{voir chapitre 5}$$

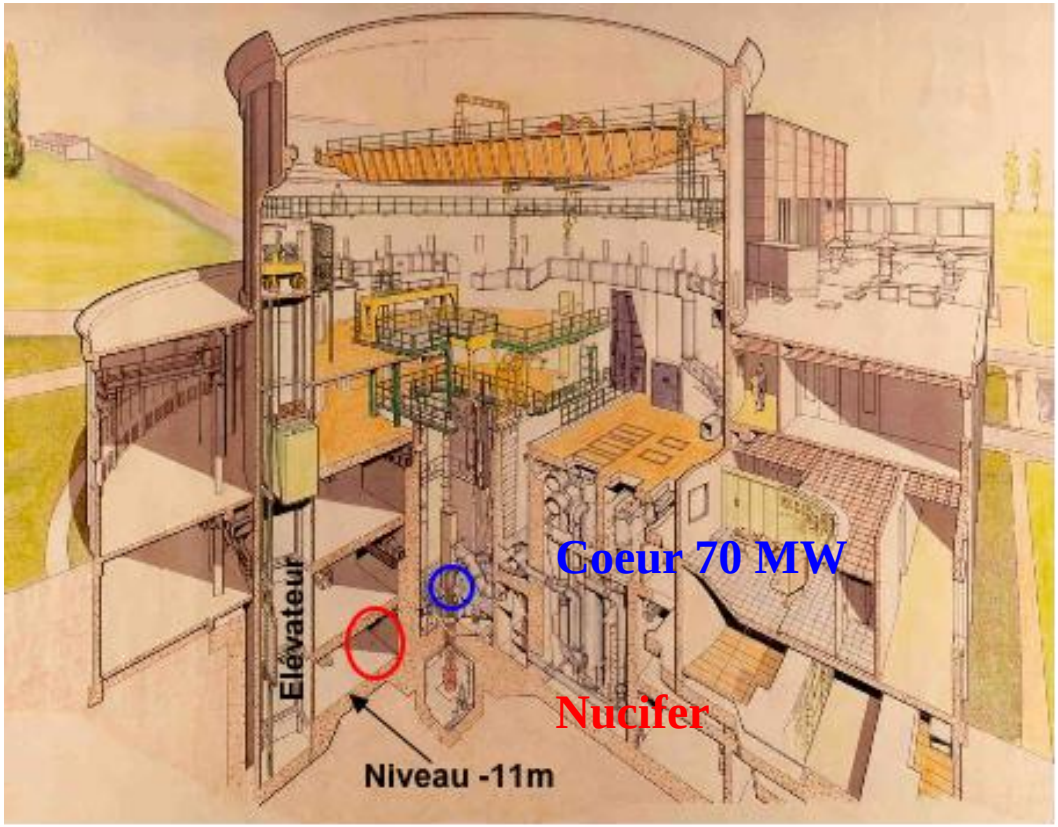
Pour un réacteur de 100 MW thermique, le flux de neutrinos émis est de :

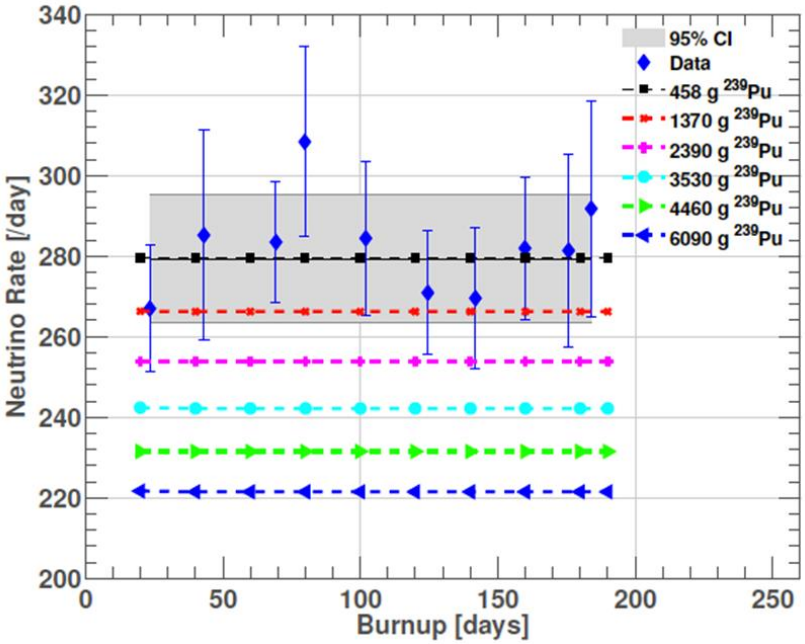
$$\frac{100\times10^{6}\times2{,}5}{200\times10^{6}\times1{,}6\times10^{-19}} \sim 8\times10^{18}\ \text{neutrinos/seconde} \sim 7\times10^{23}\ \text{neutrinos/jour}$$

Le flux de neutrinos interagissant dans un détecteur ~ 1 m x 1 m x1 m de densité 0.8 situé à 10 m du coeur est d'environ :

$$7\times10^{23}\times\underbrace{\frac{1\times1}{4\pi\times10^{2}}}_{\substack{\text{acceptance}\\ \text{du détecteur}\\ S/4\pi d^{2}}}\times\underbrace{\frac{0.8}{4\times10^{14}\times10^{3}}}_{\substack{\text{probabilité d'interaction}\\ dx/\lambda}}\times\underbrace{0.3}_{\substack{\text{efficacité}\\ \text{de détection}}} \sim 300\ \text{neutrinos détectés par jour}$$

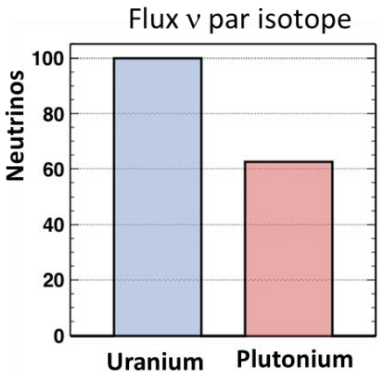
Site du réacteur Osiris





résultats de l'expérience NUCIFER
présentés en 2018
D. Lhuillier, M. Vivier, CEA/IRFU

Mesure "audacieuse" à 7 m du cœur !
~300 ν/jour attendus.



À retenir

- Caractéristiques de l’interaction faible
- Loi de désintégration exponentielle
- Section efficace d’interaction et libre parcours moyen
- Propriétés des neutrinos

Compléments

- Violation des symétries discrètes par les interactions faibles
  - Parité
  - Conjugaison de charge
  - Renversement du temps

- Violation de CP et théorème CPT

Parité P

- **Définition** de l'opérateur P :

opérateur unitaire qui transforme un système physique en son symétrique par rapport à un point (qu'on prend comme origine des coordonnées) :

$$\left(P\psi\right)\left(\vec{r}\right) = \psi\left(-\vec{r}\right)$$

- **Propriétés** : $P^2 = 1$ soit : $P = P^{-1} = P^{+}$

Donc les valeurs propres de P sont +1 et -1 (« parité du système »)

Transformation des quantités physiques

Attention ! Deux types de vecteurs !

Vecteurs polaires : $P(\vec{V}) = -\vec{V}$ Vecteurs axiaux (ou pseudo vecteurs) : $P(\vec{A}) = \vec{A}$

	Définition	Opération P
Quantité de mouvement	$\vec{p} = m\dfrac{d\vec{r}}{dt}$	$\vec{p} \to -\vec{p}$
Énergie	$E = \begin{cases} p^2 / 2m \\ \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \end{cases}$	$E \to E$
Moment angulaire	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	$\vec{L} \to \vec{L}$
Spin	$\vec{S}$	$\vec{S} \to \vec{S}$
Champ électrique	$\vec{E} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{r}}{r^3}$	$\vec{E} \to -\vec{E}$
Champ magnétique	$\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\dfrac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{r}}{r^3}$	$\vec{B} \to \vec{B}$

Invariance par l'opérateur Parité

Les lois de la mécanique classique et de l'électromagnétisme sont invariantes par parité : un système physique transformé par parité obéit aux mêmes lois que le système initial

Même définition en mécanique quantique :

Lois invariantes par parité si pour tout système :

$$i\hbar \frac{\partial \psi\left(\vec{r},t\right)}{\partial t} = H\psi\left(\vec{r},t\right) \quad \& \quad i\hbar \frac{\partial P\psi\left(\vec{r},t\right)}{\partial t} = HP\psi\left(\vec{r},t\right)$$

Alors : $\left[H,P\right]=0$

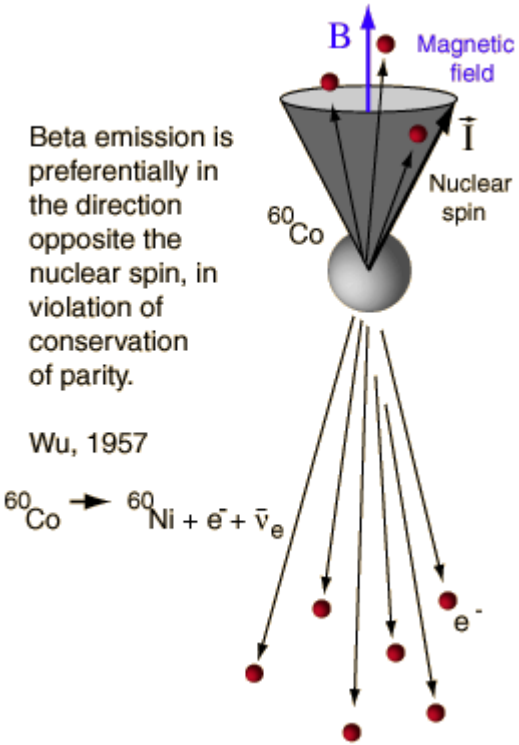
Donc, si l'état d'un système est un état propre de P et si les lois d'évolution sont invariantes par parité, alors la parité du système (valeur propre de *P*) est conservée au cours du temps.

Non conservation de la parité

- Les particules ont une parité intrinsèque $P(\pi) = -1$
- Expérimentalement « puzzle θ τ » (1953)
- $\theta^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$
- $\tau^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$
- mêmes masses, mêmes spins, durées de vie, parités différentes
- solution : $\theta \equiv \tau$, même parité **mais**

  hypothèse (Lee et Yang, 1956) :

  la parité n'est pas conservée par l'interaction faible
- Vérification expérimentale (Wu et al, 1957)

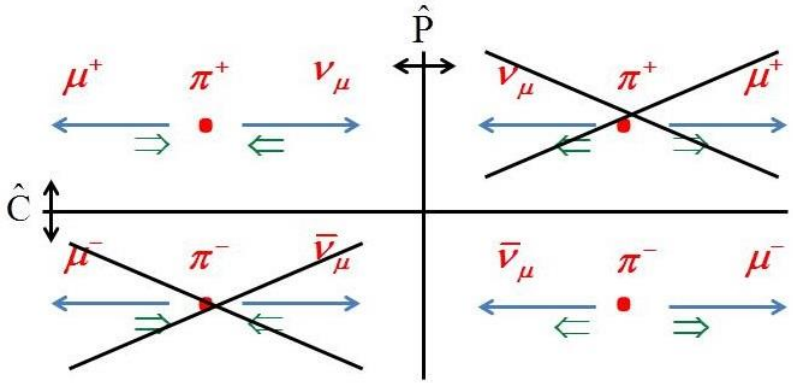


Conjugaison de charge C

- Définition de l'opérateur C : opérateur antiunitaire

  particules → antiparticules, $\vec{r}, t, \vec{p}, \vec{L}, \vec{S}$ inchangés.
- C agit sur les nombres quantiques internes : Q → -Q, L → -L, B → -B
- L'interaction faible, au contraire des autres interactions, n'est pas invariante par conjugaison de charge, ce qui est flagrant dans la désintégration des mésons π : expérimentalement, la polarisation des muons est opposée entre la désintégration des π^+ et des π^-
- Le produit des deux opérateurs P et C

  redonne un processus physique possible



- Pourtant, la symétrie CP est elle aussi

  (faiblement) violée par l'interaction faible

  (Christenson, Cronin, Fitch et Turlay, 1964).
- La violation de CP est une condition nécessaire pour expliquer l'asymétrie matière antimatière dans l'Univers.

Renversement du temps T - CPT

$$\boxed{\mathrm{T}\ :\ t \to -t \quad \vec{r} \to \vec{r} \Rightarrow \vec{p} \to -\vec{p} \quad \vec{L} \to -\vec{L} \quad \vec{S} \to -\vec{S} \quad \vec{A} \to -\vec{A} \quad V \to V}$$

- **Mécanique classique** : invariance par renversement du temps (microréversibilité)

  Il d'agit en fait d'une invariance par **renversement du mouvement**
- **Mécanique quantique** : $(\langle Ta|Tb\rangle = \langle b|a\rangle$ et $T|\lambda a\rangle = \lambda^* T|a\rangle)$
- L'opérateur T est **<u>antiunitaire</u>**

$$\langle \tilde{a}|H|\tilde{b}\rangle = \langle b|H|a\rangle \text{ où } |\tilde{a}\rangle = T|a\rangle \text{ et } |\tilde{b}\rangle = T|b\rangle$$

- microréversibilité si :

- **Seules les interactions faibles violent (faiblement) T**

Théorème CPT :

- Toute théorie quantique des champs locale invariante au sens de Lorentz avec un hamiltonien hermitien possède la symétrie CPT.

Programme

- Chapitre 1 Espace, temps, matière, antimatière
- Chapitre 2 Particules et interactions
- Chapitre 3 Interaction faible
- **Chapitre 4 Noyaux et radioactivité**
- Chapitre 5 Énergie nucléaire

Chapitre 4
Noyaux et radioactivité

- **Découverte du noyau**
- **Propriétés des noyaux**
- **Réactions nucléaires**
- **Énergie de liaison**
- **Radioactivité**

Chapitre 4 Noyaux et radioactivité

Noyau : état lié de neutrons et de protons (nucléons)

- Découverte du noyau : Rutherford 1909
- **Z : numéro atomique** = nombre de protons (Q = Ze)
- **A : nombre de masse** = nombre de nucléons
- Nucléide : espèce (A,Z) notée ^{A}X **(ou $^{A}_{Z}X$ notation redondante)**
- **Isotopes** : mêmes Z → mêmes propriétés chimiques de l'atome, exemples :
- ^{1}H proton ; ^{2}H (d) deutéron ; ^{3}H (t) triton (instable : T = 12,32 ans)
- **Isobares** : mêmes A → mêmes propriétés nucléaires

- **Le noyau pèse moins lourd que ses constituants séparés**

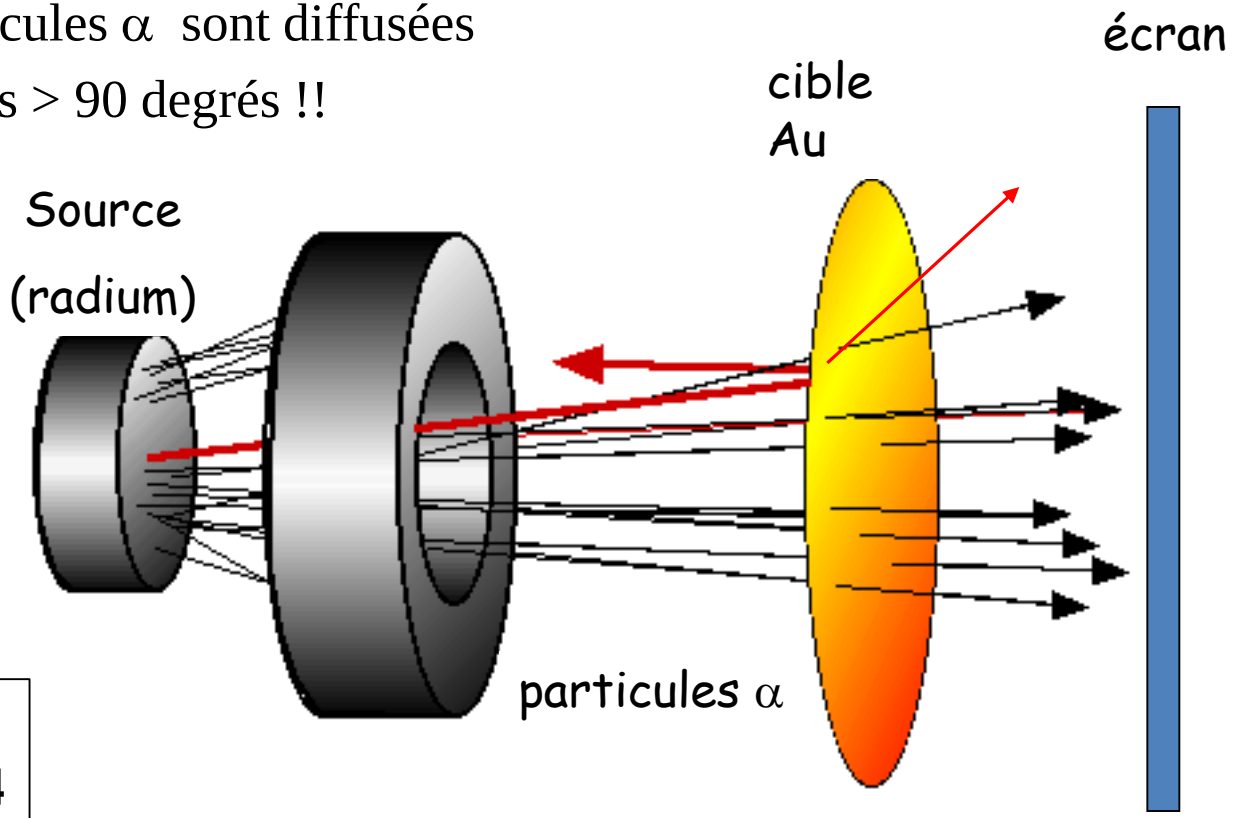
$$M(A,Z)\,c^2 = (Z\,m_p + (A-Z)\,m_n)\,c^2 - E_l$$

ÉNERGIE DE LIAISON

L'expérience de Rutherford (1909)

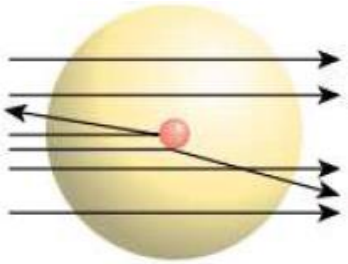
menée par Hans Geiger et Ernest Marsden

Certaines particules α sont diffusées avec des angles > 90 degrés !!



Particule α = noyau d'hélium 4
$^{4}_{2}He$

Les atomes sont presque vides à part un centre diffuseur : le noyau atomique

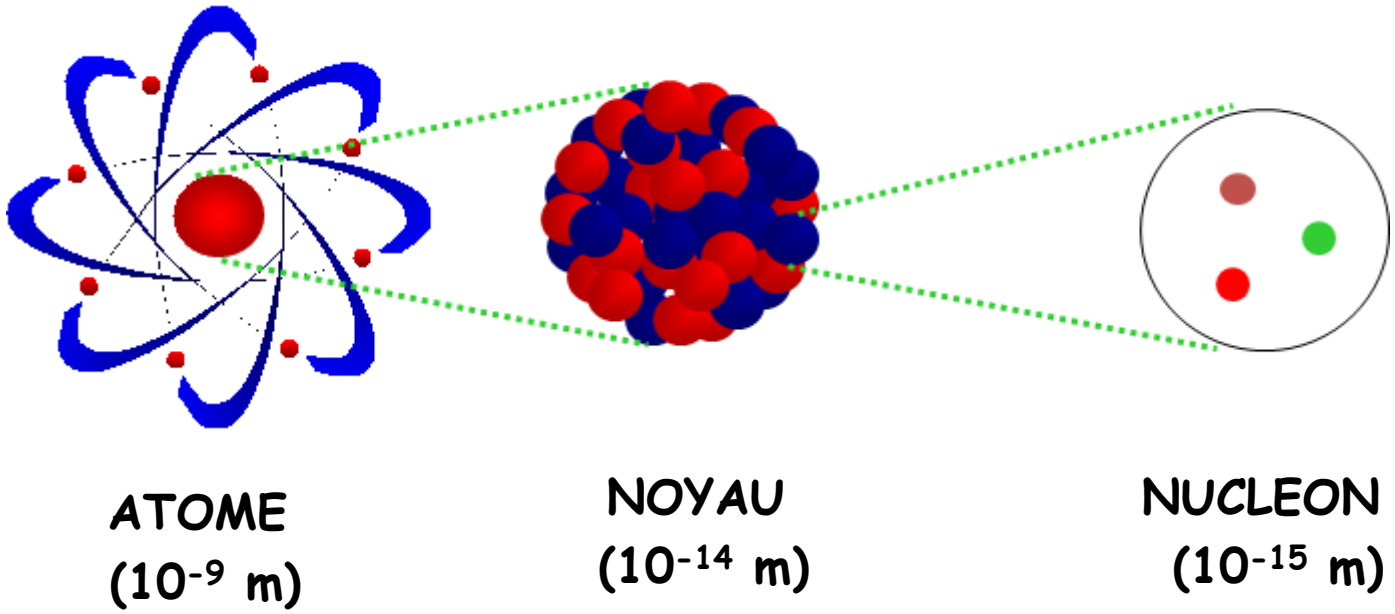


Physique nucléaire

- Étude des systèmes liés de protons et de neutrons
- Physique à N corps : N trop grand et trop petit !!!
- Difficulté : grande constante de couplage
- Essentielle pour comprendre le monde dans lequel nous vivons :
  - Nucléosynthèse primordiale, stellaire → H, C, N, O
- Très nombreuses applications :
  - Énergie nucléaire : réacteurs (fission, fusion), piles nucléaires
  - Médecine nucléaire (tomographie, imagerie, thérapie)
  - Astrophysique (évolution des étoiles)
  - Archéologie (datation)
  - Environnement (stérilisation, élimination de bactéries)

Échelles

	atomes	noyaux
Longueur :	qqs 10^{-10} m = qqs Å	qqs 10^{-15} m = qqs fm
Énergie de liaison :	eV	MeV



Les constituants de la « matière ordinaire »

1909 Expérience de Rutherford $\Rightarrow$ noyau et électrons

Modèle de Bohr

1932 Découverte expérimentale du neutron (Chadwick)

$\Rightarrow$ noyau = protons + neutrons

particule	masse (MeV/c^2)	vie moyenne	spin
proton	938,272	∞	½
neutron	939,565	887 s	½
électron	0,511	∞	½
photon	0	∞	1

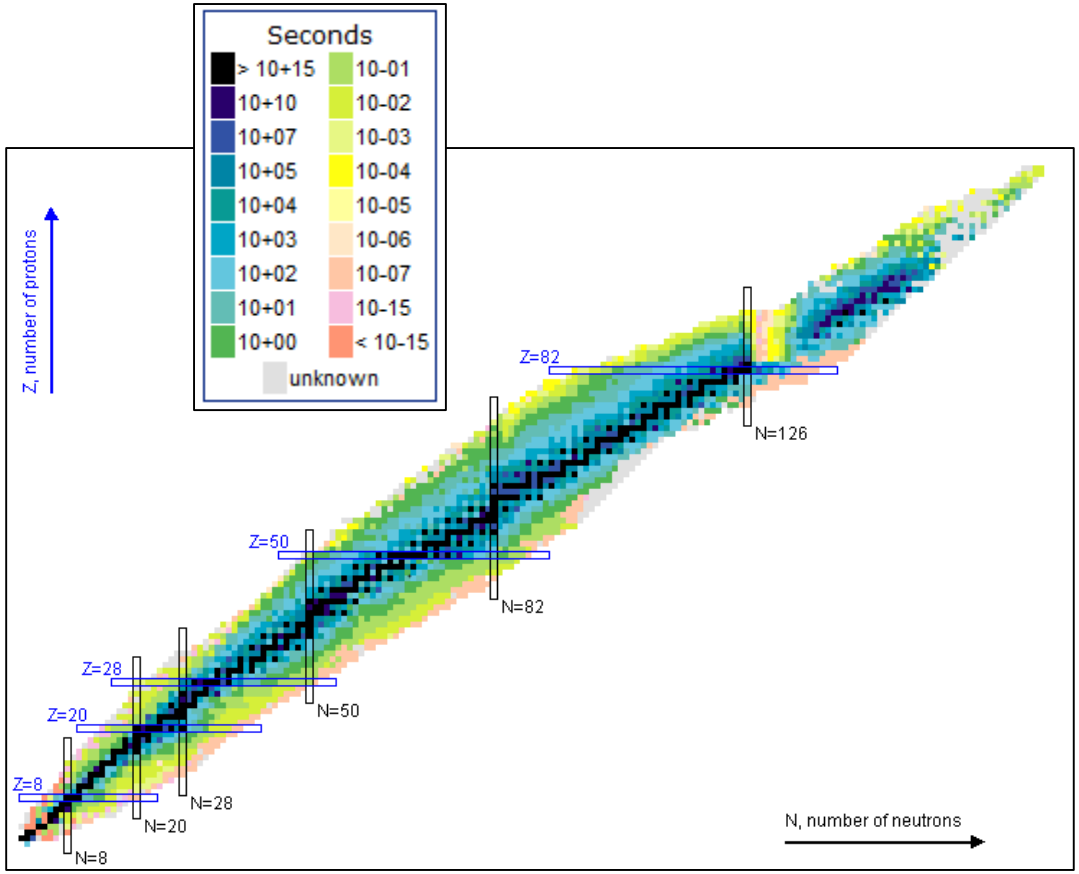
$$\mathbf{m_n - m_p = 1,293\ MeV/c^2}$$

$$\mathbf{m_e = 0,511\ MeV/c^2}$$

- **Découverte du noyau**
- **Propriétés des noyaux**
- **Réactions nucléaires**
- **Énergie de liaison**
- **Radioactivité**

Diversité

- **Il y a 288 noyaux naturels quasi-stables :** $T_{1/2} > 10^{10}$ **ans**
- **Il y a 65 noyaux naturels instables (radioactifs)**
- **Environ 3000 noyaux connus, naturels et artificiels !**
- **La plupart (2700) sont instables (radioactifs)**
- **On pense que 5000 noyaux sont encore à découvrir : c'est la « Terra Incognita »**
- **L'élément le plus lourd synthétisé par l'homme possède 118 protons et 176 neutrons !**



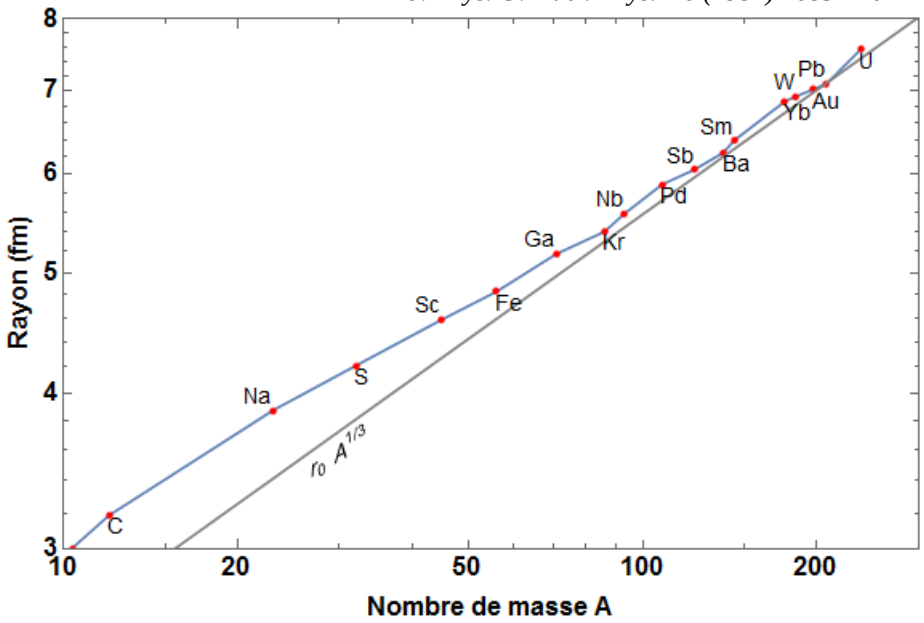
Crédit : National Nuclear Data Center Chart of Nuclides database, http://www.nndc.bnl.gov/chart/

Densité nucléaire

- Rayon du noyau mesuré par diffusion d'électrons, protons, pions, α

$$R \simeq r_0 A^{1/3} \quad \text{avec} \quad r_0 = 1,2 \text{ fm}$$

Données extraites de
B A Brown, C R Bronk and P E Hodgson
J. Phys. G: Nucl. Phys. 10 (1984) 1683-1701



- Volume du noyau ~ A

= somme des volumes des nucléons

- Matière nucléaire incompressible :

densité = 0,15 nucléons fm^{-3} ~ 10^{15} ρ_{eau} !!!

→ ~ 10^{38} nucléons par cm^3 !!! >> ~ 10^{23} molécules d'eau par cm^3

Spin et moment magnétique

- Moment cinétique orbital (couches) suivant un axe $l\hbar$
- Spin (addition des spins ½ des constituants n et p) suivant un axe $s\hbar$
- Moment cinétique total J, exemples :

^{2}H	$J = 1$	^{3}H	$J = 1/2$
^{6}Li	$J = 1$	^{7}Li	$J = 1/2$
^{23}Na	$J = 3/2$		

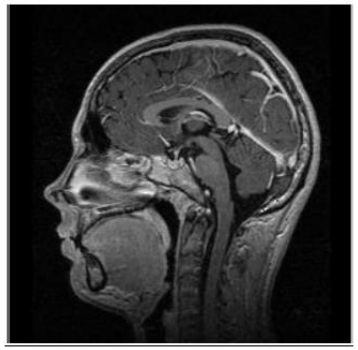
- Moment magnétique
- Classique : $\vec{M} = \frac{q}{2m}\vec{L}$
- Quantique : particule à spin : $\vec{M} = \gamma \vec{S}$
- électron :

$$\vec{M}_e \simeq -2\frac{e}{2m_e}\vec{S} \text{ facteur 2 !!! plus précisément } \vec{M}_e \equiv -g\frac{e}{2m_e}\vec{S}$$

$g = 2.0023193043622 \pm 0.00000000000015$: facteur de Landé de l'électron

équation de Dirac : $g = 2$

Moment magnétique des noyaux



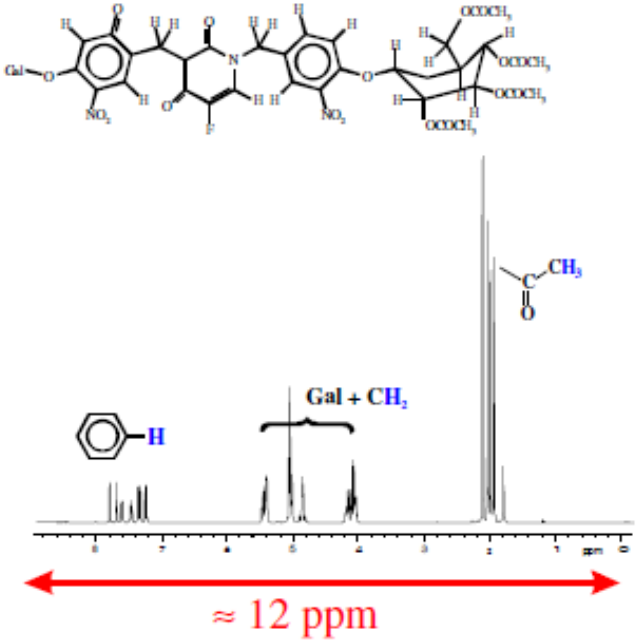
proton : $\vec{M}_p \simeq 2,793 \dfrac{e}{m_p} \vec{S}$ $\qquad \left|\vec{M}_p\right| \ll \left|\vec{M}_e\right|$

neutron : $\vec{M}_n \simeq -1,913 \dfrac{e}{m_p} \vec{S}$ $\qquad \left|\vec{M}_n\right| \ll \left|\vec{M}_e\right|$

RMN du ^{1}H de molécules diamagnétiques

Applications :
-Spectroscopie par résonance magnétique nucléaire (RMN)
-Imagerie par résonance magnétique (IRM)

Principe :
on utilise l'interaction entre les moments magnétiques et un champ magnétique externe $\left(E = -\vec{M}.\vec{B}\right)$ et l'alignement des spins nucléaires pour caractériser une espèce chimique ou cartographier la densité dans un corps.
On utilise un phénomène de retournement des spins dont la fréquence de résonance dépend de l'environnement.



- **Découverte du noyau**
- **Propriétés des noyaux**
- **Réactions nucléaires**
- **Énergie de liaison**
- **Radioactivité**

Réactions nucléaires (1)

Réactions de diffusion

Diffusion élastique : $a + X \rightarrow a + X$; exemple : $e^- + p \rightarrow e^- + p$

Diffusion inélastique : $a + X \rightarrow a + X^*$

$p + {}^{7}_{3}Li \rightarrow p + {}^{7}_{3}Li^*$ excitation

${}^{7}_{3}Li^* \rightarrow {}^{7}_{3}Li + \gamma$ désintégration γ

Réactions de transfert (α,n), (α,p),(d,n),(d,p)…

$\alpha + {}^{9}_{4}Be \rightarrow {}^{12}_{6}C + n$ découverte du neutron

${}^{4}_{2}He$

$\alpha + {}^{10}_{5}B \rightarrow n + {}^{13}_{7}N$ **découverte de la radioactivité artificielle (Joliot et Curie 1934)**

${}^{13}_{7}N \rightarrow e^+ + \nu + {}^{13}_{6}C$

Réactions nucléaires (2)

Réactions avec les neutrons (n,α), (n,p),(n,2n)…

$$n + {}^{6}_{3}Li \rightarrow \alpha + {}^{3}_{1}T$$

$$n + {}^{14}_{7}N \rightarrow p + {}^{14}_{6}C$$

datation au carbone 14 (voir exercice)

$${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + e^{-} + \bar{\upsilon}_e \quad (T = 5734 \text{ ans})$$

Réactions avec les protons (p,γ), (p,*x*n), photonucléaires (γ,n), (γ,p)

$${}^{27}Al + p \rightarrow \gamma + {}^{28}Si \qquad {}^{76}Ge + \gamma \rightarrow n + {}^{75}Ge$$

La très grande diversité des réaction nucléaires permet l'étude des interactions nucléaires et l'élaboration de modèles de plus en plus raffinés.

La modélisation du cœur d'un réacteur nucléaire demande la mesure d'un grand nombre de sections efficaces de réactions.

Bilan d'énergie de masse

$$A + B + \ldots \rightarrow \quad X + Y + \ldots$$

$$Q = \left(\left(m_A + m_B + \ldots\right) - \left(m_X + m_Y + \ldots\right)\right) \times c^2$$

$$Q = \left(T_X + T_Y + \ldots\right) - \left(T_A + T_B + \ldots\right)$$

$$Q > 0$$

réaction **exoénergétique** : perte de masse et libération d'énergie

$$Q < 0$$

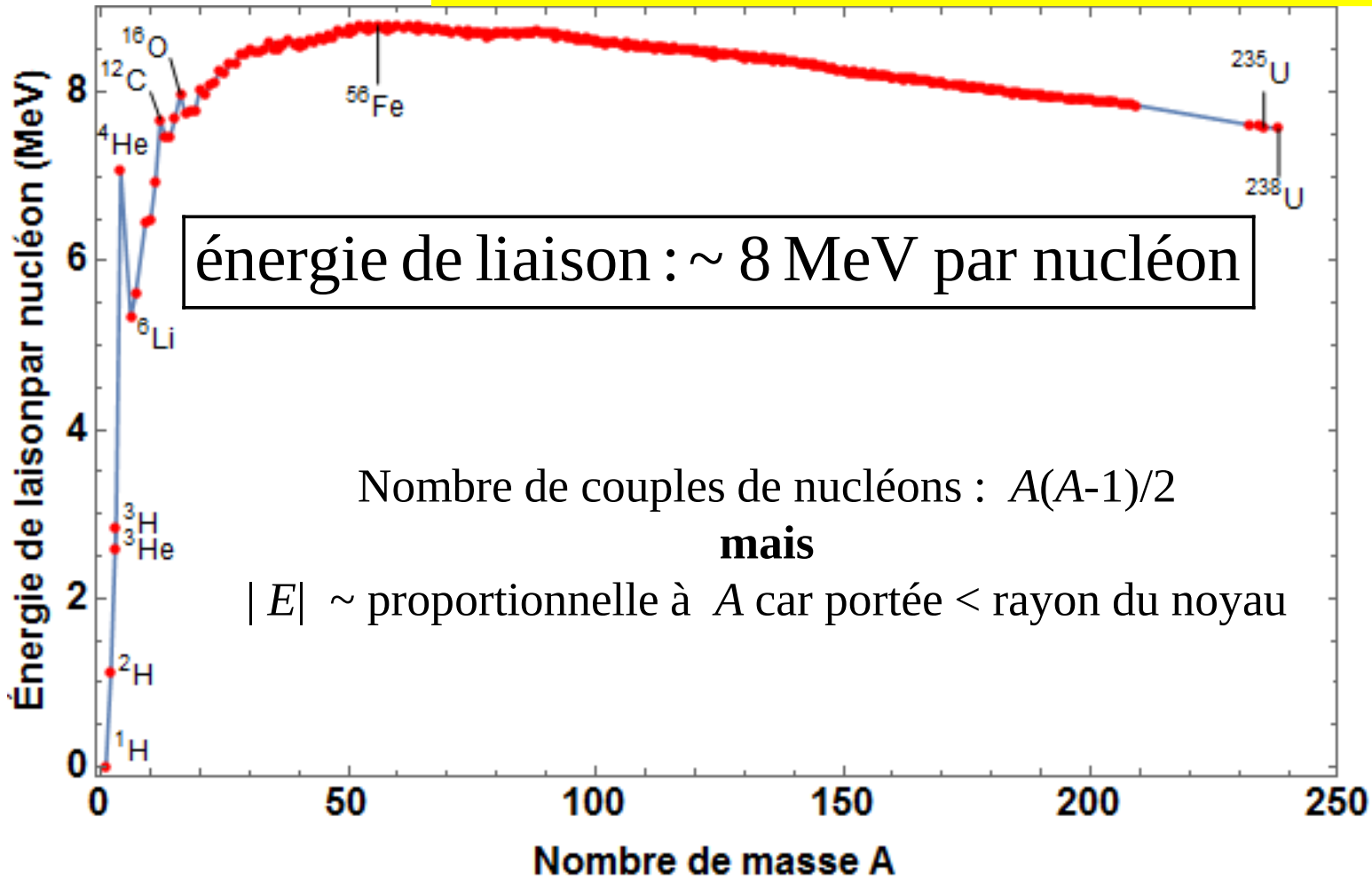
réaction **endoénergétique** : gain de masse et absorption d'énergie
la réaction n'est possible que si l'apport d'énergie est suffisant
(énergie cinétique des particules dans l'état initial).
s'il y a une seule particule (processus de désintégration), la réaction est impossible.

- **Découverte du noyau**
- **Propriétés des noyaux**
- **Réactions nucléaires**
- **Énergie de liaison**
- **Radioactivité**

Énergie de liaison par nucléon

Rappels des caractéristiques des forces entre nucléons

- attractives (noyau = état lié)
- forte ~ MeV (électromagnétisme ~ keV)
- courte portée ~ fermi ; au-delà l'électromagnétisme domine
- donc saturées (pas de noyau stable > uranium Z = 92)
- indépendantes de la charge p ~ n



énergie de liaison : ~ 8 MeV par nucléon

Nombre de couples de nucléons : $A(A-1)/2$

mais

$|E|$ ~ proportionnelle à A car portée < rayon du noyau

Transitions n↔p

- **Stabilisation du neutron :** $m_n c^2 - E_l(A,Z) < m_p c^2 + m_e c^2 - E_l(A,Z+1)$

  $0,782 \text{ MeV} < E_l(A,Z) - E_l(A,Z+1)$

- Exemple ${}^{7}_{3}\text{Li}$: $E_l(7,3)/A = 5,6064 \text{ MeV et } E_l(7,4)/A = 5,3715 \text{ MeV}$

  $\Rightarrow {}^{7}_{3}\text{Li} \not\rightarrow {}^{7}_{4}\text{Be} + e^- + \bar{\nu}_e \quad \left[0,782 < 7 \times \left(5,60 - 5,37\right)\right]$

- **Déstabilisation du proton :** $m_p c^2 - E_l(A,Z) > m_n c^2 + m_e c^2 - E_l(A,Z-1)$

  $1,804 \text{ MeV} < E_l(A,Z-1) - E_l(A,Z)$

- Exemple ${}^{8}_{5}\text{B}$: $E_l(8,5)/A = 4,7172 \text{ MeV et } E_l(8,4)/A = 7,0624 \text{ MeV}$

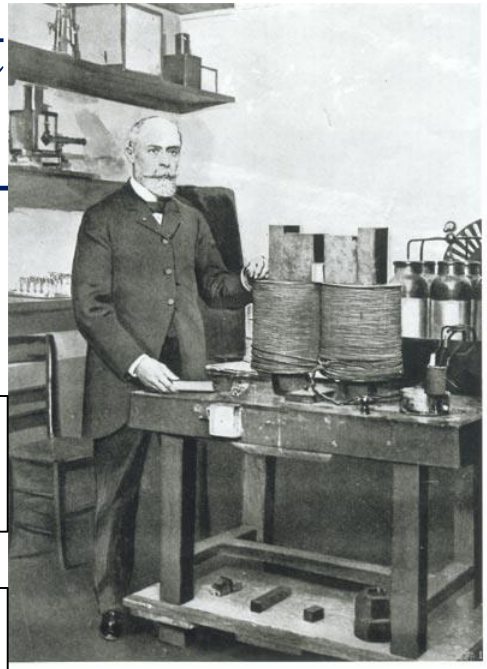
  $\Rightarrow {}^{8}_{5}\text{B} \rightarrow {}^{8}_{4}\text{Be} + e^+ + \nu_e$

- **Découverte du noyau**
- **Propriétés des noyaux**
- **Réactions nucléaires**
- **Énergie de liaison**
- **Radioactivité**

Radioactivité : émission d'un rayonnement par un noyau qui se transforme

- Radioactivité naturelle découverte par Henri Becquerel 1896
- Interprétation et premières études : Pierre et Marie Curie

Pierre Curie et Marie Sklodowska Curie dans le « hangar de la découverte » (polonium et radium)



Henri Becquerel dans son laboratoire
Découverte des « rayons uraniques »

- **Les principales formes de radioactivité** :

		INTERACTION
γ	${}^{A}Z^{*} \rightarrow {}^{A}Z + \gamma$	électromagnétique
β^-	${}^{A}Z \rightarrow {}^{A}Z+1 + e^- + \bar{\nu}_e$	faible
β^+	${}^{A}Z \rightarrow {}^{A}Z-1 + e^+ + \nu_e$	faible
capture e^-	${}^{A}Z+e^- \rightarrow {}^{A}Z-1 + \nu_e$	faible
α	${}^{A}Z \rightarrow {}^{A-4}Z-2 + {}^{4}He\ (\alpha)$	forte

Radioactivités fossile et cosmogénique

- Les noyaux légers jusqu'au ~fer peuvent être produits par les étoiles par fusion nucléaire
- Les noyaux lourds sont produits par les explosions de supernovæ et la fusion d'étoiles à neutrons
- La plupart des noyaux sont instables mais avec des durées de vie extrêmement diverses
- Les noyaux restants aujourd'hui sur Terre (âge ~ 4,5 x 10^9 ans) sont ceux :
  - qui ont une demie vie $\geq$ ~ 10^8 ans (**radioactivité fossile**), ainsi que leurs descendants (trois grandes familles + potassium)
  - qui sont produits par interaction des rayons cosmiques dans l'atmosphère (**radioactivité cosmogénique**)
- Ils sont à l'origine de la radioactivité naturelle

Chaines de désintégrations

$$1 \rightarrow 2 + X$$
$$\downarrow \rightarrow 3 + Y$$

$$dN_1 = -N_1 q_1 dt$$
$$dN_2 = -N_2 q_2 dt + N_1 q_1 dt$$
$$dN_3 = N_2 q_2 dt$$

Si : $N_1(0) = N_0,\ N_2(0) = 0,\ N_3(0) = 0$, alors :

$$N_1 = N_0 \exp\left(-q_1 t\right)$$

$$N_2 = N_0 \frac{q_1}{q_2 - q_1}\left[\exp\left(-q_1 t\right) - \exp\left(-q_2 t\right)\right]$$

$$N_3 = N_0 - N_1 - N_2$$

Rappels :

τ durée de vie ou vie moyenne : $\tau \equiv \dfrac{1}{q}$

T période ou demie-vie : $\exp(-T/\tau) = \dfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad T = \tau \ln 2$

Cas particuliers

- **$T_1 >> T_2$** $$N_2 = N_0 \frac{q_1}{q_2} \exp(-q_1 t) \qquad N_2 q_2 = N_1 q_1$$

2 suit la désintégration de 1 :

explique la présence de radium, radon, polonium ($T << 10^9$ ans)
produits successifs de la désintégration de l'uranium ou du thorium

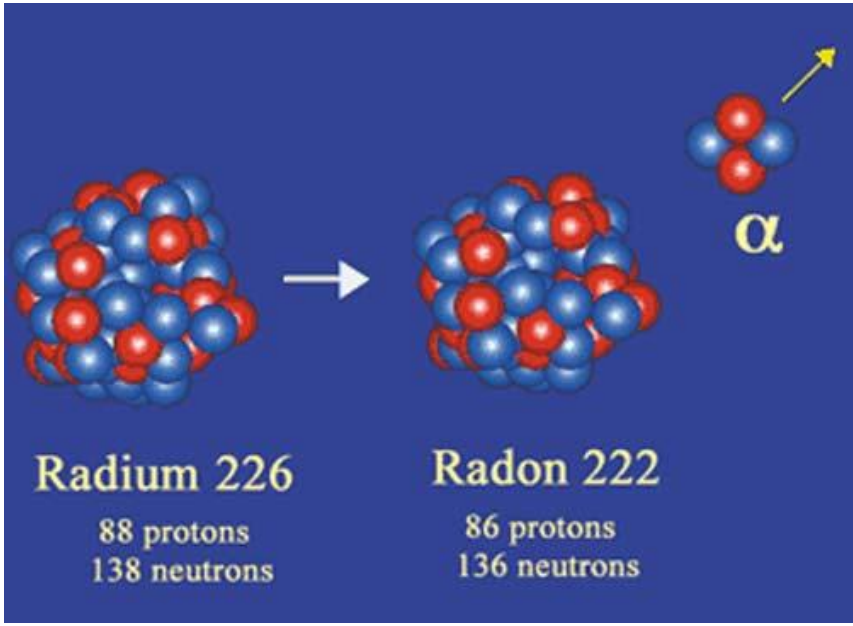
- **$T_1 << T_2$** $$N_2 = N_0 \exp(-q_2 t)$$

1 disparait et 2 suit sa propre loi

Radioactivité alpha

Désintégration à 2 corps : $\left(\mathbf{A},\mathbf{Z}\right) \rightarrow \left(\mathbf{A-4},\mathbf{Z-2}\right) + {}^{4}_{2}\boldsymbol{\alpha}$

Exemple (première transmutation spontanée observée par P&M Curie) :



$${}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + \alpha \ : \mathrm{T} = 1622 \text{ ans}$$

Famille de l'uranium

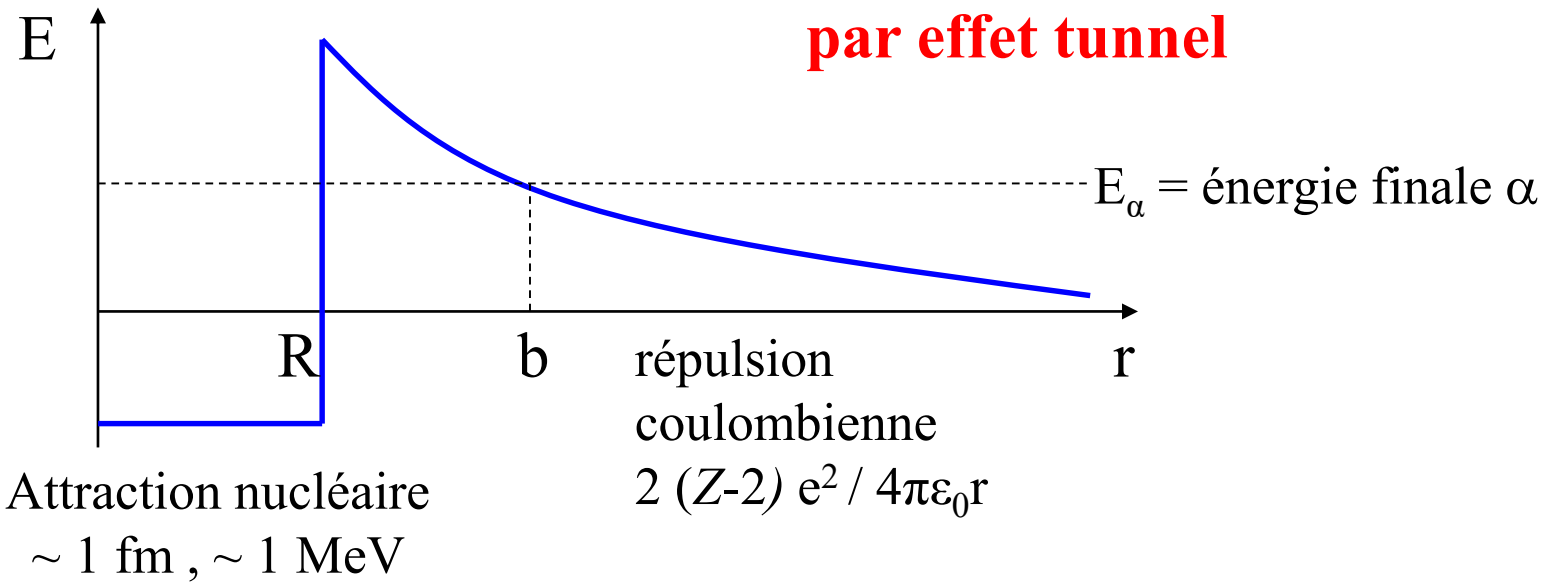
Les périodes varient énormément !?

$T({}^{212}Po) = 3 \times 10^{-7}$ s

$T({}^{232}Th) = 8 \times 10^{17}$ s !!!

Désintégration α

- **Modèle de Gamow (1928)** : franchissement d'une barrière de potentiel



- Le taux de désintégration est donné par le produit de la probabilité de transmission par le nombre d'essais par seconde

Durée de vie dans le modèle de Gamow

- **La durée de vie est très sensible à la valeur de E_α :**

probabilité de transmission :

barrière V=cte de largeur L : $P \propto \exp\left(-2L\sqrt{2m_\alpha\left(V-E_\alpha\right)}/\hbar\right)$

barrière V(r) : $P \simeq \exp\left(-2\gamma\right)$ où $\gamma = \int_R^b \sqrt{2m\left(V(r)-E_\alpha\right)}dr/\hbar$ b tel que $V(b)=E_\alpha$

$$P \simeq \exp\left(-\left(Z-2\right)\frac{e^2}{2\varepsilon_0\hbar}\sqrt{\frac{2m_\alpha}{E_\alpha}}+\sqrt{\frac{16(Z-2)e^2m_\alpha R}{\pi\varepsilon_0\hbar^2}}\right)$$

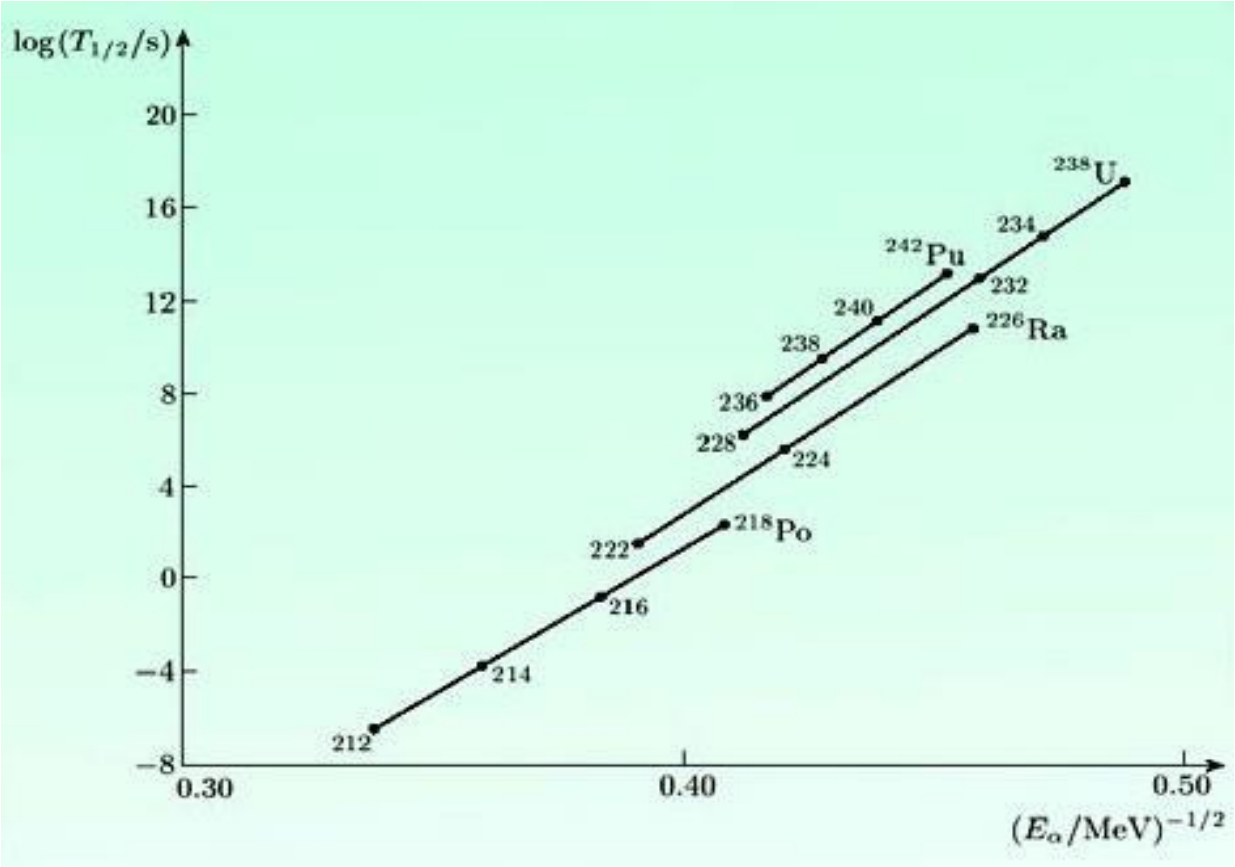
$$\simeq \exp\left(-\frac{4{,}1\times(Z-2)}{\sqrt{E_\alpha(\mathrm{MeV})}}+3{,}1\times\sqrt{(Z-2)R(\mathrm{fm})}\right)$$

dans le noyau : $v_\alpha \sim \dfrac{\hbar}{2\ \mathrm{fm}\times m_\alpha} \sim 5\times10^6\ \mathrm{m/s}$ $\qquad \dfrac{1}{\tau} = P\times\dfrac{v_\alpha}{2\ \mathrm{fm}} \Rightarrow \tau = \dfrac{4\times10^{-22}}{P}\ \mathrm{s}$

$\Rightarrow$ loi de Geiger-Nuttall : $\ln\left(T\right) = \dfrac{A}{\sqrt{E_\alpha}} + B$ en très bon accord avec les mesures

Mesures

- Les courbes relient les isotopes (A et B dépendent de Z et de R) :



Geiger-Nuttall 1911 (*Philosophical Magazine*, Series 6, vol. 22, no. 130, pages 613-621)

Radioactivité gamma

Noyau dans un état excité émet un γ (~ quelques MeV) :

$$(Z, A)^* \rightarrow (Z, A) + \gamma$$

Émission de photon donc interaction électromagnétique

transitions entre couches atomiques $\rightarrow$ X, UV, optique, . . .
. . . nucléaires $\rightarrow$ γ

Radioactivité bêta

- **Rappel : a permis la prédiction de l'existence du neutrino !**

- **Ce sont les trois processus faibles suivants**

$(A,Z) \rightarrow (A,Z+1) + e^- + \bar{\nu}_e$: désintégration β^-

$(A,Z) \rightarrow (A,Z-1) + e^+ + \nu_e$: désintégration β^+

$(A,Z) + e^- \rightarrow (A,Z-1) + \nu_e$: capture électronique ("CE")

- **Énergie disponible → énergie cinétique des produits**

$E/c^2 = M(A,Z) - M(A,Z+1) - m_e$: désintégration β^-

$E/c^2 = M(A,Z) - M(A,Z-1) - m_e$: désintégration β^+

$E/c^2 = M(A,Z) - M(A,Z-1) + m_e$: capture électronique

exemples

Noyau	T(s)	E(keV)
$\xrightarrow{\beta^-}$ ${}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He$	$3,9 \times 10^8$	19
$\xrightarrow{\beta^+}$ ${}^{7}_{4}Be \rightarrow {}^{7}_{3}Li$	$4,6 \times 10^6$	863
$\xrightarrow{\beta^+}$ ${}^{35}_{18}Ar \rightarrow {}^{35}_{17}Cl$	1,8	4948
$\xrightarrow{CE}$ ${}^{41}_{20}Ca \rightarrow {}^{41}_{19}K$	$3,2 \times 10^{12}$	421

À retenir

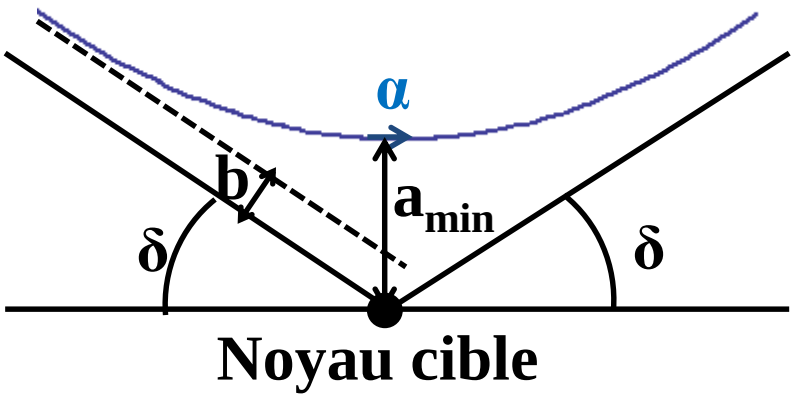
- Définitions concernant les noyaux
- Échelles d'énergie et de distance
- Énergie de liaison
- Désintégrations radioactives α, β, γ

Annexes

- Formule de Rutherford
- Passage d’une barrière de potentiel

Formule de Rutherford (1)

$$E = T + V \;;\; V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zZe^2}{r} \equiv \frac{K}{r}$$



Conservation de l'énergie :

$$\frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{K}{r} = E$$

Conservation du moment angulaire (force centrale) :

$$-r^2\dot{\theta} = bv_\infty = b\sqrt{2E/m}$$

Distance minimale d'approche : $\dot{r} = 0$ et $r^2 = a_{\min}^2 = -\dfrac{b\sqrt{2E/m}}{\dot{\theta}}$

$$\Rightarrow a_{min} = \frac{K}{2E} + \sqrt{\frac{K^2}{4E^2} + b^2}$$

Formule de Rutherford (2)

Relation fondamentale de la dynamique :

$$\frac{dp_y}{dt} = F_y = \frac{K}{r^2}\sin\theta = -\frac{K}{b\sqrt{2E/m}}\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$$

$$\Delta p_y = 2\frac{K}{b\sqrt{2E/m}}\cos\delta$$

Choix du repère symétrique : $\Delta p_x = 0$ et $\Delta p_y = 2mv_\infty \sin\delta = 2\sqrt{2mE}\sin\delta$

d'où : $\tan\delta = \dfrac{K}{2Eb}$

L'angle de diffusion est $\theta = 2\delta$, on obtient la relation :

$$\boxed{\tan\frac{\theta}{2} = \frac{K}{2Eb}}$$

Formule de Rutherford (3)

Par définition d'une section efficace, le nombre de particules diffusées entre θ et $\theta+d\theta$ est donné par :

$$dN = N\frac{N'd\sigma}{S}$$

N : nombre de particules α incidentes

supposées uniformément distribuées

N'/S : nombre de noyaux cibles par unité de surface

$d\sigma$: section efficace de diffusion entre θ et $\theta+d\theta$

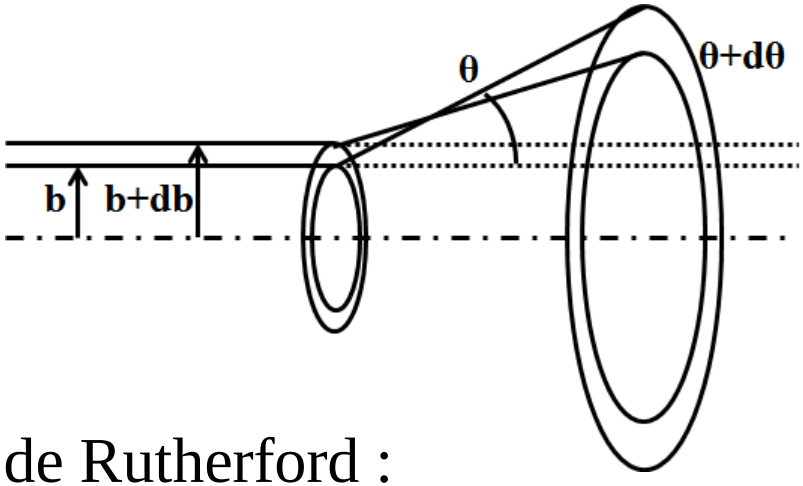
Une particule α est diffusée entre θ et $\theta+d\theta$ si son paramètre d'impact est compris entre les b et $b+db$ correspondants :

$$b = \frac{K}{2E\tan\frac{\theta}{2}} \text{ et } db = -\frac{K}{4E}\frac{1}{\sin^2\frac{\theta}{2}}d\theta$$

Formule de Rutherford (4)

Ce qui correspond à une surface de $2\pi b db$, donc :

$$d\sigma = 2\pi \frac{K}{2E\tan\frac{\theta}{2}} \frac{K}{4E\sin^2\frac{\theta}{2}} d\theta$$



soit avec $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{K}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$ d'où la formule de Rutherford :

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{zZe^2}{16\pi\varepsilon_0 E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}}$$

Question : si on intègre sur tous les angles, la formule diverge, qu'est-ce qui empêche cette divergence ?

Passage d'une barrière de potentiel (1)

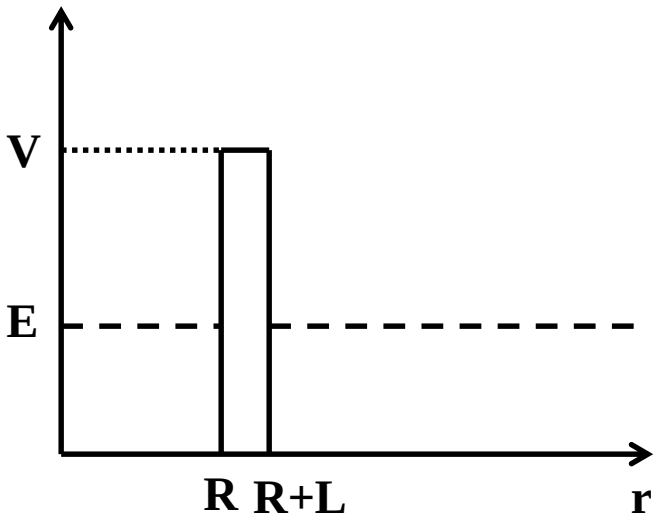
$$H\psi = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(r) \right]\psi = E\psi$$

Coordonnées sphériques.

On pose $\psi = \dfrac{\varphi}{r}$, il vient :

$$H\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{r}\frac{d^2\varphi}{dr} + V(r)\frac{\varphi}{r} = E\frac{\varphi}{r}$$

$$\Rightarrow \varphi'' = \frac{2m\left(V(r) - E\right)}{\hbar^2}\varphi$$



3 zones :

1) r < R : V(r) = 0

2) R < r < R+L : V(r) = V

3) R+L < r : V(r) = 0

Passage d'une barrière de potentiel (2)

1) $r < R : \varphi = a_1 e^{ikr} + b_1 e^{-ikr} \quad k = \sqrt{2mE} / \hbar$

2) $R < r < R + L : \varphi = a_2 e^{\alpha r} + b_2 e^{-\alpha r} \quad \alpha = \sqrt{2m(V - E)} / \hbar$

3) $R + L < r : \varphi = e^{ikr} \quad k = \sqrt{2mE} / \hbar$

(on s'intéresse à l'onde sortante, normalisée arbitrairement)

Continuité de la fonction d'onde et de sa dérivée :

(1) $e^{ik(R+L)} = a_2 e^{\alpha(R+L)} + b_2 e^{-\alpha(R+L)}$

(2) $\dfrac{ik}{\alpha} = a_2 e^{\alpha(R+L)} - b_2 e^{-\alpha(R+L)}$

(3) $a_2 e^{\alpha R} + b_2 e^{-\alpha R} = a_1 e^{ikR} + b_1 e^{-ikr}$

(4) $\dfrac{\alpha a_2}{ik} e^{\alpha R} - \dfrac{\alpha b_2}{ik} e^{-\alpha R} = a_1 e^{ikR} - b_1 e^{-ikr}$

Passage d'une barrière de potentiel (3)

(1)+(2) $a_2 = \frac{1}{2}\left(1+\frac{ik}{\alpha}\right)e^{ik(R+L)}e^{-\alpha(R+L)}$

(1)-(2) $b_2 = \frac{1}{2}\left(1-\frac{ik}{\alpha}\right)e^{ik(R+L)}e^{\alpha(R+L)}$

(3)+(4) $a_1 = \frac{1}{2}\left[a_2 e^{\alpha R}\left(1+\frac{\alpha}{ik}\right)+b_2 e^{-\alpha R}\left(1-\frac{\alpha}{ik}\right)\right]e^{-ikr}$

D'où :

$$a_1 = \frac{1}{4}\left[\left(1+\frac{ik}{\alpha}\right)e^{ikL}e^{-\alpha L}\left(1+\frac{\alpha}{ik}\right)+\left(1-\frac{ik}{\alpha}\right)e^{ikL}e^{\alpha L}\left(1-\frac{\alpha}{ik}\right)\right]$$

$$a_1 = \frac{e^{ikL}}{2}\left[2\cosh(\alpha L)-i\left(\frac{k}{\alpha}-\frac{\alpha}{k}\right)\sinh(\alpha L)\right]$$

Passage d'une barrière de potentiel (4)

Comme l'énergie dans le puits est égale à l'énergie après la barrière,
le facteur de transmission est :

$$T = \frac{1}{|a_1|^2} = \frac{1}{1 + \left[\frac{\alpha^2 + k^2}{2\alpha k}\sinh(\alpha L)\right]^2}$$

$$T = \frac{1}{1 + \left[\frac{V^2}{4E(V-E)}\sinh^2\left(L\sqrt{2m(V-E)}/\hbar\right)\right]}$$

Pour L suffisamment grande
(qqs fm pour un barrière de l'ordre de 10 MeV et une masse de 4 GeV/c^2) :

$$T \sim \frac{16E(V-E)}{V^2}\exp\left(-2L\sqrt{2m(V-E)}/\hbar\right)$$

Compléments

Exemples de modèles nucléaires

- Goutte liquide
- Modèle en couches

Modèles nucléaires : goutte liquide

1. Modèle de la goutte liquide :

modèle classique + effets quantiques semi-empiriques

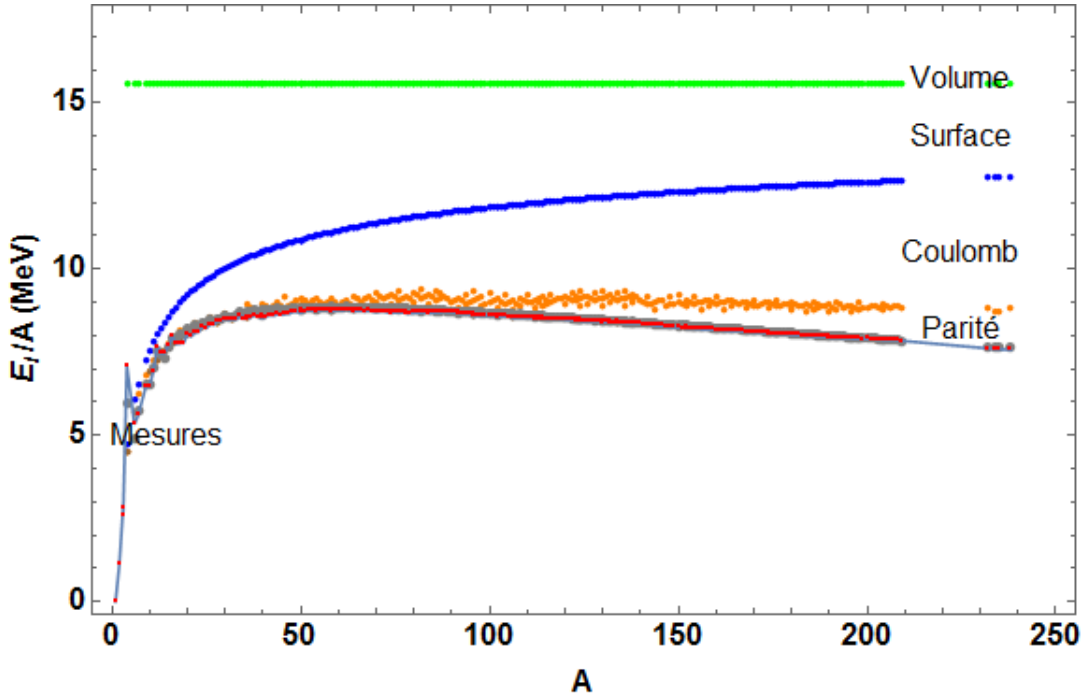
Formule de Bethe–Weizsäcker :

$$E_l(A,Z) = \underbrace{E_{\text{volume}}}_{a_V A} - \underbrace{E_{\text{surface}}}_{a_S A^{2/3}} - \underbrace{E_{\text{Coulomb}}}_{a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}} - \underbrace{E_{\text{asymétrie n-p}}}_{a_a \frac{(A-2Z)^2}{A}} + \underbrace{E_{\text{paires n-p}}}_{\begin{cases} a_p A^{-1/2} & \text{A, Z pairs} \\ 0 & \text{A impair} \\ -a_p A^{-1/2} & \text{A pair, Z impair} \end{cases}}$$

Les paramètres de la formule de Bethe–Weizsäcker

Paramètres ajustés avec les mesures :

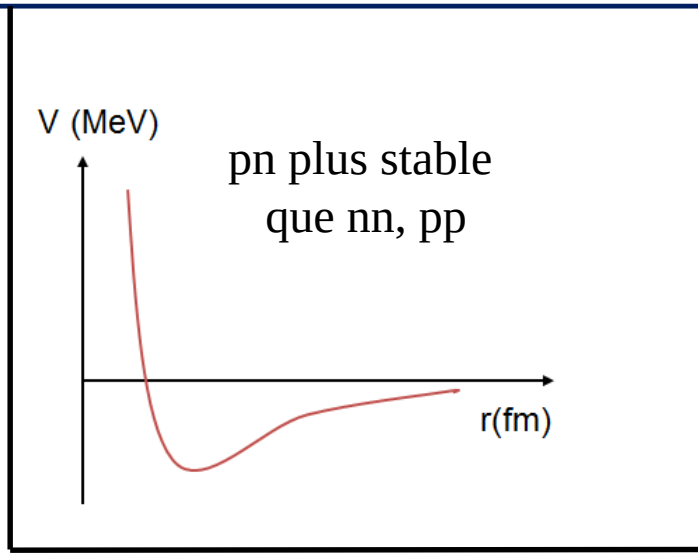
- a_v = terme de volume 15.46 MeV
- a_s = terme de surface 17.23 MeV
- a_c = terme de Coulomb 0.697 MeV
- a_a = terme d'asymétrie 23.285 MeV
- a_p = terme de parité 12 MeV



Potentiel moyen

<u>Les nucléons dans le noyau</u>

Interaction nucléon-nucléon

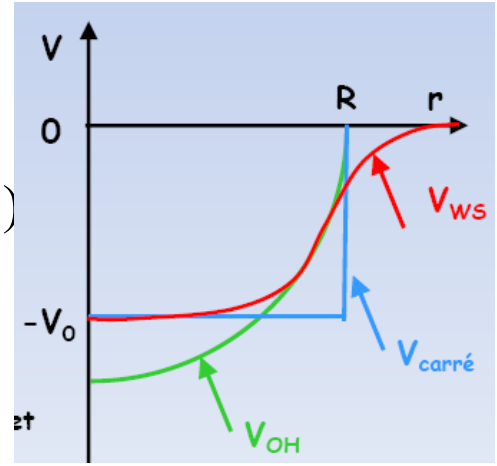


Potentiel moyen

Chaque nucléon voit un potentiel moyen résultat de l'interaction avec tous les autres nucléons

(potentiel de Saxon-Woods, carré, oscillateur harmonique…)

$$V_{Saxon\text{-}Woods} = -\frac{V_0}{1+\exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$



Modèles nucléaires : modèle en couches

2. **Modèle en couches** (orbitales nucléaires, analogues des orbitales atomiques) :

- Nucléons indépendants dans un potentiel moyen harmonique +
- Principe de Pauli +
- Interaction spin-orbite +
- Répulsion coulombienne pour les protons

Hamiltonien du modèle en couches

- Hamiltonien harmonique + corrections spin-orbite et coulombienne

$$H = H_0 + H_{\text{spin-orbite}} + H_{\text{Coulomb}} \qquad H_0 = \sum_{\alpha=1}^{A}\left(T_\alpha - V_0 + \frac{1}{2}\mu\omega_0^2 r_\alpha^2\right)$$

$$E = \sum_{\alpha=1}^{A}\varepsilon_\alpha \qquad \psi = \prod_{\alpha=1}^{A-Z}(\text{antisymétrisé})\,\psi_\alpha(r_\alpha)\cdot\prod_{\beta=1}^{Z}(\text{antisymétrisé})\,\psi_\beta(r_\beta)$$

$$\varepsilon_{\alpha N} = \left(n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega_0 = \left(N + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega_0 \;;\; \hbar\omega_0 \simeq \frac{50}{\sqrt[3]{A}}\ \text{MeV}$$

N nombre quantique principal

$N = 2(n-1) + l$; dégénérescence $d_N = (N+1)(N+2)$

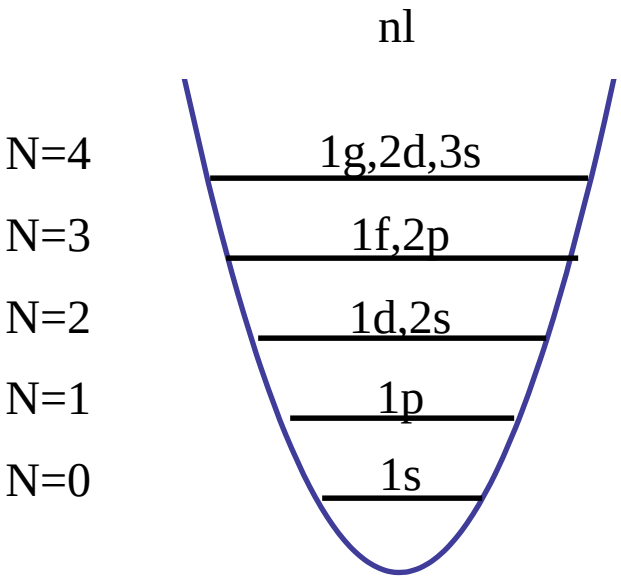
n nombre quantique radial ; l nombre quantique orbital

n nombre de noeuds de la fonction d'onde hors origine + 1

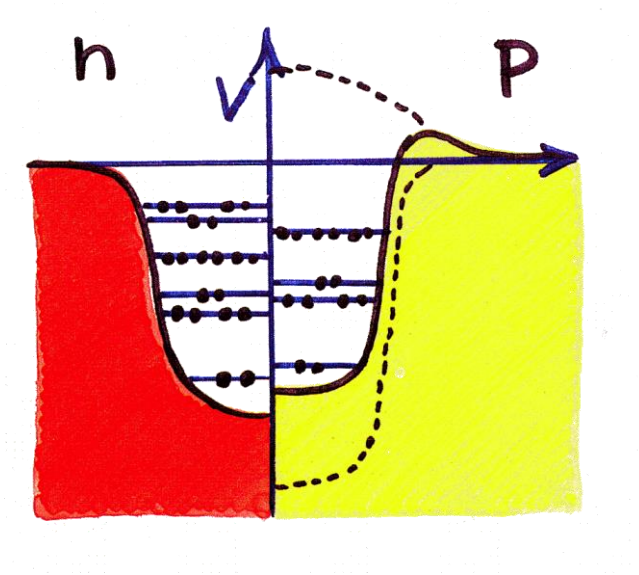
Couches

Séquence des couches principales

$$\psi_\alpha(\vec{r}_\alpha) = R_{n,l}(r_\alpha) Y_l^m(\theta_\alpha, \varphi_\alpha)$$

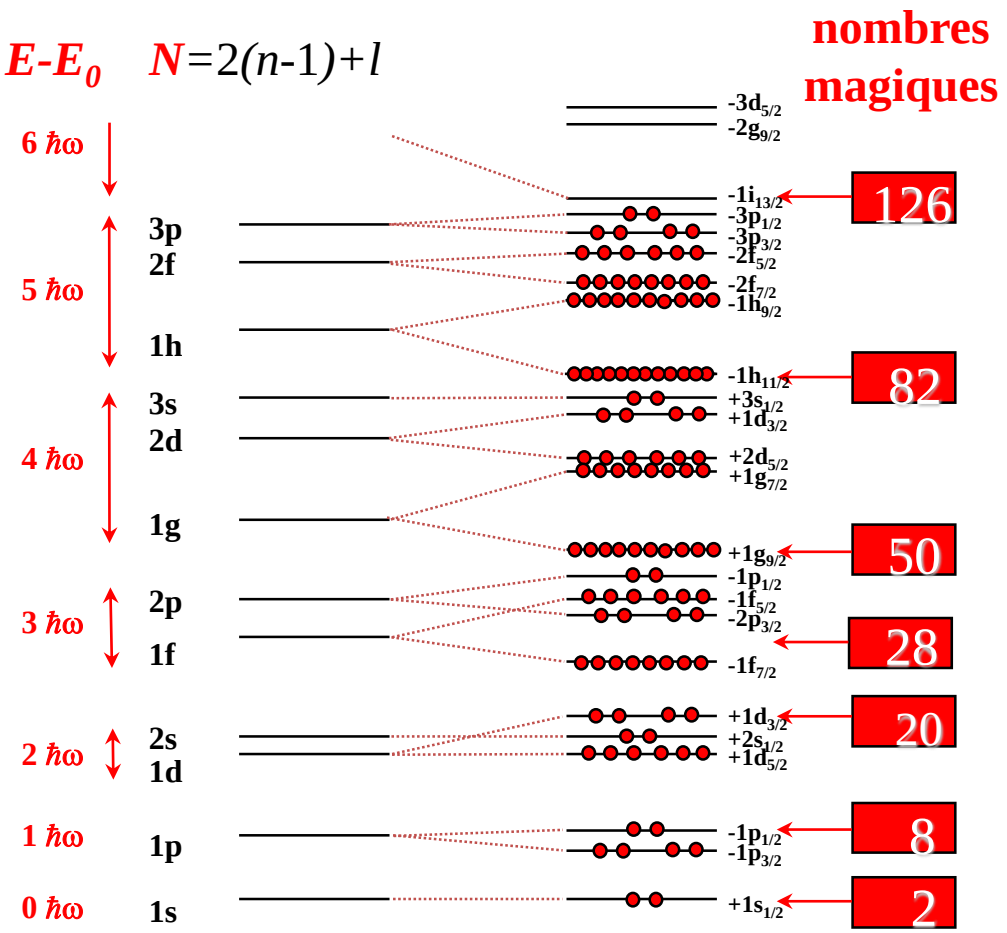


Niveaux à une particule du modèle en couches



Attention
ΔE ~ qqs MeV !!!
entre orbitales

Crédit figures : H. Goutte (CEA)



Puits parabolique
(n,l)

Puits parabolique
+ interaction spin-orbite (n,l,j)

Programme

- Chapitre 1 Espace, temps, matière, antimatière
- Chapitre 2 Particules et interactions
- Chapitre 3 Interaction faible
- Chapitre 4 Noyaux et radioactivité
- **Chapitre 5 Énergie nucléaire**

Chapitre 5 Énergie nucléaire

- Fission
- Fusion
- Effets de la radioactivité

Chapitre 5 Énergie nucléaire

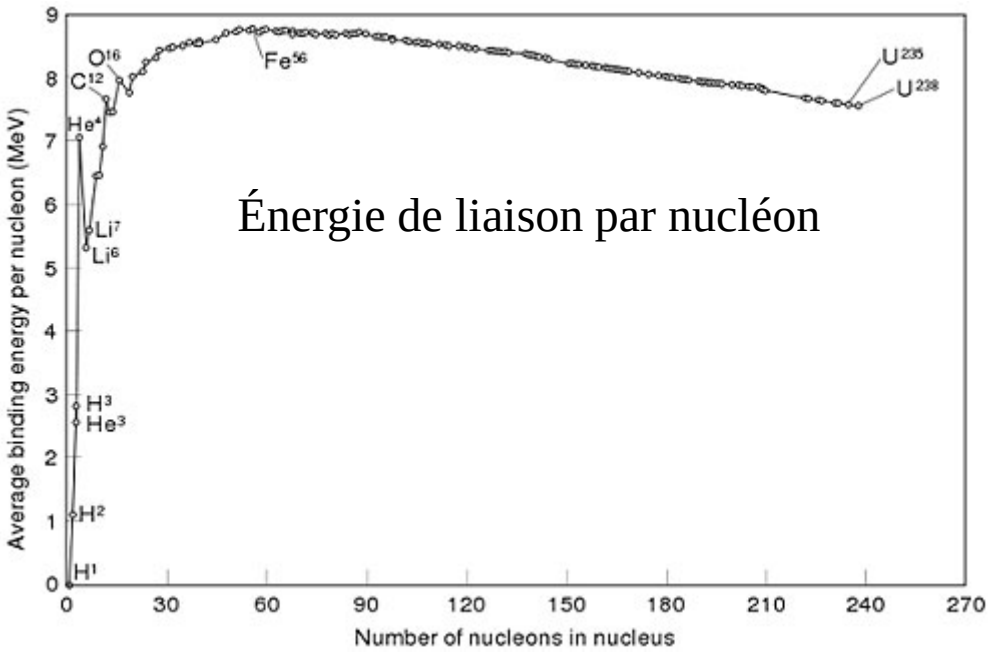
- Énergie nucléaire : énergie extraite grâce aux réactions nucléaires exothermiques, principalement :
  - Fission : fragmentation d'un noyau lourd
  - Fusion : fusion de deux noyaux légers
- Processus extrêmement lents pour la plupart des noyaux
- En pratique :

Fission :

A ~ 240

Fusion :

deutérium, tritium



- Fission
- Fusion
- Effets de la radioactivité

La fission

$$\boxed{{}^{A_1+A_2}_{Z_1+Z_2}X \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1}Y + {}^{A_2}_{Z_2}Z + Q_{fis}}$$

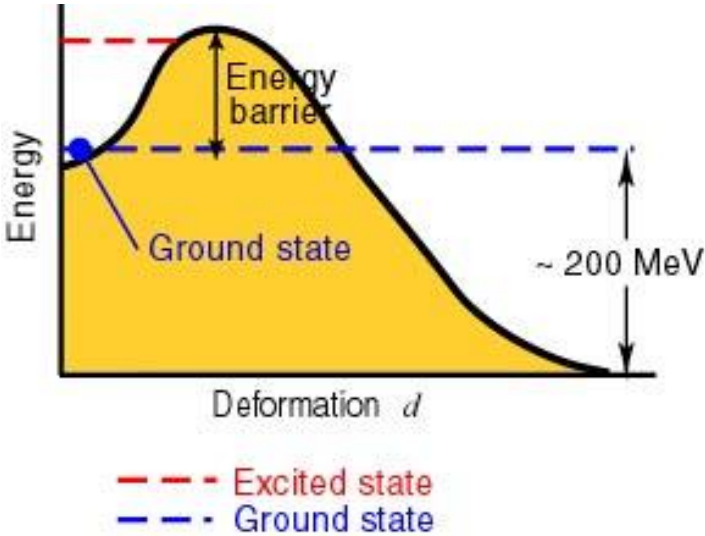
Beaucoup de fragments possibles

$$Q_{fis} = E_l(A_1,Z_1) + E_l(A_2,Z_2) - E_l(A_1+A_2,Z_1+Z_2)$$

E_l/A max en A = 56 → Qfis > 0 pour les noyaux lourds
Pour A ≈ 240 qui fissionne en deux noyaux ≈ 120 :

$$Q_{fis} \sim 2\times\left(120\times\frac{E_l}{A}(120)\right) - \left(240\times\frac{E_l}{A}(240)\right) \sim 220 \textbf{ MeV}$$

soit une énergie libérée de ~1 MeV par nucléon



Barrière de fission ~ 6 MeV
(pour A ~ 240)

Taux de fission spontanée des éléments naturels très faible

Exemple : 26 / h.g pour ${}^{238}_{92}U$ (T = 4,5 milliards d'années !)

Fission induite (1)

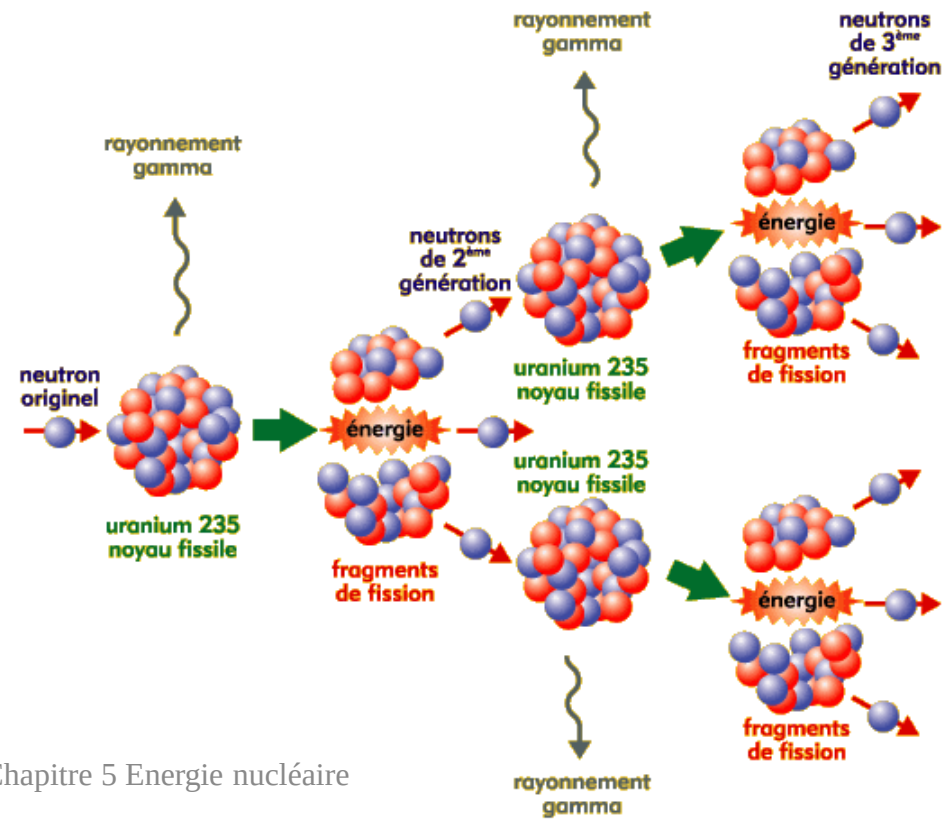
- Fission induite par neutrons (Hahn et Strassmann, 1939)

$$n + {}^{A-1}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow \ldots \rightarrow \text{fission}$$

- Exemple : $$n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{236}_{92}U^{*} \rightarrow \begin{cases} {}^{236}_{92}U + \gamma \\ {}^{94}_{38}Sr + {}^{140}_{54}Xe + 2\,n + \gamma \end{cases}$$

- noyaux lourds riches en neutrons $\Rightarrow$ 1 n $\rightarrow$ 2,5 n

$\Rightarrow$ **réaction en chaine** macroscopique, explosive



Fission induite (2)

- Noyaux pairs-pairs + stables que pairs-impairs

$\Rightarrow$ pairs-impairs fissiles par neutrons thermiques (0,025 eV)

$$T = 290 \text{ K} \Leftrightarrow E_c \sim kT = \frac{1,38 \times 10^{-23} \times 290}{1,6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 0,025 \text{ eV}$$

$\Rightarrow$ pairs-pairs fissiles par neutrons rapides (~1 MeV)

- Énergie nucléaire : trouver des **fissiles naturels …**

- Nucléide abondant si durée vie ~ âge de la Terre (4,5 x 10^9 ans)

$$^{235}_{92}\text{U} : \text{T} = 0,7 \times 10^9 \text{ ans}$$

$\Rightarrow$ U naturel = $0,72\% \, ^{235}_{92}\text{U} + 99,3 \, ^{238}_{92}\text{U}$

$\Rightarrow$ Enrichissement nécessaire

… ou …

Matériaux fertiles

- **… Produire des fissiles artificiels**

$^{239}Pu \quad T = 24\,000$ ans

$^{233}U \quad T = 160\,000$ ans

fabriqués à partir de **fertiles naturels** par des neutrons **rapides**

$$\begin{cases} n + {}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{239}_{92}U^{*} \rightarrow {}^{239}_{92}U + \gamma \\ {}^{239}_{92}U \rightarrow {}^{239}_{93}Np + e^{-} + \bar{\nu} \qquad T = 23,5\,\text{minutes} \\ {}^{239}_{93}Np \rightarrow {}^{239}_{94}Pu + e^{-} + \bar{\nu} \qquad T = 2,3\,\text{minutes} \end{cases}$$

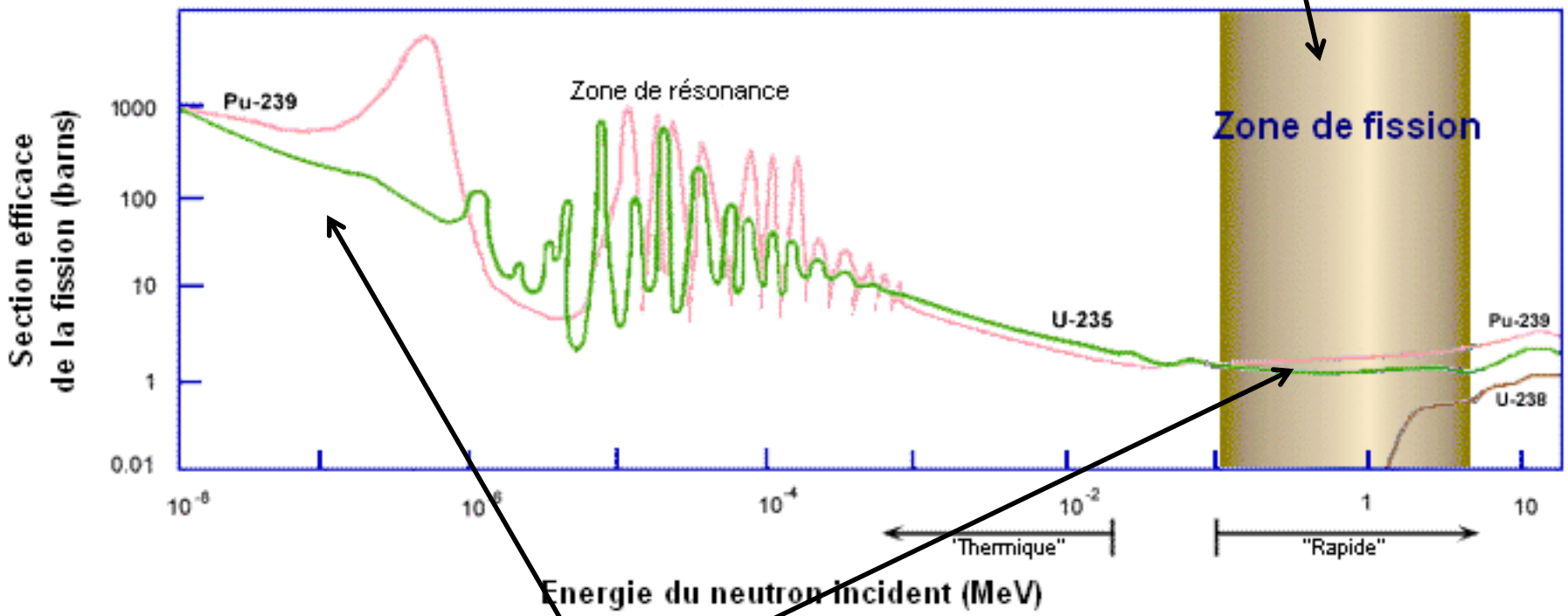
SURGENERATEUR
consommation
de minerai
divisée par ~100
~100 ans →10000 ans
de réserve !

autre possibilité à l'étude pour les futurs réacteurs (neutrons **rapides ou thermiques**)

$$\begin{cases} n + {}^{232}Th \rightarrow {}^{233}Th^{*} \rightarrow {}^{233}Th + \gamma \\ {}^{233}Th \rightarrow {}^{233}Pa + e^{-} + \bar{\nu} \qquad T = 23\,\text{mn} \\ {}^{233}Pa \rightarrow {}^{233}U + e^{-} + \bar{\nu} \qquad T = 27,4\,\text{j} \end{cases}$$

Sections efficaces pour la fission

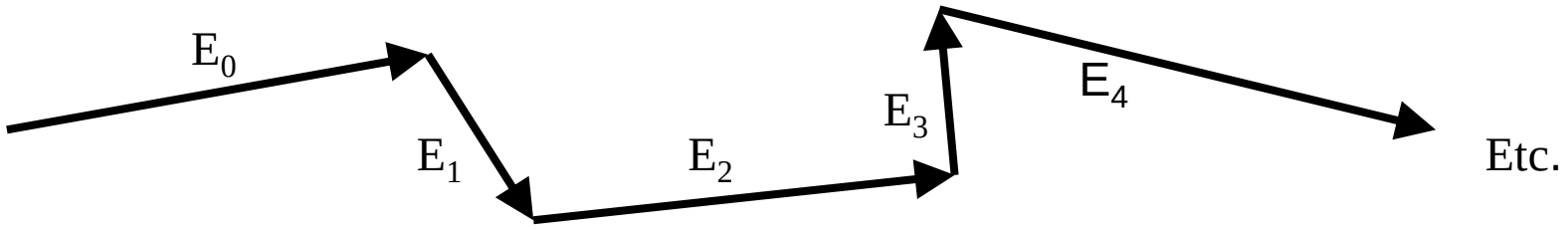
Énergie des neutrons émis par fission



ralentissement des neutrons →
augmentation de la section efficace de fission

Crédit : OCDE/BEA

Ralentissement des neutrons



$$\frac{E_{n+1}}{E_n} = \frac{A^2 + 2A\cos\theta_{CM} + 1}{(A+1)^2} \Rightarrow \frac{E_N}{E_0} = \exp\left(N \left\langle \ln \frac{E_{n+1}}{E_n} \right\rangle \right)$$

$$\left\langle \ln \frac{E_{n+1}}{E_n} \right\rangle \simeq \int \ln\left(\frac{A^2 + 2A\cos\theta_{CM} + 1}{(A+1)^2} \right) d\Omega = -1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln\left(\frac{A+1}{A-1} \right)$$

Pour ralentir les neutrons de $E_0 \approx 2$ MeV à $E_N = 0{,}025$ eV,
le nombre de collisions Ncol est :

- 18 pour l'eau
- 25 pour l'eau lourde
- 115 pour le graphite

Réactions en chaine

- Exemple : $n + {}^{235}U \rightarrow A + B + \nu \; n$

$\sim 2,5$

Réaction en chaine si le nombre effectif **k** de neutrons pour une nouvelle fission induite est supérieur à 1

Pertes :

- Capture par un noyau
- Sortie volume utile

→ **notion de masse critique :**

50 kg pour ^{235}U

Énergie neutron	Carburant	ν	k
~ 2 MeV	^{235}U	2,46	2,28
	^{238}U	2,88	0,52
	^{239}Pu	2,88	2,74
~ 0,025 eV	^{233}U	2,51	1,72 (eau) 2,2 (eau lourde) 2,0 (graphite)
	^{235}U	2,47	1,56 (eau) 2,0 (eau lourde) 1,8 (graphite)
	^{239}Pu	2,91	1,56 (eau) 2,0 (eau lourde) 1,8 (graphite)
	0,7% ^{235}U	2,47	0,99 (eau) 1,3 (eau lourde) 1,16 (graphite)
	2,5% ^{235}U	2,47	1,37 (eau) 1,8 (eau lourde) 1,6 (graphite)

Comparaison des modérateurs

Capture possible pendant la thermalisation : $n + {}^{A}X \rightarrow {}^{A+1}X + \gamma$, probabilité p par collision :

- $1{,}5 \times 10^{-2}$ pour l'eau
- $9{,}6 \times 10^{-5}$ pour l'eau lourde
- $9{,}6 \times 10^{-4}$ pour le graphite

La probabilité qu'un neutron ne soit pas absorbé pendant le ralentissement avant d'induire une fission est de l'ordre de $(1-p)^{Ncol}$ où Ncol est le nombre moyen de collisions nécessaires :

- 0,76 pour l'eau (Ncol = 18)
- 0,998 pour l'eau lourde (Ncol = 25)
- 0,895 pour le graphite (Ncol = 115)

$$k \sim \nu \frac{\sigma_{fission}}{\sigma_{fission} + \sigma_{capture}} (1-p)^{Ncol}$$

Trois grandes classes pour les réacteurs actuels :

- Neutrons thermiques :
  - Uranium naturel + eau lourde (CANDU) ou graphite (RMBK)
  - Uranium enrichi + eau pressurisée (REP, EPR)
- Neutrons rapides :
  - Plutonium sans modérateur → surgénérateur par ajout d'^{238}U

Pilotage (1)

$$dn_{fissions} = n\sigma_{fissions} n_{cibles} dx$$

Évolution de la densité de neutrons

$$dn = -dn_{fissions} + kn\sigma_{fissions} n_{cibles} dx = n(k-1)\sigma_{fissions} n_{cibles} dx$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(k-1)n}{\tau_{fission}} \Rightarrow n = n_0 \exp\left((k-1)t/\tau_{fission}\right)$$

avec : $\frac{1}{\tau_{fission}} = n_{cibles} \langle \sigma_{fission} v \rangle \sim 10000\ s^{-1}$

Si k = 1.1 la puissance du réacteur est multipliée par 20000 en 1/10ème de seconde !

Or k est contrôlé par l'insertion/l'extraction mécanique de barres contenant des absorbeurs de neutrons (cadmium, gadolinium, acier), opération qui prend quelques secondes !!!

Pilotage (2)

Heureusement, une fraction β (~ 0.7 % pour ^{235}U) des neutrons n'est produite que plusieurs dizaines de secondes après la fission, ce qui permet de contrôler la puissance du réacteur si $k < 1/(1-\beta)$

ce sont **les neutrons retardés**

Exemple de chaine de réactions conduisant à l'émission d'un neutron retardé :

$$n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{87}_{35}Br + \ldots$$

$$\beta \text{ decay } \mathbf{55.6\,s} \quad \searrow \quad {}^{87}_{36}Kr^{*} + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

$$2.3\,\% \quad \searrow \quad {}^{86}_{36}Kr + n$$

Stabilité

Effet Doppler :

- Si T croît, la section efficace d'absorption des neutrons augmente (élargissement des résonances épithermiques), d'où un effet stabilisateur

Coefficient de vide :

- Si le modérateur est liquide et si T croît, la densité diminue (formation de bulles par exemple) : effet positif ou négatif sur k suivant le type réacteur :
  - REP : effet stabilisateur
  - RBMK : effet déstabilisateur (réacteur de Tchernobyl)

Poisons neutroniques :

- Certains produits de fission ont une grande section efficace de capture (« poisons neutroniques »)
  - Baisse de k et de la puissance en fonction du temps
  - Compensée par l'ajout d'acide borique dans l'eau qui est un poison consommable

Déchets nucléaires

- Volume faible par unité d'énergie en comparaison des autres sources d'énergie

- France 75 % électricité produite est d'origine nucléaire → déchets ~1 kg/an/habitant

- 99 % des déchets retournent à la radioactivité naturelle en moins de 300 ans
- 1 % des déchets ont des durées de vie longues ou très longues (certains actinides mineurs : neptunium 237, américium 243…)

- Composition typique du combustible usé d'un REP après 3 ans :
  - Uranium : 95,3 %
  - Plutonium : 1 %
  - Produits de fission : 3,6 %
  - **Actinides mineurs : 0,1 %**

- L'uranium et le plutonium sont réutilisables

Réacteurs nucléaires

- Énergie cinétique produits de fission → énergie thermique
- Transport des neutrons :

↔ densité de cibles, modération éventuelle, capture sans fission

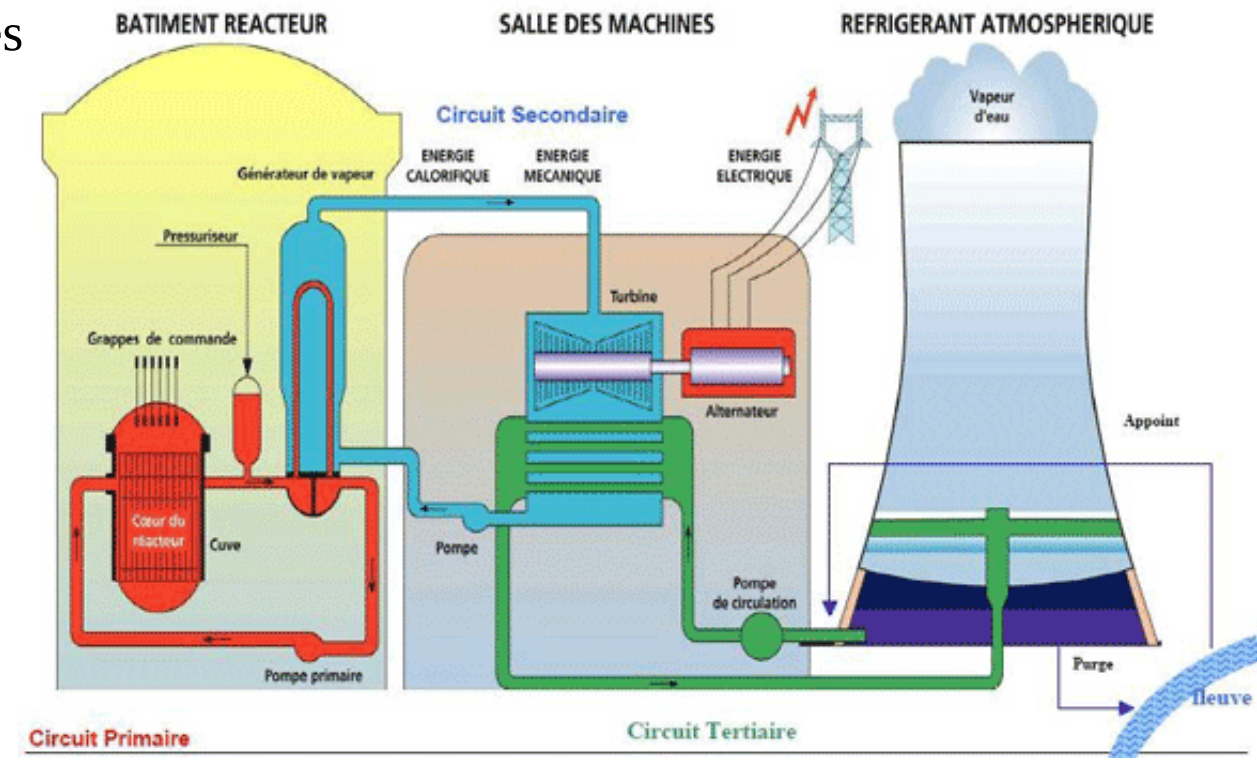
- Pilotage

Schéma d'un réacteur à eau pressurisée

- Échangeurs thermiques
- Sûreté

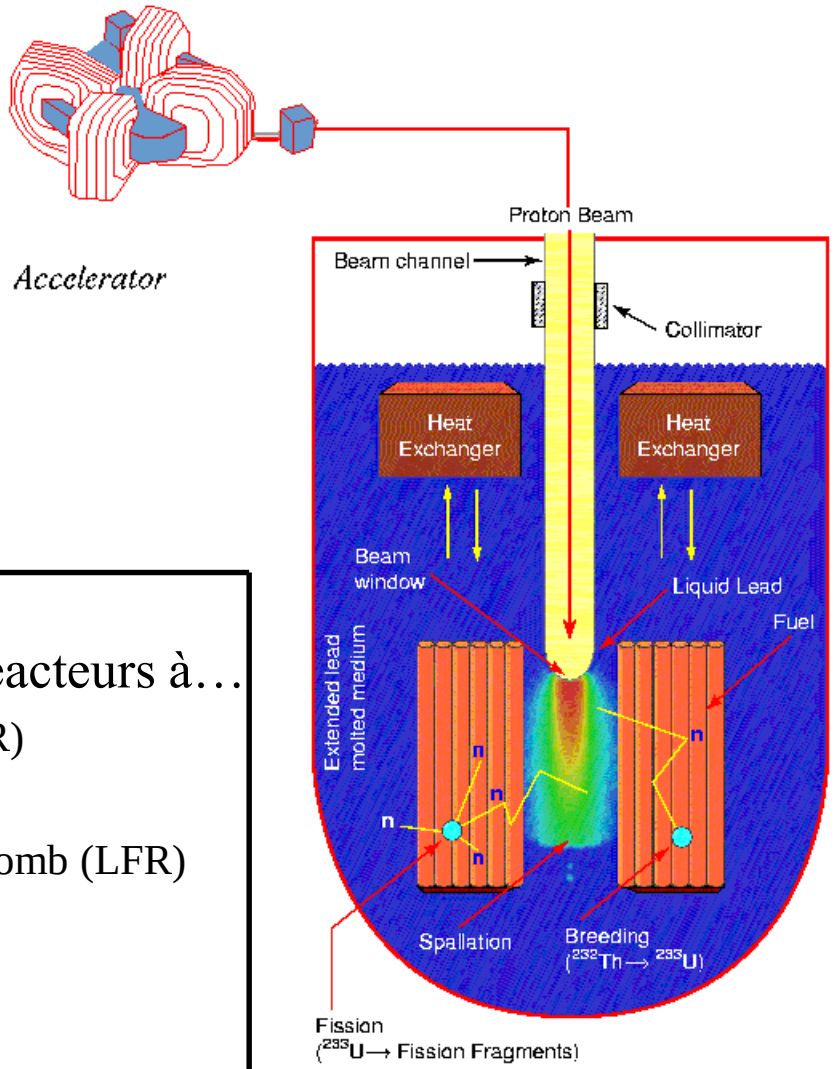
- Déchets
- Démantèlement

- Prolifération
- Approvisionnement



Réacteurs du futur (fission)

- À l'étude couple ^{232}Th - ^{233}U
  - Réacteur à neutrons rapides assisté par accélérateur
  - Avantages
    Thorium abondant,
    Sous-critique
    Destruction des transuraniens
  - Défi technologique :
    Fenêtre accélérateur/réacteur



- *Génération IV* - 6 filières à l'étude : réacteurs à…
  - neutrons rapides à caloporteur sodium (SFR)
  - neutrons rapides à caloporteur gaz (GFR)
  - neutrons rapides à caloporteur alliage de plomb (LFR)
  - très haute température (VHTR)
  - sels fondus (MSR)
  - eau supercritique (SCWR)

- Fission
- Fusion
- Effets de la radioactivité

Fusion

- ^{4}He très stable (noyau pair-pair, 1 couche)
- Fusion en 1 réaction par deuton ^{2}H (d) + triton ^{3}H (t)
- Dans les étoiles, plusieurs réactions de fusion :

$d + d \rightarrow {}^{3}He + n$		3,2 MeV
$d + d \rightarrow t + p$		4 MeV
$d + t \rightarrow {}^{4}He + n$		17,6 MeV
$d + {}^{3}He \rightarrow {}^{4}He + p$		18,3 MeV

La moins difficile à utiliser est d + t :

- Deutérium très abondant (34,4 mg/l d'eau de mer)
- Tritium synthétisé à partir du lithium abondant (180 mg/l d'eau de mer et 20 mg/kg dans la croute terrestre)

Fusion contrôlée

- **Réaction la plus exploitable** : d + t
  - Deutérium très abondant (32,4 mg/l d'eau de mer)
  - Tritium synthétisé à partir du lithium abondant
    (180 mg/l d'eau de mer et 20 mg/kg dans la croute terrestre)

$n + {}^{6}Li$ (7,5 %) $\rightarrow$ t + ${}^{4}He$ + 4,8 MeV

$n + {}^{7}Li$ (92,5 %) $\rightarrow$ t + ${}^{4}He$ + n + 2,5 MeV

Mais : **barrière coulombienne ~ 1 MeV** pour la fusion d+t !

à 10 keV ($\rightarrow$ 1,2 x 10^{8} K !) probabilité de traverser la barrière P ~ 10^{-3}

- confinement gravitationnel : dans les étoiles !

- confinement inertiel par laser : arme nucléaire (NIF, LMJ)

- **confinement magnétique : voie à l'étude pour les réacteurs (ITER)**

Bilan énergétique

- Énergie par unité de volume pour chauffer le plasma

  (attention au facteur 2 pour les électrons) :

  $E / V = 3nkT$ où n est la densité de noyaux

- Nombre de fusions par unité de temps et de volume

  (on suppose qu'on a autant de deutérium que de tritium) :

$$\frac{1}{V}\frac{dN_f}{dt} = \underbrace{\frac{n}{2}}_{\text{densité incidente}} \times \underbrace{\frac{n}{2}}_{\text{densité de cibles}} \times \underbrace{\sigma}_{\substack{\text{section efficace}\\ \text{fusion t+d}}} \times \frac{dx}{dt}$$

- Énergie libérée par les réactions de fusion pendant le temps de confinement τ :

$$Q_{tot} / V = \underbrace{\frac{n}{2}v}_{\text{flux incident}} \times \underbrace{\frac{n}{2}}_{\text{densité de cibles}} \times \underbrace{\sigma}_{\substack{\text{section efficace}\\ \text{fusion t+d}}} \times \underbrace{Q_{fus}}_{\text{énergie libérée par fusion}} \times \tau$$

Critère de Lawson

- L'énergie utilisable doit être supérieure à l'énergie fournie

  Critère de Lawson (η : rendement de conversion énergétique) :

$$\boxed{E < \eta Q_{tot}}$$

$$3nkT < \frac{n^2}{4}\sigma v Q_{fus}\eta\tau$$

- Paramètres physiques

$$\begin{cases} Q_{fus} = 17,6 \text{ MeV} \\ \sigma v(t + d \rightarrow {}^4He + n) \approx 10^{-22} \text{ m}^3\text{s}^{-1}\left(\dfrac{kT}{10 \text{ keV}}\right)^2 \end{cases}$$

ITER : *International Thermonuclear Experimental Reactor*

- Critère de Lawson : l'ignition compense l'énergie nécessaire pour chauffer le plasma

$$\eta n \tau k T > 10^{21}\ \mathrm{m^{-3} \cdot s \cdot keV}$$

η : rendement thermique $\rightarrow$ électrique

n : densité totale de noyaux (d+t)

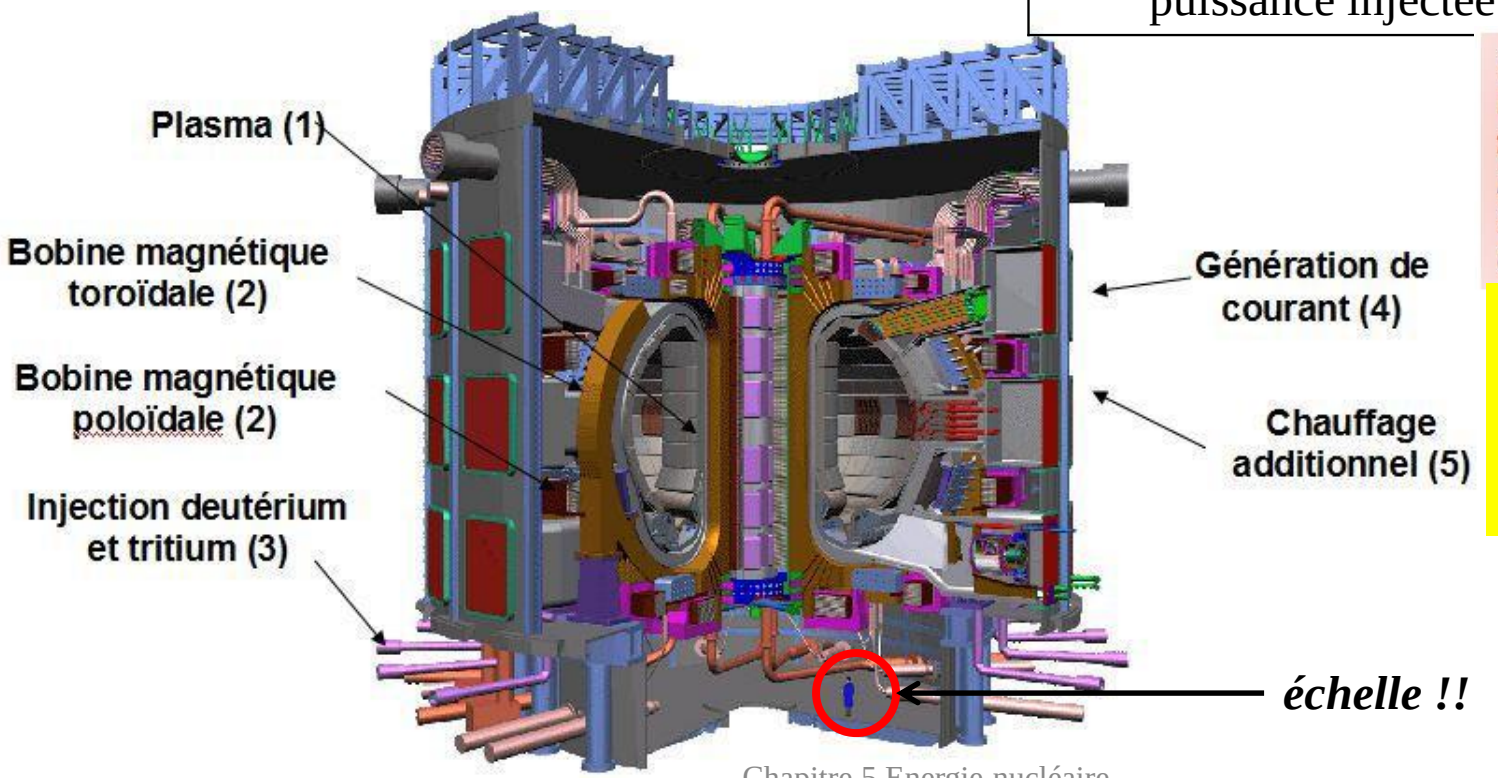
τ : temps de confinement

ITER

$n \sim 10^{20}\ \mathrm{m^{-3}}$ $\quad \tau \sim 400\ \mathrm{s}$ $\quad kT \sim 10\ \mathrm{keV}$

Objectif ratio Q $\geq$ 10 :

$$\frac{\text{puissance thermique produite}}{\text{puissance injectée}} = \frac{500\ \mathrm{MW}}{50\ \mathrm{MW}}$$

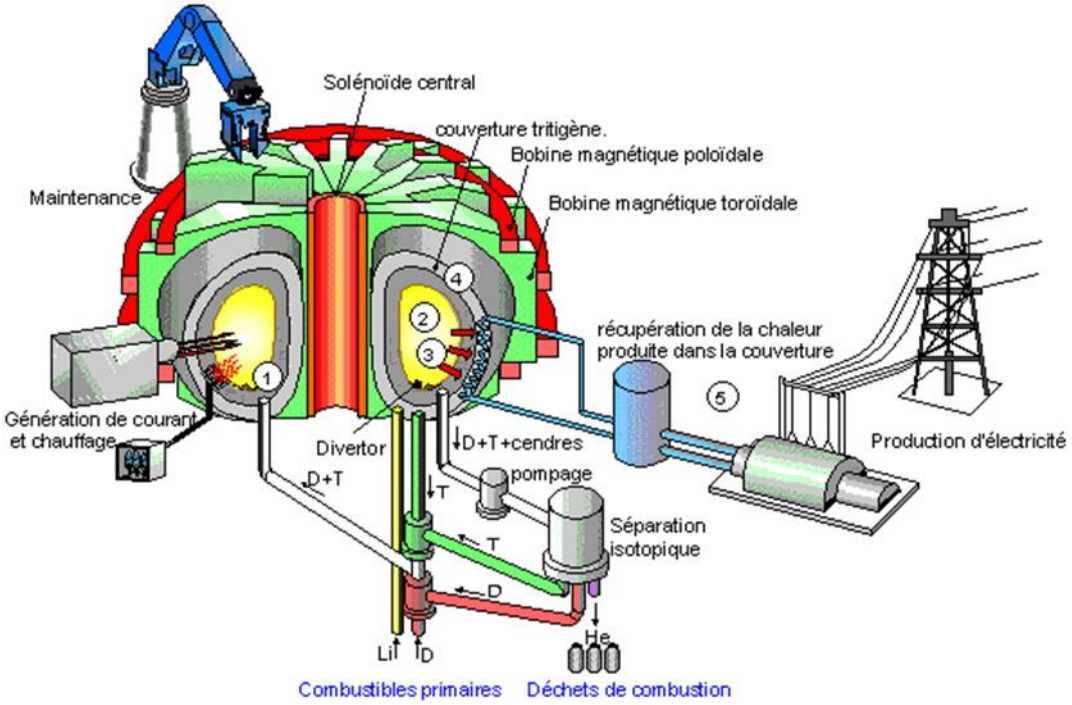


V_{plasma}	837 m³
P_{fusion}	~ 500 MW
t_{plasma}	~ 400 – 1000 s
I_{plasma}	15 MA
$B_{Toroïdal}$	5.3 T
Q	10

Premiers plasmas ~2030
Premières fusions ~2040

Le réacteur du futur ?

- injection création confinement du plasma D+T (volume ~ 1000 m^3)
  - Tokamak : champs magnétiques toroïdal (~ 5 T) et poloïdal (~ 0,5 T)
- injection d'énergie pour le chauffage :
  - effet joule dans le plasma (~15 MA !) (transformateur → solénoïde central)
  - injection de neutres rapides
  - chauffage électromagnétique
- récupération de l'énergie :
  - absorption des n et α
- production de tritium
  - lithium dans la couverture

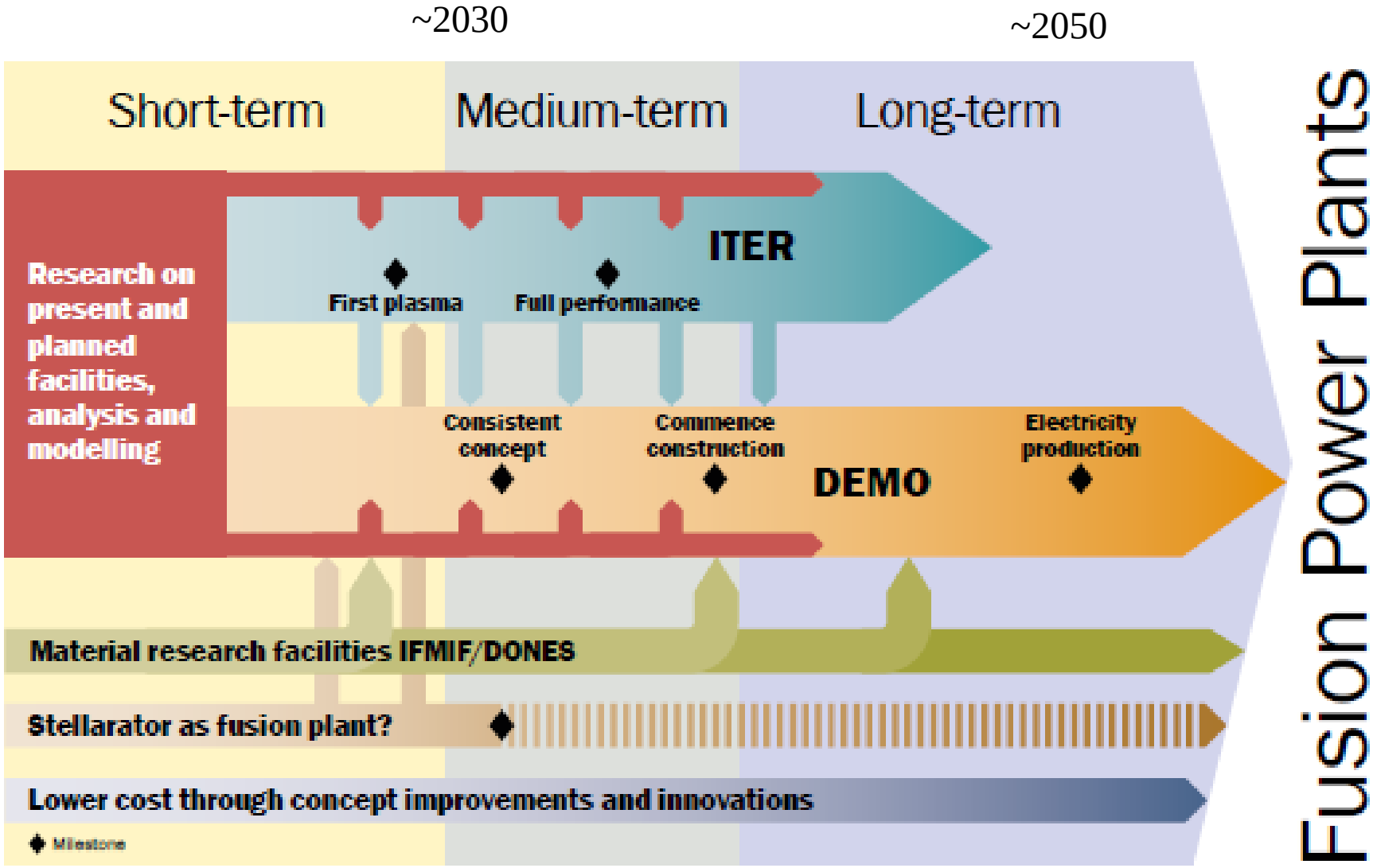


→ **Projets : DEMO**

Demonstration power plant

IFMIF-DONES : International Fusion Materials Irradiation Facility - DEMO Oriented Neutron Source

Fusion European Roadmap



Réacteurs à fusion ?

Avantages des réacteurs à fusion :

- **Abondance des carburants**
- **Sûreté : pas de divergence possible**
- **Très faible production de déchets nucléaires**
- **Pas de production de gaz à effet de serre**

Problèmes :

- **Faisabilité ?**
- **Gigantisme et coût des installations**
- **Usure et activation des matériaux**
- **Rendement**
- **Production de tritium**

- Fission
- Fusion
- Effets de la radioactivité

Effets de la radioactivité

- **Activité** d'un échantillon : taux de désintégrations
- 1 becquerel (symbole Bq) = 1 désintégration par seconde
- 1 curie (symbole Ci) = 3,7 x 10^{10} Bq

- Pour N noyaux radioactifs : $dN_{\text{désintégrations}} = N\, dt/\tau = A\, dt$

$$\rightarrow A = N / \tau$$

- Exemples :
  - fruits 40 Bq / kg
  - blé 140 …
  - granite 1000 …
  - corps humain 12 000 Bq au total

Environ 50 % de l'activité du corps humain est due au potassium 40 (T = 1,3 x 10^9 ans)

Les rayonnements et la vie

radiation

ionisation directe de l'ADN

formation de OH

oxydation de l'ADN par OH

réparation enzymatique ?

réparation chimique

dommage

pas d'effet

Dose et dose équivalente

Dose = densité d'énergie absorbée par la matière

gray : 1 Gy = 1 J kg^{-1} rad : 1 rad = 10^{-2} Gy

Pour les tissus biologiques : **facteur de « qualité »**

Q = 1 : X, γ, e 5 à 20 : neutrons 20 : α, noyaux

Dose équivalente = dose × Q

sievert 1 Sv = 1 Gy × Q

Irradiation naturelle 0,4 à 4 mSv / an

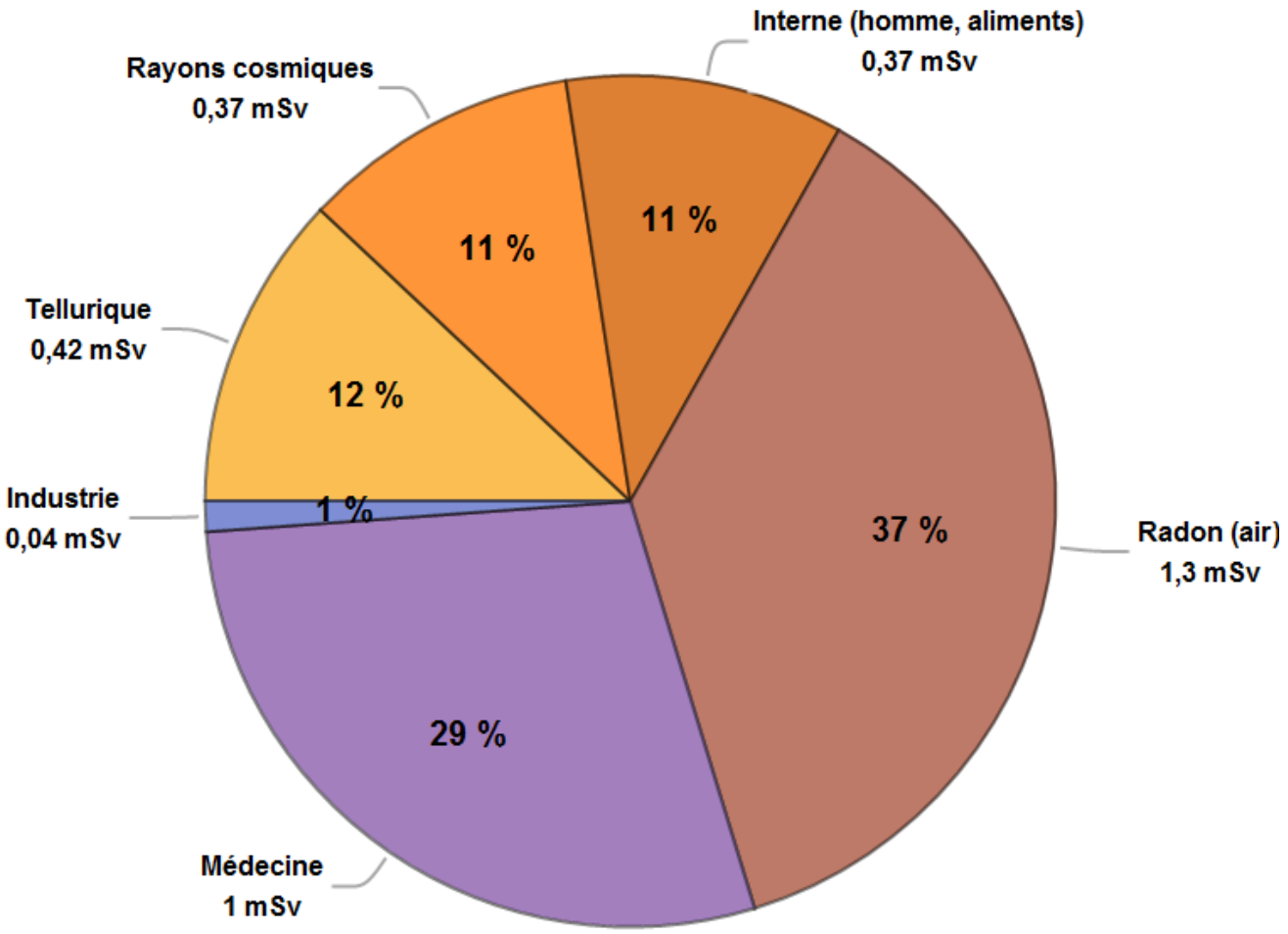
(cosmique 0,3 ; tellurique 1 à 3 - radon, …)

Maximum légal : 1 mSv/an (1 radiographie X) …

Dose équivalente mortelle sans traitement : 3 Sv

Dose moyenne en France

Total : 3,5 mSv



Protection contre les rayonnements

- **Particules α** : peu pénétrantes, arrêtées par une feuille de papier
- **Rayons β^-** : faible pénétration (dépend de l'énergie), arrêtés par quelques mm d'aluminium, de plexiglas…
- **Rayons β^+** : produisent des rayons γ de 511 keV
- **Rayons γ** : très pénétrants, protection avec des murs de béton ou des écrans de plomb
- **Neutrons** : dépend fortement de la nature du matériau, ralentis par les matériaux hydrogénés (béton, eau, paraffine C_nH_{2n+2}), capturés par certains matériaux dits neutrophages (bore …)

Applications de la radioactivité

- Médecine (TEP, gammagraphie, traceurs radioactifs)
- Datation (archéologie, art, astrophysique…)
- Stérilisation des aliments, conservation d'œuvres d'art
- Métallurgie (analyse par irradiation gamma)
- Modifications génétiques
- …

Datation radioactive

Méthode : comparaison de l'abondance de divers isotopes

- Âge de la Terre :

Hypothèse : même abondance initiale ^{235}U et ^{238}U

^{235}U : T = 7,1 x 10^8 ans 0,72 % ^{238}U : T = 4,5 x 10^9 ans 99,28 %

$$N_{235} = N_0 \exp\left(-0,693 \times t / T_{235}\right) \quad N_{238} = N_0 \exp\left(-0,693 \times t / T_{238}\right)$$

$$N_{238} / N_{235} = 99,28 / 0,72 \quad \Rightarrow \quad \boxed{t = 5,8 \times 10^9 \text{ans}}$$

Âge estimé aujourd'hui : 4,6 milliards d'années !

Uranium en fait formé bien avant la Terre (voir chapitre nucléosynthèse)

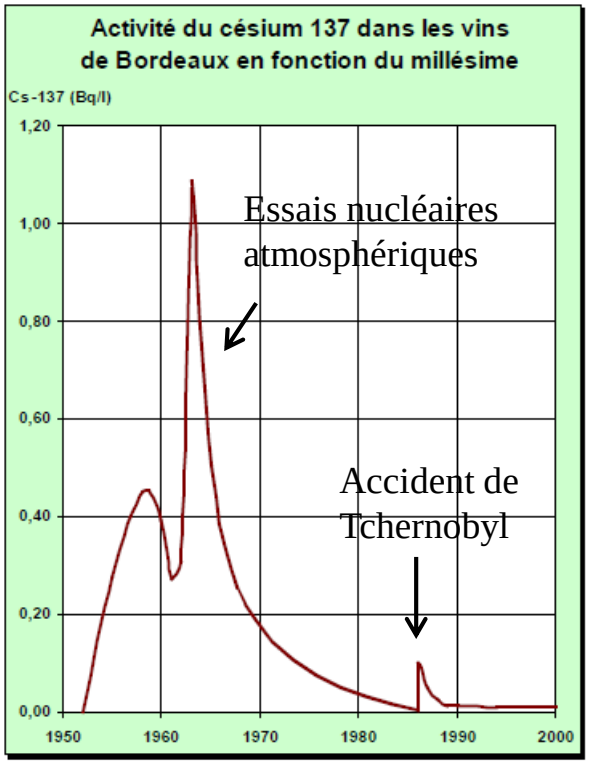
- Datation au carbone 14 : voir PC

Datation du vin

Principe :

Le principe de la datation radioactive est bien connu en archéologie avec l'utilisation du carbone 14, dont la teneur varie avec le temps. Dans le cas du vin, c'est un autre isotope radioactif, le césium 137 (demie vie de 30 ans), qui permet de dater le vin. Un vin antérieur aux années 50 ne doit pas contenir de césium 137. Par contre, les millésimes plus récents doivent présenter une teneur correspondant à l'année de production

$$^{137}_{55}C_s \xrightarrow[\beta^-]{30\,\text{ans}} {}^{137\text{m}}_{56}B_a \xrightarrow[\gamma]{26\ \text{min}} {}^{137}_{56}B_a$$



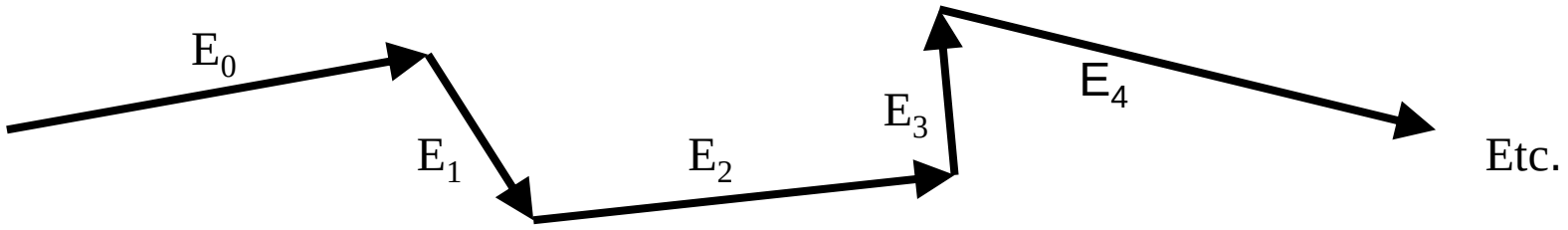
À retenir

- Fission
  - Énergie libérée
  - Matériaux fissiles, fertiles
  - Éléments d’un réacteur nucléaire
- Fusion
  - Critère de Lawson
- Effets de la radioactivité
  - Activité
  - Dose, dose équivalente
  - Datation

Annexe

- Modération des neutrons

Ralentissement des neutrons



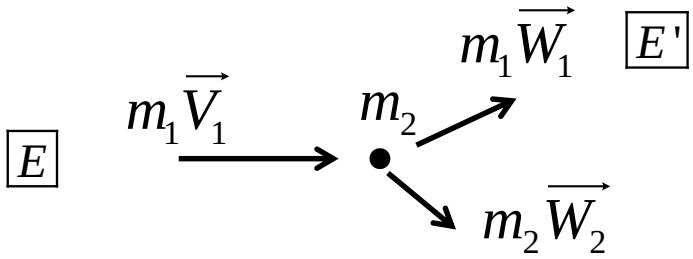
$$\frac{E_{n+1}}{E_n} = \frac{A^2 + 2A\cos\theta_{CM} + 1}{(A+1)^2} \Rightarrow \frac{E_N}{E_0} = \exp\left(N \left\langle \ln \frac{E_{n+1}}{E_n} \right\rangle \right)$$

$$\left\langle \ln \frac{E_{n+1}}{E_n} \right\rangle \simeq \int \ln\left(\frac{A^2 + 2A\cos\theta_{CM} + 1}{(A+1)^2} \right) d\Omega = -1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln\left(\frac{A+1}{A-1} \right)$$

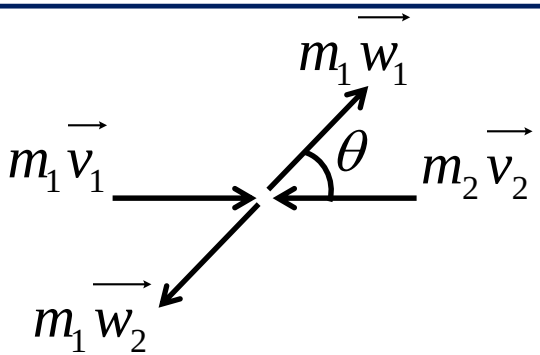
Pour ralentir les neutrons de $E_0 \approx 2$ MeV à $E_N = 0{,}025$ eV,
le nombre de collisions Ncol est :

- 18 pour l'eau
- 25 pour l'eau lourde
- 115 pour le graphite

Calcul de la modération des neutrons (1)



laboratoire (L)



centre de masse (CM)

Conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique (CM)

$$\left.\begin{array}{l} m_1\overrightarrow{v_1}+m_2\overrightarrow{v_2}=\vec{0}=m_1\overrightarrow{w_1}+m_2\overrightarrow{w_2}\Rightarrow\overrightarrow{v_2}=-\dfrac{m_1}{m_2}\overrightarrow{v_1}\text{ et }\overrightarrow{w_2}=-\dfrac{m_1}{m_2}\overrightarrow{w_1} \\ m_1v_1^2+m_2v_2^2=m_1w_1^2+m_2w_2^2 \end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases} v_1=w_1 \\ v_2=w_2 \end{cases}$$

Choix du repère (L) : $\overrightarrow{V_1}=V_1\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{W_1}=W_{1x}\overrightarrow{u_x}+\overrightarrow{W_{1T}}$

Changement de repère : $\begin{cases} V_1=v_{1x}+V_G \text{ avec : } (m_1+m_2)V_G=m_1V_1 \\ W_{1x}=w_{1x}+V_G=w_1\cos\theta+V_G \\ W_{1T}=w_{1T}=w_1\sin\theta=v_1\sin\theta \end{cases}$

Calcul de la modération des neutrons (2)

Soient E l'énergie initiale de la particule incidente et E' son énergie après diffusion :

$$E' = \frac{1}{2} m_1 W_1^2 = \frac{1}{2} m_1 \left[\left(\left(1 - \underbrace{\left\{ \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right\}}_{R} \right) \cos\theta V_1 + \frac{m_1}{m_1 + m_2} V_1 \right)^2 + \left(1 - \underbrace{\left\{ \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right\}}_{R} \right)^2 \sin^2\theta V_1^2 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{E'}{E} = \left[\left(1 + R^2 - 2R\right)\cos^2\theta + R^2 + 2R\left(1 - R\right)\cos\theta + \left(1 + R^2 - 2R\right)\sin^2\theta \right]$$

$$= \left[\left(1 + 2R^2 - 2R\right) + 2R\left(1 - R\right)\cos\theta \right]$$

Pour $\frac{m_2}{m_1} = A$, on obtient :

$$\frac{E'}{E} = 1 + \frac{2}{(1+A)^2} - \frac{2}{(1+A)} + \frac{2}{(1+A)}\left(1 - \frac{1}{(1+A)}\right)\cos\theta = \frac{A^2 + 2A\cos\theta + 1}{(1+A)^2}$$

Calcul de la modération des neutrons (3)

Dans le centre de masse, la diffusion peut être supposée isotrope :

$$\left\langle \log\frac{E'}{E}\right\rangle = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\log\frac{E'}{E}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\log\frac{E'}{E}\,\mathrm{d}\cos\theta$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\log\left(A^2+2Au+1\right)\mathrm{d}u - 2\log\left(1+A\right)$$

On pose : $v = A^2+2Au+1 \quad ; \quad \mathrm{d}v = 2A\mathrm{d}u$

$$\left\langle \log\frac{E'}{E}\right\rangle = \frac{1}{4A}\left[v\log v - v\right]_{(A-1)^2}^{(A+1)^2} - 2\log\left(A+1\right)$$

$$= \frac{1}{4A}\left[2\left(A^2+2A+1\right)\log\left(A+1\right)-\left(A+1\right)^2-2\left(A^2-2A+1\right)\log\left(A-1\right)+\left(A-1\right)^2\right]-2\log\left(A+1\right)$$

$$= \frac{1}{2A}\left[\left(A^2+2A+1\right)\log\left(A+1\right)-\left(A^2-2A+1\right)\log\left(A-1\right)-2A\right]-2\log\left(A+1\right)$$

On obtient finalement : $\boxed{\left\langle \log\frac{E'}{E}\right\rangle = -1+\frac{\left(A-1\right)^2}{2A}\log\left(\frac{A+1}{A-1}\right)}$