

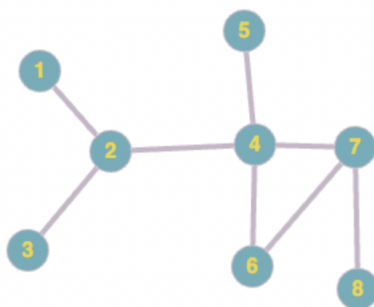
Домашнее задание 1

Глубинное обучение в анализе графовых данных.

Вариант 3.

1 Задание 1. Анализ графа. (2 балла)

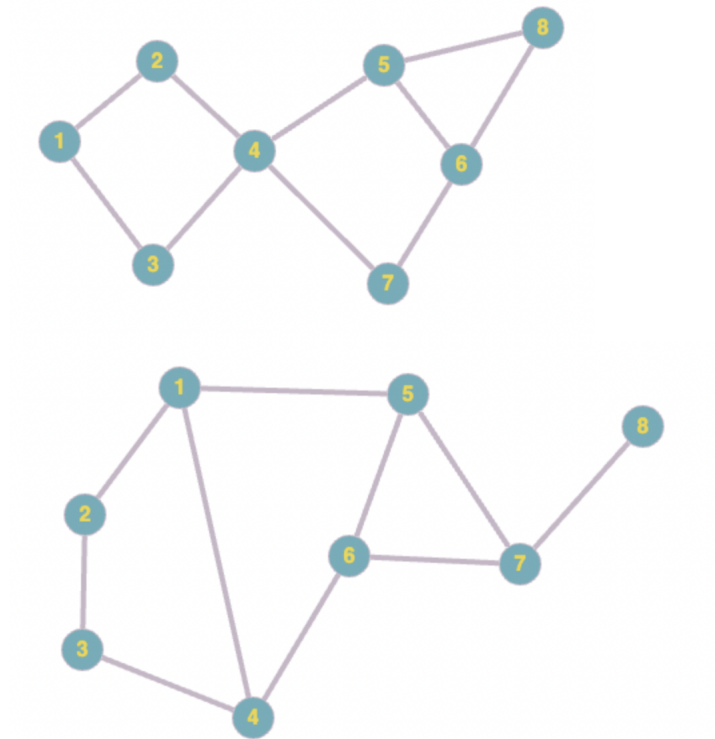
Дан текущий граф.



1. Выпишите матрицу смежности
2. Для всех вершин посчитайте степени.
3. Посчитайте меры центральности (с помощью собственных значений, с помощью близости, с помощью соседства), коэффициент кластеризации для вершин 1, 4, 8
4. Для пар вершин 13, 45, 48 посчитайте на статистики локального пересечения (по общим соседям, коэффициент Жаккара, индекс Адамика-Адара)
5. Посчитайте GDV размера 3 для вершин 1, 4, 7

2 Задание 2. Подсчет ядер.(2 балла)

Даны 2 графа.



1. Посчитайте графлетово ядро размера 3 (максимальный размер графлета - 3).

2. Посчитайте WL_3 ядро (3 итерации алгоритма).

Для этой задачи вы можете написать программу. Нельзя использовать какие-то готовые реализации подсчета ядер. В качестве результата в этом случае нужно представить код и получившиеся векторы для каждого из графов.

3 Задание 3. Свойства репрезентативности декодеров. (1 балл)

Дан декодер.

$$\langle z_u, r_\tau, z_v \rangle$$

Проверьте декодер на свойства (симметричность, анти-симметричность, инверсивность, композитность)

4 Задание 4. Доказательство ядерности. (3 балла)

Докажите, что WL ядро, является ядром.

5 Задание 5. PageRank. (2 балла)

Вспомним, что на лекции 4 мы получили задачу PageRank в виде

$$r = Gr,$$

где

$$G = \beta Mr + (1 - \beta) \left[\frac{1}{N} \right]_{NxN}$$

$\left[\frac{1}{N} \right]_{NxN}$ - матрица, в каждой ячейке которой $\frac{1}{N}$, N - количество страниц в сети

Докажите, что

$$r = \beta Mr + \frac{1 - \beta}{N} 1_N$$

1_N - вектор из 1 размера N

6 Дополнительное задание. Индекс Каца

Напомним индекс Каца для подсчета статистики глобального пересечения

$$S_{Katz}[u, v] = \sum_{i=1}^{\infty} \beta^i A^i[u, v]$$

Считать бесконечное произведение достаточно проблематично, хотелось бы переписать в какой-то аналитический вид. Попробуйте получить полную матрицу Каца в аналитической форме.

Указание. Докажите и воспользуйтесь следующей теоремой.

Теорема. Пусть X - квадратная матрица из \mathbb{R} . Пусть λ_1 - наибольшее собственное значение X . Тогда

$$(I - X)^{-1} = \sum_{i=1}^{\infty} X^i$$

Тогда и только тогда, если $\lambda_1 \leq 1$ и $(I - X)$ - невырожденная