

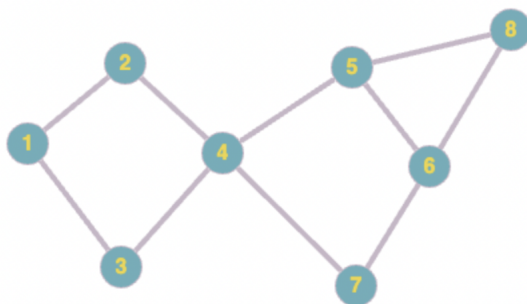
# Домашнее задание 1

Глубинное обучение в анализе графовых данных.

Вариант 1.

## 1 Задание 1. Анализ графа. (2 балла)

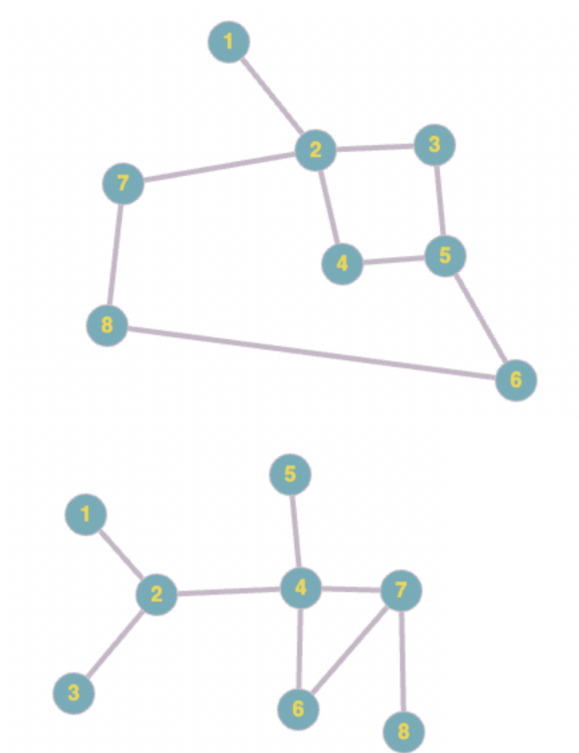
Дан текущий граф.



1. Выпишите матрицу смежности
2. Для всех вершин посчитайте степени.
3. Посчитайте меры центральности (с помощью собственных значений, с помощью близости, с помощью соседства), коэффициент кластеризации для вершин 1, 4, 8
4. Для пар вершин 13, 45, 48 посчитайте на статистики локального пересечения (по общим соседям, коэффициент Жаккара, индекс Адамика-Адара)
5. Посчитайте GDV размера 3 для вершин 4, 5, 8

## 2 Задание 2. Подсчет ядер. (2 балла)

Даны 2 графа.



1. Посчитайте графлетово ядро размера 3 (максимальный размер графлета - 3).

2. Посчитайте  $WL_3$  ядро (3 итерации алгоритма).

Для этой задачи вы можете написать программу. Нельзя использовать какие-то готовые реализации подсчета ядер. В качестве результата в этом случае нужно представить код и получившиеся векторы для каждого из графов. 2

### 3 Задание 3. Свойства репрезентативности декодеров. (1 балл)

Дан декодер.

$$-||g_{1,\tau}(z_u) + r_\tau - g_{2,\tau}(z_v)||, \text{ где } g_{1,\tau}, g_{2,\tau} : R^d \rightarrow R^d$$

Проверьте декодер на свойства (симметричность, анти-симметричность, инверсивность, композиитность)

#### 4 Задание 4. Доказательство ядерности. (3 балла)

Докажите, что графлетово ядро, является ядром.

#### 5 Задание 5. PageRank. (2 балла)

Вспомним, что на лекции 4 мы получили задачу PageRank в виде

$$r = Gr,$$

где

$$G = \beta Mr + (1 - \beta) \left[ \frac{1}{N} \right]_{NxN}$$

$\left[ \frac{1}{N} \right]_{NxN}$  - матрица, в каждой ячейке которой  $\frac{1}{N}$ , N - количество страниц в сети

Докажите, что

$$r = \beta Mr + \frac{1 - \beta}{N} 1_N$$

$1_N$  - вектор из 1 размера N

#### 6 Дополнительное задание. Индекс Каца

Напомним индекс Каца для подсчета статистики глобального пересечения

$$S_{Katz}[u, v] = \sum_{i=1}^{\infty} \beta^i A^i[u, v]$$

Считать бесконечное произведение достаточно проблематично, хотелось бы переписать в какой-то аналитический вид. Попробуйте получить полную матрицу Каца в аналитической форме.

Указание. Докажите и воспользуйтесь следующей теоремой.

Теорема. Пусть X - квадратная матрица из R. Пусть  $\lambda_1$  - наибольшее собственное значение X. Тогда

$$(I - X)^{-1} = \sum_{i=1}^{\infty} X^i$$

Тогда и только тогда, если  $\lambda_1 \leq 1$  и  $(I - X)$  - невырожденная