Xətti cəbr. Misallar.

21. Verilmiş matrisin rangını hesablayın: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & \lambda \\ 2 & -1 & 4 & 5 \\ 1 & -4 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

1) 2-ci sətir $-$ 2·(1-ci sətir):

$2-2\cdot 1=0$

$-1-2\cdot 2=-1-4=-5$

$4-2\cdot 0=4$

$5-2\cdot\lambda=5-2\lambda$

Yeni 2-ci sətir: $[0,-5,4,5-2\lambda]$

2) 3-cü sətir $-$ 1-ci sətir:

$1-1=0$

$-4-2=-6$

$3-0=3$

$3-\lambda$.

Yeni 3-cü sətir:

$[0,-6,3,3-\lambda]$

Bu əməllər üzərindəki yeni matris.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & \lambda \\ 0 & -5 & 4 & 5-2\lambda \\ 0 & -6 & 3 & 3-\lambda \end{vmatrix}$$

3) 3-cü sətir $-\left(\frac{6}{5}\right)\cdot$(2-ci sətir);

$-6-\left(-5\cdot\frac{6}{5}\right)=-6+6=0$

$3-\left(4\cdot\frac{6}{5}\right)=3-\frac{24}{5}=-\frac{9}{5}$

$(3-\lambda)-(5-2\lambda)\cdot\frac{6}{5}$ $\rightarrow$ Əgər bu sonuncu sətirdə bütün elementlər sıfır deyilsə, matrisin rangı 3 olacaq. Əgər 3-cü sətir sıfır olarsa, rang 2 olar.

22. $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & \lambda \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ matrisində a_{23} elementinin tamamlayıcı minorunu tapın.

$$M_{23}=\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}=2\cdot 2-(-5)\cdot 4=4+20=24$$

$$A_{23}=(-1)^{2+3}\cdot M_{23}=(-1)^5\cdot 24=-24$$

(23) $A=\begin{pmatrix}3 & \lambda\\ 1 & -3\end{pmatrix}$ və $B=\begin{pmatrix}4 & -1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ matrislərin hasilini tapın və $AB=BA$ bərabərliyi yoxlayın.

$$AB=\begin{pmatrix}3\cdot 4+\lambda\cdot 3 & 3\cdot(-1)+\lambda\cdot 2\\ 1\cdot 4+(-3)\cdot 3 & 1\cdot(-1)+(-3)\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12+3\lambda & -3+2\lambda\\ -5 & -7\end{pmatrix}$$

$$BA=\begin{pmatrix}4 & -1\\ 3 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & \lambda\\ 1 & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\cdot 3+(-1)\cdot 1 & 4\cdot\lambda+(-1)\cdot(-3)\\ 3\cdot 3+2\cdot 1 & 3\cdot\lambda+2\cdot(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11 & 4\lambda+3\\ 11 & 3\lambda-6\end{pmatrix}$$

$AB \neq BA$

(24). Aşağıdakı matrisin tərsini tapın:

$\begin{pmatrix}-1 & \lambda\\ 5 & 0\end{pmatrix}$ $\quad \det(A)=(-1)\cdot 0-\lambda\cdot 5=-5\lambda$

$A^{-1}=\dfrac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix}d & -b\\ -c & a\end{pmatrix} \rightarrow$ $a=-1,\ b=\lambda$, $c=5,\ d=0$ $\rightarrow$ Düstura əsasən.

$\det(A)=-5\lambda \quad A^{-1}=\dfrac{1}{-5\lambda}\cdot\begin{pmatrix}0 & -\lambda\\ -5 & -1\end{pmatrix} \quad A^{-1}=\begin{pmatrix}0 & \frac{\lambda}{5\lambda}\\ \frac{1}{\lambda} & \frac{1}{5\lambda}\end{pmatrix}=$

$=\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{5}\\ \frac{1}{\lambda} & \frac{1}{5\lambda}\end{pmatrix}$

(25) Verilmiş matrisin rangını və baziş minorunu tapın. Rang, determinantı sıfır olmayan ən böyük kvadrat alt-matrisdir.

$$\begin{pmatrix}\lambda & -3 & -1\\ -2 & 7 & 2\\ 3 & 2 & -4\end{pmatrix}$$

$\det=\lambda(7\cdot(-4)-2\cdot 2)-(-3)(-2\cdot(-4)-2\cdot 3)+$
$+(-1)(-2\cdot 2-7\cdot 3) \quad \det=\lambda(-28-4)-(-3)(8-6)+(-1)(-4-21)$.

$\det=(-32\lambda+6+25 \quad \det=-32\lambda+31$

əgər $\det\neq 0$, yəni $\lambda\neq 31/32$, onda rang $=3$, baziş minor matrisin özüdür
əgər $\lambda=31/32$, determinant 0 olar
böyük minor sıfır, o zaman an rang <3

2×2 alt-matrislərdən determinantı sıfır olmayanını tapmalıyıq $\rightarrow$ o biri baziş minor dur

(26). $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ olduqda, A^{λ}-nı hesablayın.

Əvvəlcə matrisin kvadratını tapırıq: $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 1\cdot1+1\cdot0 & 1\cdot1+1\cdot0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = A$

$A^2 = A$, $A^3 = A^2 \cdot A = A \cdot A = A$, və s. $A^{\lambda} = A$ (bütün natural $\lambda \geq 1$ üçün)

(27). $A = (1; 0; -1)$; $B = (2; 0; \lambda)$, $C = (3; 0; -3)$ təpə nöqtələrinin əmələ gətirdiyi üçbucağın sahəsini tapın.

$S = \frac{1}{2} \cdot \| \vec{AB} \times \vec{AC} \| \Rightarrow |\lambda + 1|$

$\vec{AB} = B - A = (2-1, 0-0, \lambda - (-1)) = (1, 0, \lambda+1)$

$\vec{AC} = C - A = (3-1, 0-0, -3-(-1)) = (2, 0, -2)$

$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & \lambda+1 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = i(0\cdot(-2) - (\lambda+1)\cdot 0) - j(1\cdot(-2) - (\lambda+1)\cdot 2) +$
$+ k(1\cdot 0 - 0\cdot 2) = i(0) - j(-2-2\lambda-2) + k(0) = j\cdot(2+2\lambda)$

$\vec{AB} \times \vec{AC} = (0, 2+2\lambda, 0)$ $\quad \|\vec{AB} \times \vec{AC}\| = |2+2\lambda| \Rightarrow S = \frac{1}{2}\cdot|2+2\lambda| = |\lambda+1|$

(28). Təpə nöqtələri, $A = 3i - 2j - k$, $B = 2i + 3j - 4k$, $C = -i + j + 2k$, $D = 4i + 5j + \lambda k$ olan paralelepipedin həcmini tapın.

$V = |\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD})|$

$\vec{AB} = B - A = (2-3, 3-(-2), -4-(-1)) = (-1, 5, -3)$

$\vec{AC} = C - A = (-1-3, 1-(-2), 2-(-1)) = (-4, 3, 3)$

$\vec{AD} = D - A = (4-3, 5-(-2), \lambda-(-1)) = (1, 7, \lambda+1)$

$\vec{AC} \times \vec{AD} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -4 & 3 & 3 \\ 1 & 7 & \lambda+1 \end{vmatrix}$

$$\left.\begin{aligned} &\det(i) = (\lambda+1)\cdot 3 - 3\cdot 7 = 3\lambda + 3 - 21 = 3\lambda - 18 \\ &\det(j) = -(-4\cdot(\lambda+1) - 3\cdot 1) = 4\lambda + 7. \\ &\det(k) = -4\cdot 7 - 3\cdot 1 = -28 - 3 = -31 \end{aligned}\right\} \vec{AC} \times \vec{AD} = (3\lambda - 18, 4\lambda + 7, -31)$$

$\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD}) = (-1, 5, -3) \cdot (3\lambda - 18, 4\lambda + 7, -31) = -1\cdot(3\lambda - 18) + 5\cdot(4\lambda + 7) +$
$+ (-3)\cdot(-31) = -3\lambda + 18 + 20\lambda + 35 + 93 = 17\lambda + 146.$

29 Verilmiş A matrisi üçün c-nin hansı qiymətlərində λA matrisi qeyri məxsusi matris olar.

λA qeyri-məxsusi matris olması üçün $\det(\lambda A) = 0$ olmalıdır.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -c \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & c & -4 \end{pmatrix}$$

$\lambda A \Rightarrow$ hər bir element λ-a vurulur

$$\lambda A = \begin{vmatrix} 2\lambda & 0 & -c\lambda \\ -\lambda & 3\lambda & \lambda \\ 0 & c\lambda & -4\lambda \end{vmatrix}$$

$$\det(\lambda A) = 2\lambda \cdot (3\lambda \cdot (-4\lambda) - \lambda \cdot c\lambda) - 0 + (-c\lambda) \cdot (-\lambda \cdot c\lambda - 3\lambda \cdot 0) =$$

$$= 2\lambda(-12\lambda^2 - c\lambda^2) + (-c\lambda)(-\lambda^2 c) = 2\lambda(-12\lambda^2 - c\lambda^2) + c\lambda^3 \cdot c =$$

$$= -24\lambda^3 - 2c\lambda^3 + c^2\lambda^3 \qquad \det(\lambda A) = \lambda^3(-24 - 2c + c^2) = 0$$

$$\lambda^3(c^2 - 2c - 24) = 0 \quad c^2 - 2c - 24 = 0 \quad (c-6)(c+4) = 0 \quad c_1 = 6 \quad c_2 = -4$$

λA matrisi qeyri-məxsusi olar yalnız $c = 6$ və ya $c = -4$ olduqda.

30 $\vec{a}$ və $\vec{b}$ vektorları $\beta = \frac{5\pi}{6}$ bucağını əmələ gətirirlər. $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, olarsa $(\vec{a}\vec{b})^\lambda$-nı hesablayın.

Skalyar hasil: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\beta) = 1 \cdot 2 \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Nəticədə: $(\vec{a} \cdot \vec{b})^\lambda = (-\sqrt{3})^\lambda$

31 t-dəyişəninin hansı qiymətində verilmiş matris cırlaşan matrisdir.

$$A = \begin{bmatrix} \lambda t & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Cırlaşan matris olması üçün $\det(A) = 0$ olmalıdır.

$\det(A) = \lambda t \cdot 1 - 4 \cdot 2 = \lambda t - 8$

$\lambda t - 8 = 0 \quad \lambda t = 8 \quad t = 8/\lambda \Rightarrow$ olduqda cırlaşır.

32 $\vec{a}$ və $\vec{b}$ vektorları $\beta = \pi$ bucağını əmələ gətirirlər. $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, olarsa $(\vec{a}\vec{b})^\lambda$-nı hesablayın.

Skalyar hasil: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\beta = 3 \cdot 5 \cdot \cos\pi = 3 \cdot 5 \cdot (-1) = -15$

$\cos\beta = \cos\pi = -1$

Nəticə: $(\vec{a} \cdot \vec{b})^\lambda = (-15)^\lambda$

(33) R_2 fəzasında $x=(\lambda;\lambda+2)$ vektorunun $(2;-1)$ və $(3;4)$ bazisi üzrə ayrılışının koordinatlarını tapın. $x=a\cdot v_1+b\cdot v_2$

1) Tənlik sistemi quraq: $(\lambda,\lambda+2)=a(2,-1)+b(3,4)$

$\lambda=2a+3b \quad \lambda+2=-a+4b$

2) Tənlikləri həll edirik: $(\lambda+2)-\lambda=(-a+4b)-(2a+3b) \quad 2=-3a+b \quad b=2+3a$

b-ni tənlikdə yerinə qoyaq: $\lambda=2a+3(3a+2)=2a+9a+6=11a+6$

$\lambda=11a+6 \quad a=(\lambda-6)/11 \quad b=3a+2=\frac{3(\lambda-6)}{11}+2=\frac{(3\lambda-18+22)}{11}=\frac{3\lambda+4}{11}$

x vektorunun koordinatları bu bazis üzrə:

$(a,b)=\left(\frac{(\lambda-6)}{11},\frac{3\lambda+4}{11}\right)$

(34) 2-dərəcəli elə $f(t)$ çoxhədlisi tapın ki, aşağıdakı şərtləri ödəsin:

$f(\lambda)=-2\lambda,\ f(1)=-2,\ f(3)=-2 \qquad f(t)=at^2+bt+c$

$f(1)=-2\rightarrow a+b+c=-2$

$f(3)=-2\rightarrow 9a+3b+c=-2$

$f(\lambda)=-2\lambda\rightarrow a\lambda^2+b\lambda+c=-2\lambda$

1 və 2-ni çıxaq: $(9a+3b+c)-(a+b+c)=-2-(-2) \quad 8a+2b=0 \quad b=-4a$

1-dən c-i tapaq: $a+b+c=-2 \quad a-4a+c=-2 \quad -3a+c=-2 \quad c=3a-2$

3-cü tənliyə a, b, c-i qoyaq: $a\lambda^2-4a\lambda+3a-2=-2\lambda$ → sağ və sol tərəfi bərabər lazımdır

λ^2: $a=0 \quad \lambda$: $-4a=-2 \quad a=0,5$ sabit: $3a-2=0 \quad a=2/3$.

Buradan a üçün fərqli dəyərlər alırıq. Yeganə uyğunluq üçün bu üç bərabərliyin eyni anda ödənməsi şərtdir.

Yeganə uyğun dəyər $a=0$ olanda λ^2-li itir və $f(t)$ artıq 1-ci dərəcəli olar. Amma $f(t)$ 2-ci dərəcəli olmalıdır.

Deməli, belə bir 2-ci dərəcəli çoxhədli yoxdur ki, $f(\lambda)=-2\lambda$, $f(1)=-2$, $f(3)=-2$ şərtlərinin hamısını eyni vaxtda ödəsin.

35. Verilmiş $Ax = (x_1 + 2x_2 + 6x_3;\ \lambda x_2;\ x_1 - 3x_3)$ matrisi üçün məxsusi ədədləri tapın.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

Məxsusi ədədləri tapmaq üçün:

$\det(A - \lambda I) = 0$

2-ci sətir $= 0$

Determinant həmişə sıfırdır.

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & 6 \\ 0 & \lambda-\lambda & 0 \\ 1 & 0 & -3-\lambda \end{vmatrix}$$

Bu o deməkdir ki, matris $A - \lambda I$ cırlaşır, amma bizə fərqli λ-lar üçün $\det = 0$ dan hallar lazımdır.

Amma burada qarışıqlıq var: həm matrisi A-da λ var, həm də məxsusi ədəd λ adlanır. Bu qarışıqlığın qarşısını almaq üçün A matrisindəki parametri başqa hərflə adlandıraq, məsələn a.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 0 & a & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & 6 \\ 0 & a-\lambda & 0 \\ 1 & 0 & -3-\lambda \end{vmatrix}$$

$$\det = (a-\lambda)\cdot \det\begin{vmatrix} 1-\lambda & 6 \\ 1 & -3-\lambda \end{vmatrix} = (a-\lambda)\cdot\left[(1-\lambda)(-3-\lambda) - 6\cdot 1\right] = (a-\lambda)\cdot[(-3-\lambda)(1-\lambda) - 6] =$$

$$= (a-\lambda)\cdot[(-3)(1-\lambda) - \lambda(1-\lambda) - 6] = (a-\lambda)[-3+3\lambda-\lambda+\lambda^2-6] = (a-\lambda)(\lambda^2+2\lambda-9)$$

Məxsusi ədəd üçün tənlik:

$(a-\lambda)(\lambda^2+2\lambda-9) = 0 \qquad \lambda = a \quad \lambda = -1 \pm \sqrt{10}$

Bunlar matris A-nın məxsusi ədədləridir.

36. Aşağıda verilmiş vektor altfəzasının bazisini və ölçüsünü tapın.

$M = (\lambda x + y + z;\ x;\ x - y;\ z \mid x, y, z \in R) \subseteq R^4$

Vektoru x, y, z parametrləri ilə ifadə edək: $M = x(\lambda,1,1,0) + y(1,0,-1,0) + z(1,0,0,1)$

$$B = \begin{vmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Əgər bu 3 vektor xətti asılı deyilsə (yəni biri digərinin xətti birləşməsi deyilsə), deməli, onlar baza təşkil edir və ölçü $= 3$.

Xətti asılılığı yoxlayırıq:

$a v_1 + b\cdot v_2 + c\cdot v_3 = 0$

Tənlikləri qururuq:

I koordinat: $a\lambda + b\cdot 1 + c\cdot 1 = 0 \qquad a\lambda + b + c = 0$

II koordinat: $a\cdot 1 + b\cdot 0 + c\cdot 0 = 0 \qquad a = 0$

III koordinat: $a\cdot 1 + b\cdot(-1) + c\cdot 0 = 0 \qquad a - b = 0$

IV koordinat: $a\cdot 0 + b\cdot 0 + c\cdot 1 = 0 \qquad c = 0.$

$\Big\}\ 0 - b = 0 \quad b = 0 \quad a\lambda + b + c = 0 \quad 0 + 0 + 0 = 0$

Yeganə həll $a = b = c = 0$ olduğuna görə, bu vektorlar xətti müstəqildir, və altfəzanın ölçüsü $= 3$

37. Hörner sxemindən istifadə edərək $f(x)=2x^3+3x^2+x+\lambda$ çoxhədlisinin $x=3$ nöqtəsindəki qiymətini tapın.

Əmsallar: $2 \quad 3 \quad 1 \quad \lambda \quad (x^3 \; x^2 \; x^1 \; x^0)$

Hörner sxemini qururuq ($x=3$ üçün):

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & 3 & 1 & \lambda \\ 3 & & 6 & 27 & 84 \\ \hline & 2 & 9 & 28 & \lambda+84 \end{array}$$

izahı:

əvvəlcə 2-i aşağı salırıq.

$3\cdot 2=6 \to$ 3-ə əlavə edirik: $3+6=9$

$3\cdot 9=27 \to$ 1-ə əlavə edirik: $1+27=28$

$3\cdot 28=84 \to$ λ-a əlavə edirik: $\lambda+84$

Nəticə olaraq: $f(3)=\lambda+84$.

38. Aşağıdakı tənliklər sistemini Kramer qaydası ilə həll edin: $\begin{cases} \lambda x+2y=16 \\ x+y=1 \end{cases}$

$A\cdot X=B \quad A=\begin{vmatrix} \lambda & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \quad X=\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} \quad B=\begin{vmatrix} 16 \\ 1 \end{vmatrix}$

Determinantları tapırıq:

$Det_A=\begin{vmatrix} \lambda & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=\lambda-2 \quad Det_X=\begin{vmatrix} 16 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=16-2=14 \quad Det_Y=\begin{vmatrix} \lambda & 16 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=\lambda-16$

Kramer qaydası ilə həll edirik:

$x=Det_X / Det_A = 14/(\lambda-2) \qquad y=Det_Y / Det_A=(\lambda-16)/(\lambda-2) \quad \lambda\neq 2$ olduq

39. a-nın hansı qiymətində $\begin{pmatrix} a & -1 \\ 2a-1 & \lambda \end{pmatrix} X=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ tənliyinin həlli yoxdur

det $A=0$ olduqda tənliyin həlli yoxdur

$\det(A)=\begin{vmatrix} a & -1 \\ 2a-1 & \lambda \end{vmatrix}=a\cdot\lambda-(-1)(2a-1)=a\lambda+2a-1$

$a\lambda+2a-1=0 \quad a(\lambda+2)=1 \quad a=1/(\lambda+2)$ olduqda tənliyin həlli yoxdur

40. Hörner sxemindən istifadə edərək $f(x)=2x^3+3x^2+x+\lambda$ çoxhədlisinin $(x-2)$ çoxhədlisinə bölünməsindən alınan qismət və qalığı tapın.

Əmsallar: $2 \quad 3 \quad 1 \quad \lambda \quad (x^3 \; x^2 \; x^1 \; x^0) \quad x=2$

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & 3 & 1 & \lambda \\ 2 & & 4 & 14 & 30 \\ \hline & 2 & 7 & 15 & \lambda+30 \end{array}$$

qismət çoxhədlisi: $2x^2+7x+15$.

qalıq: $\lambda+30$.

Nəticə.

Sxemi qurmağın izahı:

ilk öncə 2-i aşağı salırıq.

$2\cdot 2=4 \to$ 3-ə əlavə edirik: $4+3=7$

$2\cdot 7=14 \to$ 1-ə əlavə edirik: $1+14=15$

$2\cdot 15=30 \to$ λ-a əlavə edirik: $\lambda+30$

(41) Aşağıdakı tənliklər sistemini Kramer qaydası ilə həll edin: $\begin{cases} \lambda x + 3y = 8 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$

$A \cdot X = B \quad A = \begin{vmatrix} \lambda & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} \quad X = \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 8 \\ 2 \end{vmatrix}$

Determinantları tapırıq:

$Det(A) = \begin{vmatrix} \lambda & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = -\lambda - 12 \quad Det(X) = \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -8 - 6 = -14 \quad Det(Y) = \begin{vmatrix} \lambda & 8 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 2\lambda - 32$

Kramer qaydası ilə həll edirik:

$x = Det_X / Det_A = -14 / (-\lambda - 12) = 14 / (\lambda + 12)$

$y = Det_Y / Det_A = (2\lambda - 32) / (-\lambda - 12) = (32 - 2\lambda) / (\lambda + 12)$ $\lambda \neq -12$ olduqda

(42) a-nın hansı mümkün qiymətlərində $\begin{pmatrix} -1 & a\lambda & 3 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ matrisinin tərsi yoxdur?

Biz matrisin tərsi yalnız determinantı sıfır olmayan halda mövcuddur. Yəni $Det(A) = 0$ olduqda tərsi yoxdur.

$Det(A) = -1 \cdot det \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} - a\lambda \cdot det \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -4 \end{vmatrix} + 3 \cdot det \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} = -1 \cdot 0 - a\lambda \cdot (-12 - (-4)) + 3 \cdot 0 = 8a\lambda \quad Det(A) = 0 \quad 8a\lambda = 0$

A-nın tərsi olmaması üçün ya $a = 0$, ya da $\lambda = 0$ olmalıdır

(43) Aşağıdakı kvadratik formanın matrisini tapın:

$-\lambda x_2^2 + 4x_1x_2 + 10x_1x_3 - 6x_2x_3$

Əmsallar:

$a_{11} = 0 \quad a_{12} = a_{21} = 4/2 = 2$

$a_{22} = -\lambda \quad a_{13} = a_{31} = 10/2 = 5$

$a_{33} = 0 \quad a_{23} = a_{32} = -6/2 = -3$

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 2 & -\lambda & -3 \\ 5 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

(44) Aşağıdakı kvadratik formanın matrisini tapın:

$x_1^2 + \lambda x_2^2 - 5x_3^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 6x_2x_3$

Əmsallar:

$a_{11} = 1 \quad a_{12} = a_{21} = 4/2 = 2$

$a_{22} = \lambda \quad a_{13} = a_{31} = 8/2 = 4$

$a_{33} = -5 \quad a_{23} = a_{32} = -6/2 = -3$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & \lambda & -3 \\ 4 & -3 & -5 \end{vmatrix}$$

(45) Laqranj üsulunun köməyi ilə aşağıdakı kvadratik formanı kanonik şəklə gətirin; $x_1^2 + \lambda x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3$

İlk öncə kvadratik formanın matrisini qururuq:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & \lambda & 0 \\ -2 & 0 & -4 \end{vmatrix}$$

Matris simmetrikdir. So laqranj üsulu üçün uyğundur.

$$x_1^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 = (x_1 + x_2 - 2x_3)^2 - x_2^2 - 4x_3^2 - 4x_2x_3$$

$$Q(x) = (x_1 + x_2 - 2x_3)^2 - x_2^2 - 4x_3^2 + \lambda x_2^2 = (x_1 + x_2 - 2x_3)^2 + (\lambda - 1)x_2^2 - 4x_3^2$$

Kanonik forma:

$Q(y) = y_1^2 + (\lambda - 1)y_2^2 - 4y_3^2$ Burada $y_1 = x_1 + x_2 - 2x_3$

(46) Yakobi üsulunun köməyi ilə aşağıdakı kvadratik formanı kanonik şəklə gətirin: $x_1^2 + \lambda x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & \lambda & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$D_1 = |1| = 1$

$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \lambda \end{vmatrix} = \lambda - 1$

$D_3 = 1 \cdot (2\lambda - 1) - 1 \cdot (2 - 1 \cdot 0) =$
$= 1 \cdot (2\lambda - 1) - 2 = 2\lambda - 3$

$a_1 = \frac{D_1}{1} = 1$ $a_2 = \frac{D_2}{D_1} = \frac{\lambda - 1}{1} = \lambda - 1$ $a_3 = \frac{D_3}{D_2} = \frac{2\lambda - 3}{\lambda - 1}$

$q = a_1 y_1^2 + a_2 y_2^2 + a_3 y_3^2 \Rightarrow q = y_1^2 + (\lambda - 1)y_2^2 + \left(\frac{2\lambda - 3}{\lambda - 1}\right)y_3^2$

(47) Matrisinin xarakteristik çoxhədlisini yazın.

Xarakteristik çoxhədli üçün $\det(A - tI) = 0$

$$A = \begin{vmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & \lambda \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \quad \det(A - tI) = \begin{vmatrix} 5-t & 6 & -3 \\ -1 & -t & \lambda \\ 1 & 2 & -1-t \end{vmatrix} =$$

$= (5-t) \cdot [(-t)(-1-t) - 2\lambda] - 6 \cdot [(-1) \cdot (-1-t) - \lambda] - 3[(-1) \cdot 2 - (-t) \cdot 1] = (5-t)(t^2 + t - 2\lambda) -$
$-6(t + 1 - \lambda) - 3(t - 2)$ $\Rightarrow$ xarakteristik çoxhədli.

1) $(-t)(-1-t) - 2\lambda = t \cdot (t+1) - 2\lambda = t^2 + t - 2\lambda$

2) $(-1)(-1-t) - \lambda = 1 \cdot (1 + t) - \lambda = 1 + t - \lambda$

3) $(-1) \cdot 2 - (-t) \cdot 1 = -2 + t = t - 2$.

(48) $A = \begin{pmatrix} \lambda & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ matrisi verilib A^2 matrisinin xassusi ədədlərini və vektorlarını tapın.

$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} \lambda & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda^2+12 & 4\lambda \\ 3\lambda & 12 \end{pmatrix}$

A^2 matrisinin məxsusi ədədləri tapmaq üçün! xarakteristik ənənəli: $\det(A^2 - tI) = 0$

$A^2 - tI = \begin{pmatrix} \lambda^2+12-t & 4\lambda \\ 3\lambda & 12-t \end{pmatrix}$

Determinat: $(\lambda^2+12-t)(12-t) - 12\lambda = 0$ məxsusi ədədlər bu bərabərliyin kökləridir.

t-ə qiymət tapırıq və $(A^2 - tI) \cdot X = 0. \Rightarrow \begin{pmatrix} \lambda^2+12-t & 4\lambda \\ 3\lambda & 12-t \end{pmatrix} \cdot X = 0.$

$\begin{cases} (\lambda^2+12-t) \cdot x_1 + 4\lambda \cdot x_2 = 0 \\ (3\lambda \cdot x_1 + (12-t) \cdot x_2 = 0 \end{cases}$

x_1 və x_2 -ə aldığımız qiymətlər, t-ə qoyduğumuz qiymət üçün məxsusi vektordur

(49) Aşağıdakı bərabərliklər sistemini Qauss üsulu ilə həll edin: $\begin{cases} \lambda x + y = 6 \\ 2x + 3y = 7. \end{cases}$

Genişlənmiş matrisi yazırıq: $\left[\begin{array}{cc|c} \lambda & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 7 \end{array} \right]$

1) x-i sıradan çıxarırıq.

1. sətri $[\lambda \ 1 | 6]$

2. sətrə: $R_2 \leftarrow R_2 - (2/\lambda) \cdot R_1$

Yeni 2-ci sətr:

$\Rightarrow$ x-əmsalı: $2 - (2/\lambda) \cdot \lambda = 0$

y-əmsalı: $3 - (2/\lambda) \cdot 1 = 3 - 2/\lambda$

sağ tərəf: $7 - (2/\lambda) \cdot 6 = 7 - 12/\lambda$

Yeni sistem:

$\begin{cases} \lambda x + y = 6 \\ (3 - 2/\lambda) y = 7 - 12/\lambda \end{cases}$

2) y-i tapırıq: əgər $\lambda \neq 0$ və $3 - 2/\lambda \neq 0$ isə: $y = (7 - 12/\lambda) / (3 - 2/\lambda)$

3) y-i yerinə qoyub x-i tapırıq: $x = (6 - y)/\lambda$

(50) Aşağıda verilmiş v_1, v_2, v_3 vektorları R^3 fəzası üçün bazisdirmi?

$v_1 = (1; -3; 5)$ $v_2 = (2; -4; 2)$ $v_3 = (-1; 2; \lambda)$

Bazis olması üçün bu vektorlar xətti müstəqil olmalıdır, yəni determinantları sıfırdan fərqli olmalıdır. Matrisin determinantını tapırıq: $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & \lambda \end{vmatrix}$

$\det = 1 \cdot (-4\lambda - 4) - (-3)(2\lambda - 2 \cdot (-1)) + 5 \cdot (2 \cdot 2 - (-4) \cdot (-1)) =$

$= 1 \cdot (-4\lambda - 4) + 3(2\lambda + 2) + 5 \cdot (4 - 4) = -4\lambda - 4 + 6\lambda + 6 + 0 =$

$= 2\lambda + 2$

$\det \neq 0$ $2\lambda + 2 \neq 0$ $\lambda \neq -1$

əgər $\lambda \neq -1$ olarsa, vektorlar R^3 fəzası üçün bazis təşkil edir.

əgər $\lambda = -1$ olarsa, onlar xətti asılıdır və bazis olmurlar.