2.3 Problema Geral de Muitos Elétrons

O caso geral de um sistema de M núcleos atômicos e N elétrons interagindo entre si pode ser tratado através da Equação de Schrodinger escrita na forma

$$\left[\sum_{A=1}^{M} \frac{\hat{P}_{A}^{2}}{2M_{A}} + \sum_{i=1}^{N} \frac{\hat{p}_{i}^{2}}{2m_{e}} - \sum_{A=1}^{M} \sum_{i=1}^{N} \frac{Z_{A}e^{2}}{(4\pi\epsilon_{0})|\mathbf{r}_{i} - \mathbf{R}_{A}|} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j\neq i}^{N} \frac{e^{2}}{(4\pi\epsilon_{0})|\mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}_{j}|} + \frac{1}{2} \sum_{A=1}^{M} \sum_{B\neq A}^{M} \frac{Z_{A}Z_{B}e^{2}}{(4\pi\epsilon_{0})|\mathbf{R}_{A} - \mathbf{R}_{B}|}\right] |\Psi\rangle = E_{T} |\Psi\rangle \tag{2.81}$$

sendo Z_A e M_A o número atômico e massa atômica do núcleo a, respectivamente.

Usando a **aproximação de Born-Oppenheimer**, podemos separar a dinâmica dos núcleos da dinâmica dos elétrons tal que

$$\Psi(\{r_i\}, \{R_A\}) = \sum_{e} \Psi_e(\{r_i\}) \Phi_e(\{R_A\})$$
 (2.82)

onde a função eletrônica $\Psi_e(\{r_i\})$ depende parametricamente do conjunto de posições dos núcleos $\{R_A\}$. A equação de Schrodinger para a parte eletrônica, em unidades atômicas, fica então na forma

$$\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \nabla_{i}^{2} - \sum_{A=1}^{M} \sum_{i=1}^{N} \frac{Z_{A}}{|\mathbf{r}_{i} - \mathbf{R}_{A}|} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j \neq i}^{N} \frac{1}{|\mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}_{j}|} + \frac{1}{2} \sum_{A=1}^{M} \sum_{B \neq A}^{M} \frac{Z_{A} Z_{B}}{|\mathbf{R}_{A} - \mathbf{R}_{B}|} \right] \Psi(\{\mathbf{r}_{i}\}) = E_{\text{ele}}(\{\mathbf{R}_{A}\}) \Psi(\{\mathbf{r}_{i}\})$$
(2.83)

onde $E_{ele}(\{R_A\})$ é a energia eletrônica que depende parametricamente da posição dos núcleos atômicos. A parte que representa a dinâmica dos núcleos é escrita como

$$\left[-\frac{1}{2} \sum_{A=1}^{M} \frac{\nabla_A^2}{M_A} + E_{\text{ele}}(\{\mathbf{R}_A\}) \right] \Phi(\{\mathbf{R}_A\}) = E_T \Phi(\{\mathbf{R}_A\})$$
 (2.84)

sendo E_T a energia total do sistema.

Nosso intuito é resolver a Eq. (2.83) que é o problema eletrônico de diversos sistemas em Química Quântica. EM seguida, voltaremos a Eq. (2.84) afim de analisar como as configurações eletrônicas das moléculas podem determinar seus estados de vibração e rotação.