

"וְנָחֲלֶתֶם אוֹתָהּ אִישׁ כְּאֻזְנוֹ" (יחזקאל מ"א 14)

# חלוקה הוגנת של שכר דירה

# Fair Rent Division

## אראל סגל-הלוי



# חלוקת חפצים בדידים

כשהחפצים בדידים, בדרך-כלל אי אפשר למצוא חלוקה פרופורציונלית וללא קנאה (דוגמה: בית אחד).

פתרונות מקובלים:

(1) **הוספת כסף למערכת.**

**דוגמה: אלגוריתמי חלוקת שכר-דירה.**

(2) **חלוקה ללא-קנאה-בקירוב.**

**דוגמה: חלוקת תכשיטים ומקומות בקורסים.**

(3) **שיתוף מספר מינימלי של חפצים.**

**דוגמה: אלגוריתם "וין-וין" לגישור.**

# חלוקת שכר דירה

נתונים:

- דירה עם  $n$  חדרים ודמי-שכירות נתונים  $P$ .
- שותפים  $n$  שרוצים לשכור יחד את הדירה.  
האתגר – להחליט לגבי כל שותף:
- כמה כסף ישלם? הסכום צריך להיות  $P$ .
- איזה חדר יקבל? צריך שלא תהיה קנאה.

# חלוקת שכר דירה: מודל אורדינלי

הנחות:

- "חדרים סבירים" - בכל חלוקה של שכר-הדירה – כל שוכר מוכן לקבל חדר כלשהו.
- "דיירים עניים" - כל שוכר מעדיף חדר בחינם על-פני חדר בתשלום.

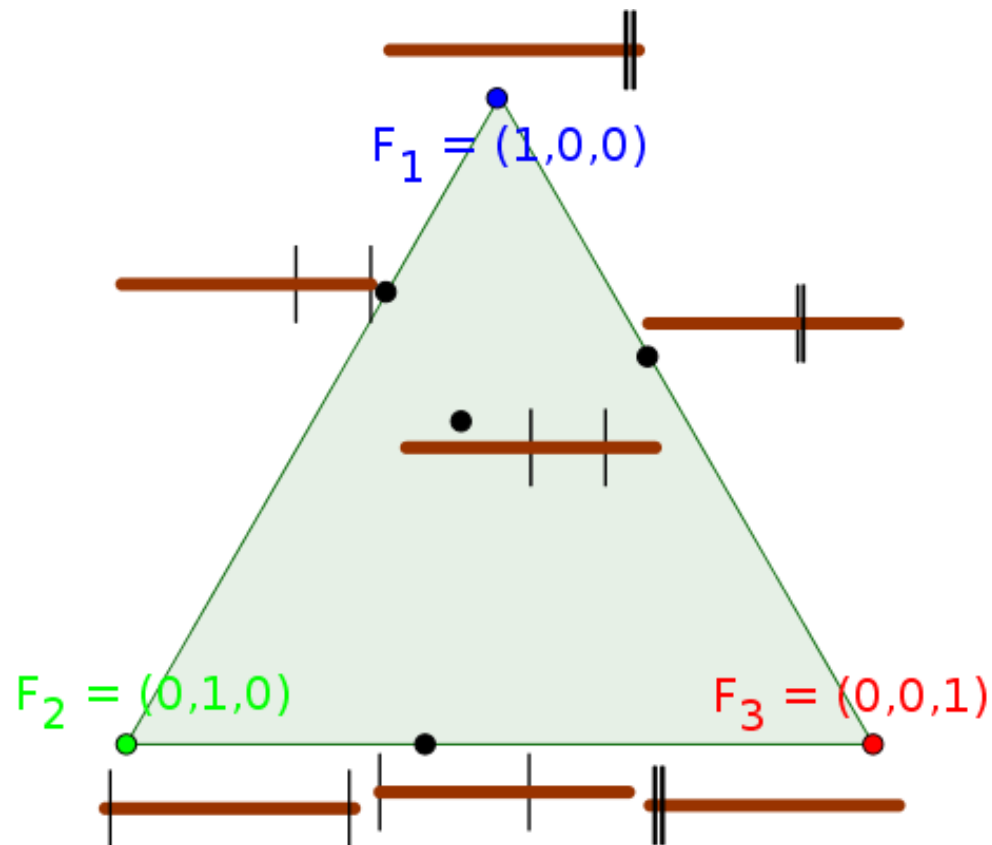
פתרון עבור  $n=2$ :

- אחד מחלק את שכר-הדירה; השני בוחר חדר.
  - בדיוק כמו חלוקת עוגה לשני ילדים!
- האם אפשר להכליל לשלושה או יותר?

# אלגוריתם סו (Su, 1999)

בניח ששכר-הדירה הוא 1.

כל תימחור של החדרים שקול ל- $n$  מספרים  
שסכומם 1 – סימפלקס החלוקות.



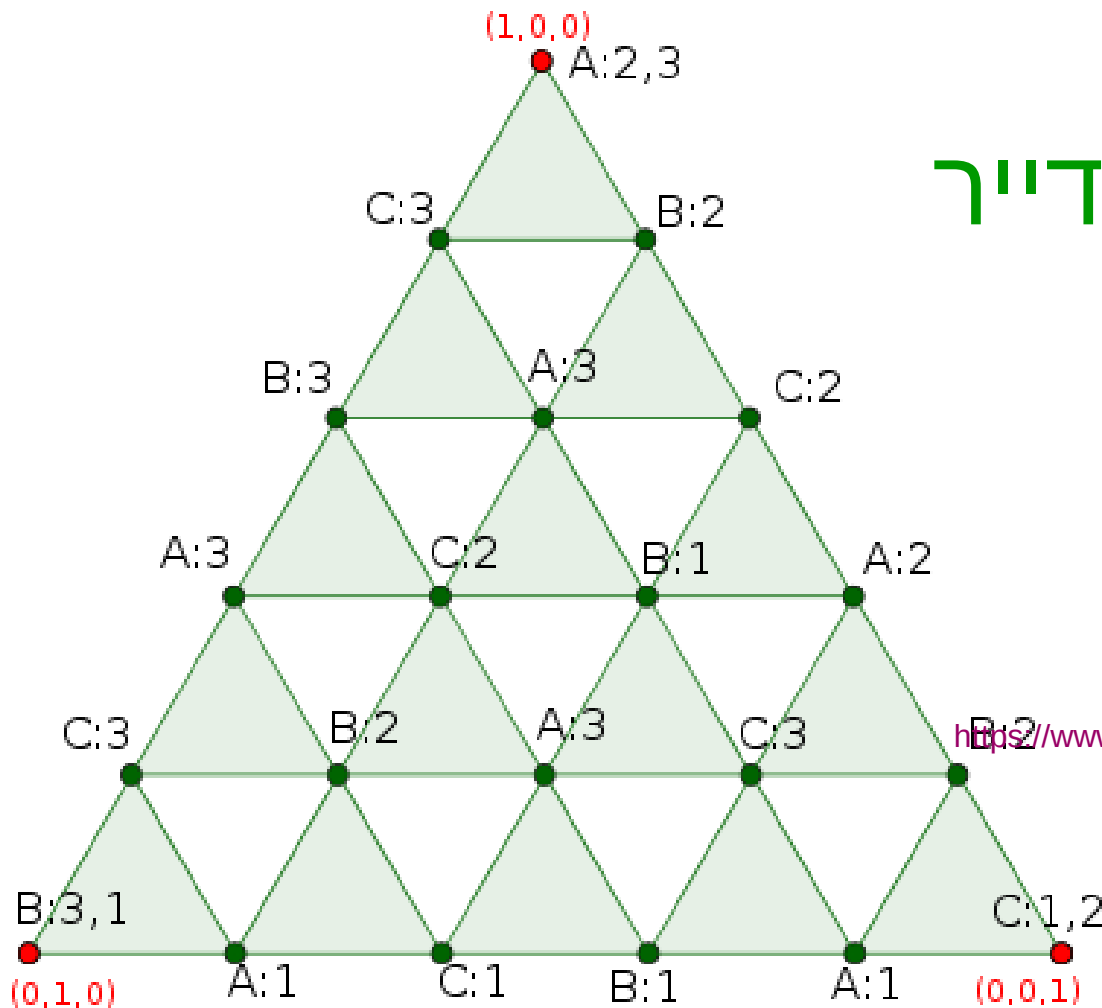
# אלגוריתם סו (Su, 1999)

לפי הנחת "הדיירים העניים", כל דייר מעדיף בכל חלוקה את אחת הפרוסות הריקות.

לפי הלמה של ספרנר,  
קיים משולשון שבו כל דייר  
מעדיף חדר אחר.

זו חלוקה ללא קנאה!

מימוש:



<https://www.nytimes.com/interactive/2014/science/rent-division-calculator.html>

# הבעיה במודל האורדינלי

הנחת "הדיירים העניים" לא תמיד מתקיימת:

אם המרתך בחינם, והסלון עולה שקל אחד -  
מה תעדיפו?