

אזורים מס' 1  
מלאכה

שאלה 4. חלוקה עם כמות לא-שווה:

א. תנו הוכחה ריגורית לאישים "חלוקה פדופורציונלית" במצב זה, בעזרת הפונקציה  $V_i$ .

כתיב:

$$V_{\text{מ}}(X_{\text{מ}}) \geq \frac{2}{7} V_{\text{מ}}(C)$$

$$V_{\text{מ}}(X_{\text{מ}}) \geq \frac{5}{7} V_{\text{מ}}(C)$$

ניסוח בלתי:

י"י  
שחזרה  
נסמן  
 $K_i$   
הכמות  
אשר  
 $n = \sum_{i \in I} K_i$

כניסוח מילולי, חלוקה פדופורציונלית הינה כאשר  $V_i(x_i) \geq \frac{K_i}{n} V_i(C)$  היצק עבור משהיה ו של חלקו גדול שווה לכל אחד הפדופורציונל שלו בעזרה.

II. אלגוריתם:

1. ת"מ מסמן חתיכה ששווה לעזרה  $\frac{2}{7} V_{\text{מ}}(C)$  אם החתיכה היא שווה לאדם לפחות  $\frac{2}{7} V_{\text{מ}}(C)$  אז לא ייקח אותה, ת"מ תיקח מרשט וס"מנו. אחרת ת"מ לוקחת אותה.

2. ת"מ מסמן חתיכה נוספת ששווה לעזרה  $\frac{2}{7} V_{\text{מ}}(C)$  אם החתיכה שווה לאדם לפחות  $\frac{2}{7} V_{\text{מ}}(C)$  אז לא ייקח אותה, ת"מ תיקח מרשט וס"מנו. אחרת ת"מ לוקחת אותה.

3. לאדם מסמן חתיכה ששווה לעזרה  $\frac{1}{7} V_{\text{מ}}(C)$  אם החתיכה שווה לאדם לפחות  $\frac{1}{7} V_{\text{מ}}(C)$  אז ת"מ תיקח אותה, ת"מ ייקח מרשט וס"מנו. אחרת ת"מ לוקחת אותה.

4. נבצע Divide & Choose על השארית וסיימנו.







אברהם: האלגוריתם יחזור לכל צד מספרים  
 שמתחילים בכוונת לא שוות, במקרה הכללי  
 הוא שהשקן הוא זוגי מחדש יגדל מקלע  
 שווה לכמות של השקן האחר, בכל פעם  
 אחת מהשניים לוקח זה שמסיימים או מניחים  
 אתה לוקח שווה (ממחית) הכוונת.



שורה 5 - שני תוקר ק"מ  
 פתחו אלגוריתם המוצג תוקר כדור ציור ממד  
 (כל אחד מקבל אפחות  $(\frac{1}{4} V_i(x))$  ובנוסף, כל אחד  
 מהשניים הכתובים מקבל אפחות  $\frac{3}{4}$  מהצד שיהיה  
 לו בתוקר המקורי.  
 פתרון: אלגוריתם: קלט:  $(x_1, x_2, x_3)$   
 אכל שחקן ו,  $\frac{1}{4} V_i(x_i)$  ו  $\frac{3}{4}$  מהצד שיהיה לו בתוקר המקורי.

1.1 שחקן ו יסמן תזכיר שווה  $\frac{1}{4} V_i(x_i)$   
 אם התזכיר שווה לצד אפחות  $\frac{1}{4} V_i(x_i)$   
 אז צד אוקר אוקר, השני הולך לשחק ו  
 וסימננו אחר התזכיר הולך לשחק ו.

1.2 שחקן ו יסמן תזכיר נוספת שווה  $\frac{1}{4} V_i(x_i)$   
 אם התזכיר שווה לצד אפחות  $\frac{1}{4} V_i(x_i)$   
 אז צד אוקר אוקר, השני הולך לשחק ו  
 וסימננו אחר התזכיר הולך לשחק ו.

13 נבדל Divide & choose מה ששאר.



נכונות: נסמן  $C$ ; כתיבת הצגה שמתקן  $i$  (קודם בחלקה  
 Proportional: עבור  $C$  פיסת צורה, צומת מקביל  
 לפחות יהיה ממנה, ואכן:  $(V'$  החלוקה המחזק)  

$$V'_i(X_{i,j}) \geq \frac{1}{4} V_{i,j}(C) + \frac{1}{4} V_{i,j}(C) + \frac{1}{4} V_{i,j}(C)$$

$$\geq \frac{1}{4} V_{i,j}(C)$$
 אוליג'ית

בנוסף, בתהליך החלוקה, כל אחד מהמתקנים  
 האחרים  $\frac{3}{4}$  (כל אחד  $\frac{3}{4}$  שווה בעצמו) מתקנים ששלוש קצתו ביותר  
 לפחות

$$V'_i(X_i) \geq \frac{3}{4} V_i(X_i)$$

קל להראות שבין שלדלת השתקן  $i$  הוא יותר  $\frac{1}{4}$   
 אף היותר ממנה שהיה לו, מתקנים כי:

~~ההוכחה נכונה כי כל אחד מהמתקנים~~

$$V'_i(X_i) \geq \frac{3}{4} V_i(X_i) \geq \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} V_i(C) = \frac{1}{4} V_i(C)$$

הוכחנו חלקה פריבור צורנית ובנוסף כל  
 היה שצפ'ים יקודמים נשאר לפחות  $\frac{3}{4}$  מהה  
 שהיה לפני, כנדרש

\* אם נעצור מהצגות עבור כל אחד מהביטות

העוצה חלוקה עם זכויות לא שוות.  
 (כאשר אשתקן ה- $i$  יש  $\frac{1}{4}$  פחות  $\frac{3}{4}$  מהתחילתו שלו)  
 ואז צומת מה- $i$  לפחות  $\frac{1}{4}$  מהתחילתו שלו