

Eldis YMERAJ → #22015179

Zied JERBI → #22013944

RAPPORT TP2

LE CODE RSA

Dans ce rapport nous allons expliquer comment on a fait les fonctions de code RSA et leurs jeu d'essais.

Dans un fichier.py on a créé tout les fonctions que nous avons besoin pour les jeu d'essais.

1. Fonction pgcd(a, m)

```
def pgcd(a, b):  
    while b!=0:  
        a, b= b, a % b  
    return a
```

Le fonction pgcd trouve le plus grand diviseur entre deux nombres. Le fonction a des paramètres deux entiers a et b, tant que b est différent de 0 alors, $a = b$ et $b = a[b]$ et a la fin on va retourner a (On a déjà expliqué ça en Tp1).

2. Fonction inverse(a, m)

```
def inverse(a,m):  
    if pgcd(a,m)==1:  
        u1,u2,u3=1,0,a  
        v1,v2,v3 = 0,1, m  
        while v3!=0:  
            q=u3//v3  
            u1, u2, u3, v1, v2, v3=v1, v2, v3, (u1-q*v1), (u2-q*v2), (u3-q*v3)  
        return (u1%m)
```

Le fonction Inverse permet de donner l'inverse multiplicatif modulo m d'un nombre et pour réaliser ça on a utilisé algo d'Euclide Étendu.

Notre fonction prends pour paramètre le nombre qu'on va trouver l'inverse et le modulo.

Si pgcd de deux nombres qu'on va tester est égal a 1, ça veut dire que les nombres sont premiers entre eux alors, on passe dans la methode d'Euclide Étendu qu'on a fait en cours. U1 prends la valeur 1, $u2=0$ et $u3=a$, $v1=0$, $v2=1$ et $v3=m$. Tant que notre nombre qu'on va tester est différent de 0 alors, $q=u3/v3$ et $u1=v1$, $u2=v2$, $u3=v3$, $v1=u1-q*v1$, $v2=u2-q*v2$, $v3=u3-q*v3$



Eldis YMERAJ → #22015179

Zied JERBI → #22013944

Et a la fin on retourne $u_1[m]$ qui est l'inverse multiplicatif de a .

On est base dans ce tableau qu'on a fait en cours(Euclide Étendu)>

r	u	v
$r_0 = a$	$u_0 = 1$	$v_0 = 0$
$r_1 = b$	$u_1 = 0$	$v_1 = 1$
...
r_{i-1}	u_{i-1}	v_{i-1}
r_i	u_i	v_i
$r_{i-1} - (r_{i-1} \div r_i)r_i$	$u_{i-1} - (r_{i-1} \div r_i)u_i$	$v_{i-1} - (r_{i-1} \div r_i)v_i$
...
$r_n = \text{pgcd}(a, b)$	$u_n = u$	$v_n = v$
0	u_{n+1}	v_{n+1}

3. EstPremier(Nb)

Ce fonction permet de montrer si un nombre est premier ou non, si le nombre est premier, le fonction va retourner True.

```
def estPremier(Nb):  
    if Nb < 2:  
        return False  
    i=2  
    while i<int(math.sqrt(Nb)+1) and Nb%i !=0:  
        i=i+1  
    if i == int(math.sqrt(Nb)):  
        return True
```

Notre fonction prends un argument Nb qui est le nombre qu'on va tester s'il est premier. Si Nb est inferieur a 2 il peut pas être premier donc le fonction va retourner faux. On prends i=2 et on entre dans le boucle while, si i est inferieur a la racine carrée de Nb + 1 et Nb mod i est different de 0 alors on decale $i \rightarrow i+1$, après si est égal a la racine carrée de Nb le fonction renverra True ca veut dire que le nombre qu'on a testé est premier.

4. LPremiers(Nb)

Ce fonction permet de nous trouver la liste de tous les nombres premiers inferieur ou égal à Nb.

```
def LPremiers(Nb):  
    liste=[int]*Nb  
    j=0  
    for i in range(2, int(math.sqrt(Nb)+1)):  
        if estPremier(i):  
            liste[j]=i  
            j=j+1  
    return (liste)
```

Eldis YMERAJ → #22015179

Zied JERBI → #22013944

Notre fonction prend pour paramètre un entier Nb, liste va être un tableau d'entiers avec Nb cases. On a initialisé j=0 et pour i de 2(car 0 et 1 ne sont pas premiers) à racine de Nb +1 alors, on utilise la fonction estPremier pour vérifier les nombres premiers ≤ Nb à partir de 2^{ème} case de liste jusqu'à la dernière. Donc si les nombres qui testent dans la fonction estPremier sont premiers alors, on les met dans une autre liste qui sont juste les nombres premiers et à la fin on renvoie la liste avec les nombres premiers.

P.s : On a essayé de faire cette fonction avec une autre manière mais il y a des erreurs qu'on n'a pas arrivés à les trouver et on a fait avec la manière que nous avons expliqué précédemment.

```
def LPremiers(Nb):
    Tab=[True]*Nb
    Tab[0]= False
    Tab[1]= False
    for i in range(2, Nb + 1):
        j = 2 * i
        while j < Nb+1:
            Tab[j] = False
            j = j + 1

    liste = ''
    for i in range(Nb):
        if Tab[i] == True:
            liste = liste + i
```

5. Trouve(Nb)

Cette fonction permet de nous trouver les nombres p et q.

```
def trouve(Nb):
    liste= LPremiers(Nb)
    i=0
    while i<numpy.size(liste):
        if Nb%liste[i]==0 and estPremier(Nb/liste[i]):
            return(liste[i],Nb/liste[i])
        i=i+1
```

Pour faire cette fonction on a cherché en internet et on avait besoin pour une autre bibliothèque qu'il s'appelle numpy.size() qui compte le nombre d'éléments le long d'un axe donné.

Notre liste contient tous les nombres premiers ≤ Nb. Tant que i est inférieur au nombre d'éléments qui sont dans notre liste alors, si Nb mod liste est égal à 0 et si les nombres(Nb/liste[i]) sont premiers alors on va retourner la liste et la division de Nb/liste[i] et avec cette manière on a trouvé p et q.

Eldis YMERAJ → #22015179

Zied JERBI → #22013944

6. `trouveN(p, q)`, `trouvePhi(p, q)`

Le fonction `trouveN` permet de trouver N qui est égal à $p \cdot q$ et le fonction `trouvePhi` permet de trouver ϕ qui est égale avec $(p-1)(q-1)$.

```
def trouveN(p, q):  
    return p*q  
  
def trouvePhi(p, q):  
    return (p-1) * (q-1)
```

Ici on a juste calcule N et ϕ qu'on a donné les formules dans le sujet.

7. `Chiffre(M, E, N)`

Ce fonction permet de chiffrer un message M et on vérifie si M est inférieure à N et à la fin il calcule le cryptogramme $C = M^E \% N$

```
def chiffrer(M, E, N):  
    if(M < N):  
        return pow(M, E, N)  
    else:  
        print("M est superieur a N donc on peut pas chiffrer le message!")
```

Ici notre fonction prend pour paramètre le message M , clé publique E et N . Si M est inférieure à N la fonction va retourner $M^E \bmod N$ et sinon la fonction va imprimer : M est supérieur à N donc on peut pas chiffrer le message!

8. `Dechiffrer(C, N, D)`

Ce fonction va déchiffrer le cryptogramme C .

```
def dechiffrer(C, N, D):  
    return pow(C, D, N)
```

Ici la fonction prend pour paramètre le cryptogramme C qu'on a chiffré, N et clé privée D . Il va retourner $C^D \% N$ comme dans les instructions dans la feuille de sujet.

9. `cryptMess(message)`

Eldis YMERAJ → #22015179

Zied JERBI → #22013944

Ce fonction permet de faire la correspondance entre les lettres d' alphabet et nombres.

```
def cryptMes(message):  
    alphabet = 'ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ'  
    message = 'RSA'  
    charCodee = []  
    for char in message:  
        charCodee.append(alphabet.index(char.upper()))  
    return charCodee
```

Ici on a mis notre alphabet dans un tableau et chaque lettre de l' alphabet correspond à l'index de tableau.

Jeux d'essais

Exercice 1 et 2 :

Pour les jeux d'essais on a fait dans un nouveau qu'on a appelé TP2 fichier et on a les importé dans n

```
from ficOutil import inverse  
from ficOutil import trouve  
from ficOutil import trouveN  
from ficOutil import trouvePhi  
from ficOutil import testerE  
from ficOutil import chiffrer  
from ficOutil import dechiffrer
```

Les réponses d'exo 1 et 2 sont :

```
=====EXERCICE 1=====  
1.1 Alice va obtenir nombre: 204  
1.2 Les nombres p et q sont: 17 23.0  
1.3 phi de N: 352.0  
=====EXERCICE 2=====  
2.1(a) Le message chiffré est C = 122  
2.1(b) Le cryptogramme C déchiffré est M' = 12  
2.2(a) N = 3763  
        phi(N) = 3640  
2.2(b) Est-ce que E est acceptable? True  
        Le nombre correspondant est D = 83  
2.2(c) Les éléments qui constituent la clé publique sont E et N, on a déjà trouvé.  
        Les éléments qui constituent la clé privée sont D et N
```

Jeu d'essai pour une petite partie d'exo 3 :

Eldis YMERAJ → #22015179

Zied JERBI → #22013944

```
=====EXERCICE 3=====
Chiffage de message RSA est: [17, 18, 0]

In [16]:
```

Affichage de tout jeux d'essais :

```
*****TP2 CODE RSA*****
*
*   TRAVAILLE PAR:
*   Eldis YMERAJ --> #22015179
*   Zied JERBI   --> #22013944
*
*****

=====EXERCICE 1=====
1.1 Alice va obtenir nombre: 204
1.2 Les nombres p et q sont: 17 23.0
1.3 phi de N: 352.0
=====EXERCICE 2=====
2.1(a) Le message chiffré est C = 122
2.1(b) Le cryptogramme C déchiffré est M' = 12
2.2(a) N = 3763
      phi(N) = 3640
2.2(b) Est-ce que E est acceptable? True
      Le nombre correspondant est D = 83
2.2(c) Les éléments qui constituent la clé publique sont E et N = , on a déjà trouvé.
E = 307
N = 221
      Les éléments qui constituent la clé privée sont D et N
D = 83
=====EXERCICE 3=====
Chiffage de message RSA est: [17, 18, 0]
```