

PROJET 'MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES'



MEMBRES DU GROUPE :

N°ÉTUDIANT :

Yasmine BOUDIAF

#22114667

Eldis YMERAJ

#22015179

Mouheb BOUCHHIOUA

#22016133

GROUPE 7

PARTIE 1 : DESCRIPTION

Soit le tableau ci-dessous :

Années	0	1	2	3	4	5	6	7	V _{fin}
Flux A	-9500	4800	6300	5200	5100	5900	4800	5600	950

1.1 Écrire l'expression de la valeur actualisée nette pour un taux d'actualisation $t, t \geq 0$, notée $VAN(t)$. On notera VAN cette fonction réelle.

On a fait un petit dessin pour mieux réfléchir :



Considérons un taux annuel d'actualisation t .

On définit la $VAN(t)$ par l'expression :

$$VAN(t) = -V_0 + \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{(1+t)^{p_i}}, \text{ ou } p_i = \text{est la période } i$$

$$VAN(t) = -I + \frac{B_1}{1+t} + \frac{B_2}{(1+t)^2} + \frac{B_3}{(1+t)^3} + \frac{B_4}{(1+t)^4} + \frac{B_5}{(1+t)^5} + \frac{B_6}{(1+t)^6} + \frac{B_7}{(1+t)^7} + \frac{V_{fin}}{(1+t)^7}$$

Soit :

$$VAN(t) = -9500 + \frac{4800}{1+t} + \frac{6300}{(1+t)^2} + \frac{5200}{(1+t)^3} + \frac{5100}{(1+t)^4} + \frac{5900}{(1+t)^5} + \frac{4800}{(1+t)^6} + \frac{5600}{(1+t)^7} + \frac{950}{(1+t)^7}$$

1.2 Énoncer les propriétés mathématiques de la fonction $t \rightarrow VAN(t)$. Dresser son tableau de variation.

❖ $t \geq 0$

❖ $t \rightarrow VAN(t)$ est défini sur la domaine de t $[0 ; +\infty[$

❖ Les fonctions $t \rightarrow \frac{\alpha}{(1+t)^n}$ sont continues ($\alpha, n \in \mathbb{R}$) et ils sont dérivables pour tout $t \geq 0$.

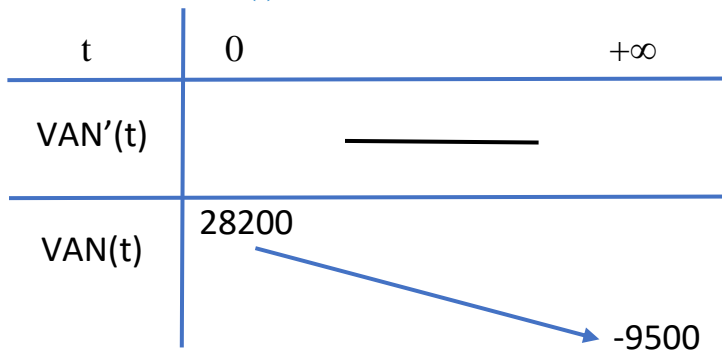
❖ $VAN'(t) = -\frac{4800}{(1+t)^2} - \frac{12600}{(1+t)^3} - \frac{15600}{(1+t)^4} - \frac{20400}{(1+t)^5} - \frac{29500}{(1+t)^6} - \frac{28800}{(1+t)^7} - \frac{39200}{(1+t)^8} - \frac{7600}{(1+t)^8}$

$$\diamond VAN''(t) = \frac{4800 \cdot 2}{(1+t)^3} + \frac{12600 \cdot 3}{(1+t)^4} + \frac{15600 \cdot 4}{(1+t)^5} + \frac{20400 \cdot 5}{(1+t)^6} + \frac{29500 \cdot 6}{(1+t)^7} + \frac{28800 \cdot 7}{(1+t)^8} + \frac{39200 \cdot 8}{(1+t)^9} + \frac{7600 \cdot 8}{(1+t)^9}$$

Après les calculs de $VAN'(t)$ et $VAN''(t)$:

$$\diamond VAN'(t) < 0$$

$$\diamond VAN''(t) > 0$$

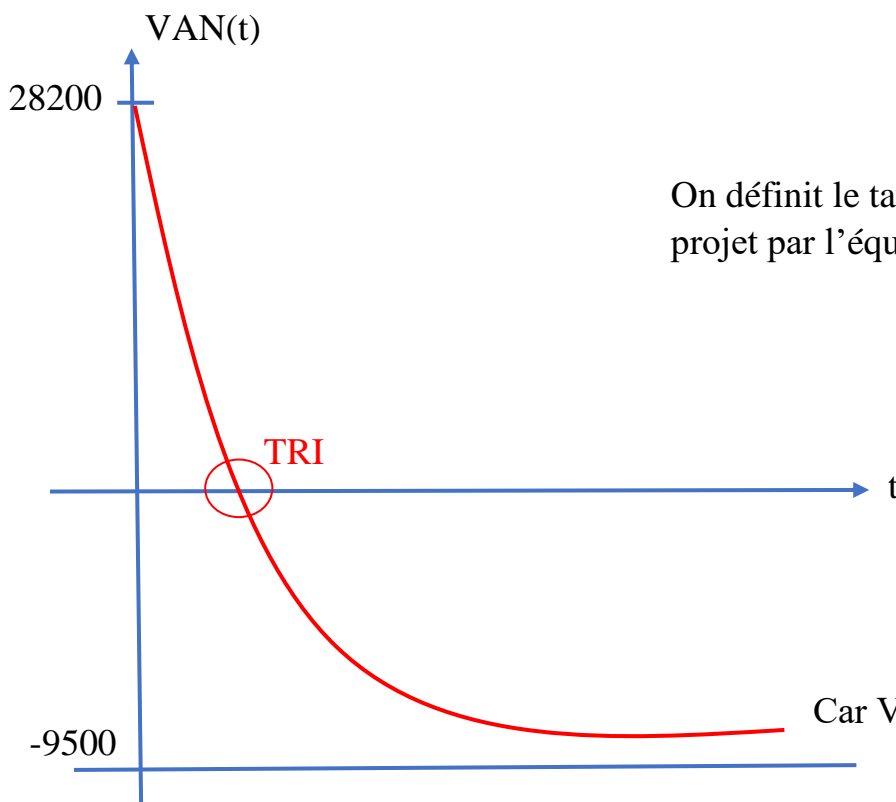


On a pour $t=0$, $VAN(t)=28200$ et $\lim_{t \rightarrow \infty} VAN(t) = -9500$.

On déduit que :

- $VAN(t)$ est continue
- $VAN(t)$ est strictement décroissante
- $VAN(0) \cdot VAN(+\infty) < 0$

❖ Selon le théorème des valeurs intermédiaires l'équation $VAN(t)=0$ admet une solution unique.



On définit le taux de rendement interne (TRI) du projet par l'équation $VAN(t)=0$.

1.3 On s'intéresse dans cette question à l'équation $VAN(t) = 0$. (1)

On a déjà dit dans la question précédente que quand $VAN(t)=0$ on a défini le taux de rendement interne (TRI) du projet par l'équation $VAN(t)=0$.

Dans notre cas le TRI existe et est unique.

1.3.1. Proposer une condition suffisante, générale et simple, utilisant les B_i , $0 \leq i \leq n$ et V_f , pour que (1) ait toujours une solution unique.

Pour avoir une seule solution il faut que la fonction $van(t)$ soit strictement décroissante, et donc, il faut que $van'(t)$ soit de signe négatif et pour cela il faut que les valeurs des B_i pour $1 \leq i \leq n$ ainsi que V_f soient positives.

1.3.2 Avec vos valeurs numériques, démontrer que (1) admet une solution unique.

Après les calculs de l'équation $VAN(t)=0$, on spécifie que $t=TRI$

$$-9500 + \frac{4800}{1+t} + \frac{6300}{(1+t)^2} + \frac{5200}{(1+t)^3} + \frac{5100}{(1+t)^4} + \frac{5900}{(1+t)^5} + \frac{4800}{(1+t)^6} + \frac{5600}{(1+t)^7} + \frac{950}{(1+t)^7} = 0$$

On a comme résultat $t = 0.5376910209655763$

PARTIE 2 : Algorithmique

Algorithme n°1 :

On déclare les variables globales ,
On a prit la liberté de choisir
 $e=0.001$ et aussi on a définit
 $tm=0.1$ et $tM=1$ pour avoir la plus
large intervalle possible.

```
import math
import xlrd
#initialisation des variables globales
e=0.0001
tm=0.1
tM=1
```

Algorithme n°2 :

Dans cette fonction on importe un fichier Excel et pour se faire on utilise la
librairie xlrd et on stock les informations dans des variables

```
def lecture_donnees():
    wb = xlrd.open_workbook(r"C:\Users\yasmine\Documents\projet_math_fi\projet7.xlsx")#ouvrir le fichier
    sheet = wb.sheet_by_index(0)#initialisation de l'index
    sheet.cell_value(0, 0)

    B=[]
    #on stock les valeur du tableau excel dans un tableau B
    for i in range(1,7):
        B.append(sheet.cell_value(i,4))
```

Algorithme n°3 :

Cette fonction permet de calculer la VAN en fonction de la variable t le taux
d'actualisation selon sa formule mathématique

```
def calcul_VAN(Vf,B,n,t):
    van=B[0]#initialisation de la van a B0

    for i in range(1,n+1):
        van=van+B[i]/(1+t)**i #on ajoute a chaque itération Bi par (1+t) puissance i a la van

    van=van+Vf/(1+t)**n #on ajoute a la fin Vf par (1+t) puissance n a la van
    return van
```

Algorithme n°4 :

Cet algorithme nous sert à vérifier les conditions nécessaires à l'exécution de
l'algorithme de dichotomie

On teste si les valeurs tm et tM sont positives ,si $VAN(tm)$ est supérieure a l'erreur
prédéfinie e , et aussi si $VAN(tM)$ est inférieure à l'erreur prédéfinie e . La
fonction retourne vrai si les conditions sont vérifiées et faux sinon.

```
def init_dicho(Vf,B,n,tm,tM):
    #verification des conditions
    if(tm>0 and calcul_VAN(Vf,B,n,tm)>=e and tm>0 and calcul_VAN(Vf,B,n,tM)<=e):
        return True
    else :
        return False
```

Algorithme n°5 :

Cette fonction utilise la recherche dichotomique pour nous permettre de trouver la valeur la plus rapprochée du Tri avec une tolérance d'erreur e prédéfinie.

```
def Dichotomie(Vf,B,n,tm,tM):
    arret=False
    tri=0
    if init_dicho(Vf,B,n,tm,tM):
        while (not arret):
            tc=(tm+tM)/2
            vanc=calcul_VAN(Vf,B,n,tc)
            if(vanc>=e):
                tm=tc
            else:
                if(vanc<=-e):
                    tM=tc
                else :
                    tri=tc
                    arret=True
    return tri
```

Algorithme n°6 :

On se contente d'afficher le résultat retourné par la fonction dichotomie.

```
def affichage_resultat(Vf,B,n,tm,tM):
    print("le tri est :",Dichotomie(Vf,B,n,tm,tM))
affichage_resultat(Vf,B,n,tm,tM)
```

L'output : on exécute le programme avec les données qui correspondent a notre groupe

```
C:\Users\yasmine\Documents\projet_math_fi>python main.py  
le tri est : 0.5376910209655763
```

On constate que le résultat correspond a la valeur obtenue dans la dernière question de la première partie.