Gurobi 供应链物流案例第二讲

取送货路径规划问题、轿运车运输问题

刃之砺信息科技（上海）有限公司

课程大纲

（1）取送货路径规划问题

主要介绍带时间窗的取送货路径规划问题（PDPTW）,给出问题的模型,并调用Gurobi完成一个简单的案例。

（2）轿运车运输问题

主要介绍轿运车运输问题（ATP）,给出问题的模型（带消除子回路约束）,借助callback构造子回路约束求解案例。

取送货路径规划问题

- 问题描述

带时间窗的取送货路径规划问题(Pickup and Delivery Problem with Time Window, PDPTW)作为路径规划问题的一个重要子类,在供应链领域有重要的应用价值。例如某物流企业需要制定未来某段时间内车辆的调度计划,希望在满足货物运输的前提下最小化运输成本。已知车辆和货物的详细信息如下:

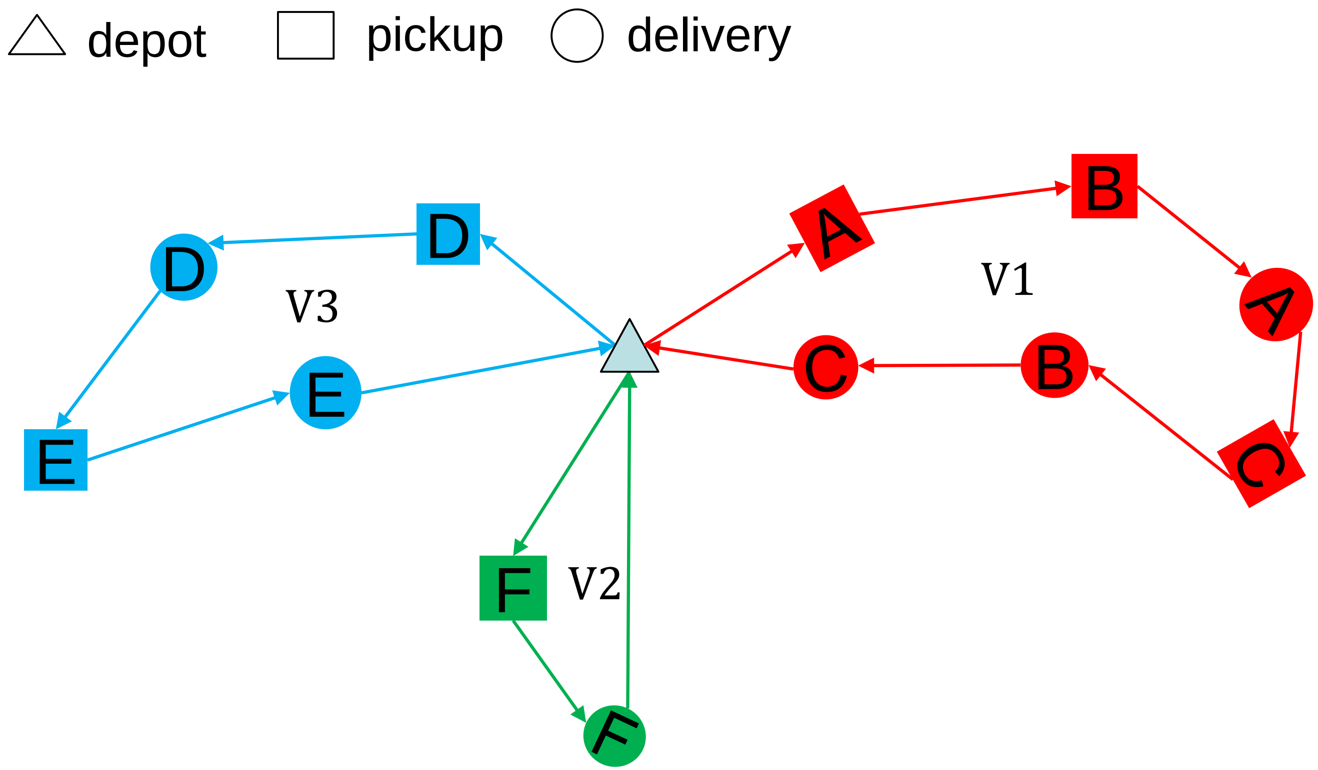
(1)对车辆来说,主要有起始停靠点,结束停靠点,最早开始时间,最晚结束时间,最大行驶距离,最大行驶时间,匹配关系,速度,载量,单位距离成本等;

(2)对货物来说,主要有匹配关系,货物量,提货地点,提货服务时间,提货时间窗,送货地点,送货服务时间,送货时间窗等。

取送货路径规划问题

• 问题描述

假设所有车辆需要从depot出发，并且在运输结束后回到depot。运输路径用下面的简图表达，共有三辆车V1, V2, V3, 六种货物A, B, C, D, E, F。



取送货路径规划问题

- 问题模型

模型参数：

$N = \{0,1,\ldots,2n+1\}$	节点集合，其中0代表起点，$2n+1$代表终点
$P = \{1,\ldots,n\}$	取货点集合
$D = \{n+1,\ldots,2n\}$	送货点集合，$i \in \mathrm{P}, i+n \in \mathrm{D}$
K	车辆集合
d_{ij}	节点 $i,j \in N$ 之间的距离
s_i	节点 $i \in P \cup D$ 的服务时间
q_i	节点 i 的货物量($i \in P$为正，$i \in D$为负)
e_i	节点 $i \in P \cup D$最早服务时间
l_i	节点 $i \in P \cup D$最迟服务时间

取送货路径规划问题

- 问题模型

模型参数：

c^k 车辆 k 的单位距离行驶成本

v^k 车辆 k 的行驶速度

d^k_{max} 车辆 k 的最大行驶距离

q^k_{max} 车辆 k 的最大装载容量

t^k_{max} 车辆 k 的最长连续工作时间

t^k_e 车辆 k 的最早开始工作时间

t^k_l 车辆 k 的最晚结束工作时间

u^k_i 车辆 k 与节点 i 的匹配关系

取送货路径规划问题

- 问题模型

模型变量：

x_{ij}^k binary, 车辆 k 是否经过弧(i,j)

q_i^k continuous, 车辆 k 到达节点 i 时的载货量

w_i^k continuous, 车辆 k 在节点 i 的等待时间

a_i^k continuous, 车辆 k 到达节点 i 的时间

取送货路径规划问题

- 问题模型

$$\min \quad \sum_{k\in K}\sum_{i\in N}\sum_{j\in N} c^k\, d_{ij}\, x_{ij}^k$$

（1） 保证每个货物都被配送

$$\sum_{k\in K}\sum_{j\in N} x_{ij}^k = 1, \qquad \forall i \in P$$

（2） 满足货物与车辆匹配关系

$$x_{ij}^k \le u_i^k, \qquad \forall i \in P, j \in N, k \in K$$

（3） 保证取货后要有对应的送货

$$\sum_{j\in N} x_{ij}^k - \sum_{j\in N} x_{n+i,j}^k = 0, \qquad \forall i \in P, k \in K$$

取送货路径规划问题

- 问题模型

（4） 路径平衡约束

$$\sum_{j\in N} x_{ij}^k - \sum_{j\in N} x_{ji}^k = \begin{cases} 1 & i = 0 \\ 0 & i \in P \cup D \\ -1 & i = 2n+1 \end{cases} \qquad \forall\, k \in K$$

（5） 载货量平衡约束

$$x_{ij}^k = 1 \Rightarrow q_j^k = q_i^k + q_i, \qquad \forall i, j \in N, k \in K$$

（6） 车辆最大载量约束

$$q_i^k \le q_{max}^k, \qquad \forall i \in N, k \in K$$

取送货路径规划问题

- 问题模型

（7） 时间平衡约束

$$x_{ij}^{k} = 1 \Rightarrow a_j^k = a_i^k + w_i^k + s_i + \frac{d_{ij}}{v^k}, \qquad \forall i,j \in N, k \in K$$

（8） 等待时间约束

$$w_i^k = \max(e_i - a_i^k, 0), \qquad \forall i \in P \cup D, k \in K$$

（9） 货物时间窗约束

$$e_i \le a_i^k + w_i^k \le l_i, \qquad \forall i \in P \cup D, k \in K$$

（10） 车辆时间窗约束

$$t_e^k \le a_0^k, a_{2n+1}^k \le t_l^k, \qquad \forall k \in K$$

取送货路径规划问题

- 问题模型

（11） 车辆最大行驶距离约束

$$\sum_{i\in N}\sum_{j\in N} d_{ij}\, x_{ij}^{k} \leq d_{max}^{k}, \qquad \forall k \in K$$

（12） 车辆最大行驶时间约束

$$a_{2n+1}^{k} - a_{0}^{k} \leq t_{max}^{k}, \qquad \forall k \in K$$

（13） 货物先取后送约束

$$a_{i}^{k} + w_{i}^{k} + s_{i} + \frac{d_{i,n+i}}{v^{k}} \leq a_{n+i}^{k}, \qquad \forall i \in P, k \in K$$

取送货路径规划问题

- 案例测试-输入数据

位置数据，包含名称和经纬度。主要表示车辆起终点位置，货物的取送点位置等。

停靠点ID	纬度	经度
L1	31.2319426	121.5416838
L2	31.2335620	121.4599379
L3	31.2218637	121.4534166
L4	31.2823439	121.4148036
L5	31.0713752	121.3999500
L6	31.2595938	121.4414861
L7	31.2450446	121.4780849
L8	31.2443530	121.4222697
L9	31.3128295	121.4664003
L10	31.2924484	121.4311156

取送货路径规划问题

- 案例测试-输入数据

车辆数据，主要包含车辆名称，起终点，可用时间窗，载重限制，距离限制，连续工作时间限制，距离成本，速度，匹配关系等信息，其中匹配关系主要是指该车辆能够装载的货物。

车辆ID	起始停靠点	结束停靠点	最早开始时间	最晚结束时间	最大行驶距离(千米)	最大行驶时间(小时)	匹配关系	速度km/h	载量	单位距离成本
V1	L1	L1	2017/1/6 7:00	2017/1/7 5:00	600	20	a	30	25	7
V2	L1	L1	2017/1/6 7:00	2017/1/7 5:00	600	20	a	30	20	6
V3	L1	L1	2017/1/6 7:00	2017/1/7 5:00	600	20	a,b	30	10	5

取送货路径规划问题

- 案例测试-输入数据

货物数据，主要包含货物ID，提送货位置，提送货服务时间，提送货时间窗，货物量， 匹配关系等信息，其中匹配关系主要是指该货物能够由哪些车辆配送，与车辆匹配信息对应。

货物ID	匹配关系	货物量	提货地点	提货服务时间(m)	提货时间窗(开始)	提货时间窗(结束)	送货地点	送货服务时间(m)	送货时间窗(开始)	送货时间窗(结束)
O1	a	20	L1	60	2017/1/6 6:00	2017/1/6 15:00	L2	60	2017/1/6 8:00	2017/1/6 15:00
O2	a	4	L1	60	2017/1/6 6:00	2017/1/6 15:00	L3	60	2017/1/6 8:00	2017/1/6 15:00
O3	a	10	L1	60	2017/1/6 6:00	2017/1/6 15:00	L4	60	2017/1/6 8:00	2017/1/6 15:00
O4	b	10	L1	60	2017/1/6 6:00	2017/1/6 15:00	L5	60	2017/1/6 8:00	2017/1/6 15:00
O5	a	10	L1	60	2017/1/6 6:00	2017/1/6 15:00	L6	60	2017/1/6 8:00	2017/1/6 15:00
O6	a	20	L1	60	2017/1/6 6:00	2017/1/6 15:00	L7	60	2017/1/6 8:00	2017/1/6 15:00
O7	a	10	L1	60	2017/1/6 6:00	2017/1/6 15:00	L8	60	2017/1/6 8:00	2017/1/6 15:00
O8	a	10	L1	60	2017/1/6 6:00	2017/1/6 15:00	L9	60	2017/1/6 8:00	2017/1/6 15:00
O9	a	10	L1	60	2017/1/6 6:00	2017/1/6 15:00	L10	60	2017/1/6 8:00	2017/1/6 15:00
O10	a	2	L2	60	2017/1/6 6:00	2017/1/6 15:00	L1	60	2017/1/6 8:00	2017/1/6 15:00

取送货路径规划问题

- 案例测试-结果

V1车辆的调度计划：

车辆ID	停靠点ID	到达时刻	离开时刻	取送货	货物ID	车辆载量
V1	L1	——	2017/01/06 07:00:00	——	——	0
V1	L1	2017/01/06 07:00:00	2017/01/06 08:00:00	取货	O2	4
V1	L1	2017/01/06 08:00:00	2017/01/06 09:00:00	取货	O1	20
V1	L3	2017/01/06 09:16:57	2017/01/06 10:16:57	送货	O2	-4
V1	L2	2017/01/06 10:19:50	2017/01/06 11:19:50	取货	O10	2
V1	L2	2017/01/06 11:19:50	2017/01/06 12:19:50	送货	O1	-20
V1	L1	2017/01/06 12:47:32	2017/01/06 13:47:32	送货	O10	-2
V1	L1	2017/01/06 13:47:32	2017/01/06 14:47:32	取货	O6	20
V1	L7	2017/01/06 15:00:00	2017/01/06 16:00:00	送货	O6	-20
V1	L1	2017/01/06 16:26:37	——	——	——	0

取送货路径规划问题

- 案例测试-结果

V2车辆的调度计划：

车辆ID	停靠点ID	到达时刻	离开时刻	取送货	货物ID	车辆载量
V2	L1	——	2017/01/06 07:00:00	——	——	0
V2	L1	2017/01/06 07:00:00	2017/01/06 08:00:00	取货	O5	10
V2	L1	2017/01/06 08:00:00	2017/01/06 09:00:00	取货	O9	10
V2	L6	2017/01/06 09:20:02	2017/01/06 10:20:02	送货	O5	-10
V2	L1	2017/01/06 10:40:04	2017/01/06 11:40:04	取货	O3	10
V2	L4	2017/01/06 12:06:42	2017/01/06 13:06:42	送货	O3	-10
V2	L10	2017/01/06 13:10:32	2017/01/06 14:10:32	送货	O9	-10
V2	L1	2017/01/06 16:26:37	——	——	——	0

取送货路径规划问题

- 案例测试-结果

V3车辆的调度计划：

车辆ID	停靠点ID	到达时刻	离开时刻	取送货	货物ID	车辆载量
V3	L1	——	2017/01/06 07:00:00	——	——	0
V3	L1	2017/01/06 07:00:00	2017/01/06 08:00:00	取货	O8	10
V3	L9	2017/01/06 08:23:00	2017/01/06 09:23:00	送货	O8	-10
V3	L1	2017/01/06 09:46:01	2017/01/06 10:46:01	取货	O7	10
V3	L8	2017/01/06 11:08:55	2017/01/06 12:08:55	送货	O7	-10
V3	L1	2017/01/06 12:31:49	2017/01/06 13:31:49	取货	O4	10
V3	L5	2017/01/06 14:16:37	2017/01/06 15:16:37	送货	O4	-10
V3	L1	2017/01/06 16:44:48	——	——	——	0

取送货路径规划问题

- 算法总结和扩展
  - 基于数学规划方法的优势：
    - 精确解，可以获得 Gap数值
    - 获得较明确的问题结构
  - 基于数学规划方法的劣势：
    - 更复杂的业务场景，建模相对困难：多时间窗、任务次序约束、分区约束等
    - 求解速度不如启发式算法更快

- 对于更复杂的路线优化场景，可以参考 ATRIP 优化算法包 www.atrip168.cn

轿运车运输问题

- 问题描述

轿运车运输问题(Auto-carrier Transportation Problem, ATP)作为一类特殊的路径规划问题，背景主要是指整车物流企业如何根据客户订单快速高效地完成整车配送计划，从而实现物流成本的最小化，进而提高自身竞争力。通常解决该问题需要考虑两个方面的内容：

(1)轿运车如何装载乘用车；

(2)轿运车的行驶路径。

这两个方面相互影响(例如轿运车装载了A点的乘用车，意味着该轿运车一定要去A点；同样，A, B两点距离过远，轿运车是否应该将两点的乘用车装在一起)，使得问题变得十分复杂。

轿运车运输问题

- 问题描述

在国内整车物流市场上轿运车通常有三种型号(I型:上下两层都为一排; II型:下层为一排,上层为两排; III型:上下两层都为两排)

I型

II型

III型

轿运车运输问题

- 问题描述

装载乘用车时，通常需要考虑一些约束：

(1) 安全距离，乘用车之间(横向和纵向)有一段间隔；

(2) 长度约束，每一层的每一排乘用车长度以及安全距离总和不超过轿运车的长度；

(3) 宽度约束，乘用车宽度不超过轿运车的宽度；

(4) 高度约束，超过某个高度的乘用车指能由I型/II型轿运车的下层装载。

影响成本高低的首先是轿运车使用数量；其次，在轿运车使用数量相同情况下，轿运车的使用成本较低；再次，在轿运车使用数量及型号均相同情况下，行驶里程短的成本低。

轿运车运输问题

- 问题模型

模型参数：

$N = \{0,1,2,\ldots n, n+1\}$ 节点集合

$K = \{1,2,\ldots,k\}$ 轿运车集合

$V = \{1,2,\ldots,n\}$ 乘用车集合

c_k 轿运车k的使用成本

F_k 轿运车k的可用装载区域编号

L_k^f 轿运车k的f区域的长度

W_k^f 轿运车k的f区域的宽度

H_k^f 轿运车k的f区域的高度

轿运车运输问题

- 问题模型

模型参数：

s 乘用车的安全距离

l_v 乘用车v的长度

w_v 乘用车v的宽度

h_v 乘用车v的高度

d_{ij} 节点i, j之间的距离

轿运车运输问题

- 问题模型

模型变量：

x_{ij}^{k} $binary$, 轿运车k是否经过弧(i,j)

y_{v}^{kf} $binary$, 乘用车v是否装载于轿运车k的第f区域

z^{k} $binary$, 轿运车k是否被使用

轿运车运输问题

- 问题模型

目标1：轿运车数量最少

$$minimize\ \ obj1 = \sum_{k \in K} z^k$$

目标2：轿运车使用成本最少

$$minimize\ \ obj2 = \sum_{k \in K} c_k z^k$$

目标3：轿运车总行驶距离最短

$$minimize\ \ obj3 = \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} x_{ij}^k$$

轿运车运输问题

- 问题模型

（1） 每辆乘用车都被配送

$$\sum_{j\in N/\{0\}}\sum_{k\in K} x_{ij}^{k} = 1, \qquad \forall i \in V$$

（2） 轿运车经过某点要装载该点对应的乘用车

$$\sum_{f\in F_k} y_i^{kf} \geq x_{ij}^{k}, \qquad \forall i \in V, j \in N/\{0\}, k \in K$$

轿运车运输问题

- 问题模型

（3）路径平衡约束

$$\sum_{i\in N/j} x_{ij}^{k} - \sum_{i\in N/j} x_{ji}^{k} = \begin{cases} -1 & j = 0 \\ 0 & j \in V \\ 1 & j = n+1 \end{cases}, \qquad \forall k \in \mathrm{K}$$

（4）轿运车是否使用

$$y_i^{kf} \le z^k, \qquad \forall i \in V, k \in K, f \in F_k$$

轿运车运输问题

- 问题模型

（5） 装载约束-长度

$$\sum_{i \in V}(s + l_i)y_i^{kf} \le L_k^f, \qquad \forall k \in K, f \in F_k$$

（6） 装载约束-宽度

$$(s + w_i)y_i^{kf} \le W_k^f, \qquad \forall k \in K, f \in F_k$$

（7） 装载约束-高度

（8） 子回路约束

轿运车运输问题

- 案例测试-输入数据

位置数据，包含名称和经纬度。主要表示轿运车起终点位置，乘用车的配送点位置等。

位置ID	纬度	经度
L1	31.2319426	121.5416838
L2	31.2335620	121.4599379
L3	31.2218637	121.4534166
L4	31.2823439	121.4148036
L5	31.0713752	121.3999500
L6	31.2595938	121.4414861
L7	31.2450446	121.4780849
L8	31.2443530	121.4222697
L9	31.3128295	121.4664003
L10	31.2924484	121.4311156

轿运车运输问题

- 案例测试-输入数据

轿运车数据，主要包含车辆名称，型号，起终点，成本，长度和宽度等数据。

轿运车ID	型号	起始位置点	结束位置点	使用成本	下层长度(m)	下层宽度(m)	上层长度(m)	上层宽度(m)
V1	I	L1	L1	10	19	2.7	19	2.7
V2	II	L1	L1	18	25	2.7	25	3.5
V3	III	L1	L1	30	19	3.5	19	3.5
V4	II	L1	L1	18	25	2.7	25	3.5
V5	II	L1	L1	18	25	2.7	25	3.5

轿运车运输问题

- 案例测试-输入数据

乘用车数据，主要包含车辆名称，配送点位置，长度，宽度，高度等数据。

乘用车ID	位置点	长度(m)	宽度(m)	高度(m)
c1	L7	4.60	1.75	1.50
c2	L8	3.99	1.64	1.68
c3	L2	4.53	1.77	1.70
c4	L4	4.43	1.64	1.68
c5	L3	3.76	1.79	1.80
c6	L7	4.78	1.68	1.63
c7	L3	4.06	1.60	1.42
c8	L2	4.77	1.73	1.52
c9	L10	4.54	1.63	1.76
c10	L4	4.47	1.80	1.60

轿运车运输问题

- 案例测试-结果

轿运车V1配送计划：

轿运车ID	位置点ID	乘用车ID
V1	L1	——
V1	L8	c2
V1	L4	c10
V1	L4	c4
V1	L10	c9
V1	L2	c3
V1	L3	c5
V1	L3	c7
V1	L2	c8
V1	L1	——

轿运车V5配送计划：

轿运车ID	位置点ID	乘用车ID
V5	L1	——
V5	L7	c1
V5	L7	c6
V5	L1	——

谢谢各位对 Gurobi 中文网络课程的支持。

我们会不断推出专题培训,敬请关注

www.gurobi.cn