Gurobi 生产计划调度案例

排产问题、排班问题

刃之砺信息科技（上海）有限公司

课程大纲

（1）排产问题

主要介绍一类特殊的排产问题，在优化目标部分期望使得计划期内仓库日最大库存量尽可能地降低，同时也关注工人班次、加班、更换模具次数等因素；在约束部分，除了满足日常客户需求，还考虑了安全库存、料架调用等条件。

（2）排班问题

主要介绍根据划分好的生产块安排工人班组排班方案，主要目标是节省人员成本，其中成本包含了人员固定成本，加班成本以及工作量均衡的隐含成本。

排产问题

- 问题描述

工厂需要根据客户需求安排一周的生产计划，主要确定每天工人班次（双班或单班），以及生产产品的具体数量。

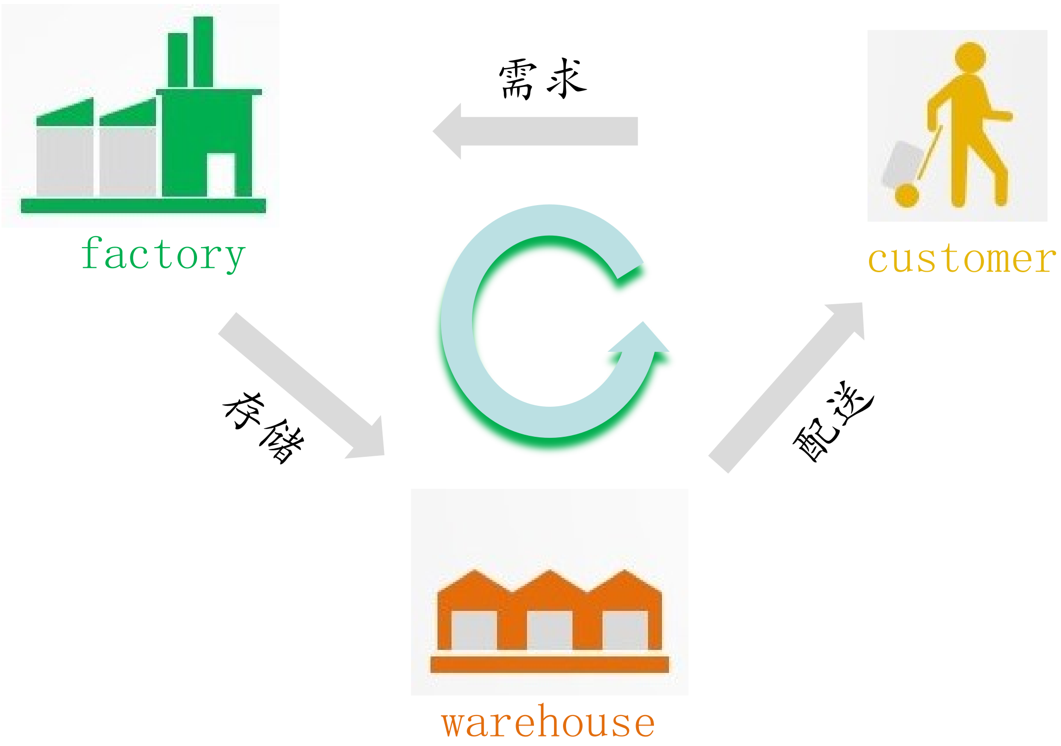
工厂生产产品的数量主要由客户的订单决定，但过多的产量将会提高库存的成本，因此在计划制定过程中希望实现四个目标：

1）产品最大库存日的库存数量尽可能的小；

2）生产不同产品需要更换对应的模具，影响生产的连贯性和效率，所以换模具的次数尽可能的少；

3）缩短工人加班时间，正常工作时长为8小时。

4）减少班次（单班或双班）成本



排产问题

- 问题描述

工厂在制定生产计划时主要需要考虑如下的一些约束限制：

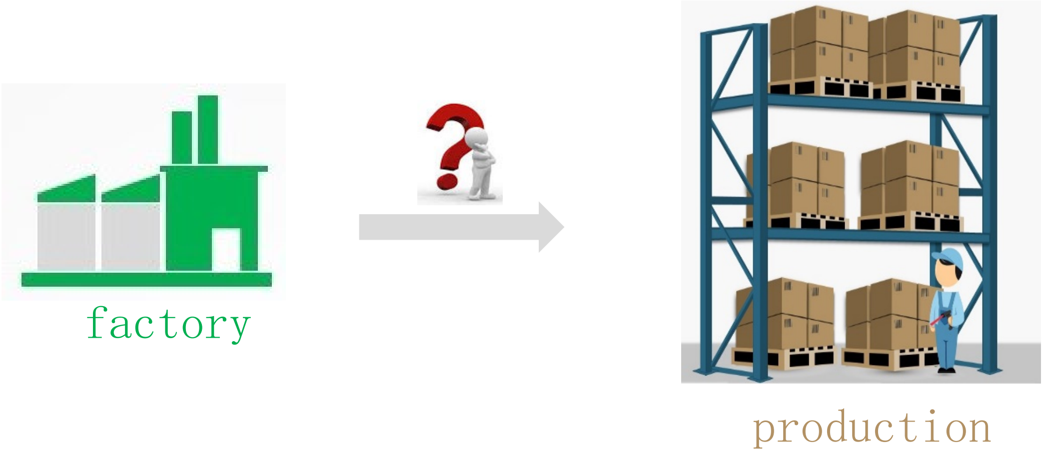
1）某一天如果计划生产某种产品，则其生产工时不得少于规定的时间；

2）产品生产的数量要为其原料批量的整数倍；

3）产品数量不能超过料架的数量，一些产品之间允许共用料架；

4）产生数量要能够满足客户的需求，同时每天的库存数量要不低于安全库存；

5）每天生产时间不能超过规定时间，双班20h,单班10h。



排产问题

- 问题模型

模型参数：

M　足够大的数；

P　产品总数集合；

T　计划期天数集合；

Sph_i　第i种产品的每小时产量；

$SSnp_i$　第i种产品的料架总数；

S_i　第i种产品的初始库存；

r_i　第i种产品对应的安全库存基准

排产问题

- 问题模型

模型参数：

K_i	第i种产品的原料批量；
D_{it}	第i种产品每天的需求量；
G_{ij}	第i种产品和第j种产品能否共用料架；
α	加班时间的比重；
β	换模次数的比重；
γ	单双班比重；

排产问题

- 问题模型

模型变量：

x_{it} $integer$，第i种产品在第t天生产的数量；

y_{it} $binary$，第i种产品在第t天是否安排生产；

Z $continuous$，计划期内最大日库存；

N_{it} $integer$，任意一个整数值；

e_{ijt} $integer$，第t天第i种产品调用第j种产品料架的容量；

u_t $binary$，第t天单班生产；

v_t $binary$，第t天双班生产；

w_t $continuous$，加班时间 。

排产问题

- 问题模型

$$min \quad Z + \alpha \sum_{t\in T} w_t + \beta \sum_{t\in T} \sum_{i\in P} y_{it} + \gamma \sum_{t\in T} (u_t + 2v_t)$$

（1） 如果 $y_{it} = 1$，要求工时要大于0.9：

$$0.9y_{it} \le \frac{x_{it}}{Sph_i} \le M * y_{it}\,, \qquad \forall i \in P, t \in T$$

（2） 每天的工时不超过20小时：

$$\sum_{i\in P} \frac{x_{it}}{Sph_i} \le 10u_t + 20v_t\,, \qquad \forall t \in T$$

（3） 每次生产数量需要是原料批量的整数倍：

$$x_{it} - K_i * N_{it} = 0\,, \qquad \forall i \in P, t \in T$$

排产问题

- 问题模型

（4） 第t天产品i的库存要小于可用的料架数：

$$S_i + \sum_{j=1}^{t} (x_{ij} - D_{ij}) \leq SSnp_i + \sum_{l \in P} (e_{ilt} - e_{lit}), \qquad \forall i \in P, t \in T$$

（5） 每天产品库存不低于对应的安全库存：

$$S_i + \sum_{j=1}^{t} (x_{ij} - D_{ij}) \geq r_i * D_{i,t+1}, \qquad \forall i \in P, t \in T$$

（6）某产品能被调用料架的数量不能超过对应的料架数：

$$\sum_{i \in P} e_{ijt} \leq SSnp_j, \qquad \forall i \in P, t \in T$$

排产问题

- 问题模型

（7） Z值表示产品日库存：

$$Z \geq \sum_{i \in P} [S_i + \sum_{j=1}^{t} (x_{ij} - D_{ij})] \,, \qquad \forall t \in T$$

（8）如果$u_t = 1$，则第t天必然生产：

$$\sum_{i \in P} y_{it} \geq u_t \,, \qquad \forall t \in T$$

（9）如果$v_t = 1$，则第t天必然生产：

$$\sum_{i \in P} y_{it} \geq v_t \,, \qquad \forall t \in T$$

排产问题

- 问题模型

（10） 如果某天生产，则为单班或双班生产：

$$\sum_{i\in P}\frac{y_{it}}{M}\le u_t+v_t \le 1, \qquad \forall t\in T$$

（11） 加班时间：

$$\sum_{i\in P}\frac{x_{it}}{Sph_i}-8u_t-16v_t\le w_t, \qquad \forall t\in T$$

（12） 变量类型：

$$x_{it},N_{it},e_{ijt}\in N^+,y_{it},u_t,v_t\in\{0,1\},Z,w_t\ge 0, \qquad \forall i,j\in P,t\in T$$

排产问题

- 案例测试-输入数据

产品编号	是否存在差异件	类型	SPH	原料批量	安全库存基准（天）	初始库存量	需求量周一	需求量周二	需求量周三	需求量周四	需求量周五	需求量周六	需求量周日	需求量下周一
p1	0	A	350	150	1.5	55	0	0	0	0	0	0	0	0
p2	0	A	535	200	0.5	899	200	200	200	200	200	0	0	200
p3	0	A	535	150	1.2	590	200	200	200	200	200	0	0	200
p4	0	A	535	150	0.6	320	200	200	200	200	200	0	0	200
p5	0	A	535	250	2	2220	1010	1011	1010	1001	998	0	0	1000
p6	0	B	535	100	1.3	1385	810	811	810	801	798	0	0	800

第 t 天某产品的安全库存 = 第 $t+1$ 天的需求量*安全库存基准；

只用类型相同的产品可以调用料架；

某产品的料架数量 = 对应原料批量*10。

排产问题

- 案例测试-结果

产品生产计划：

产品编号	周一（双班）	周二（双班）	周三（双班）	周四（双班）	周五（---）	周六（---）	周日（双班）
p1	0	0	0	0	0	0	0
p2	0	0	0	600	0	0	0
p3	0	750	0	0	0	0	0
p4	0	750	0	0	0	0	600
p5	1000	1000	1000	1000	0	0	1000
p6	500	800	800	800	0	0	800
p7	800	800	800	800	0	0	800
p8	800	1100	600	700	0	0	800
p9	700	800	800	800	0	0	800
p10	500	0	500	0	0	0	0
p11	500	0	500	0	0	0	0
p12	500	0	500	0	0	0	0

排产问题

- 案例测试-结果

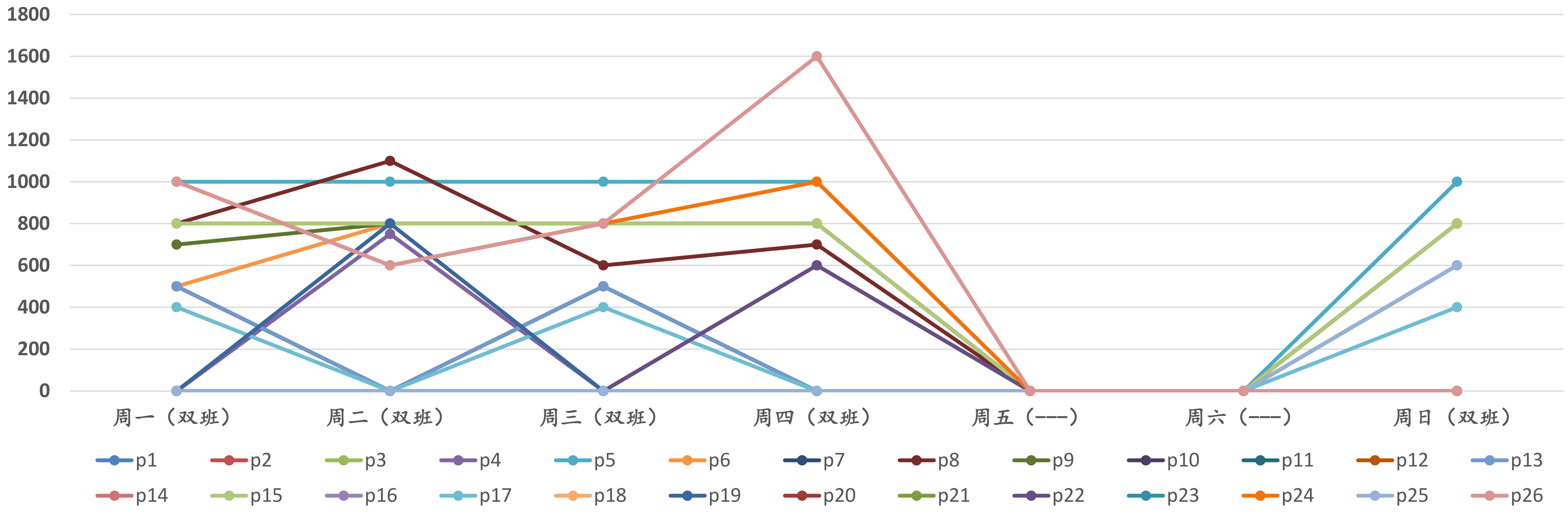
产品生产计划：

产品编号	周一（双班）	周二（双班）	周三（双班）	周四（双班）	周五（单班）	周六（单班）	周日（---）
p13	500	0	500	0	0	0	0
p14	800	800	800	800	0	0	800
p15	800	800	800	800	0	0	800
p16	0	0	0	0	0	0	0
p17	400	0	400	0	0	0	400
p18	0	0	0	0	0	0	0
p19	0	800	0	0	0	0	0
p20	0	0	0	0	0	0	0
p21	0	0	0	0	0	0	0
p22	0	0	0	600	0	0	0
p23	0	0	0	0	0	0	0
p24	1000	600	800	1000	0	0	600
p25	0	0	0	0	0	0	600
p26	1000	600	800	1600	0	0	0

排产问题

- 案例测试-结果

产品生产计划：



排产问题

- 案例测试-结果

产品生产工时：

产品编号	周一（双班）	周二（双班）	周三（双班）	周四（双班）	周五（---）	周六（---）	周日（双班）
p1	0	0	0	0	0	0	0
p2	0	0	0	1.121495	0	0	0
p3	0	1.401869	0	0	0	0	0
p4	0	1.401869	0	0	0	0	1.121495
p5	1.869159	1.869159	1.869159	1.869159	0	0	1.869159
p6	0.934579	1.495327	1.495327	1.495327	0	0	1.495327
p7	1.495327	1.495327	1.495327	1.495327	0	0	1.495327
p8	1.495327	2.056075	1.121495	1.308411	0	0	1.495327
p9	1.308411	1.495327	1.495327	1.495327	0	0	1.495327
p10	0.934579	0	0.934579	0	0	0	0
p11	0.934579	0	0.934579	0	0	0	0
p12	0.934579	0	0.934579	0	0	0	0
p13	0.934579	0	0.934579	0	0	0	0

排产问题

- 案例测试-结果

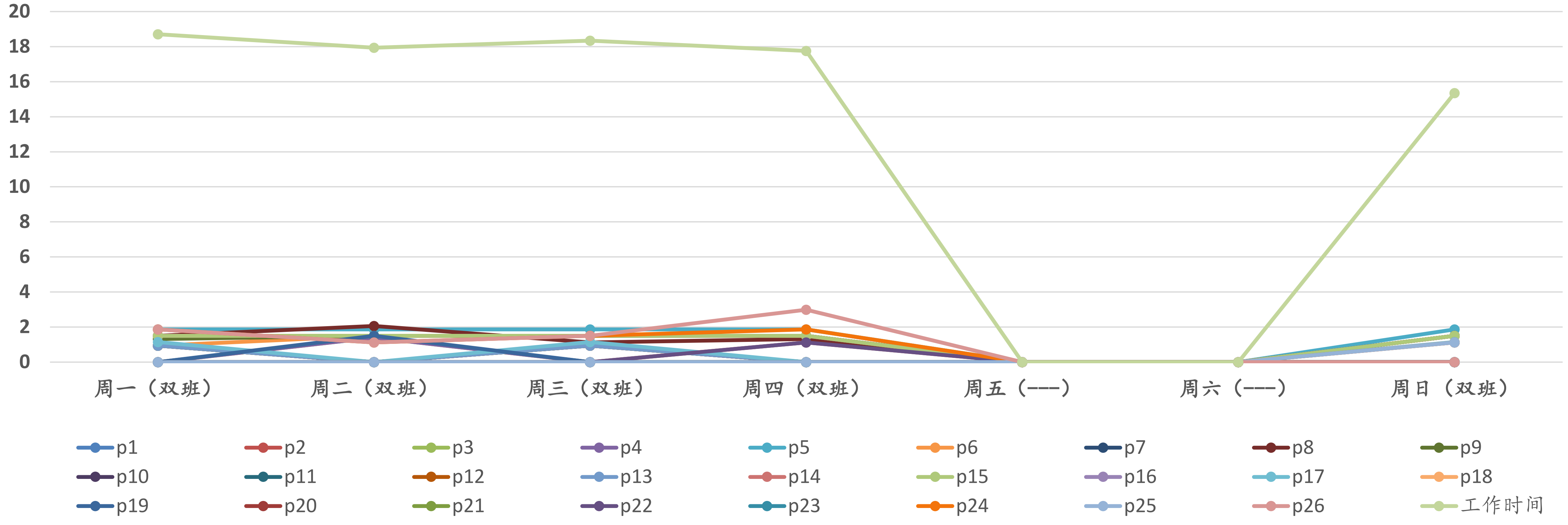
产品生产工时：

产品编号	周一（双班）	周二（双班）	周三（双班）	周四（双班）	周五（---）	周六（---）	周日（双班）
p14	1.495327	1.495327	1.495327	1.495327	0	0	1.495327
p15	1.495327	1.495327	1.495327	1.495327	0	0	1.495327
p16	0	0	0	0	0	0	0
p17	1.142857	0	1.142857	0	0	0	1.142857
p18	0	0	0	0	0	0	0
p19	0	1.495327	0	0	0	0	0
p20	0	0	0	0	0	0	0
p21	0	0	0	0	0	0	0
p22	0	0	0	1.121495	0	0	0
p23	0	0	0	0	0	0	0
p24	1.869159	1.121495	1.495327	1.869159	0	0	1.121495
p25	0	0	0	0	0	0	1.121495
p26	1.869159	1.121495	1.495327	2.990654	0	0	0
工作时间	18.71295	17.94393	18.33912	17.75701	0	0	15.34846
加班时间	2.712951	1.943925	2.339119	1.757009	0	0	0

排产问题

- 案例测试-结果

产品生产工时：



排产问题

- 案例测试-结果

产品库存：

产品编号	周一（双班）	周二（双班）	周三（双班）	周四（双班）	周五（---）	周六（---）	周日（双班）
p1	55	55	55	55	55	55	55
p2	699	499	299	699	699	699	499
p3	390	940	740	540	540	540	340
p4	120	670	470	270	270	270	670
p5	2209	2199	2198	2200	2200	2200	2200
p6	1074	1064	1063	1065	1065	1065	1065
p7	1099	1089	1088	1090	1090	1090	1090
p8	1099	1389	1188	1090	1090	1090	1090
p9	1074	1064	1063	1065	1065	1065	1065
p10	600	400	700	500	500	500	300
p11	697	497	797	597	597	597	397
p12	600	400	700	500	500	500	300
p13	640	440	740	540	540	540	340

排产问题

- 案例测试-结果

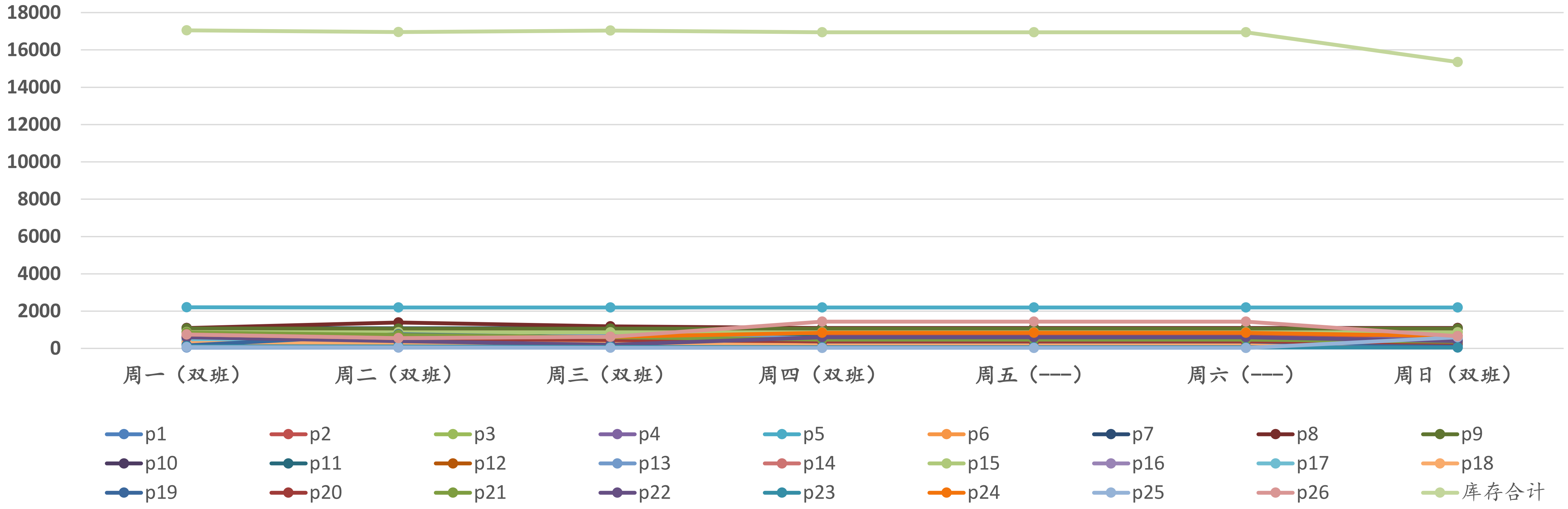
产品库存：

产品编号	周一（双班）	周二（双班）	周三（双班）	周四（双班）	周五（---）	周六（---）	周日（双班）
p14	878	868	867	869	869	869	869
p15	878	868	867	869	869	869	869
p16	246	244	236	233	233	233	229
p17	475	277	485	288	288	288	492
p18	288	286	278	275	275	275	271
p19	164	766	574	377	377	377	181
p20	602	528	455	386	386	386	302
p21	859	733	606	475	475	475	359
p22	600	400	200	600	600	600	400
p23	121	103	83	66	66	66	48
p24	753	561	621	840	840	840	658
p25	77	59	39	22	22	22	604
p26	753	561	621	1440	1440	1440	658
库存合计	17050	16960	17033	16951	16951	16951	15351

排产问题

- 案例测试-结果

产品库存：



排班问题

- 问题描述

某企业需要制定工人的排班计划，期望能够在满足生产需求的前提下最小化人员的成本。

已知企业已经将不同的生产过程划分为若干小块，每个生产块在生产线上都有开始和结束对应的工位和时刻，同时不同生产块所需要的工时可能不一致。企业需要将这些生产块分配给若干工人组，在分配时为了考虑生产的连贯性，分配给某一生产小组的生产块要满足时间和工位上的限制，例如，某生产小组分配到了a,b,c三个生产块，且按照a,b,c顺序生产，那么前生产块结束时间要早于后生产块开始时间，同时前生产块的结束工位要和后生产块的开始工位一致。

生产编号	开始时间	结束时间	开始工位	结束工位	工时
P001	8:00	9:30	A	C	1.5
P002	8:30	10:30	B	A	2
P003	12:00	13:00	B	C	1
P004	14:00	15:00	C	B	1
P005	10:00	13:30	A	B	3.5
P006	15:00	17:00	A	D	2

排班问题

- 问题描述

在满足生产要求的前提下，企业期望降低如下的一些生产成本：

1）班组使用的数量；

2）加班成本，班组累计生产时间超过8小时算加班；

3）生产时间不均衡成本（隐含成本），不同班组之间累计工作时间差越大，该项隐含成本越高。

生产编号	开始时间	结束时间	开始工位	结束工位	工时
P001	8:00	9:30	A	C	1.5
P002	8:30	10:30	B	A	2
P003	12:00	13:00	B	C	1
P004	14:00	15:00	C	B	1
P005	10:00	13:30	A	B	3.5
P006	15:00	17:00	A	D	2

排班问题

- 问题模型

模型参数：

N 生产块集合；

W 工人班组集合；

M 足够大的数；

t_i 第$i \in N$生产块的工时；

s_i 第$i \in N$生产块的开始时间；

e_i 第$i \in N$生产块的结束时间；

p 单位加班时间成本；

排班问题

- 问题模型

模型参数：

q　单位最长最短累计工时差成本；

α　加班成本对应的目标权重；

β　工时差成本对应的目标权重；

H_{ij}　第i生产块结束工位与第j生产块开始工位是否一致以及时间是否合适。

排班问题

- 问题模型

模型变量：

x_{ij}^{k} $binary$, 班组k完成生产块i后开始生产块j的生产；

y^{k} $binary$, 班组k是否参与生产；

z^{k} $continuous$, 班组k加班时长；

u $continuous$, 班组中最长的工作时长；

v $continuous$, 班组中最短的工作时长。

排班问题

- 问题模型

$$\min \sum_{k\in W} y^k + \alpha \sum_{k\in W} z^k + \beta(u-v)$$

（1） 每一个生产块都被分配：

$$\sum_{j\in N+\{n+1\}} \sum_{k\in W} x_{ij}^k = 1, \qquad \forall i \in N$$

（2） 生产块能否连接（工位和时间）：

$$x_{ij}^k \le H_{ij}, \qquad \forall i,j \in N, k \in W$$

（3） 班组是否参与生产：

$$x_{ij}^k \le y^k, \qquad \forall i,j \in N+\{0,n+1\}, k \in W$$

排班问题

- 问题模型

（4） 生产块连接约束：

$$\sum_{j\in N/i} x_{ij}^{k} - \sum_{j\in N/i} x_{ji}^{k} = \begin{cases} 1 & i=0 \\ 0 & i\in N \\ -1 & i=n+1 \end{cases} \qquad \forall\, k\in W$$

（5） 最长工作时间：

$$u \geq \sum_{i\in N+\{0\}} \sum_{j\in N+\{n+1\}} t_i x_{ij}^{k}, \qquad \forall k\in W$$

（6） 最短工作时间：

$$v \leq M\left(1-y^{k}\right) + \sum_{i\in N+\{0\}} \sum_{j\in N+\{n+1\}} t_i x_{ij}^{k}, \qquad \forall k\in W$$

排班问题

- 问题模型

（7） 班组加班时间：

$$z^k \geq \sum_{i\in N+\{0\}} \sum_{j\in N+\{n+1\}} t_i x_{ij}^k - 8, \qquad \forall k \in W$$

（8） 变量类型：

$$x_{ij}^k, y^k \in \{0,1\}, z^k, u, v \geq 0, \qquad \forall i,j \in N, k \in W$$

排班问题

- 案例测试-输入数据

数据划分了30生产块，每个生产块对应不同生产工时以及开始和结束时间、工位，其中班组的数量为15.

生产编号	开始时间	结束时间	开始工位	结束工位	工时
P001	08:22	10:06	3	1	1.733333
P002	08:23	09:41	3	3	1.3
P003	08:51	10:04	1	1	1.216667
P004	08:57	10:21	3	1	1.4
P005	10:09	10:13	1	1	0.066667
P006	11:01	12:06	2	1	1.083333
P007	11:11	11:41	2	3	0.5
P008	11:42	12:30	3	1	0.8
P009	12:23	12:58	1	1	0.583333
P010	14:11	15:06	2	3	0.916667

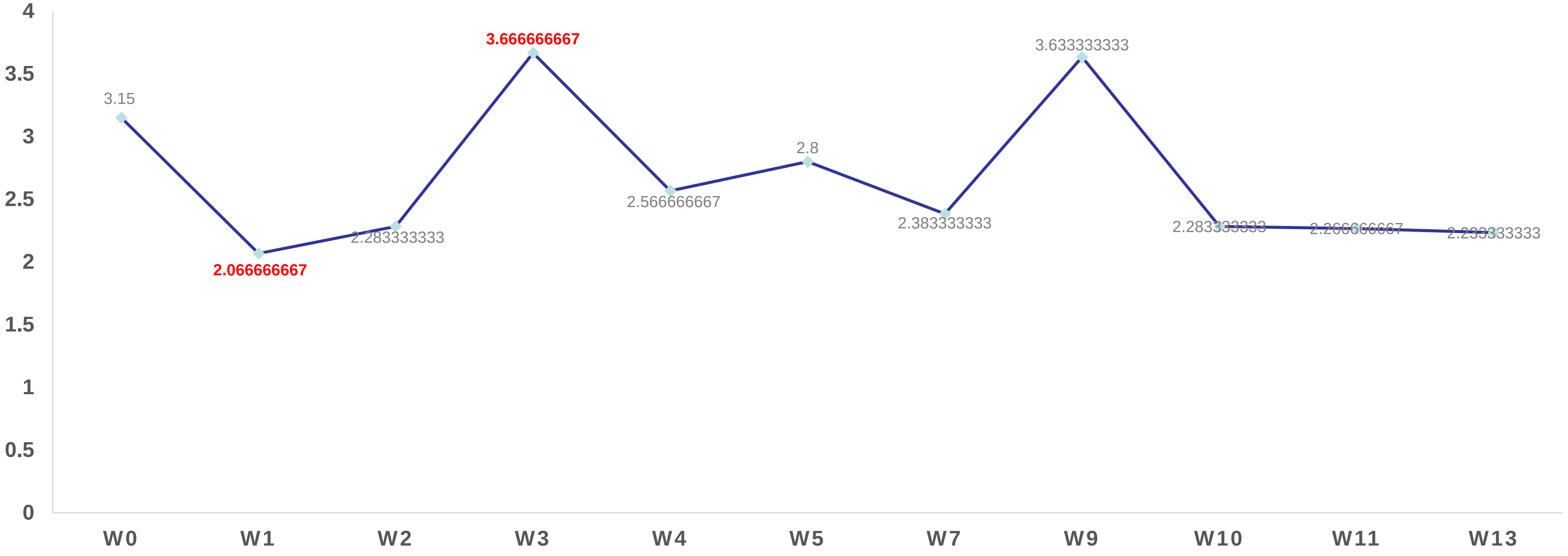
排班问题

- 案例测试-结果

班组编号	生产时长	加班时长	生产块编号
w0	3.15	0	P003,P013,P018,P023,P028
w1	2.066666667	0	P004,P029
w2	2.283333333	0	P010,P026,P030
w3	3.666666667	0	P008,P012
w4	2.566666667	0	P016,P017
w5	2.8	0	P006,P014,P025
w7	2.383333333	0	P001,P005,P009
w9	3.633333333	0	P015,P022
w10	2.283333333	0	P002,P019,P020
w11	2.266666667	0	P011,P024,P027
w13	2.233333333	0	P007,P021

排班问题

- 案例测试-结果


4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
3.15
2.066666667
2.283333333
3.666666667
2.566666667
2.8
2.383333333
3.633333333
2.283333333
2.266666667
2.233333333
W0
W1
W2
W3
W4
W5
W7
W9
W10
W11
W13

谢谢各位对 Gurobi 中文网络课程的支持。

我们会不断推出专题培训,敬请关注

www.gurobi.cn