



Laboratórios Integrados em Engenharia Biomédica - DEB

TC2

Transferência de Calor em Estado Não Estacionário



Grupo 3.1

António Rodrigues, A66177

Clara Guimarães, A97510

Ema Martins, A97678

Mariana Costa, A96284

Braga

19 de maio de 2023

Sumário:

A seguinte atividade experimental foi realizada no âmbito da unidade curricular de Laboratórios Integrados em Engenharia Biomédica. A execução desta atividade experimental teve como motivação perceber o impacto da constituição de sólidos e das suas dimensões no fenómeno de transferência de energia na forma de calor por condução e estudar o mecanismo de transferência de calor em estado não estacionário.

O fenómeno de transferência de calor consiste na transferência de energia térmica de um meio para outro. Este fenómeno pode ocorrer por condução, convecção ou radiação. Nesta atividade experimental foi estudada a condução, sendo este um processo no qual a transferência de calor ocorre pelo contacto direto das partículas de um material com as de outro. No estado estacionário, a temperatura do sistema não se mantém constante ao longo do tempo, como resultado de um fluxo de calor variável. [1]

Nesta atividade experimental estudaram-se três sólidos de materiais e formas diferentes e registaram-se os valores das temperaturas em dois pontos de cada sólido ao longo do tempo de forma a estudar a influência da forma e do material no processo de transferência de calor.

Através dos dados experimentais, obteve-se os perfis de temperatura para os diferentes objetos de forma a obter uma comparação gráfica e procedemos aos cálculos teóricos para permitir avaliar a qualidade das medições.

Através dos resultados experimentais concluímos que o metal é um material que apresenta maior condutividade térmica do que o acrílico e, portanto, apresenta uma maior taxa de transferência de calor. Por outro lado, a forma do material também influencia o processo de transferência de calor, sendo que quanto maior a área superficial mais rapidamente se dá esta transferência.

ÍNDICE

Introdução:	4
Materiais e métodos:.....	5
Resultados e discussão:.....	6
Conclusão:.....	10
Bibliografia:	12
Anexos:	13

Introdução:

A transferência de calor é um processo que nasce da transferência de energia térmica entre dois corpos ou sistemas. Esta pode ocorrer em modo estacionário, cenário em que a temperatura do sistema se mantém constante ao longo do tempo, ou não estacionário, quando isso não se verifica.

Este tipo de transferência de energia pode ocorrer de três formas distintas, sendo elas condução, convecção e radiação. A condução ocorre quando a energia térmica é transmitida a partir da colisão entre moléculas. A convecção ocorre através de um fluido. Quando este é aquecido fica menos denso, pelo que acaba por subir. O processo inverso acontece ao fluido frio. Isto leva à criação de correntes de convecção. A radiação é a transferência de calor por meio de ondas eletromagnéticas, como, por exemplo, a luz.

Nesta atividade laboratorial abordou-se a transferência de calor por condução em modo não estacionário. Estes conhecimentos podem ser utilizados na biomédica, como, por exemplo, na criocirurgia. A criocirurgia é um processo pelo qual se cria um gradiente térmico de modo a congelar tecidos patológicos. De igual forma, a cauterização é utilizada em procedimentos cirúrgicos para controlar o sangramento. Através da condução de calor não estacionário, um instrumento cauterizador é aquecido e aplicado ao tecido, causando sua coagulação e interrompendo o fluxo sanguíneo. [2]

Com vista a estudar este tipo de transferência de calor, os objetivos para esta atividade passam por verificar os princípios de transferência de calor em modo não estacionário e investigar o efeito da forma e propriedades dos materiais na condução de calor em estado não-estacionário.

Materiais e métodos:

Nesta atividade experimental foram estudados três sólidos: cilindro de liga metálica, esfera de liga metálica e cilindro de acrílico. Cada um destes sólidos possuía orifícios com diferentes profundidades, que foram medidas através da introdução total do termopar em cada orifício e posterior medição da distância com recurso a uma régua. Nestes, seria introduzida a massa térmica e posteriormente os termopares. A massa térmica tem como função garantir um bom contacto entre os termopares e o sólido. No final da introdução dos termopares, foi utilizado patafix de modo a selar cada um dos orifícios não permitindo a entrada de água nos mesmos e consequentemente medições incorretas da temperatura pelos termopares e mantendo os termopares na posição correta.

De seguida foi medida a temperatura inicial do sólido e posteriormente este foi colocado num banho termostatzado a 70°C , durante aproximadamente 1h no caso do cilindro de acrílico e 5 min no caso dos sólidos de liga metálica. Esta diferença de tempos deve-se à elevada condutividade térmica da liga metálica (29 W/mK) em comparação com o acrílico ($0,201 \text{ W/mK}$) que leva a que a transferência de calor na liga metálica ocorra muito mais rapidamente.

No decorrer da atividade experimental, foram registados os valores das temperaturas em dois pontos do sólido ao longo do tempo. Repetiu-se este procedimento para os restantes sólidos.

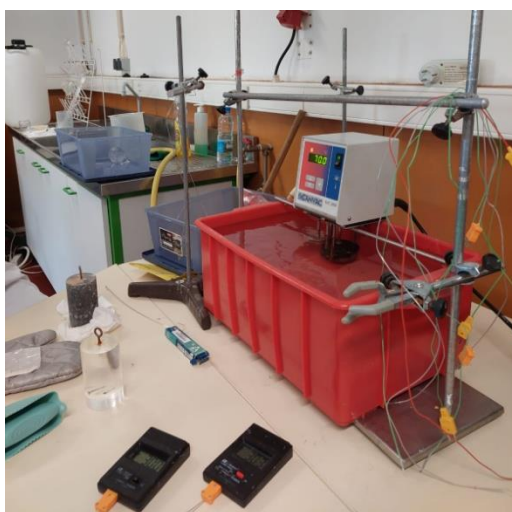


Figura 1- Esquema da instalação experimental do trabalho de transferência de calor em estado não estacionário.

Resultados e discussão:

Através dos resultados experimentais, foram traçados os gráficos dos perfis de temperatura em dois pontos distintos do sólido em função do tempo.

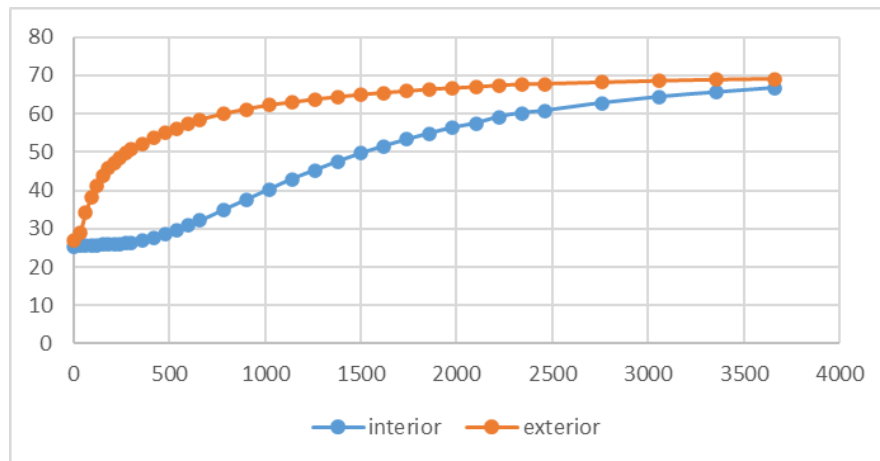


Figura 2 - Perfil de temperaturas do cilindro de acrílico.

Através da figura 1 é possível observar que no ponto exterior a reta apresenta um declive superior em comparação ao ponto interior, ou seja, a temperatura final é atingida mais rapidamente. Este comportamento deve-se à baixa condutividade do acrílico que impede um aquecimento uniforme e às diferentes distâncias dos dois pontos à fonte de calor.

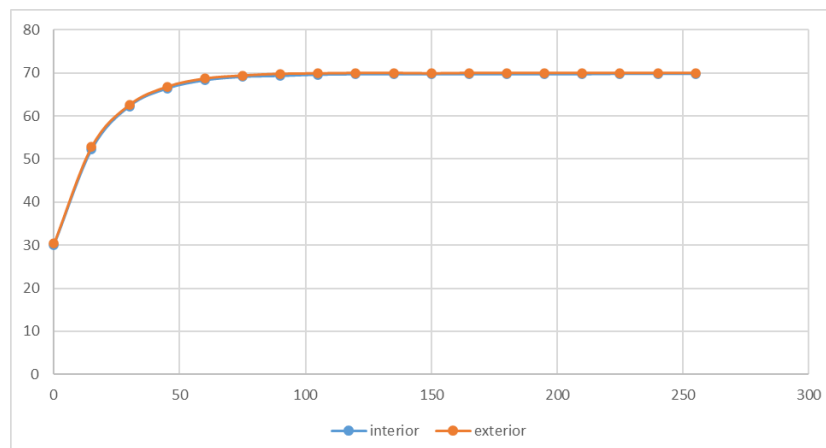


Figura 3 - Perfil de temperaturas da esfera metálica.

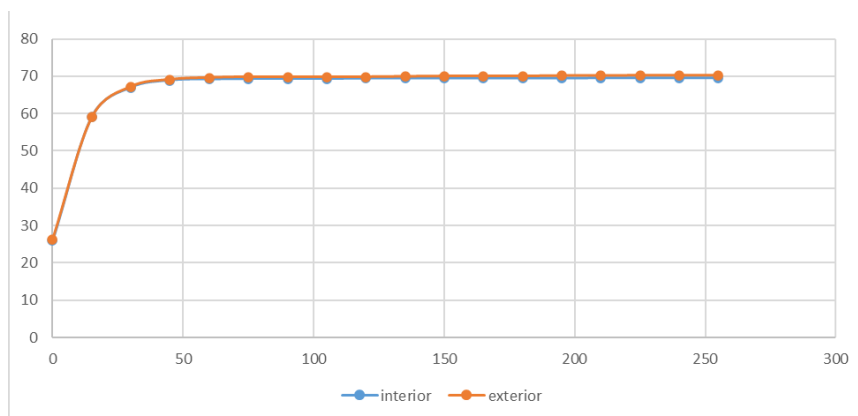


Figura 4 - Perfil de temperaturas do cilindro metálico.

As figuras 2 e 3 revelam comportamentos semelhantes, tendo em conta que os sólidos são ambos constituídos por uma liga metálica, cuja condutividade é muito elevada. Esta característica justifica ainda a sobreposição das linhas referentes aos dois pontos. Todavia, é possível verificar que o cilindro apresenta um maior declive do que a esfera, ou seja, estabiliza a temperatura mais rapidamente possivelmente devido à sua área de contacto (Tabela 1) com a fonte de calor ser superior.

Tabela 1 – Áreas das superfícies dos sólidos

Área sup. Esférica (cm ²)	Área sup. Cilindro (cm ²)
120,7628216	223,0216625

Como esperado, tendo os dois cilindros dimensões semelhantes, a transferência de calor no de liga metálica desenvolve-se mais rapidamente pois tem uma condutividade superior. Um exemplo que ilustra esta situação é que após um período de 240 segundos no banho, o cilindro metálico já tinha alcançado uma estabilização das temperaturas, enquanto o cilindro de acrílico apresentava uma temperatura de 26.1°C no termopar interior e 48.6°C no termopar exterior, podendo-se constatar a baixa condutividade térmica que este material apresenta quando comparada com uma peça com o mesmo formato, mas com material diferente.

Tabela 2 – Valores da temperatura experimentais e teóricos do cilindro de acrílico.

Distância à sup. (cm)	Prático (°C) 46min	Teórico (°C) 46min	Prático (°C) 61min	Teórico (°C) 61min
3,2	62,8	60,7	66,7	65,2
2,2	68,2	68,6	69,1	69,5

Conforme se observa na Tabela 2, no caso do cilindro de acrílico as temperaturas medidas aos 46 minutos são sempre inferiores às recolhidas aos 61 minutos, uma vez que o processo de transferência de calor não tinha decorrido tempo suficiente para alcançar temperaturas como as finais.

É também possível verificar que os dois grupos de valores, práticos e teóricos, são superiores no ponto mais exterior do cilindro, a 2,2 centímetros, pois encontra-se mais próximo da fonte de calor do que o ponto a 3,2 centímetros. Esta diferença entre os dois pontos é considerável e é corroborada pela condutividade do material ser de apenas 0,201 W/mK.

Os valores teóricos referentes ao ponto mais exterior são muito semelhantes aos valores práticos, no entanto, os práticos referentes ao ponto mais interior são superiores, algo que pode também ser o reflexo da baixa condutividade do acrílico que permite que o calor se acumule no seu interior.

Tabela 3 - Valores da temperatura experimentais e teóricos do cilindro metálico.

Distância à sup. (cm)	Prático (°C) 15s	Teórico (°C) 15s	Prático (°C) 5min	Teórico (°C) 5min
3,1	59,1	48,2	69,5	69,8
2,1	59,0	63,8	70,2	69,8

No cilindro metálico, depois dos primeiros 15 segundos é possível verificar que a temperatura do ponto mais interior é muito superior ao esperado enquanto o contrário acontece ao ponto mais próximo da superfície (Tabela 3). Relativamente às medições passado 5 minutos da colocação do sólido na água são próximas ao esperado.

O sólido a ser analisado apresenta dimensões e distâncias entre os dois pontos medidos muito semelhantes ao tratado anteriormente o que poderia indicar um comportamento idêntico. Todavia, é possível verificar que as temperaturas medidas no laboratório nos dois pontos são sempre muito próximas no mesmo instante, algo que pode ser justificado pela superior condutividade do metal em comparação ao acrílico.

Tabela 4 - Valores da temperatura experimentais e teóricos da esfera metálica.

Distância à sup. (cm)	Prático (°C) 15s	Teórico (°C) 15s	Prático (°C) 5min	Teórico (°C) 5min
3,3	52,3	56,7	69,8	69,8
3,1	52,9	59,3	70,0	69,8

A esfera metálica revela uma certa discrepância entre valores obtidos no laboratório e os calculados ao fim de 15 segundos, sendo que os práticos são inferiores. Já os valores ao fim de 5 minutos são muito próximos aos esperados (Tabela 4).

Nos dois instantes avaliados, a esfera apresenta valores equivalentes nos dois pontos o que, neste caso, pode ser justificado não só pela condutividade do metal ser elevada (29W/mK) como também pela grande proximidade entre os dois pontos medidos. Independentemente da pequena distância, o ponto mais à superfície permanece sempre com uma temperatura mais elevada por estar mais próximo da fonte de calor.

Conclusão:

Através dos resultados obtidos na execução desta atividade laboratorial podemos relacionar a geometria dos sólidos com a condução, uma vez que o cilindro e a esfera metálicos apresentam a mesma condutividade, no entanto o cilindro atinge a temperatura final num intervalo de tempo inferior. Todavia, a condutividade é a característica que dita o comportamento do perfil de temperaturas uma vez que ambos são representados com retas semelhantes. Por outro lado, a condutividade inferior do acrílico revela um perfil distinto com um período maior até à estabilização e diferença significativa entre o ponto interior e exterior, embora este apresente características dimensionais equivalentes ao cilindro de metal.

Podemos concluir que os valores práticos obtidos na sua maioria vão de encontro aos valores teóricos. No entanto, estes apresentam certas discrepâncias o que pode ser justificado pela ausência de massa térmica que pode ter levado à entrada de água para os orifícios e consequentemente a uma medição incorreta da temperatura. Em alguns casos verificou-se que a temperatura final do sólido era superior à da fonte de calor o que não é possível e pode ser justificado pela incorreta calibração. No caso específico da esfera de liga metálica, como a condutividade térmica é muito elevada, num curto intervalo de tempo pode ocorrer uma grande variação da temperatura. Neste caso, verifica-se que os valores teóricos são consideravelmente superiores aos práticos. Isto pode acontecer devido à incerta cronometração dos intervalos de tempo.

Sendo os objetivos a verificação dos princípios da transferência de calor e a investigação da influência das características dos sólidos, nomeadamente a geometria e composição, na condução em estado não-estacionário podemos concluir que estes foram cumpridos.

A atividade laboratorial foi benéfica uma vez que permitiu explorar conceitos teóricos anteriormente lecionados na Unidade Curricular de Transferência de Calor e Massa, nomeadamente a influência do material que constitui um sólido e as suas dimensões no fenómeno de transferência de calor por condução. Esta abordagem também clarificou as diferenças entre o estado estacionário e não-estacionário.

Bibliografia

- [1] (Transferência de calor. Conceitos Do Mundo. Disponível em <https://conceitosdomundo.pt/transferencia-de-calor/>)
- [4] Silva, F. S. (2011). “Simulação da Transferência de Calor na Articulação do Joelho em Modelo Animal para Condições de Aquecimento e Resfriamento” (Dissertação Programa de Pós-Graduação). Universidade Federal de Minas Gerais.
- [3] Protocolo TC2. Laboratórios Integrados em Engenharia Biomédica. Universidade do Minho.
- [4] Formulário Condução em estado não estacionário. Transferência de calor e massa. Universidade do Minho.

Anexo:

De seguida encontra-se o exemplo de cálculo da temperatura no orifício com 2.2 cm de profundidade do cilindro de acrílico, após 61 minutos da inserção do mesmo num banho termostatzado a 69,8°C.

Inicialmente é necessário determinar os valores teóricos para as **propriedades do acrílico**:

$$\begin{aligned}\rho &= 1180 \text{ kg/m}^3 \\ c_p &= 1465,38 \text{ J/(kg. K)} \\ k &= 0,201 \text{ W/(m. K)}\end{aligned}$$

Estas propriedades são essenciais para calcular a **difusividade** do acrílico:

$$DH = \frac{k}{c_p * \rho} = \frac{0,201}{1465,38 * 1180} = 1,16242 * 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

De seguida é necessário determinar algumas **propriedades experimentais** nomeadamente:

$$\begin{aligned}t_1: 45 \text{ min} &= 2770 \text{ s} \\ t_2: 61 \text{ min} &= 3660 \text{ s} \\ \text{Tambiente: } &69,8 \text{ }^\circ\text{C} \\ \text{Tsuperfície: } &25,4 \text{ }^\circ\text{C} \\ \text{Centro radial do cilindro: } &3,2 \text{ cm} \\ \text{Distância ao centro do orifício 2: } &3,2 - 2,2 = 1 \text{ cm} \\ \text{Diâmetro do cilindro: } &6,1 \text{ cm} \\ \text{Altura do cilindro: } &10 \text{ cm}\end{aligned}$$

A determinação destes valores permite-nos calcular o **tempo adimensional radial (τ)** ao fim de 61 min:

$$\tau_{\text{radial}} = \frac{DH * t}{r^2} = \frac{1,16242 * 10^{-7} * 3660}{(3,2 * 10^{-2})^2} = 0,415475022$$

De seguida é necessário determinar o **número de Biot (Bi)**:

$$Bi = \frac{h * xc}{k}$$

Para a determinação do número de Biot é necessário calcular o **coeficiente convectivo (h) da água** à temperatura de 69,8 °C \approx 70 °C.

Através da tabela das **propriedades da água** retiraram-se os seguintes valores a 70°C:

$$\begin{aligned}\rho &= 977,5 \text{ kg/m}^3 \\ \beta &= 0,578 * 10^{-3} \text{ K}^{-1} \\ \mu &= 0,404 * 10^{-3} \text{ J/(Kg * K)} \\ Pr &= 2,55\end{aligned}$$

Para o cálculo do coeficiente convectivo é necessário calcular os números adimensionais de **Grashof (Gr)** e de **Rayleigh (Ra)**:

$$Gr = \frac{D^3 \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty)}{\mu^2} = \frac{(6,1 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 977,5^2 \cdot 9,8 \cdot 0,578 \cdot 10^{-3} \cdot (66,7 - 25,4)}{(0,404 \cdot 10^{-3})^2} = 310859592,037$$

$$Ra = Gr \cdot Pr = 310859592,037 \cdot 2,55 = 792691959,7$$

Considerando que a **convecção é natural e no exterior de um cilindro horizontal**, utiliza-se a seguinte fórmula para determinar o número adimensional de **Nussel (Nu)**:

$$Nu = \left(0,6 + \frac{0,387 \cdot Ra^{1/6}}{\left(1 + \left(\frac{0,599}{Pr}\right)^{9/16}\right)^{8/27}}\right)^2 = \left(0,6 + \frac{0,387 \cdot 792691959,7^{1/6}}{\left(1 + \left(\frac{0,599}{2,55}\right)^{9/16}\right)^{8/27}}\right)^2 = 368,9595745$$

Através do número de Nussel é possível retirar o valor do **coeficiente convectivo da água (h)**:

$$Nu = \frac{h}{L \cdot k}$$

$$h = Nu \cdot L \cdot k = 368,9595745 \cdot 6,1 \cdot 10^{-2} \cdot 0,201 = 1215,752041$$

Com o cálculo do coeficiente convectivo é finalmente possível determinar o número de Biot (Bi):

$$Bi = \frac{h \cdot x_c}{k} = \frac{1215,752041 \cdot 3,2 \cdot 10^{-2}}{0,201} = 193,5525637$$

Uma vez que a condução num cilindro é bidimensional, existirão vários números de Biot diferentes para os diferentes tipos de **condução (radial e axial)**.

Para a **condução radial**, através do cálculo do número de Biot é possível retirar os valores de A_1 e λ_1 com recurso à tabela de condução em estado não estacionário para um cilindro:

$$Bi = 193,5525637 \approx \infty$$

$$A_1 = 1,6021$$

$$\lambda_1 = 2,4048$$

Com estes valores é possível calcular o **θ_{radial}** , através da seguinte equação:

$$\theta_{\text{radial}}(r,t) = A1 * e^{(-\lambda_1^2 * \tau)} * J_0\left(\frac{\lambda_1 * r}{r_0}\right)$$

Uma vez que o ponto para o qual vamos calcular o θ_{radial} não se encontra no centro do cilindro é necessário calcular **J0** porque este valor vai ser diferente de 1. O valor de J0 é calculado da seguinte forma:

$$\xi = \left(\frac{\lambda_1 * r}{r_0}\right) = \frac{2,4048 * 1 * 10^{-2}}{3,2 * 10^{-2}} = 0,7515 \approx 0,8$$

Através da tabela retira-se o valor de J0:

$$J_0(\xi) = J_0(0,8) = 0,8463$$

Uma vez calculado J0 é possível substituir os valores na equação de θ_{radial} obtendo assim o valor deste parâmetro:

$$\theta_{\text{radial}}(1 * 10^{-2}, 3660) = A1 * e^{(-\lambda_1^2 * \tau)} * J_0\left(\frac{\lambda_1 * r}{r_0}\right) = 1,6021 * e^{(-2,4048^2 * 0,415475022)} * 0,8463 = 0,122666702$$

Os mesmos cálculos são efetuados no caso da **condução axial**:

$$\tau_{\text{axial}} = \frac{DH * t}{r^2} = \frac{1,16242 * 10^{-7} * 3660}{(5 * 10^{-2})^2} = 0,170178569$$

$$Bi = 302,4258807 \approx \infty$$

$$A1 = 1,2732$$

$$\lambda_1 = 1,5708$$

Com estes valores é possível calcular o **θ_{axial}** , através da seguinte equação:

$$\begin{aligned} \theta_{\text{axial}}(5 * 10^{-2}, 3660) &= A1 * e^{(-\lambda_1^2 * \tau)} * \cos\left(\frac{\lambda_1 * x}{L}\right) \\ &= 1,2732 * e^{(-1,5708^2 * 0,170178569)} * \cos\left(\frac{1,5708 * 1 * 10^{-2}}{5 * 10^{-2}}\right) \\ &= 0,836635041 \end{aligned}$$

Para o cálculo da temperatura é necessário ter em conta tanto a contribuição axial como radial logo é necessário calcular o **θ_{total}** da seguinte forma:

$$\theta_{\text{total}} = \theta_{\text{axial}} * \theta_{\text{radial}} = 0,836635041 * 0,122666702 = 0,102627261$$

Através do cálculo do θ total é possível obter a **temperatura** no ponto pretendido:

$$\theta \text{ total} = \left(\frac{T - T_a}{T_0 - T_a} \right)$$

$$T = \left((0,102627261 * (25,4 - 69,8)) + 69,8 \right) = 65,24334961 \text{ } ^\circ\text{C}$$