Tarea #3
Análisis Numérico para Ingeniería
Integrantes:
Juan Alvarado
Kevin Cordero
Emanuel Esquivel
Luis Lopez
I Semestre - 2020

Problema de ingeniería

El problema que queremos resolver es el de caída libre en física pero considerando la fuerza de arrastre del aire. Como esta fuerza es proporcional a la velocidad entonces se necesita resolver una ecuación diferencial que se reduce a una integral para la cuál se aplicarán todos los métodos implementados.

Lo que se quiere saber es el tiempo necesario para llegar a cierta velocidad. Para este problema primero se analizan las fuerzas que actúan sobre un cuerpo en caída libre: el peso (W) y la fuerza aerodinámica (D). Usando sumatoria de fuerzas y segunda ley de Newton se llega a:

$W - D = m * a \ (1)$

Donde se sabe que:

$W \ = \ m * g$

$D(v) \ = b * v; \ b * v^2/2; \ ...$

Donde b es una constante que depende de la densidad del aire y la forma del objeto. Y se usa D(v) como una función de v ya que se sabe que la fuerza aerodinámica es proporcional a la velocidad pero en algunas referencias se usa el factor v o bien v^2 ya que ambos son modelos válidos y se escoge el que mejor se adapte experimentalmente, por lo que se deja la función en términos de v para darle más flexibilidad a la solución.

Además se sabe que la velocidad es la derivada de la posición en el tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Con algunos despejes en la ecuación (1) que se pueden revisar en la referencia de este problema (Nagle et al., 2005), se llega a la siguiente ecuación:

$$\int_{v_0}^{vf} \frac{m*dv}{mg-D(v)} = \int_0^t dt = t$$

Y se quiere resolver la integral $\int_{v_0}^{vf} \frac{m*dv}{mg-D(v)}$

Esta integral se puede resolver con métodos tradicionales pero eso puede resultar lento si se necesitan realizar cálculos constantes por ejemplo en un sistemas automático. Además la función D(v) puede tomar alguna forma que complique la integral exacta como por ejemplo D(v) = ln(v). Por lo que una aproximación numérica de la integral es de gran ayuda para esta situación. Para resolver este problema de manera numérica se tomarán los siguientes valores:

- $D(v) = b * v$
- b=0.3225
- m=1kg
- g=9.8m/s^2
- v0=0m/s
- vf=10m/s

Entonces para los métodos programados se usa:

- $f(x) = \frac{1}{9.8-0.3226x}$
- a = 0
- b = 10

La integral exacta calculada por métodos tradicionales para este caso particular es $I \approx 1.237631464459078$.

Se usaron los mismos datos para la función y los límites en cada método, pero se varían los valores extra ya que cada uno ocupa sus propios valores, sin embargo para hacer una comparación más justa se usan valores extra como "número de subintervalos" similares. El resultado de ejecutar este problema con los distintos métodos se puede apreciar en la tabla:

Método	Valores adicionales	Aproximación numérica	Error	Tiempo de ejecución
trapecio		1.27077603173913	3.31445672800552e-02	1.48965045809746e-06
simpson		1.23789110263622	2.59638177145360e-04	1.45286321640015e-06
trapecio_compuesto	n=5	1.23976514582987	2.13368137079217e-03	1.46229285746813e-06
simpson_compuesto	n=5	1.23764941613584	1.79516767653265e-05	1.62329524755478e-06
gaussiana	m=3	1.23762971776509	1.74669398433913e-06	5.14414859935641e-05
gaussiana_compuesta	n=3,m=3	1.23763143084751	3.36115706378592e-08	6.04803208261728e-05
romberg	n_romberg=5	1.23763146446847	9.39293087753867e-12	1.46066304296255e-06

En cuanto al resultado todos los métodos obtienen un aproximación bastante cercana al valor esperado. Pero si se analiza el error, se puede ver que todos varían mucho, y se identifica que **el menor error corresponde al método de Romberg**. Además en cuanto a tiempo de ejecución también se observa que no hay gran variación, sólo los métodos “gaussiana” y “gaussiana compuesta” se tardan un poco más de lo normal. La conclusión general es que el método de Romberg tiene el menor error y un costo computacional similar al resto por lo que podría ser el mejor método para resolver este problema.

Bibliografía

Nagle, R., Saff, E., & Snider, A. (2005). *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera* (1st ed., pp. 37-38). Pearson.