Emanuel Esquivel Lopez 2016133597

Pegunta 1

a) $f(x) = \frac{2^{0,2x}}{10}$, $x \in [0, 2]$ $\quad S = \{0, 0.5, 1, 2\}$

El error viene dado por $|f(x) - P(x)| \leq \left|\frac{f^{(4)}(x)}{4!}\right| \cdot |P(x)|$

$f'(x) = 0{,}013\, e^{0{,}13x}$

$f''(x) = 0{,}0019\, e^{0{,}13x}$

$f^{(3)}(x) = 0{,}00026\, e^{0{,}13x}$

$f^{(4)}(x) = 0{,}000036\, e^{0{,}13x}$

$f^{(4)}(x) \Rightarrow$ solo crece,

$\max f^{(4)}(x) = 0{,}000036\, e^{0{,}13 \cdot (2)} = 4{,}67 \times 10^{-5}$

$P(x) = (x-0)(x-0.5)(x-1)(x-2)$

$P(x) = x(x-0.5)(x-1)(x-2)$

$P'(x) = 4(x^3 - 2{,}625x^2 + 1.75x - 0{,}25)$

puntos Criticos: $x_1 = 0{,}19$, $x_2 = 0{,}7654$, $x_3 = 1{,}6$

$P''(x) = 12(x^2 - 1{,}75x + 0{,}58)$ $\quad P(0{,}19) = 3{,}4$ $\quad \underbrace{P(0{,}7..) = -2{,}04}_{max}$ $\quad P(1{,}6) = 4{,}2$

$\Rightarrow$ Error $= \frac{4{,}67 \times 10^{-5}}{4!} \cdot 0{,}765453 \Rightarrow \boxed{\text{error} = 1{,}49 \times 10^{-6}}$

b) $\int_0^2 f(x)\,dx$ $\quad$ met. Trap. Comp.

error $= \frac{(b-a)h^2}{12} |f''(\xi)| = 10^{-4}$ $\quad$ $\max f''(\xi) = f''(2) = 2{,}54 \times 10^{-3}$

$\Rightarrow \frac{(2-0)h^2 \cdot 2{,}54 \times 10^{-3}}{12} = 10^{-4} \Rightarrow \frac{h^2}{6} = \frac{10^{-4}}{2{,}54 \times 10^{-3}} \Rightarrow h^2 = \frac{6 \cdot 10^{-4}}{2{,}54 \times 10^{-3}}$

$h = \sqrt{\frac{30}{127}} \rightarrow \boxed{h = 0{,}48}$

Pregunta 2

a) $\frac{dy}{dx} = x^2 - 3y$ $\quad y(0) = 1$, $[0, 0.4]$ $\quad h = 0.1$

Puntos : $x_0 = 0$, $x_1 = 0.1$, $x_2 = 0.2$, $x_3 = 0.3$, $x_4 = 0.4$

$y_{n+1} = y_n + 0.1 k_2$ $\qquad x_0 = 0$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\quad y_0 = 1$

$k_2 = (x_n + \frac{0.1}{2})^2 - 3 \cdot (y_n + 0.1 \frac{k_1}{2})$

$k_1 = x_n^2 - 3y_n$

$y_1 = y_0 + 0.1 k_2$, $k_2 = (\frac{0.1}{2})^2 - 3 \cdot (1 + \frac{0.1}{2} \cdot -3)$

$y_1 = 1 + 0.1 \cdot -2.5471 = 0.74525$

$y_2 = y_1 + 0.1 k_2$, $k_2 = (0.1 + 0.05)^2 - 3(0.74525 + 0.05 \cdot -2.22575)$

$y_2 = 0.74525 + 0.1 k_2 = 0.55731$

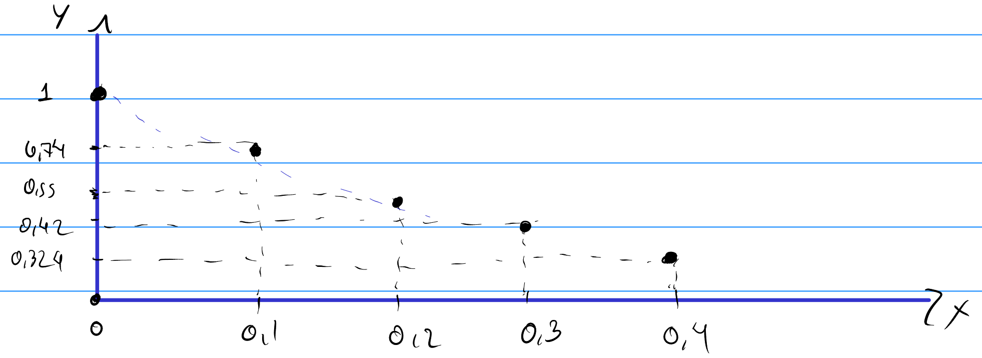
$y_3 = y_2 + 0.1 k_2$, $k_2 = (0.2 + 0.05)^2 - 3(0.55731 + 0.05 \cdot -1.6319)$

$y_3 = 0.55731 + 0.1 k_2 = 0.4208455$

$y_4 = y_3 + 0.1 k_2$, $k_2 = (0.3 + 0.05)^2 - 3(0.4208455 + 0.05 \cdot k_1)$

$y_4 = 0.4208455 + 0.1 k_2 = 0.3244$

$$\boxed{y(0.4) = 0.3244}$$



b) $y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2}\left[3 f(x_k, y_k) - f(x_{k-1}, y_{k-1})\right]$ $\begin{cases} y_0 = 1 \\ y_1 = 0.74525 \end{cases}$

$y_2 = y_1 + 0.05\left[3 f(x_1, y_1) - f(x_0, y_0)\right]$

$y_2 = 0{,}74525 + 0{,}05\left[3 \cdot -2{,}22575 - (-3)\right]$

$y_2 = 0{,}5614$

$y_3 = 0{,}5614 + 0{,}05\left[3 \cdot -1{,}6442 - (-2{,}22575)\right]$

$y_3 = 0{,}4260$

$y_4 = 0{,}4260 + 0{,}05\left[3 \cdot -1{,}188 - (-1{,}6442)\right]$

$y_4 = 0{,}33001$

$$\boxed{\Rightarrow y(0.4) = 0{,}33001}$$

Pregunta 3

a) $\boxed{F}$ $A=\begin{pmatrix} 10 & 1 & 0 \\ 1 & 10 & 1 \\ 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$ si calculamos los vectores propios de A

$p(\lambda) = -\lambda^3 + 30\lambda^2 - 298\lambda + 980$ $\lambda_1 = 10+\sqrt{2}$, $\lambda_2 = 10$, $\lambda_3 = 10-\sqrt{2}$

si calculamos los vectores propios tenemos $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$

construimos la matriz $X = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Determinante$(X) = -4\sqrt{2}$ como el determinante es $\neq 0$
X es invertible

$\boxed{\therefore \text{ A no es defectuosa}}$

b) $\boxed{F}$ El metodo de la potencia inversa permite calcular el MODULO del valor propio más pequeño, para calcular el valor propio la matriz debe ser simetrica definida positiva

c) $\boxed{V}$ si hacemos una tabla

K	C	X
0	–	$[1,1,1]^T$
1	7	$[1, 0{,}85, 1]^T$
2	6,85	$[1, 0{,}79, 1]$
3	6,7916	$[1, 0{,}76, 1]$
4	0,76074	$[1, 0{,}74, 1]$

d) $\boxed{V}$ como la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ es simetrica converge a una matriz diagonal, con la diagonal valoes propios de la matriz A

e) $\boxed{F}$ $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

si calculamos de manera teorica los valores propios

$P(\lambda) = -\lambda^3 - 9\lambda^2 - 25\lambda - 21$, $\lambda_1 = -3 - \sqrt{2}$, $\lambda_2 = -3$, $\lambda_3 = \sqrt{2} - 3$

todos los λ son negativos.

El metodo de la potencia si permite calcular el valor propio mas grande. en modulo.

El metodo de la pot inversa permite calcular el modulo del valor propio de menor magnitud.

El QR permite calcular todos los valores propios.