

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

Instrucciones Generales

- Este segundo examen parcial estará activo el **lunes 10 de agosto, de 8:00 am a las 12:00 md.** No se aceptarán exámenes enviados después de las 12:00 md.
- Verifique que el examen tiene su nombre, si no es así, contacte al profesor **Juan Pablo Soto Quirós** al correo `jusoto@tec.ac.cr`.
- Este examen es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos necesarios o procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma ordenada y clara para resolver el examen.
- El examen deberá ser resuelto en hojas de color blanco o con renglones, utilizando un lápiz o un lapicero que marque bien oscuro. No se calificará el examen si está desarrollado en algún editor computacional (por ejemplo, Word, Latex, entre otros).
- Luego, las hojas deberán ser escaneadas en un solo archivo con extensión **pdf**, el cual puede tener varias páginas. Para esto puede utilizar alguna de las siguientes aplicaciones para *smartphone*: Adobe Scan, CamScanner, Scanbot, o alguna similar. El nombre del archivo debe seguir el siguiente formato: **Apellido1Apellido2.Nombre_Carnet.pdf**. No se calificará el examen si no viene en un solo archivo con extensión **pdf**.
- Solo se calificará el procedimiento que se encuentra en el archivo **pdf**. Debe verificar que todos los procedimientos realizados estén en dicho documento.
- Debe enviar el archivo **pdf** al correo `jusoto@tec.ac.cr`. El asunto del correo debe seguir el siguiente formato: **Apellido1 - Apellido2 - Nombre - ANPI - Parcial 2**.

Preguntas

1. Considere la función continua f definida por $f(x) = \frac{2^{0.2x}}{10}$ en el intervalo $[0, 2]$.
 - (a) [Valor 20 pts.] Calcule una cota del error del polinomio de interpolación $p_3(x)$, utilizando el conjunto soporte $\mathcal{S}_1 = \{0, 0.5, 1, 2\}$. **Nota:** No debe calcular el polinomio de interpolación.
 - (b) [Valor 20 pts.] ¿En cuántos subintervalos se debe dividir el intervalo $[0, 2]$ para aproximar la integral

$$\int_0^2 f(x)dx,$$

usando la regla compuesta del trapecio, tal que su cota de error sea menor a 10^{-4} ?

2. Considere el problema

$$\frac{dy}{dx} = x^2 - 3y,$$

sujeta a la condición inicial $y(0) = 1$, en $[0, 0.4]$.

- (a) [Valor 20 pts.] Utilice el método de Runge-Kutta de orden 2 para aproximar el valor de $y(0.4)$ con un tamaño de paso de 0.1. Construya la gráfica de la solución segmentada.
- (b) [Valor 20 pts.] Utilizando la Pregunta 2.(a), aproxime el valor de $y(0.4)$ con un tamaño de paso de 0.1, usando el método de Adams-Bashforth de dos pasos.

3. Considere las siguientes afirmaciones y determine si son Falsas o Verdaderas. **Justifique cada una de las respuestas obtenidas.**

- (a) [Valor 4 pts.] La matriz $A = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 0 \\ 1 & 10 & 1 \\ 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$ es una matriz defectuosa.

- (b) [Valor 4 pts.] El método de la potencia inversa me permite calcular únicamente el valor propio de menor magnitud de una matriz.

- (c) [Valor 4 pts.] Al aplicar el método de la potencia a la matriz $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, utilizando

$x^{(0)} = (1, 1, 1)^T$ con 4 iteraciones, se obtiene que una aproximación del valor propio más grande de B es 6.7607, aproximadamente.

- (d) [Valor 4 pts.] El método QR me permite calcular el valor y vector propio más pequeño de la matriz

$$C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (e) [Valor 4 pts.] De los 3 métodos vistos en clases, es decir, **el método de la potencia, el método de la potencia inversa y el método QR**, ninguno de ellos me permite calcular el valor propio más grande o el valor propio más pequeño de la matriz

$$D = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$