

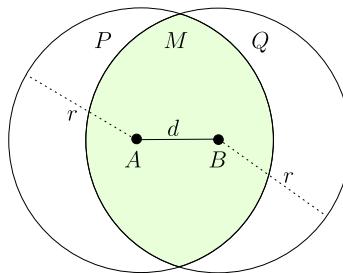
Tarea 1

Instrucciones

- La tarea se realiza en grupos de 3 ó 4 personas.
- La tarea consiste en la lectura de dos artículos científicos relacionados al tema de solución de ecuaciones no lineales y optimización de funciones en varias variables.
- Los archivos relacionados a la tarea se encuentran en el TEC- Digital, en la sección de Documentos->Tareas ->Tarea 1.
- Los archivos computacionales implementados en Python y GNU Octave deben estar correctamente documentados. Por cada archivo que no este documentado correctamente, se restaran 5 puntos de la nota final.

Parte 1: Solución de Ecuaciones No lineales

- La primera parte de la tarea se basa en el artículo científico *Estimating distances via received signal strength and connectivity in wireless sensor networks*. Este artículo científico trata de estimar la distancia en redes de sensores inalámbricos.
- En general, el problema se puede formular de la siguiente manera: Determinar la distancia d entre dos sensores A y B , el cuál se muestra en la siguiente figura:



- En la figura anterior, r representa el radio de cobertura de cada sensor (nodo). Se asume que cada nodo tiene el mismo radio de cobertura. P, Q, M representan los vecindarios (regiones) de interés.
- El valor d que calcula la distancia entre dos sensores se obtiene de encontrar la intersección con el eje d de la función

$$F(d) = \frac{\log_{10}(x_1/d)}{\sigma_R^2 \ln(10)} + \frac{d(x_2 - d)}{\sigma_c^2}, \quad (1)$$

donde:

$$\begin{aligned} - \sigma_R^2 &= \sigma_{dB}^2 / (10\alpha)^2 & - S &= \pi r^2 \\ - \sigma_c^2 &= \frac{g^2(d)}{2\lambda k^2} \left(\frac{1}{g(d)} + \frac{1}{S} \right) & - g(d) &= \frac{2S}{\pi} \arccos\left(\frac{d}{2r}\right) - d\sqrt{r^2 - \frac{d^2}{4}} \\ - k &= 10\alpha / \ln(10) & - \alpha, \lambda, r, \sigma_{dB}, x_1, x_2 &\text{son parámetros conocidos.} \end{aligned}$$

- Para el desarrollo de esta pregunta, consideraremos los siguientes valores: $r = 10$, $\alpha = 4$, $\sigma_{dB} = 4$, $\lambda = 1$, $x_1 = 7$ y $x_2 = 6$.
- La parte escrita de esta parte debe estar en un documento con nombre **Tarea 1 - Parte 1.pdf**.

Preguntas:

- **Pregunta 1 [Valor 5 puntos]:** Según el artículo científico, ¿que representan los parámetros $r, x_1, x_2, \lambda, \sigma_{dB}, \alpha$ y la función $g(d)$?
- **Pregunta 2 [Valor 5 puntos]:** Determine valores iniciales, tales que los métodos de la Bisección, Secante y Falsa Posición converjan a la solución de la función F en la ecuación (1). Justifique la elección de estos valores.
- **Pregunta 3 [Valor 10 puntos]:** Implemente computacionalmente en Python los métodos de la Bisección, Secante y Falsa Posición para encontrar un cero de la función representada en la ecuación (1). Cada método utilizará como condición de parada el criterio $|f(x_k)| \leq 10^{-10}$ y deberá generar una gráfica de iteraciones versus error. El nombre del archivo debe ser `p1_metodos.py`.
- **Pregunta 4 [Valor 25 puntos]:** Investigue e implemente computacionalmente en Python otro método iterativo **que no se haya explicado en clase**, de tal manera que aproxime una solución a la ecuación $F(d) = 0$. Este método utilizará como condición de parada el criterio $|f(x_k)| \leq 10^{-10}$, además de generar una gráfica de iteraciones versus error. El nombre del archivo debe ser `p1_metodo_nuevo.py`.
 - En el TEC- Digital, en Documentos->Tareas->Tarea 1->Otros Métodos, se encuentra un conjunto de artículos científicos que proponen diversos métodos para resolver ecuaciones no lineales. Cada grupo puede utilizar dichos artículos para el desarrollo de esta pregunta.
 - El método seleccionado debe converger a la solución de la función F en la ecuación (1).
 - Cada grupo debe hacer un resumen del método seleccionado, explicando los siguientes puntos: Formulación matemática, valores iniciales, ventajas, desventajas y pseudocódigo. Además, deben mencionar la referencia bibliográfica de dicho método.
 - **Cada grupo debe utilizar un método diferente.** Apenas cada grupo seleccione el nuevo método a utilizar, deben indicarlo al profesor correo electrónico `jusoto@tec.ac.cr`, para verificar que ningún otro grupo lo seleccionó.
- **Pregunta 5 [Valor 5 puntos]:** Complete los valores de la Tabla 1, y justifique cual método iterativo es el mejor para aproximar el cero la función F en la ecuación (1).

Método	Valores Iniciales	Iteraciones Totales (k)	x_k	$ f(x_k) $
Bisección				
Secante				
Falsa Posición				
Método Nuevo				

Table 1: Tabla resumen, usando criterio de parada $|f(x_k)| \leq 10^{-10}$

Parte 2: Optimización de Funciones en Varias Variables

- La primera parte de la tarea se basa en el artículo científico *On the global convergence of the BFGS method for nonconvex unconstrained optimization problems*. Este artículo científico presenta un método iterativo, llamado método BFGS, para encontrar el punto que minimiza una función en varias variables.
- La parte escrita de esta parte debe estar en un documento con nombre **Tarea 1 - Parte 2.pdf**.

Preguntas:

- **Pregunta 1 [Valor 5 puntos]:** En el TEC- Digital, en Documentos->Tareas->Tarea 1, se encuentra el archivo `funciones_de_prueba.pdf`. Este documento contiene un conjunto de funciones de prueba en varias variables. Seleccione una función de ellas (mínimo de 5 variables). **Cada grupo debe utilizar una función diferente.** Apenas cada grupo seleccione la función a utilizar, deben indicarlo al profesor correo electrónico `jusoto@tec.ac.cr`, para verificar que ningún otro grupo lo seleccionó.
- **Pregunta 2 [Valor 10 puntos]:** Desarrolle un pseudocódigo del método BFGS que se encuentra en el página 3 del artículo científico, para encontrar el mínimo de la función en varias variables. Utilice la ecuación (2.5) para escoger le paso de búsqueda λ_k . **Nota:** El pseudocódigo debe incluir todas las fórmulas matemáticas necesarias.
- **Pregunta 3 [Valor 20 puntos]:** Implemente computacionalmente en GNU Octave el método BFGS que se encuentra en el página 3 del artículo científico para encontrar el mínimo de la función seleccionada en la Pregunta 1.
 - Utilice la ecuación (2.5) del artículo científico del método BFGS para escoger el paso de búsqueda λ_k .
 - Este método utilizará como condición de parada el criterio $\|\nabla_f(\mathbf{x}_k)\| \leq 10^{-5}$, además de generar una gráfica de iteraciones versus error.
 - El vector inicial \mathbf{x}_0 debe ser generado de forma aleatoria.
 - El nombre del archivo debe ser `p2.bfgs.m`.
 - En el documento escrito debe indicar los resultados obtenidos, incluyendo la aproximación del punto mínimo, el número de iteraciones y el error final $\|\nabla_f(\mathbf{x}_k)\|$.
- **Pregunta 4 [Valor 15 puntos]:** Investigue un problema aplicado a la ingeniería que necesite resolver un problema de minimización en varias variables, y encontrar la solución utilizando el método BFGS. La parte escrita debe incluir lo siguiente:
 - Problema en el área de la ingeniería a resolver, explicado en forma simple y resumida. Deben incluir la referencia bibliográfica de donde se seleccionó dicho problema.
 - Problema matemático presentado como un problema de minimización en varias variables.
 - Solución del problema usando la implementación computacional del método BFGS desarrollado en GNU Octave. Cada grupo define como escoger el valor inicial. El nombre del archivo debe ser `p2.solucion_aplicación.m`.

Cada grupo debe utilizar un problema diferente. Apenas cada grupo seleccione el problema a utilizar, deben indicarlo al profesor correo electrónico `jusoto@tec.ac.cr`, para verificar que ningún otro grupo lo seleccionó.

Información de la Entrega

- **Fecha y hora límite:** Lunes 23 de Marzo a las 11:59 pm.
- Los documentos deben estar guardados usando la siguiente estructura: Una carpeta principal con nombre **Tarea 1**. Dentro de esta carpeta debe existir dos carpetas con nombres **Pregunta 1** y **Pregunta 2**. En cada una de estas carpetas estarán todos los archivos necesarios para el desarrollo de las preguntas mencionadas anteriormente.
- Deben enviar la carpeta **Tarea 1** en formato **zip** al correo **jusoto@tec.ac.cr**, con el encabezado **Entrega Tarea 1 - ANPI**. En el cuerpo del correo deben indicar el nombre completo de los miembros del grupo.
- La entrega tardía de la tarea se penalizará con una reducción del 20% de la nota final, por día de atraso. A las tareas que excedan el plazo de entrega en 3 días o más después de la fecha límite, se les asignará la nota de 0.

Defensa

- Cada grupo debe defender esta tarea frente al profesor. Para eso deben seleccionar un horario de la siguiente dirección electrónica:

<https://doodle.com/poll/i5spwt9kxbxr5dkm>

- Deben escribir el nombre (sin apellidos) de todos los miembros del grupo y seleccionar uno de los horarios disponibles.
- Todos los miembros del grupo deben estar presentes para defender cada una de las preguntas. Si un estudiante no está presente, entonces el estudiante perderá 35 puntos de la nota final.