ANÁLISIS NUMÉRICO PARA INGENIERÍA

JUAN PABLO ALVARADO VILLALOBOS
KEVIN STEVEN CORDERO ZÚÑIGA
EMANUEL ESQUIVEL LÓPEZ
LUIS LÓPEZ SALAS

Tarea 1 - I Parte

La tarea consiste en hallar la distancia d entre los nodos A y B por medio de la ecuación (1).

$$F(d) = \frac{\log_{10}(x_1/d)}{\sigma_R^2 \ln(10)} + \frac{d(x_2 - d)}{\sigma_c^2} \tag{1}$$

1. Significados de los parámetros.
   - r: Este valor es el radio de alcance del sensor.
   - x_1 y x_2: Es la posición de los nodos A y B.
   - λ: Parámetro de distribución de Poisson.
   - σ_{dB}: Raíz de la varianza que experimenta la señal.
   - α: Exponente de perdida de ruta.
   - $g(d)$: Denota la probabilidad que haya una conexión de largo d entre nodos.
2. Para los métodos propuestos determinamos los valores iniciales.
   a) Biseccion: Intervalo $[a, b]$ con $a = 6$ y $b = 6,5$
   b) Secante: Valores $x_0 = 6$ y $x_1 = 6,5$.
   c) Falsa posición:Valores $x_0 = 6$ y $x_1 = 6,5$.

   Estos valores se determinaron analizando la gráfica de la función con GeoGebra, la cual se adjunta en la figura.

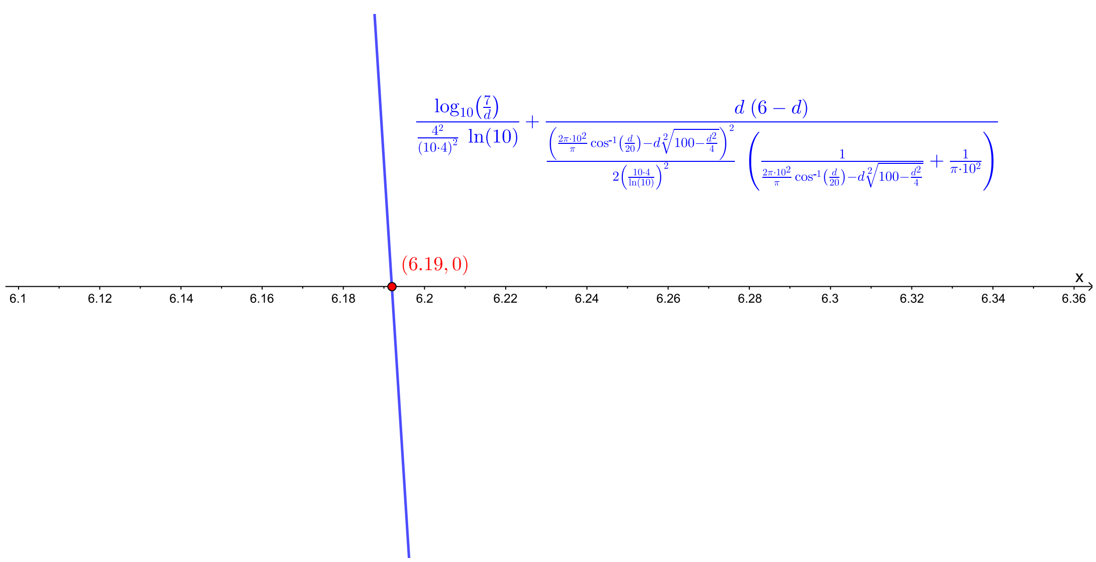

Figura 1: Intersección con el eje X de la función.

3. **Método Steffensen-secant**

a) Formulación matemática:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{[f(x_k)]^3}{[f(x_k + f(x_k)) - f(x_k)][f(x_k) - f(y_k)]} \tag{2}$$

Donde y_k es la k-esima iteracion del método de Steffensen dado por:

$$y_k \to x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{\rho(x_k)}$$

con

$$\rho(x_k) = \frac{f(x_k + f(x_k))}{f(x_k)} - 1$$

b) Valores iniciales:
Este método tiene como valor inicial x_0, el cual debe estar cerca de la raíz.

c) Ventajas y desventajas:

- Ventajas
  - Solo se necesita un valor inicial.
  - Converge rápidamente.
  - No necesita la derivada de la función.
- Desventajas
  - Si el valor de x_0 no esta lo suficientemente cerca de la raíz puede fallar o converger mas lento.
  - Puede tomarse mas tiempo ya que posee una doble evaluación.

d) Pseudocódigo.

```
Paso 1: Primero se selecciona un valor inicial x0 cercano a la raíz.

Paso 2: Se asigna a una variable interna a el valor inicial.

Paso 3: Se calcula yk mediante el método de Steffensen.

Paso 4: Se utiliza la ecuación (2) para calcular el termino siguiente xk+1.

Paso 5: Se cambia el valor de a por xk+1.

Paso 6: Se repiten los pasos con el nuevo valor de a hasta
        cumplir la condición de parada.
```

4. Resumen de los métodos:

Metodo	**Valores Iniciales**	k	x_k	$\lvert f(x_k)\rvert$
Biseccion	$a = 6$ y $b = 6,5$	34	6,19194970690296	$4,22 \times 10^{-12}$
Secante	$x_0 = 6$ y $x_1 = 6,5$	5	6,191949706902693	$4,88 \times 10^{-15}$
Falsa posicion	$x_0 = 6$ y $x_1 = 6,5$	4	6,191949706902693	$4,88 \times 10^{-15}$
Steffensen-Secante	$x_0 = 6$	3	6,191949706902693	$4,88 \times 10^{-15}$

Cuadro 1: Tabla de resumen usando como criterio $\lvert f(x_k)\rvert \leq 10^{-10}$

En la figura 3, se muestra la comparativa del comportamiento del error en función de las iteraciones.

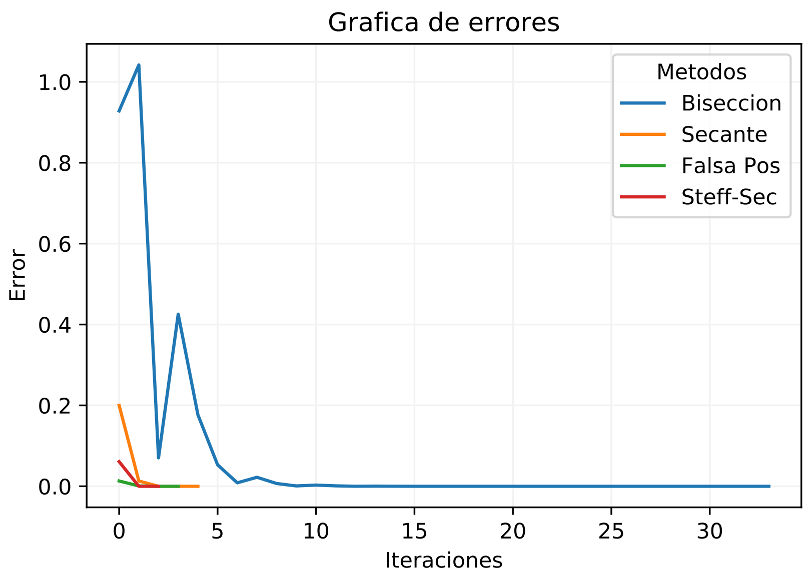

Figura 2: Gráfica de error de los métodos utilizados.

Se concluye que el método de Steffensen - Secante, es la mejor opción, ya que para valores iniciales solo es necesario 1, mientras que los demás métodos necesitan 2 los cuales tienen ciertas condiciones, ademas de esto este método tiene una velocidad de convergencia mayor que los otros mencionados.

Anexos

Funciones

Acá haremos referencias a las funciones hechas en python.

$S = \pi r^2$

```
def S():
    r=10
    return math.pi*r**2
```

$\sigma_R^2 = \sigma_{dB}^2/(10\alpha)^2$

```
def R():
    a=4
    dB=4
    return (dB**2)/(10*a)**2
```

$g(d) = \frac{2S}{\pi} \arccos\left(\frac{d}{2r}\right) - d\sqrt{r^2 - \frac{d^2}{4}}$

```
def G(d):
    r=10
    return ((2*S())/(math.pi))*math.acos(d/(2*r))-d*math.sqrt(r**2-(d**2)/4)
```

$k = 10\alpha/\ln(10)$

```
def k():
    a=4
    return (10*a)/(math.log(10))
```

$\sigma_c^2 = \frac{g^2(d)}{2\lambda k^2}\left(\frac{1}{g(d)} + \frac{1}{S}\right)$

```
def C(d):
    L=1
    return ((G(d))**2)/(2*L*(k())**2)*(1/G(d)+1/S())
```

$F(d) = \frac{\log_{10}(x_1/d)}{\sigma_R^2 \ln(10)} + \frac{d(x_2-d)}{\sigma_c^2}$

```
def f(d):
    #Valores iniciales
    x1=7
    x2=6
    return (math.log10(x1/d))/(R()*math.log(10))+(d*(x2-d))/(C(d))
```

Método implementado

Función de python asociada a cada parte del método

$$x_{k+1} = x_k - \frac{[f(x_k)]^3}{[f(x_k + f(x_k)) - f(x_k)][f(x_k) - f(y_k)]} \tag{3}$$

```
def stef_secant(f,x0,tol):
```

Método de Steffensen

$$y_k \rightarrow x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{\rho(x_k)}$$

```
def stef(a):
    c=a-f(a)/g(a)
    return c
```

$$\rho(x_k) = \frac{f(x_k + f(x_k))}{f(x_k)} - 1$$

```
def g(a):
    c=((f(a+f(a)))/(f(a)))-1
    return c
```