

# Projekat iz predmeta Operaciona istraživanja

Tema: Linearni program za minimizaciju zagađenja zraka  
uz optimizaciju troškova s osvrtom na društveni aspekt

*Ema Djedović*

*Broj indeksa: 6009/M*

*Smjer: Kompjuterske nauke*

*PMF Sarajevo*

*12/2023*

## UVOD

U današnjem svijetu, energetski sektor igra ključnu ulogu u ostvarivanju ravnoteže između zadovoljenja energetskih potreba i smanjenja negativnih uticaja na životnu sredinu. CO<sub>2</sub> je jedan od glavnih plinova s efektom staklenika koji zadržava toplotu u atmosferi, doprinoseći povećanju temperature na Zemlji. Ova povećana temperatura izaziva niz nepoželjnih posljedica:

- Rast nivoa mora: topljenje ledenih ploča, ugrožene obale i niske oblasti.
- Ekstremni vremenski događaji: suše, poplave, oluje i toplotni valovi.
- Gubitak biodiverziteta: ugrožene mnoge vrste.
- Promjene u poljoprivredi: smanjenje prinosa i ugrožavanje globalne sigurnosti hrane.

Smanjenjem emisija CO<sub>2</sub> doprinosimo globalnim naporima da se uspore ove štetne posljedice. Ovaj projekat ima za cilj razvoj linearnog programa koji se fokusira na minimizaciju zagađenja zraka u Bosni i Hercegovini uz istovremenu optimizaciju troškova, a s osvrtnom na društveni aspekt.

Koristeći alate operacionih istraživanja, analiziramo optimalne godišnje količine različitih energenata, uzimajući u obzir emisione faktore i ograničenja dostupnih resursa. U drugom koraku uvođenjem alternativnih izvora energije istražujemo mogućnosti postizanja održivijeg energetskog bilansa.

U trećem koraku, uvodimo cijene klasičnih i alternativnih izvora energije, minimizirajući ukupne troškove uzimajući u obzir instalaciju i održavanje elemenata alternativnih izvora.

Kroz četvrti korak, projekt dodatno uzima u obzir društveni aspekt, maksimizirajući broj zaposlenih na godišnjem nivou na različitim proizvodnim i instalacionim pogonima.

## KORAK I

### a) Varijable odluke

Želimo pronaći optimalne godišnje količine energenata:

$x_1$  - količina uglja (u kilogramima)

$x_2$  - količina prirodnog plina (u kubnim metrima)

$x_3$  - količina ogrjevnog drveta (u kilogramima)

$x_4$  - količina drvnog peleta (u tonama)

### b) Funkcija cilja

Prema podacima Međunarodne agencije za energiju (IEA), možemo odrediti emisione faktore u vidu koeficijenata  $p_i$ . Emisioni faktor je kvantitativna mjera koja izražava količinu otpuštenog zagađivača u atmosferu. Za ugalj, taj faktor varira u rasponu od 1.7 do 3.6 kilograma CO<sub>2</sub> po kilogramu sagorenog uglja. Prema IEA, prosječni emisioni faktor uglja za Bosnu i Hercegovinu iznosi 2.4. Sa  $p_1, p_2, p_3$  i  $p_4$  označimo respektivno emisione faktore za ugalj, prirodni plin, ogrjevno drvo i drveni pelet. Imamo:

$$p_1 = 2.4 \quad (\text{ugalj})$$

$$p_2 = 1.91 \quad (\text{prirodni plin})$$

$$p_3 = 1.72 \quad (\text{ogrjevno drvo})$$

$$p_4 = 1.5 \quad (\text{drvni pelet})$$

Nivo zagađenja zraka je izražen u kilogramima otpuštenog CO<sub>2</sub>, a predstavljamo ga preko jednadžbe:

$$\text{zagađenje} = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + p_4 \cdot x_4$$

Naša funkcija cilja je:

$$\min(\text{zagađenje}) = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + p_4 \cdot x_4$$

**c) Ograničenja**

količina dostupnog uglja:  $x_1 \leq 225,000,000$  kg

količina dostupnog prirodnog plina:  $x_2 \leq 254,790,000$  m<sup>3</sup>

količina dostupnog ogrjevnog drveta:  $x_3 \leq 245,850$  kg

količina dostupnog drvnog peleta:  $x_4 \leq 300,000,000$  kg

A, B, C, D - količina proizvedene topline

1 kg uglja = 8 kWh toplotne energije ( $A = 8$  kWh/kg)

1 m<sup>3</sup> prirodnog plina = 3.5 kWh toplotne energije ( $B = 3.5$  kWh/m<sup>3</sup>)

1 kg ogrjevnog drveta = 3 kWh toplotne energije ( $C = 3$  kWh/kg)

1 kg drvnog peleta = 4.85 kWh toplotne energije ( $D = 4.85$  kWh/kg)

$$A \cdot x_1 + B \cdot x_2 + C \cdot x_3 + D \cdot x_4 \geq H$$

$H$  - ukupna godišnja potreba za toplotnom energijom 6.000.000 kWh

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \text{ (nenegativnost)}$$

Neke zemlje, regije i organizacije imaju regulative koje se odnose na specifične industrije i sektore u cilju rada na ublažavanju efekta globalnog zatopljenja, ali ne postoji zakonska gornja granica za emisiju zagađivača izraženu u kilogramima CO<sub>2</sub>.

## KORAK II

Sada uvodimo pogone alternativnih izvora energije. Električnu energiju koju koristimo za zagrijavanje objekata a koju dobijemo u tim pogonima smatramo "čistom", odnosno smatramo da nemaju faktor zagađenja ( $p_i = 0$ ).

### a) Varijable odluke

Varijable odluke za alternativne izvore bi bile optimalne količine objekata koje treba instalirati, odnosno broj vjetrenjača, broj solarnih panela i broj hidroelektrana.

$x_5$  = broj vjetrenjača za instalirati ( $p_5 = 0$ )

$x_6$  = broj solarnih panela za instalirati ( $p_6 = 0$ )

$x_7$  = broj hidroelektrana za instalirati ( $p_7 = 0$ )

### b) Funkcija cilja

Kako pri minimizaciji funkcije nivoa zagađenja uzimamo da alternativni izvori energije imaju emisijski faktor  $p_i$  nula (ne zagađuju), tako funkcija cilja ostaje ista kao u koraku I:

$$\min(\text{zagađenje}) = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + p_4 \cdot x_4$$

### c) Ograničenja

Od koristi je istražiti koja su to bosansko-hercegovačka područja koja imaju potencijal za postavljanje ovih objekata. Nakon toga, stvaraju se ograničenja koja bi se ticala količine objekata koje je moguće instalirati na jednu lokaciju, a ovise od raspoloživog prostora, zakonske regulative itd. To su jednostavna ograničenja oblika  $x_i \leq n$ ,  $i = 5, 6, 7$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Za svrhe modeliranja nama je dovoljno da ostavimo taj opći oblik nejednakosti.

Nadalje, konstante E, F i G će sada predstavljati količinu proizvedene energije vjetrenjača, solarnih panela i hidroelektrana (respektivno). Te konstante u ovom trenutku ne možemo vjerodostojno odrediti zbog nepredvidljivosti koje

su neminovne u radu s alternativnim izvorima. To su, naprimjer, brzina vjetra, potencijal vode i količina sunčeve svjetlosti. Količina energije koja će se proizvesti u tim pogonima također ovisi od snage i efikasnosti postrojenja (Najveća vjetrenjača na svijetu ima snagu 16 MW, dok je standard u prosjeku 2-3 MW po vjetrenjači.)

Ukupna godišnja potreba za toplotnom energijom ( $H$ ) ostaje ista.

$$A \cdot x_1 + B \cdot x_2 + C \cdot x_3 + D \cdot x_4 + E \cdot x_5 + F \cdot x_6 + G \cdot x_7 \geq H$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0 \text{ (nenegativnost)}$$

### KORAK III

Sada ćemo uzeti u obzir cijene klasičnih energenata te cijene alternativnih izvora na način da minimiziramo troškove za idućih pet godina. Za alternativne izvore (vjetrenjače, solarne panele i hidroelektrane) razmatramo:

1. Cijene instalacije elemenata (uzimaju se u obzir samo prve godine)
2. Cijene održavanja elemenata (konstantne za svaku godinu)

Posmatramo cijenu po jedinici mjere:

$c_1$  = cijena uglja (po kilogramu)

$c_2$  = cijena prirodnog plina (po metru kubnom)

$c_3$  = cijena ogrjevnog drveta (po kilogramu)

$c_4$  = cijena drvnog peleta (po toni)

$c_{51}$  = cijena instalacije jedne vjetrenjače

$c_{61}$  = cijena instalacije jednog solarnog panela

$c_{71}$  = cijena instalacije jedne hidroelektrane

$c_5$  = cijena održavanja jedne vjetrenjače za jednu godinu

$c_6$  = cijena održavanja jednog solarnog panela za jednu godinu

$c_7$  = cijena održavanja jedne hidroelektrane za jednu godinu

#### a) Varijable odluke

Ostaju iste kao u koraku II ( $x_1 \cdots x_7$ ).

#### b) Funkcija cilja

Sada je funkcija koju minimiziramo dvokomponentna. Uz minimizaciju funkcije *zagađenje* želimo minimizirati i funkciju *troškovi*:

$$\min F = w_1 \cdot \text{zagađenje} + w_2 \cdot \text{troškovi}$$

$$\text{zagađenje} = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + p_4 \cdot x_4$$

$$\begin{aligned} \text{troškovi} = & 5 \cdot (c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + c_3 \cdot x_3 + c_4 \cdot x_4 \\ & + c_5 \cdot x_5 + c_6 \cdot x_6 + c_7 \cdot x_7) + c_{51} \cdot x_5 + c_{61} \cdot x_6 + c_{71} \cdot x_7 \end{aligned}$$

Faktori težine  $w_1$  i  $w_2$  odražavaju važnost svakog cilja u problemu. Na primjer, možemo uzeti da je smanjenje zagađenja važnije od smanjenja troškova, pa će faktor težine  $w_1$  biti veći od faktora težine  $w_2$ . Ovo zavisi od naših prioriteta.

### c) Ograničenja

Sasvim je prirodno uvesti ograničenja koja se tiču planiranog budžeta za određeni energetskektor. To su uslovi koji se nameću od strane nadležnih, a podrazumijevaju količinu novca koji su spremni uložiti u koji pogon. Recimo, količina sagrađenih hidroelektrana ( $x_7$ ) će dakako ovisiti od predviđenog budžeta za iste. Slično posmatramo sve komponente modela.

$$c_1 \cdot x_1 \leq \text{budzet\_ugalj}$$

$$c_2 \cdot x_2 \leq \text{budzet\_plin}$$

$$c_3 \cdot x_3 \leq \text{budzet\_drvo}$$

$$c_4 \cdot x_4 \leq \text{budzet\_pelet}$$

$$(c_{51} + c_5) \cdot x_5 \leq \text{budzet\_vjetrenjace}$$

$$(c_{61} + c_6) \cdot x_6 \leq \text{budzet\_panele}$$

$$(c_{71} + c_7) \cdot x_7 \leq \text{budzet\_hidroelektrane}$$



## KORAK IV

Naposljetku, dotičemo se društvenog aspekta te uvodimo varijable broja zaposlenih radnika na jednom pogonu.

### a) Varijable odluke

Neka su  $x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}$  i  $x_{14}$  varijable koje predstavljaju broj zaposlenih radnika na pogonima za proizvodnju, respektivno za ugalj, prirodni plin, ogrjevno drvo, drveni pelet, vjetrenjače, solarne panele i hidroelektrane.

Na prvi pogled nema potrebe za korištenjem sedam različitih varijabli ukoliko ravnopravno tretiramo radno mjesto na pogonu za ugalj i onog na nekom drugom pogonu. Međutim, ukoliko svaku varijablu posmatramo individualno, onda nam ostaje sloboda da naknadno uvedemo koeficijente koji će predstavljati plate na svakoj od pozicija, a koje se međusobno razlikuju. U kombinaciji s korakom III, mogla bi se postaviti nova ograničenja vezana za budžet, nadograditi komponentu "troškovi" u funkciji cilja koja će imati za cilj da minimizira plate radnika, postaviti ograničenja minimalne plate itd.

### b) Funkcija cilja

Za sada, želimo samo maksimizirati broj radnih mjesta, odnosno

$$\max(\text{zaposleni}) = x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}$$

Ažurirana funkcija cilja s težinskim faktorima  $w_1, w_2$  i  $w_3$  izgleda ovako:

$$\min F = w_1 \cdot \text{zagađenje} + w_2 \cdot \text{troškovi} - w_3 \cdot \text{zaposleni}$$

### c) Ograničenja

S društvenog aspekta želimo postaviti ograničenja koja se tiču minimalnog broja zaposlenih. Osim toga, imamo ograničenja koja nam govore koliko je radne snage potrebno na kojem pogonu.

$$x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq \text{minimalni\_broj\_zaposlenih}$$

Imamo informacije da održavanje 20 vjetrenjača u prosjeku podrazumijeva dva do tri radna mjesta, za održavanje 60 solarnih panela jedno ili dva radna mjesta, dok jedna hidroelektrana zapošljava između 75 i 196 radnika. Možemo formirati odgovarajuće jednačbe:

$$\begin{aligned}2 \cdot \frac{x_5}{20} &\leq x_{12} \leq 3 \cdot \frac{x_5}{20} \\ \frac{x_6}{60} &\leq x_{13} \leq 2 \cdot \frac{x_6}{60} \\ 75 \cdot x_7 &\leq x_{14} \leq 196 \cdot x_7\end{aligned}$$

$x_5$  - broj vjetrenjača

$x_6$  - broj solarnih panela

$x_7$  - broj hidroelektrana

$x_{12}$  - broj zaposlenih po jednoj vjetrenjači

$x_{13}$  - broj zaposlenih po jednoj solarnoj paneli

$x_{14}$  - broj zaposlenih po jednoj hidroelektrani

$$x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14} \geq 0 \quad (\text{nenegativnost})$$

## ZAKLJUČAK

Konačno možemo predstaviti linearni program. Sumiramo sve do sad rečeno i predstavljamo varijable odluke, funkciju cilja i ograničenja.

### Varijable odluke

$x_1$  : količina uglja (kg)

$x_2$  : količina prirodnog plina ( $\text{m}^3$ )

$x_3$  : količina ogrjevnog drveta (kg)

$x_4$  : količina drvnog peleta (t)

$x_5$  : broj vjetrenjača za instalirati

$x_6$  : broj solarnih panela za instalirati

$x_7$  : broj hidroelektrana za instalirati

$x_8$  : broj zaposlenih na pogonu za proizvodnju uglja

$x_9$  : broj zaposlenih na pogonu za proizvodnju prirodnog plina

$x_{10}$  : broj zaposlenih na pogonu za proizvodnju ogrjevnog drveta

$x_{11}$  : broj zaposlenih na pogonu za proizvodnju drvnog peleta

$x_{12}$  : broj zaposlenih po jednoj vjetrenjači

$x_{13}$  : broj zaposlenih po jednom solarnom panelu

$x_{14}$  : broj zaposlenih po jednoj hidroelektrani

### Funkcija cilja

$$\min F = w_1 \cdot \text{zagađenje} + w_2 \cdot \text{troškovi} - w_3 \cdot \text{zaposleni}$$

$$\text{zagađenje} = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + p_4 \cdot x_4$$

$$\begin{aligned} \text{troškovi} = 5 \cdot (c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + c_3 \cdot x_3 + c_4 \cdot x_4 \\ + c_5 \cdot x_5 + c_6 \cdot x_6 + c_7 \cdot x_7) + c_{51} \cdot x_5 + c_{61} \cdot x_6 + c_{71} \cdot x_7 \end{aligned}$$

$$\text{zaposleni} = x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14}$$

$c_1$  = cijena uglja (po kilogramu)

$c_2$  = cijena prirodnog plina (po metru kubnom)

$c_3$  = cijena ogrjevnog drveta (po kilogramu)

$c_4$  = cijena drvnog peleta (po toni)

$c_{51}$  = cijena instalacije jedne vjetrenjače

$c_{61}$  = cijena instalacije jednog solarnog panela

$c_{71}$  = cijena instalacije jedne hidroelektrane

$c_5$  = cijena održavanja jedne vjetrenjače za jednu godinu

$c_6$  = cijena održavanja jednog solarnog panela za jednu godinu

$c_7$  = cijena održavanja jedne hidroelektrane za jednu godinu

## Ograničenja

1. Ograničenja za dostupnost energenata:

$$x_1 \leq 225.000.000 \text{ kg} \quad (\text{količina dostupnog uglja})$$

$$x_2 \leq 254.790.000 \text{ m}^3 \quad (\text{količina dostupnog prirodnog plina})$$

$$x_3 \leq 245.850 \text{ kg} \quad (\text{količina dostupnog ogrjevnog drveta})$$

$$x_4 \leq 300.000.000 \text{ kg} \quad (\text{količina dostupnog drvnog peleta})$$

2. Količina proizvedene toplotne energije mora zadovoljiti ukupnu godišnju potrebu od  $H = 6.000.000 \text{ kWh}$ :

$$A \cdot x_1 + B \cdot x_2 + C \cdot x_3 + D \cdot x_4 + E \cdot x_5 + F \cdot x_6 + G \cdot x_7 \geq H$$

3. Broj objekata alternativnih izvora koje je moguće instalirati:

$$x_5 \leq n, \quad x_6 \leq m, \quad x_7 \leq q, \quad n, m, q \in \mathbb{N}$$

4. Budžetska ograničenja za svaki energetski izvor:

$$c_1 \cdot x_1 \leq \text{budzet\_ugalj}$$

$$c_2 \cdot x_2 \leq \text{budzet\_plin}$$

$$c_3 \cdot x_3 \leq \text{budzet\_drvo}$$

$$c_4 \cdot x_4 \leq \text{budzet\_pelet}$$

$$(c_{51} + c_5) \cdot x_5 \leq \text{budzet\_vjetrenjace}$$

$$(c_{61} + c_6) \cdot x_6 \leq \text{budzet\_panele}$$

$$(c_{71} + c_7) \cdot x_7 \leq \text{budzet\_hidroelektrane}$$

5. Ograničenja za broj zaposlenih na alternativnim izvorima:

$$2 \cdot \frac{x_5}{20} \leq x_{12} \leq 3 \cdot \frac{x_5}{20}$$

$$\frac{x_6}{60} \leq x_{13} \leq 2 \cdot \frac{x_6}{60}$$

$$75 \cdot x_7 \leq x_{14} \leq 196 \cdot x_7$$

6. Društveni aspekt minimalnog broja zaposlenih:

$$x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq \text{minimalni\_broj\_zaposlenih}$$

7. Uslov nenegativnosti varijabli:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14} \geq 0$$

## IZVORI

- [www.worlddata.info/europe/bosnia-and-herzegovina/energy-consumption.php](http://www.worlddata.info/europe/bosnia-and-herzegovina/energy-consumption.php)
- [usitfbih.ba/sumarstvo/](http://usitfbih.ba/sumarstvo/)
- [bhas.gov.ba/data/Publikacije/Saopštenja/2022/ENE\\_03\\_2021\\_Y1\\_1\\_HR.pdf](http://bhas.gov.ba/data/Publikacije/Saopštenja/2022/ENE_03_2021_Y1_1_HR.pdf)
- [mycovenant.eumayors.eu/storage/web/mc\\_covenant/documents/31/gDfNSINefuY8ow-sw1-pA372PsaPZUpE.pdf](http://mycovenant.eumayors.eu/storage/web/mc_covenant/documents/31/gDfNSINefuY8ow-sw1-pA372PsaPZUpE.pdf)
- [www.quality.unze.ba/zbornici/QUALITY%202005/073-Q05-042.pdf](http://www.quality.unze.ba/zbornici/QUALITY%202005/073-Q05-042.pdf)
- [vladausk.ba/v4/files/media/pdf/5e3d6631637062.36085396\\_Plan%20zastite%20kvalitete%20zraka%20USK-a%202017-2022.pdf](http://vladausk.ba/v4/files/media/pdf/5e3d6631637062.36085396_Plan%20zastite%20kvalitete%20zraka%20USK-a%202017-2022.pdf)
- [fmeri.gov.ba/media/1564/prilog-1-komponenta-2-metodologija-za-izracun-usteda-energije-smiv.pdf](http://fmeri.gov.ba/media/1564/prilog-1-komponenta-2-metodologija-za-izracun-usteda-energije-smiv.pdf)
- [www.msb.gov.ba/dokumenti/AB38713.pdf](http://www.msb.gov.ba/dokumenti/AB38713.pdf)
- [bhas.gov.ba/data/Publikacije/Saopštenja/2022/ENE\\_01\\_2022\\_07\\_1\\_BS.pdf](http://bhas.gov.ba/data/Publikacije/Saopštenja/2022/ENE_01_2022_07_1_BS.pdf)
- [transparentno.ba](http://transparentno.ba)
- [repozitorij.efzg.unizg.hr/islandora/object/efzg%3A6274/datastream/PDF/view](http://repozitorij.efzg.unizg.hr/islandora/object/efzg%3A6274/datastream/PDF/view)