

بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه علم و صنعت ایران - دانشکده مهندسی کامپیوتر

درس نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

امتحان میان ترم دوم: زبان‌های مستقل از متن

مدرس: جعفر الماسی زاده

ترم دوم سال تحصیلی 90 - 89

تاریخ: 90/03/04 - مدت زمان: 3 ساعت - نمره: 120

1- [30] برای هر بخش مثال یا اثبات ارائه دهید.

(الف) نشان دهید که خانواده زبان‌های مستقل از متن نامبهم تحت عملیات اجتماع بسته نیست.

(ب) نشان دهید که اگر L_1 یک زبان مستقل از متن قطعی و L_2 یک زبان منظم باشد، آنگاه $L_1 \cap L_2$ یک زبان مستقل از متن قطعی است.

(پ) یک زبان مستقل از متن مثال بزنید که مکمل آن مستقل از متن نباشد.

(ت) یک زبان خطی مثال بزنید که مستقل از متن قطعی نباشد.

(ث) نشان دهید زبان $L = \{a^n b^n c^m, n \neq m\}$ مستقل از متن نیست.

(ج) الگوریتمی برای تعیین این که آیا زبان تولید شده توسط یک گرامر مستقل از متن شامل رشته‌هایی با طول کمتر از یک عدد مشخص n است یا خیر، ارائه دهید.

2- [10] زبان تولید شده توسط گرامرهای مستقل از متن زیر را تعیین کنید.

(الف) $G1: S \rightarrow aS \mid aSbS \mid \lambda$

(ب)

$G2: S \rightarrow aSb \mid bY \mid Ya$

$Y \rightarrow bY \mid aY \mid \lambda$

3- [30] ثابت کنید که زبان‌های زیر مستقل از متن هستند.

(الف) $L_1 = \{xy: x, y \in \{0, 1\}^* \text{ and } |x| = |y| \text{ but } x \neq y\}$

(ب) $L_2 = \{a^n b^m c^k: n + 2m = 3k\}$

(پ) $L_3 = \{x \in \{a, b\}^*: 2n_a(x) = 3n_b(x)\}$

4- [20] فرض کنید G یک گرامر مستقل از متن در شکل نرمال چامسکی باشد و w نیز یک رشته عضو زبان $L(G)$ با طول n ($n \geq 1$) باشد.

الف) طول اشتقاق رشته w را محاسبه کنید.

ب) حداکثر ارتفاع درخت تجزیه رشته w را محاسبه کنید.

پ) حداقل ارتفاع درخت تجزیه رشته w را محاسبه کنید.

ت) فرض کنید تعداد متغیرهای گرامر G برابر با b باشد. ثابت کنید اگر G رشته‌ای را تولید کند که طول اشتقاق آن حداقل 2^b باشد، آن گاه زبان $L(G)$ نامتناهی است.

5- [20] رشته y را جایگشت رشته x می‌گوییم اگر رشته y ترتیبی دلخواه از سمبل‌های رشته x باشد. برای مثال، جایگشت‌های رشته $x = 011$ رشته‌های 110 ، 101 و 011 هستند؛ اگر L یک زبان باشد، زبان $perm(L)$ مجموعه همه رشته‌هایی است که جایگشت رشته‌های زبان L هستند. به عنوان مثال، اگر $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$ ، آن گاه زبان $perm(L)$ مجموعه همه رشته‌هایی را شامل می‌شود که تعداد 0 و 1 آنها برابر است.

الف) یک زبان منظم L روی الفبای $\{0, 1\}$ مثال بزنید به طوری که $perm(L)$ منظم نباشد.

ب) یک زبان منظم L روی الفبای $\{0, 1, 2\}$ مثال بزنید به طوری که $perm(L)$ مستقل از متن نباشد.

پ) فرض کنید L یک زبان منظم روی الفبایی با دو سمبل باشد (برای مثال $\{0, 1\}$). ثابت کنید که $perm(L)$ یک زبان مستقل از متن است.

6- [10] فرض کنید $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z, F)$ تعریف یک PDA باشد. تابع گذار δ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma^*}$$

طبق این تعریف، PDA در هر حرکت سمبل بالای پشته را می‌خواند و حذف می‌کند (pop) و یک رشته را در پشته درج می‌کند (push). \hat{M} PDA را معادل با M می‌گوییم اگر داشته باشیم $L(M) = L(\hat{M})$. نشان دهید که هر کدام از تعاریف زیر از \hat{M} معادل با تعریف M است.

الف) یک \hat{M} PDA که در هر حرکت حداکثر دو سمبل در پشته درج می‌کند:

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times (\Gamma \cup \Gamma \cup \{\lambda\})}$$

ب) یک \hat{M} PDA که در هر حرکت می‌تواند عملیات خواندن و حذف کردن سمبل بالای پشته را انجام ندهد و حداکثر یک سمبل را در پشته درج می‌کند:

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times (\Gamma \cup \{\lambda\}) \rightarrow 2^{Q \times (\Gamma \cup \{\lambda\})}$$