

بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه علم و صنعت ایران - دانشکده مهندسی کامپیوتر

درس نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

تمرینات سری 3: ماشین‌های تورینگ

مدرس: جعفر الماسی زاده

ترم دوم سال تحصیلی 90 - 89

1- برای زبان‌های زیر ماشین تورینگ طراحی کنید. برای این کار می‌توانید از ماشین تورینگ استاندارد یا هر نوع ماشین تورینگ معادل با آن استفاده کنید.

$$L_1 = \{w : n_a(w) = n_b(w)\} \quad (\text{الف})$$

$$L_2 = \{a^n b^n a^n b^n : n \geq 0\} \quad (\text{ب})$$

$$L_3 = \{a^n : n \text{ is a prime number}\} \quad (\text{پ})$$

2- یک توصیف سطح بالا برای هر یک از ماشین‌های تورینگی که زبان‌های زیر را می‌پذیرند، ارائه دهید. برای این کار می‌توانید از هر نوع ماشین تورینگ و یا هر نوع شبه کد استفاده کنید.

$$L_1 = \{a^n b^m : m = n^2, n \geq 1\} \quad (\text{الف})$$

$$L_2 = \{ww^R w : w \in \{a, b\}^+\} \quad (\text{ب})$$

$$L_3 = \{a^i b^j c^k : i \times j = k \text{ and } i, j, k \geq 1\} \quad (\text{پ})$$

3- برای زبان‌های زیر گرامر ارائه دهید. برای این کار می‌توانید از گرامر بدون محدودیت یا گرامر حساس به متن استفاده کنید.

$$L_1 = \{a^n b^n a^{2n} : n \geq 1\} \quad (\text{الف})$$

$$L_2 = \{ww : w \in \{a, b\}^+\} \quad (\text{ب})$$

$$L_3 = \{a^{2^n} : n \geq 0\} \quad (\text{پ})$$

4- برای محاسبه‌ی توابع زیر ماشین تورینگ طراحی کنید. فرض کنید x و y اعداد طبیعی هستند که به صورت یک رشته روی الفبای یگانی $\{1\}$ نمایش داده می‌شوند.

$$f(x) = \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor \quad \text{الف)}$$

$$f(x, y) = xy \quad \text{ب)}$$

پ)

$$f(x) = \begin{cases} x - y & x > y \\ 0 & x \leq y \end{cases}$$

5- نشان دهید خانواده‌ی زبان‌های بازگشتی شمارش‌پذیر تحت عملیات‌های زیر بسته است.

الف) اجتماع

ب) اشتراک

پ) الحاق

ت) ستاره (بستار مثبت)

6- ثابت کنید یک زبان بازگشتی شمارش‌پذیر است اگر و فقط اگر بتوان آن را با استفاده از یک ماشین تورینگ شمارش کرد.

7- تعریف صوری (formal definition) هر یک از ماشین‌های تورینگ زیر را ارائه دهید و سپس نشان دهید که آن ماشین با ماشین تورینگ استاندارد معادل است.

الف) یک ماشین تورینگ با یک نوار، اما چندین واحد کنترل که هر واحد کنترل یک هد خواندن - نوشتن دارد.

ب) یک ماشین تورینگ که در هر حرکت به هد خواندن - نوشتن اجازه می‌دهد که بیشتر از یک سلول به چپ یا راست حرکت کند.