

# بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه علم و صنعت ایران – دانشکده مهندسی کامپیوتر

درس نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

امتحان میان ترم اول: زبان‌های منظم

مدرس: جعفر الماسی زاده

ترم دوم سال تحصیلی 90 – 89

تاریخ: 90/01/31 – مدت زمان: 3 ساعت – نمره: 120

**1- [25]** درستی یا نادرستی هر یک از موارد زیر را با اثبات یا مثال نقض نشان دهید.

(الف) اگر  $L^*$  یک زبان منظم باشد، آن گاه  $L$  نیز یک زبان منظم است.

(ب) اگر  $L_1 \cup L_2$  یک زبان منظم و  $L_1$  نیز یک زبان متناهی باشد، آن گاه  $L_2$  یک زبان منظم است.

(پ) برای هر زبان منظم  $L$ ، می‌توان یک  $DFA$  با فقط یک حالت پذیرش طراحی کرد که زبان  $L$  را بپذیرد.

(ت) اگر  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  یک  $DFA$  کمینه برای زبان  $L$  باشد، آن گاه  $\hat{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F)$  یک  $DFA$  کمینه برای زبان  $\bar{L}$  خواهد بود.

(ث) فرض کنید  $G$  یک گرامر و  $L(G)$  زبان این گرامر باشد. اگر  $L(G)$  یک زبان منظم باشد، آن گاه  $G$  نیز یک گرامر منظم است.

**2- [20]** ثابت کنید زبان‌های زیر منظم هستند.

(الف) مجموعه‌ی همه رشته‌هایی روی الفبای  $\Sigma = \{0, 1\}$  که نمایش دودویی یک عدد صحیح بخش‌پذیر بر 10 هستند.

(ب) مجموعه‌ی همه رشته‌هایی روی الفبای  $\Sigma = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$  که رقم پایانی آنها قبلاً تکرار شده است.

**3- [15]** فرض کنید  $M$  یک  $DFA$  با  $k$  حالت و  $L(M)$  زبان این  $DFA$  باشد. ثابت کنید که:

(الف) زبان  $L(M)$  ناتهی است اگر و فقط اگر  $M$  یک رشته  $z$  با قید  $|z| < k$  را می‌پذیرد.

(ب) زبان  $L(M)$  نامتناهی است اگر و فقط اگر  $M$  یک رشته  $z$  با قید  $k \leq |z| < 2k$  را می‌پذیرد.

**4- [20]** از دو زبان تعریف شده در زیر، یک زبان منظم و یک زبان نیز نامنظم است. با اثبات تعیین کنید کدام زبان منظم و کدام زبان نامنظم است.  
**الف)** الفبای زیر را در نظر بگیرید:

$$\Sigma_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

زبان  $A$  را روی این الفبا به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$A = \left\{ w \in \Sigma_2^* \mid \text{the bottom row of } w \text{ is the reverse of the top row of } w \right\}$$

**ب)** فرض کنید  $B$  یک زبان منظم باشد. زبان  $B_{\frac{1}{2}}$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$B_{\frac{1}{2}} = \{x \mid \text{for some } y, |x| = |y| \text{ and } xy \in B\}$$

**5- [15]** فرض کنید  $x$  و  $y$  دو رشته با طول مساوی روی الفبای  $\{0, 1\}$  باشند. با  $x \vee y$  عملیات یا (OR) بیت به بیت این دو رشته تعریف می‌شود؛ برای مثال، اگر  $x = 0110$  و  $y = 1100$  باشند، آنگاه  $x \vee y = 1110$ . با فرض این که  $A$  و  $B$  دو زبان منظم روی الفبای  $\{0, 1\}$  باشند، نشان دهید که زبان زیر نیز منظم است:

$$A \vee B = \{x \vee y \mid x \in A, y \in B, |x| = |y|\}$$

**6- [25]** دو عبارت منظم داده شده  $R$  و  $S$  را در نظر بگیرید و فرض کنید  $X$  هم یک عبارت منظم مجهول است که در معادله زیر صدق می‌کند:

$$X = RX + S$$

**الف)** نشان دهید  $X = R^*S$  یکی از جواب‌های معادله فوق است.

**ب)** با فرض الفبای  $\{a, b\}$ ، دو جواب متمایز معادله  $X = a^*X + ab$  را به دست آورید.

**پ)** فرض کنید  $\lambda \notin L(R)$ . ثابت کنید  $X = R^*S$  تنها جواب معادله فوق است.

**ت)** با فرض الفبای  $\{a, b\}$ ، نمایش ساده دو عبارت منظم  $A$  و  $B$  را که در معادلات زیر صدق می‌کنند، به دست آورید.

$$A = \lambda + aA + bB$$

$$B = \lambda + bB$$