

" بسم الله الرحمن الرحيم "

امتحان پایان ترم (سوال ۲) و امتحان میان ترم (سوال ۳ قسمت الف)

$$L = \{a, b\}^* - \{ww : w \in \{a, b\}^*\}$$

رشته های زبان L به دو صورت هستند:

- ① رشته هایی که طول آنها فرد است.
- ② رشته هایی که طول آنها زوج است اما نیمه اول با نیمه دوم متفاوت است.

① رشته هایی که طول آنها فرد است:

$$A \rightarrow \circ A \circ \mid \circ A \mid \mid \dots$$

② رشته هایی که طول آنها زوج است و نیمه اول با نیمه دوم متفاوت است:

$$z = xy \quad (|x| = |y|, x \neq y)$$

x و y در رشته دلخواه روی الفبای $\{a, b\}$ هستند که طول آنها مساوی است اما یکسان نیستند. بنابراین رشته های x و y حداقل در یک سمبل با هم تفاوت دارند:

$$x = x_1 x_2 \dots x_n$$

$$y = y_1 y_2 \dots y_n$$

$$x_i, y_i \in \{a, b\}$$

$$x, y \in \{a, b\}^*$$

$$1 \leq i \leq n$$

فرض می کنیم سمبل i ام رشته x و رشته y با هم تفاوت داشته باشند دو حالت پیش می آید:

$$x_i = a, y_i = b \quad (\text{الف})$$

$$x_i = b, y_i = a \quad (\text{ب})$$

الترتیبین کنیم که x و y حداقل در یک سمبل متفاوت هستند کافی است (بقیه سمبل های x و y می توانند مساوی باشند یا نباشند):

$$z = \underbrace{x_1 \dots x_{i-1} a x_{i+1} \dots x_n}_{x_i} \underbrace{y_1 \dots y_{i-1} b y_{i+1} \dots y_n}_{y_i}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 \dots x_{i-1} = u \\ x_{i+1} \dots x_n y_1 \dots y_{i-1} = v \\ y_{i+1} \dots y_n = w \end{array} \right.$$

قرار می دهیم:

در نتیجه رشته z به صورت زیر درمی آید:

$$z = xy = uavbw$$

\downarrow

$$z = xy = ubvaw$$

واقع است که: $|v| = |u| + |w|$ (چرا؟)

یعنی می توانیم v را به صورت الحاق دو رشته بنویسیم:

$$v = v_1 v_2$$

$$|v| = |v_1 v_2| = |v_1| + |v_2| = |u| + |w|$$

به طوری که:

بنابراین داریم:

$$z = xy = uav_1 v_2 bw \quad (|u| = |v_1|, |v_2| = |w|)$$

بنابراین رشته z را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} z = z_1 z_2 = (uav_1)(v_2 bw) \\ z = z_1 z_2 = (ubv_1)(v_2 aw) \end{array} \right.$$

حل زبان A را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$A = \{ uav_1 : u, v_1 \in \{a, b\}^*, |u| = |v_1| \}$$

یعنی زبان تمام رشته های به طول فرد را نشان می دهد که سبیل میان آنها a است.

زبان B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$B = \{ v_1 b w : v_1, w \in \{a, b\}^*, |v_1| = |w| \}$$

یعنی زبان B تمام رشته‌های به طول فرد را مشخص می‌کند که سبیل میانی آنها b است.

به این نکته توجه کنید که تمام رشته‌های $u, v, w, u, v_1 \in \{a, b\}^*$ رشته‌های دگناه هستند. به عنوان مثال زبان B را می‌توان به صورت زیر هم نمایش داد:

$$B = \{ xby : x, y \in \{a, b\}^*, |x| = |y| \}$$

با این توضیحات زبان \bar{L} اجتماع دو زبان زیر است:

$$\bar{L} = L_1 \cup L_2$$

L_1 : زبان شامل تمام رشته‌های به طول فرد

L_2 : زبان شامل تمام رشته‌های به طول زوج که نیمه اول باینیم دوم متفاوت است.

خود زبان L_2 هم الحاق زبان‌های A و B است. (البته هر دو حالت AB را

BA را باید در نظر گرفت)

اکنون کافی است که گرامرهای زبان L_1 ، A و B را نوشت. سپس گرامرهایی

را از الحاق و اجتماع این زبان‌ها به دست آورد

انتظار می‌رود که از اینجا به بعد را خودتان بتوانید انجام دهید !!!