

# بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه علم و صنعت ایران - دانشکده مهندسی کامپیوتر

درس نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

تمرینات سری 2: زبان‌های مستقل از متن

مدرس: جعفر الماسی زاده

ترم دوم سال تحصیلی 90 - 89

1- برای زبان‌های زیر گرامر مستقل از متن ارائه دهید.

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^*: n_a(w) = 2n_b(w) + 1\} \quad (\text{الف})$$

$$L_2 = \{a^i b^j c^k d^l: i + 2k = j + 3l\} \quad (\text{ب})$$

$$L_3 = \{a^i b^j: i \neq j, 2i \neq j\} \quad (\text{پ})$$

$$L_4 = \{w \in \{a, b, c\}^*: |w| = 3n_a(w)\} \quad (\text{ت})$$

2- برای زبان‌های زیر اتوماتان پوشدان ( $PDA$ ) طراحی کنید.

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^*: 3n_a(w) \leq 5n_b(w) \leq 4n_a(w)\} \quad (\text{الف})$$

$$L_2 = \{w_1 c w_2: w_1, w_2 \in \{a, b\}^*, w_1 \neq w_2^R\} \quad (\text{ب})$$

3- نشان دهید که زبان‌های زیر مستقل از متن نیستند.

$$L_1 = \{a^i b^j c^k: i < j \text{ or } k < j\} \quad (\text{الف})$$

$$L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^*: n_a^2(w) + n_b^2(w) = n_c^2(w)\} \quad (\text{ب})$$

4- دو عملیات زیر را برای زبان دلخواه  $L$  روی الفبای  $\Sigma$ ، تعریف می کنیم:

$$head(L) = \{w : wu \in L \text{ for some } u \in \Sigma^*\}$$

$$min(L) = \{w \in L : \text{there is no } u \in L, v \in \Sigma^+, \text{ such that } w = uv\}$$

مشخص کنید که خانواده‌ی زبان‌های مستقل از متن تحت کدام یک از این عملیات‌ها بسته است.

5- گرامر مستقل از متن زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \\ A &\rightarrow C \\ B &\rightarrow S \mid A \\ C &\rightarrow S \mid \lambda \end{aligned}$$

و مراحل زیر را به ترتیب انجام دهید:

(الف) تولیدات  $\lambda$  را حذف کنید.

(ب) تولیدات واحد را حذف کنید.

(پ) تولیدات بی‌فایده را حذف کنید.

(ت) گرامر را (بعد از حذف تولیدات) به شکل نرمال چامسکی تبدیل کنید.

6- گرامر مستقل از متن  $G$  با قواعد تولید زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AaSbB \mid \lambda \\ A &\rightarrow aA \mid a \\ B &\rightarrow bB \mid \lambda \end{aligned}$$

(الف) نشان دهید  $G$  یک گرامر مبهم است.

(ب) گرامر  $\hat{G}$  معادل با گرامر  $G$  است اگر داشته باشیم:  $L(G) = L(\hat{G})$ ؛ یک گرامر نامبهم  $\hat{G}$  معادل با گرامر مبهم  $G$  پیدا کنید.

**7-** فرض کنید  $G$  یک گرامر مستقل از متن و  $w$  یک رشته با طول  $n$  در زبان  $L(G)$  باشد. ثابت کنید:

**(الف)** اگر گرامر  $G$  قاعده‌ی تولید  $\lambda$  نداشته باشد (طرف راست هیچ قاعده‌ی تولیدی  $\lambda$  نباشد) و رشته  $w$  نیز یک اشتقاق با  $m$  گام داشته باشد، آن گاه رشته  $w$  یک درخت تجزیه با  $n + m$  گره خواهد داشت.

**(ب)** اگر گرامر  $G$  قاعده تولید  $\lambda$  داشته باشد (طرف راست بعضی از قواعد تولید ممکن است  $\lambda$  باشد) و رشته  $w$  نیز یک اشتقاق با  $m$  گام داشته باشد، آن گاه رشته  $w$  ( $w \neq \lambda$ ) یک درخت تجزیه با حداکثر  $n + 2m - 1$  گره خواهد داشت.

**8-** یک گرامر مستقل از متن در شکل دو- استاندارد است اگر همه‌ی قواعد تولید آن به صورت زیر باشند:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow aBC \\ A &\rightarrow aB \\ A &\rightarrow a \end{aligned}$$

که در اینجا  $A, B, C \in V$  و  $a \in T$ .

ثابت کنید برای هر گرامر مستقل از متن  $G = (V, T, S, P)$  و با فرض  $\lambda \notin L(G)$ ، یک گرامر معادل در شکل دو- استاندارد وجود دارد.

**9-** فرض کنید  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, z, F)$  یک اتوماتان پوشدان غیرقطعی ( $PDA$ ) باشد. یک تعریف برای زبان پذیرفته شده توسط  $M$  به صورت زیر است:

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* : (q_0, w, z) \vdash_M^* (p, \lambda, u), p \in F, u \in \Gamma^*\}$$

طبق این تعریف، زبان پذیرفته شده توسط  $M$  مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌هایی است که  $M$  را در پایان پردازش رشته در حالت پذیرش قرار می‌دهند. در این تعریف از پذیرش زبان، محتوی نهایی پشته اهمیت ندارد. تعریف دیگر برای پذیرش یک زبان توسط  $M$  فرض می‌کند که پشته در پایان پردازش رشته خالی می‌شود. به بیان دقیق‌تر،  $M$  زبان  $N(M)$  را در حالت پشته خالی می‌پذیرد اگر

$$N(M) = \{w \in \Sigma^* : (q_0, w, z) \vdash_M^* (p, \lambda, \lambda)\}$$

که در اینجا  $p$  یک حالت دلخواه در مجموعه‌ی  $Q$  است.

نشان دهید که این دو تعریف (پذیرش با حالت نهایی و پذیرش با پشته خالی) برای پذیرش یک زبان توسط یک  $PDA$  معادل هستند؛ یعنی برای هر  $PDA M$  یک  $PDA \hat{M}$  وجود دارد به طوری که  $L(M) = N(\hat{M})$ .