

(A) da trato igualitario a los votantes: si dos cambian sus votos, la decisión colectiva queda igual.

(N) da trato igualitario a las alternativas: revierte todos los votos, cambiando cada 1 por -1 y cada -1 por 1, la decisión colectiva queda igual.

(E) aporta decisividad: si hubiera empate y algunos abstencionistas votaran 1, ceteris paribus, basta para romperlo en favor de 1.

Sin estas propiedades, la regla sesgaría la decisión colectiva en pro de algunos votantes o alternativas, o sería gratuitamente indecisiva.

Demostración del teorema de May de Schwartz

Supón que f cumple las propiedades (A), (N) y (E).

- (a) Si (x_1, \dots, x_n) tiene tantos 1s como -1 s
y $(-x_1, \dots, -x_n)$ cambia el 1^{er} 1 por el 1^{er} -1 , el 2^{do} 1 por el 2^{do} -1 , etc.
entonces por (A) no cambia el resultado:

$$\begin{aligned} f(x_1, \dots, x_n) &= f(-x_1, \dots, -x_n) && \text{por (A)} \\ &= -f(x_1, \dots, x_n) && \text{por (N)} \end{aligned}$$

Y dado que 0 es su propio negativo:

$$f(x_1, \dots, x_n) = 0$$

- (b) Si (x_1, \dots, x_n) tiene k más 1s que -1 s
y (x'_1, \dots, x'_n) reemplaza los primeros k 1s por 0s
entonces (x'_1, \dots, x'_n) tiene tantos 1s como -1 s
y por (a) $f(x'_1, \dots, x'_n) = 0$
por (E) $f(x_1, \dots, x_n) = 1$
- (c) Si (x_1, \dots, x_n) tiene menos 1s que -1 s
entonces $(-x_1, \dots, -x_n)$ tiene más 1s que -1 s
y por (b) $f(-x_1, \dots, -x_n) = 1$
por (N) $-f(x_1, \dots, x_n) = 1$
y plt $f(x_1, \dots, x_n) = -1$

(a) + (b) + (c) define la regla de mayoría QED