

昆明理工大学 2010 级硕士研究生 数理统计 试卷

专业年级:

考试时间:

学生姓名:

学号:

题分	一	二	三	四	五	六	总分

一、填空题（每空 3 分，共计 30 分）

1. 设随机变量 $X \sim N(0,1)$, $Y \sim P(2)$, 且 X 与 Y 独立, 则 $D(X-2Y)=$ _____.

2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $\chi^2(n)$ 的样本, \bar{X} 是其样本均值, 则 $E\bar{X} =$ _____,
 $D\bar{X} =$ _____.

3. 设总体 X, Y 都服从正态分布 $N(0,3^2)$, X_1, X_2, \dots, X_9 与 Y_1, Y_2, \dots, Y_9 分别是来自 X, Y 的样本, 且这两个样本独立, 记 $T = \frac{X_1 + \dots + X_9}{\sqrt{Y_1^2 + \dots + Y_9^2}}$, 则 T 的抽样分布为

4. 在处理快艇的 6 次试验中, 得到下列最大速度值 (m/s): 27, 38, 30, 37, 35, 31, 则最大艇速的均值的无偏估计是_____.

5. 设总体 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, 总体 $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 其中 σ_1^2, σ_2^2 已知. 设 X_1, \dots, X_{n_1} 为来自总体 X 的样本, Y_1, \dots, Y_{n_2} 是来自总体 Y 的样本, 两样本独立, 则对于假设检验: $H_0: \mu_1 = \mu_2 \longleftrightarrow H_1: \mu_1 \neq \mu_2$, 使用的统计量 $U =$ _____, 它服从的分布是_____.

6. 对于多元线性回归模型 $\begin{cases} \bar{Y} = X\bar{\beta} + \bar{\varepsilon} \\ \bar{\varepsilon} \sim N_n(\bar{0}, \sigma^2 I_n) \end{cases}$, 其中 X 为 $n \times (k+1)$ 的系数矩阵, $\bar{\beta}$ 为 $k+1$ 阶未知系数向量, 则 $\beta \sim$ _____分布, σ^2 的无偏估计 $\hat{\sigma}^2 =$ _____.

(其中, $S_E^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$).

7. 单因素方差分析模型 $\begin{cases} y_{ij} = \bar{\mu} + \alpha_i + e_{ij}, (i=1, 2, \dots, r, j=1, 2, \dots, n_i) \\ e_{ij} \sim N(0, \sigma^2), \text{且诸 } e_{ij} \text{ 相互独立} \\ \sum_{i=1}^r n_i \alpha_i = 0 \end{cases}$,

$$S_T^2 = S_A^2 + S_E^2,$$

$$S_T^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y})^2, \quad S_E^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_{i\cdot})^2, \quad S_A^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

二、(16 分) 设总体 X 服从指数分布, 其概率密度函数为 $f(x; \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$,

X_1, \dots, X_n 为 X 的样本, $\lambda > 0$ 未知。求:

(1) λ 的最大似然估计量;

(2) 待估函数 $u(\lambda) = \frac{1}{\lambda}$ 的无偏估计的 C-R 下界。

三、(16 分) 假设 0.5, 1.25, 0.8, 2.0 是总体 X 的简单随机样本值, 已知 $Y = \ln X \sim N(\mu, 1)$,

(1) 求参数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间;

(2) 求 EX 的置信度为 0.95 的置信区间。(其中 $U_{0.975} = 1.96$)

四、(12 分) 某农用车厂根据以往的资料知道, 本厂的农用车分别以 20%, 28%, 8%, 12% 和 32% 的比例卖给 A, B, C, D 和 E 五个地区。从今年生产的农用车中, 观察到其中 500 辆分别售于上述五个地区 120, 123, 43, 66, 148 辆。问今年这五个地区的销售比例与以往是否有显著不同? ($\alpha = 0.05, \chi_{0.05}^2(4) = 9.488$)。

五、(16 分) 某建材实验室做陶粒混凝土实验中, 考察每立方米 (m^3) 混凝土的水泥用量 (kg) 对混凝土抗压强度 (kg/m^3) 的影响, 测得如下数据:

水泥 编号	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260
抗压 强度	56.9	58.3	61.6	64.6	68.1	71.3	74.1	77.4	80.2	82.6	86.4	89.7

(1) 求经验回归直线方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$;

(2) 检验一元线性回归的显著性 ($\alpha = 0.05, F_{0.05}(1, 10) = 4.96$);

(3) 设 $x_0 = 225kg$, 求 y 的预测值。

(已知: $\bar{x} = 205, \bar{y} = 72.6, l_{xx} = 14300, l_{yy} = 1323.82$)

六、(10 分) 为了提高某化工厂产品的转化率, 选择了三个有关因素: 反应温度 A, 反应时间 B 和用碱量 C, 每个因素取三个水平:

A: 80°C 85°C 90°C (分别记为 A_1, A_2, A_3)

B: 90min 120min 150min (分别记为 B_1, B_2, B_3)

C: 5% 6% 7% (分别记为 C_1, C_2, C_3)

请根据下面的实验结果,用直观分析法寻找最佳水平组合。	A	B	C	空白列	转化率(%)
	j=1	j=2	j=3	j=4	
试验号					
水平					
因素					
(列号)					
1	1	1	1	1	31
2	1	2	2	2	54
3	1	3	3	3	38
4	2	1	2	3	53
5	2	2	3	1	49
6	2	3	1	2	42
7	3	1	3	2	57
8	3	2	1	3	62
9	3	3	2	1	64
k_{1j}					
k_{2j}					
k_{3j}					
\bar{k}_{1j}					
\bar{k}_{2j}					
\bar{k}_{3j}					
极差 R_j					