

昆明理工大学 2010 级硕士研究生 数理统计 试卷(B)

专业年级:

考试时间:

学生姓名:

学号:

题分	一	二	三	四	五	六	总分

可能用到的值:

$$F_{0.95}(19,14)=2.39, \quad F_{0.95}(1,8)=5.23, \quad F_{0.99}(12,15)=3.67;$$

$$F_{0.01}(15,12)=4.01, \quad u_{0.975}=1.96, \quad u_{0.95}=1.65, \quad t_{0.99}(27)=2.473$$

$$\chi_{0.95}^2(1)=3.8415$$

一、填空题。(每空 3 分, 共计 30 分)

1 设随机变量 $X \sim \chi^2(10)$, $Y \sim \text{Exp}(\frac{1}{2})$, 且 X 与 Y 相互独立, 则

$$D(X-2Y)=\underline{\hspace{2cm}}.$$

2 设 X_1, X_2, X_3 相互独立且服从 $N(0, \sigma^2)$, 则统计量 $\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{X_1 + X_2 + X_3}{|X_2 - X_3|}$

服从_____分布。(请写出分布的类型和自由度, 否不给分)。

3 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自总体 X 的样本, 设有下述四个统计量:

$$\hat{\alpha}_1 = \frac{1}{6}(X_1 + X_2) + \frac{1}{3}(X_3 + X_4),$$

$$\hat{\alpha}_2 = \frac{1}{100}(X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4),$$

$$\hat{\alpha}_3 = \frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4),$$

$$\hat{\alpha}_4 = \frac{1}{4}(X_1 + X_2 - X_3 + X_4)$$

则这四个统计量中, 总体均值的 UMVU 是_____。

4 从两个正态总体中分别抽取容量为 20 和 15 的两独立样本, 设总体方差相等, S_1^2, S_2^2 分别为两样本方差, 则 $P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} > 2.39\right) =$ _____.

5 在一个有 100 个同学的班级的《数理统计》的期末考试成绩中, 有 16 个同学不及格, 这个班的同学的不及格率的置信度为 0.95 的置信区间为_____.

6 设袋中装有均匀的白球和黑球若干个, 但是白球多还是黑球多是事先未知的, 已知两种球的个数比是 8:2, 现在有放回地从袋中抽球三次, 每次抽球一个, 并且每次抽得的球都是白色, 用似然原理判断袋子中那种颜色的球多? _____.

7 设 X_1, X_2, \dots, X_{16} 是来自正态总体 $N(\mu, 4)$ 的样本, 考虑检验问题

$$H_0: \mu = 6 \leftrightarrow H_1: \mu \neq 6,$$

如果 $\bar{X} = 6.98$, 则该检验的 P 值为_____.

8 为了提高某种产品的产量, 考察原料用量(A)和来源地(B)这两个因素对产量是否有影响。假设原料来源地有三个: 甲地、乙地、丙地。原料的使用量有三种方案: 现用量、增加 5%、增加 8%, 每个水平组合各做一次试验, 得到数据如下表, 那么在该问题的方差分析表中, 因素 A 的均方差 $\bar{S}_A^2 =$ _____.

产量		原料用量 (A)		
		A1(现用量)	A2(增加 5%)	A3 (增加 8%)
原料来源地 (B)	甲地 B ₁	59	70	66
	乙地 B ₂	63	74	70
	丙地 B ₃	61	66	71

9 在多元线性回归模型 $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon} \sim N_n(0, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$ 中, 回归系数向量 $\boldsymbol{\beta}$ 的 LS 估计是_____, σ^2 的无偏估计 $\hat{\sigma}^2$ 为_____. 其中, $\mathbf{Y}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varepsilon}$ 是 n 维向量, \mathbf{X} 是 $n \times (k+1)$ 阶的列满秩矩阵, S_R^2 为回归平方和, S_E^2 为残差平方和。

二 设总体 X 的密度函数为

$$p(x; \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{other} \end{cases}, \theta > 0,$$

X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本，对可估函数 $g(\theta) = \frac{1}{\theta}$,

- (1) 求 $g(\theta)$ 的极大似然估计 $\hat{g}(\theta)$;
- (2) 说明 $\hat{g}(\theta)$ 是 $g(\theta)$ 的有效估计。

三 有人认为在大学中，男大学生的成绩与女大学生的成绩有明显差异。现从一所大学中随机抽取 16 位男生和 13 位女生，对他们用同样的题目进行测试。测试结果为：男生平均成绩为 82 分，标准差 8 分；女生平均成绩为 78 分，标准差 7 分。假设男女生成绩分别服从分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 。问在显著水平为 $\alpha=0.02$ 时，判断男女生成绩有无显著差异

四 对 1000 个人做性别与色盲的调查，得到如下列联表，请根据该列联表在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下判断色盲与性别是否独立。

性别	视觉		合计
	正常	色盲	
男	535	65	600
女	382	18	400
合计	917	83	1000

五 为了研究某种鱼的重量 X 和体长 Y 的关系，随机抓了 10 条鱼，其重量和体长的数据如下表：

重量	33	13	35	15	20	38	40	43	30	26
体长	8	4	9	5	7	10	11	10	9	8

根据以上数据，

- (1) 建立鱼的体长对其重量的样本回归直线 $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ 。
- (2) 检验该一元线性回归方程的显著性 ($\alpha = 0.05$)。
- (3) 当鱼的重量为 42 时，预测鱼的平均长度。

(已知 $\bar{x} = 29.3, \bar{y} = 8.1, l_{xx} = 992.1, l_{yy} = 44.1$, 计算结果保留四位小数)

六、(10 分) 为了提高某化工厂产品的转化率, 选择了三个有关因素: 反应温度 A, 反应时间 B 和用碱量 C, 每个因素取三个水平:

A: 80°C 85°C 90°C (分别记为 A_1, A_2, A_3)

B: 90min 120min 150min (分别记为 B_1, B_2, B_3)

C: 5% 6% 7% (分别记为 C_1, C_2, C_3)

请根据下面的实验结果, 用直观分析法寻找最佳水平组合。

水 平 试 验 号	因 素	A	B	C	空白列	转化率 (%)
		j=1	j=2	j=3	j=4	
1		1	1	1	1	31
2		1	2	2	2	54
3		1	3	3	3	38
4		2	1	2	3	53
5		2	2	3	1	49
6		2	3	1	2	42
7		3	1	3	2	57
8		3	2	1	3	62
9		3	3	2	1	64
k_{1j}						
k_{2j}						
k_{3j}						
\bar{k}_{1j}						
\bar{k}_{2j}						
\bar{k}_{3j}						
极差 R_j						

