

昆明理工大学 2011 级硕士研究生

《数理统计》试卷 A

满分 100 分 考试时间：2 小时 30 分钟

学院：_____专业：_____学号：_____姓名：_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分	评卷人
得分									

各位考生请注意：试题中的所有分位数是下分位数。

一、填空题（每空 2 分，共 30 分）

1. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim N(\mu, 1)$ 的简单随机样本，则 $E(\bar{X}) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 $E(S^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 $X_1, X_2, \dots, X_m, X_{m+1}, \dots, X_{m+n}$ 为来自总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ 的简单随机样本，则

统计量 $\frac{n \sum_{i=1}^m X_i^2}{m \sum_{i=m+1}^{m+n} X_i^2}$ 服从_____分布.

3. 多元线性回归模型中，回归系数的最小二乘估计 $\hat{\beta} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 在假设检验中，设 H_0 为原假设， H_1 为备择假设，犯第一类错误的情况为_____.

5. 对于具有 s 个水平的单因素 A 实验方差分析（水平 A_i 对应的总体为 $N(\mu_i, \sigma^2)$ ，
 $(i=1, 2, \dots, s)$ ），现取样，设各水平下的样本容量之和为 n ，以 S_A, S_E, S_T 分别表示因素 A 的效应平方和、误差平方和、总偏差平方和，则（1） S_A, S_E, S_T 之间的关系是_____；
 （2）在显著性水平 α 下，假设“ $H_0: \mu_1 = \dots = \mu_s$ ， $H_1: \mu_1, \dots, \mu_s$ 不全相等”的拒绝域形式是_____.

6. 正交表 $L_8(2^7)$ 中，其中数字“8”表示_____.

数字“2”表示_____.

7. 某冶金实验室对锰的熔化点作了四次试验, 结果分别为

$$1269^{\circ}\text{C} \quad 1271^{\circ}\text{C} \quad 1263^{\circ}\text{C} \quad 1265^{\circ}\text{C}$$

设数据服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 以 $\alpha=0.05$ 的水平作如下检验: 这些结果是否符合于公布的数字 1260°C ? 则原假设 H_0 为_____, 选用的检验统计量是_____.

8. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, \bar{X} 和 S^2 分别为样本均值与样本方差, 若 $\bar{X} + kS^2$ 为 μ^2 的无偏估计量, 则 $k =$ _____.

9. 设 $\ln X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 即 X 服从对数正态分布, 其中 $E(X^k) = \exp\left\{k\mu + \frac{k^2}{2}\sigma^2\right\}$,

自总体 X 中取一容量为 n 的样本 X_1, X_2, \dots, X_n , 则 μ, σ^2 的矩估计量分别为 $\hat{\mu} =$ _____, $\hat{\sigma}^2 =$ _____.

10. 设总体 X 的数学期望为 μ , X_1, X_2, X_3 是来自总体 X 的样本, 下列统计量:

$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{5}X_2 + \frac{1}{5}X_3$, $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$, 则 $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2$ 中方差最小的是_____.

二、(10 分) 设 X_1, X_2, \dots, X_{n_1} 以及 Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2} 为分别来自总体 $N(\mu_1, \sigma^2)$ 与 $N(\mu_2, \sigma^2)$ 的样本, 且它们相互独立. μ_1, μ_2, σ^2 均未知, 试求 μ_1, μ_2, σ^2 的最大似然估计量.

三、(10 分) 假定初生婴儿(女孩)的体重服从正态分布, 随机抽取 12 名新生儿, 测其重量(单位: g)为: 3100, 2520, 3000, 3600, 3160, 3560, 3320, 2880, 3560, 3320, 2880, 2540. 求

(1) 新生儿的平均体重的置信水平为 95% 的置信区间;

$$(u_{0.975} = 1.96, t_{0.975}(11) = 2.2010, t_{0.975}(12) = 2.1788)$$

(2) 新生儿的体重的方差的置信水平为 95% 的置信区间.

$$(\chi_{0.975}^2(11) = 21.920, \chi_{0.975}^2(12) = 23.337, \chi_{0.025}^2(11) = 3.816, \chi_{0.025}^2(12) = 4.404)$$

四、(15 分) 一般认为在大学中男生的学习成绩与女生有明显差异。某位社会学家从一所大学中随机抽取了 16 位男生和 13 位女生, 对他们进行了同样题目的测试。测试结果, 男生的平均成绩是 82 分, 标准差 8 分, 女生的平均成绩是 78 分, 标准差为 7 分。假设男女生成绩都服从正态分布。试问: 在显著性水平为 $\alpha = 0.02$ 时, 这位社会学家能得出什么样的结论?

$$(F_{0.99}(15,12) = 4.01, F_{0.01}(15,12) = 0.272, t_{0.99}(27) = 2.473)$$

五、(10 分) 把一颗骰子重复抛掷 300 次, 结果如下:

出现的点数	1	2	3	4	5	6
出现的频数	40	70	48	60	52	30

试检验这颗骰子的六个面是否匀称? ($\alpha = 0.05$, $\chi^2_{0.95}(5) = 11.070$)

六、(20 分) 随机抽取的 10 家航空公司, 对其最近一年的航班正点率和顾客投诉次数进行了调查, 所得数据如下:

航空公司编号	航班正点率(%)	顾客投诉次数(次)
1	81.8	21
2	76.6	58
3	76.6	85
4	75.7	68
5	73.8	74
6	72.2	93
7	71.2	72
8	70.8	122
9	91.4	18
10	68.5	125

(1) 用航班正点率作自变量, 顾客投诉次数作因变量, 求出回归方程, 并解释回归系数的意义?

(2) 检验回归系数的显著性 ($\alpha = 0.05$, $t_{0.975}(8) = 2.3060$) ?

(3) 如果航班正点率为 80%, 估计顾客的投诉次数?

解题过程中所用的中间数据： $\sum_{i=1}^{10} x_i = 758.6$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 736$, $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 397.024$,

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -1866.26.$$

七、证明题（5分）

证明：样本标准差 S 不是总体标准差 σ 的无偏估计.