

Práctica 2, resolución del ejercicio 12

En una cierta estación de servicio, el 40% de los clientes utilizan nafta normal sin plomo, el 35% utiliza nafta extra sin plomo y el 25% utilizan nafta Premium sin plomo. De los clientes que consumen nafta normal, sólo el 30% llenan sus tanques, de los que consumen nafta extra, 60% llenan sus tanques, en tanto que los que usan Premium, 50% llenan sus tanques.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente pida nafta extra sin plomo y llene el tanque?

Definimos los eventos NE como el cliente pide nafta extra sin plomo y T como el cliente llena el tanque. Nos piden calcular

$$P(NE \cap T) = P(T|NE)P(NE)$$

Ahora bien, del enunciado (primera oración) tenemos que $P(NN) = 0.4$, $P(NE) = 0.35$ y $P(NP) = 0.25$, donde NN es el evento el cliente pide nafta normal y NP es el evento el cliente pide nafta Premium. Además de la segunda oración tenemos que: $P(T|NN) = 0.3$, $P(T|NE) = 0.6$ y $P(T|NP) = 0.5$. Por lo tanto la probabilidad pedida es $0.6 \times 0.35 = 0.21$.

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente llene el tanque?

Tenemos que calcular $P(T)$. Observemos que $NN \cup NE \cup NP = \Omega$ y $NN \cap NE \cap NP = \emptyset$, entonces:

$$\begin{aligned} P(T) &= P(T|NN)P(NN) + P(T|NE)P(NE) + P(T|NP)P(NP) \\ &= 0.3 \times 0.4 + 0.6 \times 0.35 + 0.5 \times 0.25 = 0.12 + 0.21 + 0.125 = 0.455 \end{aligned}$$

- c) Si el siguiente cliente llena el tanque, ¿cuál es la probabilidad de que pida nafta normal?

Aquí debemos calcular $P(NN|T)$:

$$\begin{aligned} P(NN|T) &= \frac{P(T|NN)P(NN)}{P(T|NN)P(NN) + P(T|NE)P(NE) + P(T|NP)P(NP)} = \frac{0.12}{P(T)} \\ &= \frac{0.12}{0.455} = 0.2637 \end{aligned}$$

- d) ¿Qué propiedades utiliza para resolver los incisos a), b) y c)?

En a) se utilizó la Teorema de la multiplicación, en b) el Teorema de Probabilidad Total y en c) el Teorema de Bayes.