

In questo file sono descritte tutte le matrici calcolate dagli algoritmi di verifica di correttezza delle equazioni e della verifica della correlazione dei dati:

### **Cartella Eigenvalues:**

$X$  = vettore  $d$ -dimensionale in input, in questo caso la matrice  $\text{dim.json}$   $(x_1, \dots, x_d)^T$  (file *X.csv*)

$\Sigma$  = matrice positiva di covarianza di  $X$  (dimensione  $d \times d$ ,  $d$  numero di colonne) (file *Sigma.csv*)

Autovalori della matrice di covarianza (file *Eigenvalues.txt*)

$U$  = matrice avente colonne gli autovettori della matrice di covarianza  $\Sigma$  (file *U.csv*,  $U^T$  in file *U^T.csv*)

$\Lambda^{-1/2}$  = matrice diagonale inversa della radice quadrata degli autovalori della matrice di covarianza  $\Sigma$  (file  *$\Lambda^{-1/2}.csv$* )

Procedure di whitening,  $W$  è la whitening matrix:

*Whitening* =  $Wx$ , della stessa dimensione  $d$   
(matrice risultate "sbiancata"  
con PCA in *PCA\_result.csv*,  
con ZCA in *ZCA\_result.csv*)

covarianza( $Wx$ ) =  $I$

(covarianza  $W_{PCA} X$  in file *cov\_PCA.csv*,  $W_{ZCA} X$  in file *cov\_ZCA.csv*)

$W_{PCA} = \Lambda^{-1/2} U^T$  (file *W.csv*,  $W^T$  in file *W^T.csv*)

$W_{ZCA} = U \Lambda^{-1/2} U^T = \Sigma^{-1/2}$  (file  *$\Sigma^{-1/2}.csv$* )

**Matrici per la dimostrazione di correttezza dell'Equazione (2),  
quindi  $W \Sigma W^T = I$ :**

(  $W = W_{PCA}$  in file *W Sigma W^T.csv*

$W = W_{ZCA}$  in file  *$\Sigma^{-1/2} \Sigma \Sigma^{-1/2}.csv$* )

**Matrici per la dimostrazione di correttezza dell'Equazione (3),  
quindi  $W (\Sigma W^T W) = W$ :**

(  $W = W_{PCA}$  in file *W Sig Wt W PCA.csv*

$W = W_{ZCA}$  in file *W Sig Wt W ZCA.csv*)

## **Matrici per la dimostrazione di correttezza dell'Equazione (4), quindi**

$$\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{\Sigma}^{-1}$$

(  $\mathbf{W}^T \mathbf{W}$  con  $\mathbf{W} = \mathbf{W}_{PCA}$  in file *WtW.csv*

$\mathbf{W}^T \mathbf{W}$  con  $\mathbf{W} = \mathbf{W}_{ZCA}$  in file *SigmatSigma.csv*

$\mathbf{\Sigma}^{-1}$  in file *Sigma^-1.csv*)

## **Cartella Cholesky:**

$\mathbf{X}$  = vettore  $d$ -dimensionale in input, in questo caso la matrice *dim.json* ( $x_1, \dots, x_d$ )<sup>T</sup> (file *X.csv*)

$\mathbf{\Sigma}$  = matrice positiva di covarianza di  $\mathbf{X}$  (dimensione  $d \times d$ ,  $d$  numero di colonne) (file *Sigma.csv*)

Procedure di whitening,  $\mathbf{W}$  è la whitening matrix:

*Whitening* =  $\mathbf{W}\mathbf{x}$ , della stessa dimensione  $d$

(matrice risultate "sbiancata"

con Cholesky in *Cholesky\_result.csv*)

$\mathbf{W}_{Chol} = \mathbf{L}^T$ , dove  $\mathbf{L}$  è la matrice triangolare inferiore unica con valori diagonali positivi. (file  $\mathbf{L}$  in file *L.csv*,  $\mathbf{L}^T$  in file *L^T.csv*)

## **Matrici per la dimostrazione di correttezza dell'Equazione (2), quindi $\mathbf{W} \mathbf{\Sigma} \mathbf{W}^T = \mathbf{I}$ :**

$\mathbf{W} = \mathbf{W}_{Chol}$  in file *L^T Sigma L.csv*

## **Cartella Decorrelation:**

$\Phi$ , ovvero la matrice avente come colonne gli autovettori della matrice di covarianza  $\mathbf{\Sigma}$  (in file *Phi.csv*)

## **Dimostrazione $\Phi \mathbf{\Sigma} \Phi^T = \mathbf{\Lambda}$ :**

$\Phi \mathbf{\Sigma} \Phi^T$  in file *phi\_sigma\_phi.csv*

$\mathbf{\Lambda}$ , ovvero la matrice avente come diagonale gli autovalori della matrice  $\mathbf{\Sigma}$  (in file *Lambda\_diag.csv*)

Dimostrazione decorrelazione, quindi  $\text{cov}(\mathbf{w}) = \mathbf{I}$ , in file *cov(w).csv*