



Módulo: Administración de Producción, Operaciones y Logística I

PARAGUAYO ALEMANA

## Control Estadístico del Proceso



#### **Libro Base**

- Operations Management: Sustainability and Supply Chain Management (Pearson) 12th Edition by Jay Heizer, Barry Render and Chuck Munson (2017).
  - Capítulo 6S: Control estadístico del proceso



# CONTROL ESTADÍSTICO DEL PROCESO (SPC)

PARAGUAYO ALEMANA

#### Después de completar esta sección, deberá:

- 1. Explicar el propósito de un gráfico de control.
- 2. Explicar el papel del teorema del límite central en el SPC.
- 3. Construir gráficas  $ar{x}$  y gráficas R.
- 4. Entender los cinco pasos que implica la construcción de un gráfico de control.
- 5. Construir gráficos *p* y gráficos *c*.
- 6. Explicar la habilidad y la capacidad de un proceso.
- 7. Calcular la  $C_P$  y el  $C_{PK}$



# CONTROL ESTADÍSTICO DEL PROCESO (SPC)

- Control estadístico del proceso (Statistical Process Control, SPC): Procedimiento usado para supervisar estándares, tomar medidas y emprender acciones correctivas mientras el producto o servicio se está produciendo.
- Utilizamos el control estadístico del proceso para medir el desempeño de un proceso.
- Se dice que un proceso opera bajo control estadístico cuando su única fuente de variación consiste en las causas comunes (naturales).



# CONTROL ESTADÍSTICO DEL PROCESO (SPC)

- El proceso debe ponerse primero bajo control estadístico detectando y eliminando las causas especiales (asignables) de variación.
- Después de esto su desempeño es predecible y se evalúa su habilidad para satisfacer las expectativas del cliente.





#### VARIACIONES NATURALES

- Variabilidades que afectan en cierto grado a todo proceso de producción y que deben esperarse; también se conocen como causas comunes.
- Aunque los valores individuales son diferentes, como grupo forman un patrón que puede describirse como una distribución.
- Cuando estas distribuciones son normales se caracterizan mediante dos parámetros:
  - Media, μ (la medida de tendencia central en este caso, el valor promedio)
  - Desviación estándar, σ (la medida de dispersión)



#### **VARIACIONES ASIGNABLES**

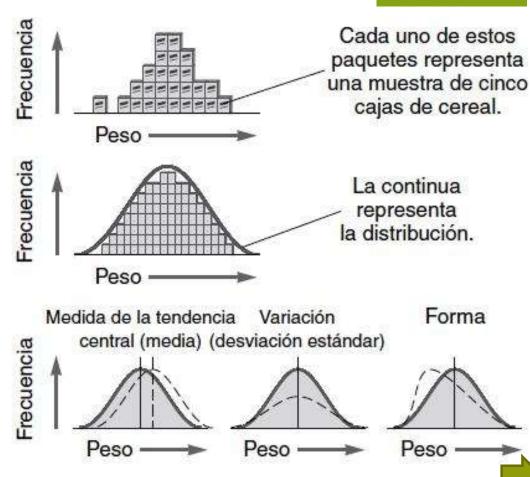
- En un proceso, la variación asignable puede rastrearse hasta su razón específica.
  - Factores como el desgaste de la maquinaria, el desajuste de equipos, la fatiga o la mala capacitación de los trabajadores, o nuevos lotes de materias primas, son fuentes potenciales de variaciones asignables.
- Las variaciones naturales y asignables distinguen dos tareas para el administrador de operaciones.
  - La primera es asegurarse de que el proceso es capaz de operar bajo control sólo con la variación natural.
  - La segunda es, por supuesto, identificar y eliminar las variaciones asignables para que los procesos se mantengan bajo control.

- Debido a las variaciones naturales y asignables, el control estadístico del proceso usa promedios de muestras pequeñas (a menudo de cuatro a ocho artículos) por contraste con los datos de partes individuales.
- Las piezas individuales tienden a ser demasiado erráticas como para que las tendencias pueden verse con rapidez.



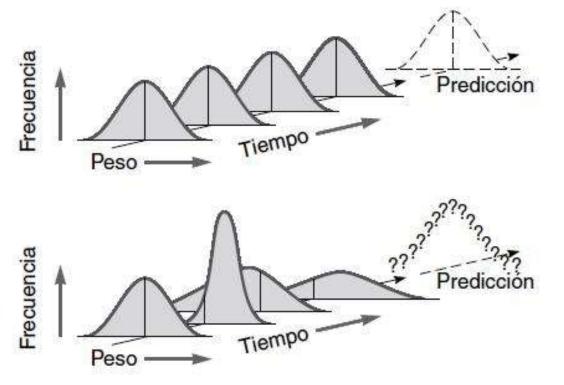
### VARIACIÓN NATURAL Y ASIGNABLE

- (a) Muestras del producto, digamos cinco cajas de cereal tomadas de la línea de la máquina de llenado, varían entre sí por su peso.
- (b) Después de tomar muestras suficientes de un proceso estable, las muestras forman un patrón denominado distribución.
- (c) Hay muchos tipos de distribuciones, incluyendo la distribución normal (con forma de campana), pero difieren en términos de su tendencia central (media), su desviación estándar o varianza, y su forma.



## VARIACIÓN NATURAL Y ASIGNABLE

- (d) Si sólo están presentes causas naturales de variación, el resultado de un proceso forma una distribución que es estable y predecible a través del tiempo.
- (e) Si están presentes causas asignables de variación, el resultado del proceso no es estable a través del tiempo ni predecible. Es decir, cuando ocurran causas que no son una parte esperada del proceso, las muestras producirán distribuciones inesperadas que variarán en cuanto a tendencia central, desviación estándar y forma.

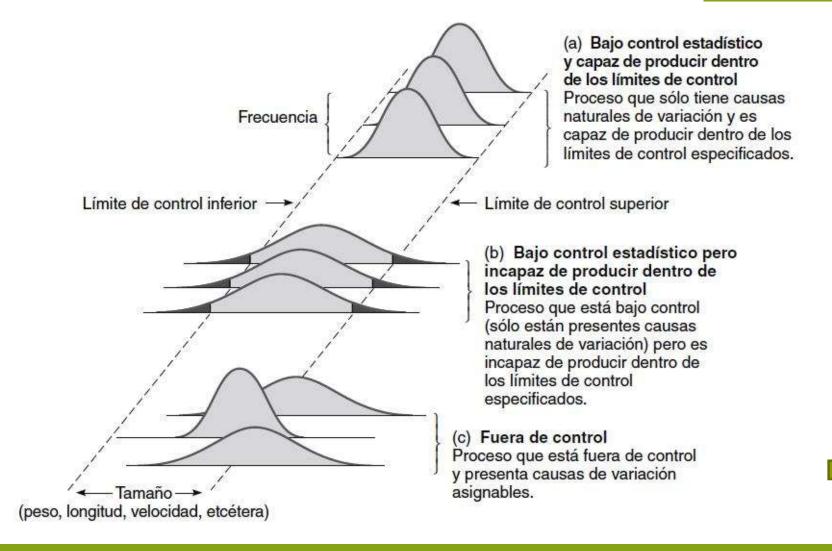




- Son una presentación gráfica de los datos del proceso a través del tiempo.
- En las siguientes figuras se muestran tres distribuciones que presentan los resultados de tres tipos de procesos.
  - Para observar si el proceso está dentro de los "límites de control", graficamos las muestras pequeñas y después examinamos las características de los datos resultantes.
- El propósito de los gráficos de control es ayudarnos a distinguir entre las variaciones naturales y las variaciones debidas a causas asignables.



# CONTROL DE PROCESO: TRES TIPOS DE RESULTADOS DEL PROCESO



# GRÁFICOS DE CONTROL PARA VARIABLES

- Gráfico  $\bar{x}$ : Gráfico para medir variables que indica cuándo ocurren cambios en la tendencia central de un proceso de producción.
- Gráfico R: Gráfico que rastrea el "rango" dentro de una muestra; indica cuándo ocurre ganancia o pérdida de uniformidad en la dispersión de un proceso de producción.



## TEOREMA DEL LÍMITE CENTRAL

PARAGUAYO ALEMANA

- Fundamento teórico de los gráficos  $\bar{x}$ , el cual establece que, independientemente de la distribución de la población de todas las partes o servicios, la distribución de las  $\bar{x}$  tiende a seguir una curva normal cuando aumenta el número de muestras.
  - La media de la distribución de las  $\bar{X}$  (denominada  $\bar{x}$ ) será igual a la media de la población global (llamada  $\mu$ )

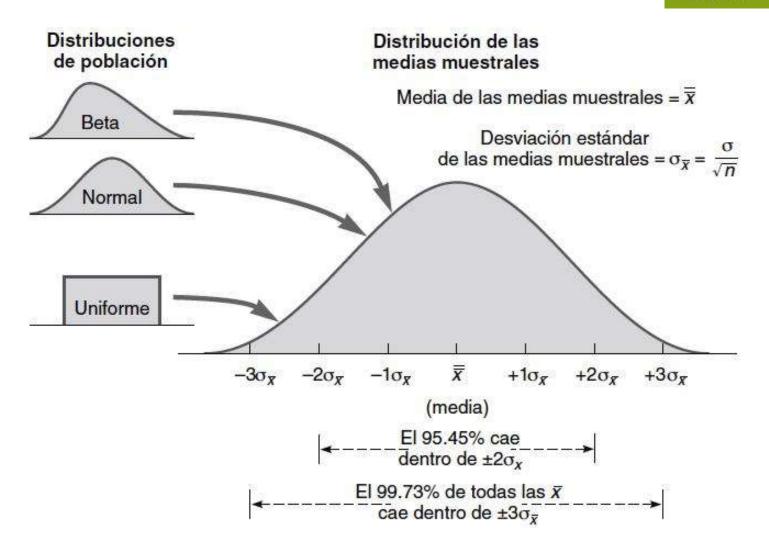
$$\bar{\bar{x}} = \mu$$

• La desviación estándar de la distribución de las muestras,  $\sigma_{\bar{x}}$ , será la desviación estándar de la población,  $\sigma$ , dividida entre la raíz cuadrada del tamaño de la muestra, n.

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



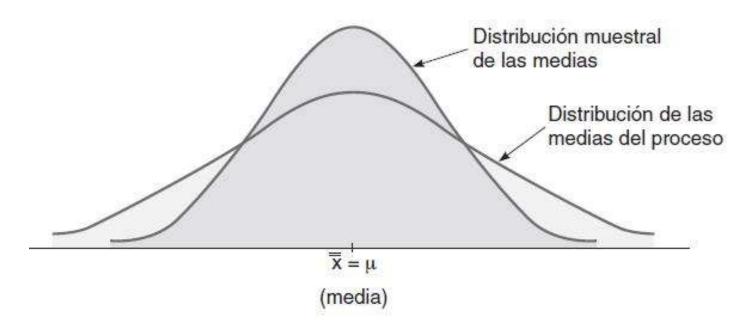
## RELACIÓN ENTRE LA POBLACIÓN Y LAS DISTRIBUCIONES MUESTRALES





#### DISTRIBUCIÓN DE LAS MUESTRAS

PARAGUAYO ALEMANA



La distribución muestral de las medias es normal y tiene menos variabilidad que la distribución del proceso



#### DETERMINACIÓN DE LOS LÍMITES DEL GRÁFICO DE LA MEDIA

PARAGUAYO ALEMANA

Para un gráfico  $\bar{x}$  donde conocemos  $\sigma$ 

Límite de control superior (LCS) =  $\bar{x} + z\sigma_{\bar{x}}$ 

Límite de control inferior (UCL) =  $\bar{x} - z\sigma_{\bar{x}}$ 

#### Donde:

 $\overline{\bar{x}}$  = media de las medias muestrales o el valor meta establecido en el proceso

z = número de desviaciones estándar (2 para el 95,45% y 3 para el 99,73%)

 $\sigma_x$  = desviación estándar de las medias muestrales =  $\sigma / \sqrt{n}$ 

 $\sigma$  = desviación estándar de la población (proceso)

n = tamaño de la muestra



# DETERMINACIÓN DE LOS LÍMITES DE CONTROL USANDO MUESTRAS

PARAGUAYO ALEMANA

#### DETERMINACIÓN DE LOS LÍMITES DE CONTROL USANDO MUESTRAS

Los pesos de las cajas de Oat Flakes incluidas dentro de un lote de producción grande se muestrean cada hora. Los administradores quieren establecer límites de control que incluyan el 99.73% de las medias muestrales.

MÉTODO  $\blacktriangleright$  Se seleccionan y pesan de manera aleatoria nueve (n=9) cajas cada hora. Después se obtiene la media global y se usan las ecuaciones (S6-3) y (S6-4) para calcular los límites de control. A continuación se presentan los datos de las nueve cajas seleccionadas en la hora 1:





















#### SOLUCIÓN ▶

El peso promedio en la primera muestra 
$$=$$
  $\frac{17 + 13 + 16 + 18 + 17 + 16 + 15 + 17 + 16}{9} = 16.1$  onzas.

También, la desviación estándar (σ) de la población (proceso) es de 1 onza. No se muestra cada una de las cajas seleccionadas aleatoriamente en las horas 2 a la 12, pero se presentan las doce muestras horarias:

PE	SO DE LA MUESTRA	UESTRA PESO DE LA MUESTRA PESO DE LA MU		SO DE LA MUESTRA	
HORA	(PROMEDIO DE 9 CAJAS)	HORA	(PROMEDIO DE 9 CAJAS)	HORA	(PROMEDIO DE 9 CAJAS)
1	16.1	5	16.5	9	16.3
2	16.8	6	16.4	10	14.8
3	15.5	7	15.2	11	14.2
4	16.5	8	16.4	12	17.3

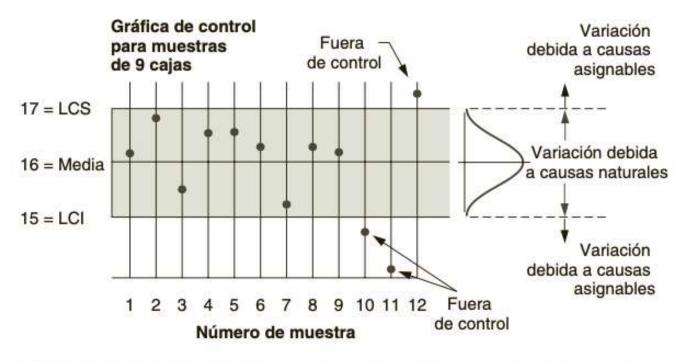
La media promedio  $\overline{\overline{x}}$  de las 12 muestras se calculó exactamente en 16 onzas  $\overline{\overline{x}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{12} (\text{Promedio de 9 cajas})}{12}$ .



Por lo tanto, tenemos  $\overline{x} = 16$  onzas,  $\sigma = 1$  onza, n = 9, y z = 3. Los límites de control son:

LCS<sub>$$\bar{x}$$</sub> =  $\frac{1}{\bar{x}} + z\sigma_x = 16 + 3\left(\frac{1}{\sqrt{9}}\right) = 16 + 3\left(\frac{1}{3}\right) = 17 \text{ onzas}$   
LCI <sub>$\bar{x}$</sub>  =  $\frac{1}{\bar{x}} - z\sigma_{\bar{x}} = 16 - 3\left(\frac{1}{\sqrt{9}}\right) = 16 - 3\left(\frac{1}{3}\right) = 15 \text{ onzas}$ 

Después, se grafican las 12 muestras en la siguiente gráfica de control:



RAZONAMIENTO ▶ Debido a que las medias de los promedios de las muestras recientes caen fuera de los límites de control superior e inferior de 17 y 15, podemos concluir que el proceso se está volviendo errático y que no está bajo control.

#### PARAGUAYO ALEMANA

## DETERMINACIÓN DE LOS LÍMITES DEL GRÁFICO DE LA MEDIA

Para un gráfico  $\bar{x}$  donde no conocemos  $\sigma$ 

$$LCS_{\bar{x}} = \bar{x} + A_2 \overline{R}$$

$$LCI_{\bar{x}} = \bar{x} - A_2 \overline{R}$$

$$\overline{R} = \frac{\sum_{i=1}^{R} R_i}{n} = \text{rango promedio de las muestras}$$

 $A_2$  = valor encontrado en la tabla S6.1

 $\bar{x}$  = media de las medias muestrales



# FACTORES PARA EL CÁLCULO DE LOS LÍMITES DE CONTROL DEL GRÁFICO (3 SIGMA) TABLA 6S.1

PARAGUAYO ALEMANA

AMAÑO DE LA MUESTRA, n	FACTOR DE LA MEDIA, A <sub>2</sub>	RANGO SUPERIOR, D <sub>4</sub>	RANGO INFERIOR, D
2	1.880	3.268	0
3	1.023	2.574	0
4	0.729	2.282	0
5	0.577	2.115	0
6	0.483	2.004	0
7	0.419	1.924	0.076
8	0.373	1.864	0.136
9	0.337	1.816	0.184
10	0.308	1.777	0.223
12	0.266	1.716	0.284

Fuente: Reimpreso con autorización de American Society for Testing Materials. Copyright 1951. Tomado de Special Technical Publication 15-C, "Quality Control of Materials", pp. 63 y 72. Derechos reservados ASTM INTERNATIONAL. Reimpreso con autorización.

## DETERMINACIÓN DE LOS LÍMITES DE LA MEDIA USANDO VALORES TABULADOS

PARAGUAYO ALEMANA

Super Cola bottles soft drinks labeled "net weight 12 ounces." Indeed, an overall process average of 12 ounces has been found by taking 10 samples, in which each sample contained 5 bottles. The OM team wants to determine the upper and lower control limits for averages in this process.

APPROACH ► Super Cola first examines the 10 samples to compute the average range of the process.

Here are the data and calculations:

SAMPLE	WEIGHT OF LIGHTEST BOTTLE IN SAMPLE OF n = 5	WEIGHT OF HEAVIEST BOTTLE IN SAMPLE OF n = 5	RANGE $(R_l)$ = DIFFERENCE BETWEEN THESE TWO
1	11.50	11.72	.22
2	11.97	12.00	.03
3	11.55	12.05	.50
4	12.00	12.20	.20
5	11.95	12.00	.05
6	10.55	10.75	.20
7	12.50	12.75	.25
8	11.00	11.25	.25
9	10.60	11.00	.40
10	11.70	12.10	40
			$\Sigma R_i = 2.50$

Average Range = 
$$\frac{2.50}{10 \text{ samples}}$$
 = .25 ounces



Now Super Cola applies Equations (S6-5) and (S6-6) and uses the  $A_2$  column of Table S6.1.

## DETERMINACIÓN DE LOS LÍMITES DE LA MEDIA USANDO VALORES TABULADOS

PARAGUAYO ALEMANA

SOLUCIÓN ► Al buscar en la tabla S6.1 el tamaño de muestra de 5, en la columna A<sub>2</sub> del factor de la media, encontramos el valor 0.577. Por lo tanto, los límites inferior y superior de la gráfica de control son:

$$LCS_{\overline{x}} = \overline{x} + A_2 \overline{R}$$
= 12 + (0.577)(.025)
= 12 + 0.144
= 12.144 onzas
$$LCI_{\overline{x}} = \overline{x} - A_2 \overline{R}$$
= 12 - 0.144
= 11.856 onzas

RAZONAMIENTO ► La ventaja de usar este método del rango, en lugar de la desviación estándar, es que resulta fácil de aplicar y puede ser menos confuso.



# DETERMINACIÓN DE LOS LÍMITES DEL GRÁFICO DEL RANGO

- Además de preocuparse por el promedio del proceso, los administradores de operaciones se interesan en la dispersión, o rango del proceso.
- Aunque el promedio del proceso esté bajo control, la dispersión del proceso puede no estarlo.
- Los administradores de operaciones usan gráficos de control de los rangos que les permiten monitorear la variabilidad del proceso, así como gráficos de control de promedios para monitorear la tendencia central del proceso.



#### DETERMINACIÓN DE LOS LÍMITES DEL GRÁFICO DEL RANGO

PARAGUAYO ALEMANA

Para Gráficos R

Límite de control superior (LCS<sub>R</sub>) =  $D_4\overline{R}$ 

Límite de control inferior (LCI<sub>R</sub>) =  $D_3\overline{R}$ 

Donde

 $LCS_{\overline{R}}$  = límite de control superior de la gráfica para el rango

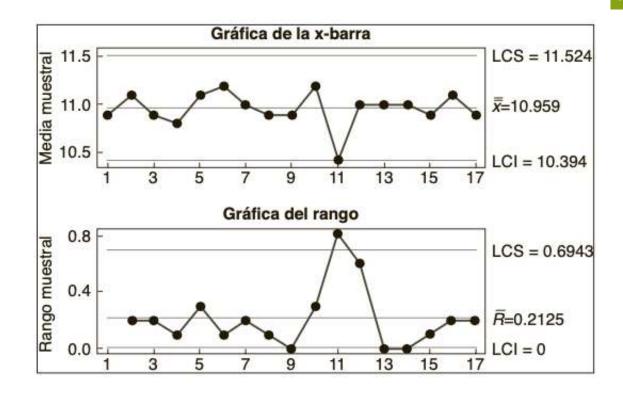
 $LCI_{\overline{R}}$  = límite de control inferior de la gráfica para el rango

 $D_4$  y  $D_3$  = valores de la Tabla S6.1



#### PARAGUAYO ALEMANA

#### **GRÁFICOS DE CONTROL**



En Darden Restaurants, los filetes de salmón se monitorean mediante software de SPC, el cual incluye gráficas  $\bar{x}$ , y R. Darden usa el peso promedio como una medida de tendencia central para los filetes de salmón. El rango es la diferencia entre los filetes más pesado y más liviano en cada muestra. En el estudio de caso en video "De la granja al tenedor", incluido al final de este suplemento, se le pide al lector que interprete estas cifras.



## DETERMINACIÓN DE LOS LÍMITES DEL RANGO USANDO VALORES TABULADOS

PARAGUAYO ALEMANA

Roy Clinton's mail-ordering business wants to measure the response time of its operators in taking customer orders over the phone. Clinton lists below the time recorded (in minutes) from five different samples of the ordering process with four customer orders per sample. He wants to determine the upper and lower range control chart limits.

**APPROACH** Looking in Table S6.1 for a sample size of 4, he finds that  $D_4 = 2.282$  and  $D_3 = 0$ .

#### SOLUTION >

SAMPLE	OBSERVATIONS (MINUTES)	SAMPLE RANGE (R <sub>i</sub> )
1	5, 3, 6, 10	10 – 3 = 7
2	7, 5, 3, 5	7 - 3 = 4
3	1, 8, 3, 12	12 – 1 = 11
4	7, 6, 2, 1	7 - 1 = 6
5	3, 15, 6, 12	15 - 3 = 12
		$\Sigma R_i = 40$

$$\overline{R} = \frac{40}{5} = 8$$

$$UCL_R = 2.282(8) = 18.256$$
 minutes

$$LCL_R = 0(8) = 0$$
 minutes

INSIGHT ► Computing ranges with Table S6.1 is straightforward and an easy way to evaluate dispersion. No sample ranges are out of control.

# FACTORES PARA EL CÁLCULO DE LOS LÍMITES DE CONTROL DEL GRÁFICO (3 SIGMA) TABLA 6S.1

TABLA S6.1

9

10

12

PARAGUAYO ALEMANA

0.184

0.223

0.284

TAMAÑO DE LA MUESTRA, n	FACTOR DE LA MEDIA, A <sub>2</sub>	RANGO SUPERIOR, D <sub>4</sub>	RANGO INFERIOR, D <sub>3</sub>
2	1.880	3.268	0
3	1.023	2.574	0
4	0.729	2.282	0
5	0.577	2.115	0
6	0.483	2.004	0
7	0.419	1.924	0.076
8	0.373	1.864	0.136

0.337

0.308

0.266

Factores para el cálculo de los límites de control de la gráfica (3 sigma)

Fuente: Reimpreso con autorización de American Society for Testing Materials. Copyright 1951. Tomado de Special Technical Publication 15-C, "Quality Control of Materials", pp. 63 y 72. Derechos reservados ASTM INTERNATIONAL. Reimpreso con autorización.

1.816

1.777

1.716



# USO DE LOS GRÁFICOS DE LA MEDIA Y DEL RANGO

- La distribución normal se define mediante dos parámetros, la media y la desviación estándar.
- El gráfico  $\bar{X}$  (media) y el gráfico R imitan estos dos parámetros.
- El gráfico  $\bar{X}$  es sensible a los cambios ocurridos en la media del proceso, mientras que el gráfico R es sensible a los cambios de la desviación estándar del proceso.
- En consecuencia, al usar ambos gráficos podemos rastrear los cambios ocurridos en la distribución del proceso.



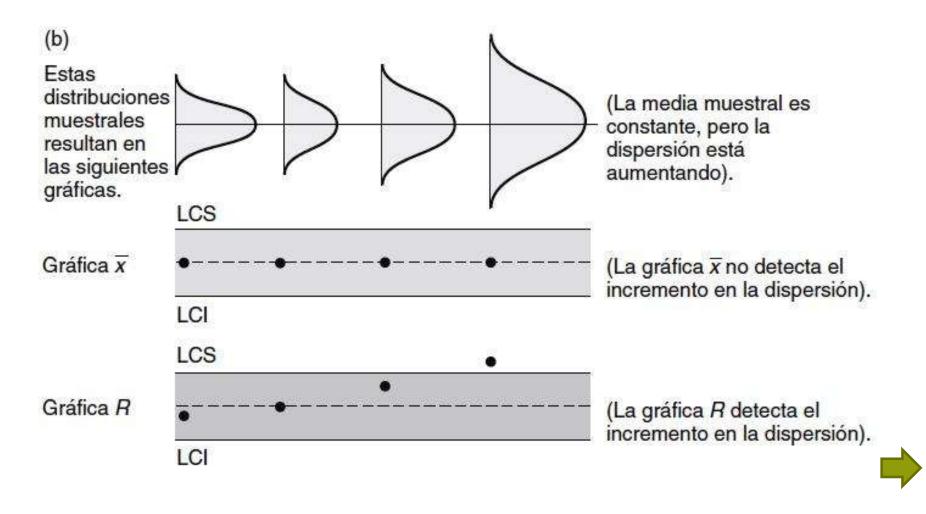
#### PARAGUAYO ALEMANA

# GRÁFICOS DE LA MEDIA Y DEL RANGO

(a) (La media de las Estas distribuciones muestras está muestrales subiendo, pero el resultan en rango es consistente). las siguientes gráficas. LCS Gráfica x (La gráfica  $\overline{x}$  detecta un cambio en la tendencia central). LCI LCS Gráfica R (La gráfica R no detecta cambios en la media). LCI



## GRÁFICOS DE LA MEDIA Y DEL RANGO



## PASOS A SEGUIR CUANDO SE USAN GRÁFICOS DE CONTROL

- Recolectar 20 o 25 muestras, a menudo n = 4 o n = 5 observaciones cada una, a partir de un proceso estable y calcular la media y el rango de cada una.
- Calcular las medias globales x̄ y R̄, establecer los limites de control apropiados, usualmente en el nivel de 99,73% y calcular los limites de control superior e inferior preliminares. Consultar la Tabla S6.2 para conocer los limites de control.
  - Si el proceso no es estable en la actualidad, use la media deseada, μ, en lugar de x para calcular los limites.



#### TABLA S6.2 VALORES COMUNES DE Z

Valores comu	nes de z
LÍMITE DE CONTROL DESEADO (%)	VALOR Z (DES- VIACIÓN ESTÁNDAI REQUERIDA PARA EL NIVEL DE CONFIANZ DESEADO
90.0	1.65
95.0	1.96
95.45	2.00
99.0	2.58
99.73	3.00

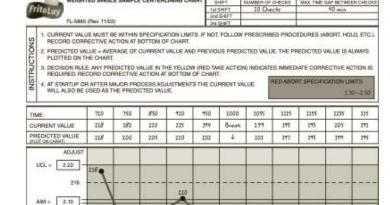


## PASOS A SEGUIR CUANDO SE USAN GRÁFICOS DE CONTROL

- 3. Graficar las medias y los rangos de las muestras en sus respectivos gráficos de control y determinar si caen fuera de los límites aceptables.
- 4. Investigar los puntos o patrones que indiquen que el proceso está fuera de control. Tratar de asignar las causas de la variación, enfrentarlas, y después reanudar el proceso.
- 5. Recolectar muestras adicionales y, de ser necesario, revalidar los límites de control con los nuevos datos.







LCL - 1.98

ADJUST

Frito-Lay usa gráficas  $\overline{x}$  para controlar su producción en puntos críticos del proceso. Aproximadamente cada 40 minutos, se toman tres montones de papas de la banda transportadora (foto a la izquierda) y se analizan de manera electrónica para obtener un promedio del contenido de sal, el cual se representa en una gráfica  $\overline{x}$  (a la derecha). Los puntos graficados en la zona gris oscuro están "bajo control", mientras que los que se encuentran en la zona gris claro están "fuera de control". La gráfica de SPC se despliega en sitios donde todos los empleados de producción puedan monitorear la estabilidad del proceso.



## GRÁFICOS DE CONTROL POR ATRIBUTOS

PARAGUAYO ALEMANA

- Los gráficos de control para  $\bar{x}$ y R no se aplican a los muestreos de atributos, los cuales comúnmente se clasifican como defectuoso o no defectuoso.
  - La medición de artículos defectuosos implica contarlos (por ejemplo, número de focos malos en un lote determinado, o número de letras o registros de entrada de datos escritos con error), mientras que las variables suelen medirse por longitud o peso.
- Existen dos tipos de gráficos de control por atributos:
  - 1) las que miden el *porcentaje de defectos* encontrados en una muestra —llamados gráficos *p.*
  - 2) las que cuentan el número de defectos —llamados gráficos c.



## LÍMITES DE CONTROL PARA EL GRÁFICO P

PARAGUAYO ALEMANA

Aunque los atributos que son buenos o malos siguen una distribución binomial, puede usarse la distribución normal para calcular los límites del gráfico *p* cuando los tamaños de las muestras son grandes. También se basa en el teorema del límite central:

$$LCS_{p} = \overline{p} + z\sigma_{\hat{p}}$$

$$LCI_{p} = \overline{p} - z\sigma_{\hat{p}}$$

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\overline{p}(1 - \overline{p})}{n}}$$

Donde:

 $\overline{p}$  = fracción media de defectos encontrados en la muestra

z = número de desviaciones estándar

 $\sigma_{\hat{p}}$  = desviación estándar para la distribución de la muestra

n = número de observaciones en cada muestra.



### DETERMINACIÓN DE LÍMITES DE CONTROL PARA EL PORCENTAJE DE DEFECTOS

Los capturistas de Mosier Data Systems introducen miles de registros de seguros cada día para una variedad de clientes corporativos. La directora general, Donna Mosier, quiere establecer límites que incluyan el 99.73% de la variación aleatoria en el proceso de introducción de datos cuando se encuentra bajo control.

MÉTODO ► Se recopilan muestras del trabajo de 20 capturistas (y se muestran en la tabla). Mosier examina con cuidado 100 registros capturados por cada empleado y cuenta el número de errores. Después calcula la fracción defectuosa en cada muestra. Más tarde utiliza las ecuaciones (S6-9), (S6-10) y (S6-11) para establecer los límites de control.

NÚMERO DE MUESTRA	NÚMERO DE ERRORES	FRACCIÓN DEFECTUOSA	NÚMERO DE MUESTRA	NÚMERO DE ERRORES	FRACCIÓN DEFECTUOSA	
1	6	0.06	11	6	0.06	
2	5	0.05	12	1	0.01	
3	0	0.00	13	8	0.08	
4	1	0.01	1 14 7		0.07	
5	4	0.04	15 5		0.05	
6	2	0.02	16	4	0.04	
7	5	0.05	17	11	0.11	
8	3	0.03	18	3	0.03	
9	3	0.03	19	0	0.00	
10	2	0.02	20	4	0.04	
				80		

SOLUCIÓN ▶

$$\bar{p} = \frac{\text{Número total de errores}}{\text{Número total de registros examinados}} = \frac{80}{(100)(20)} = 0.04$$

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{(0.04)(1-0.04)}{100}} = 0.02 (0.0196 \text{ se redondeó hacia arriba})$$

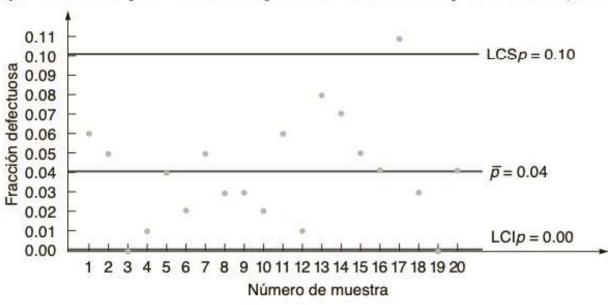
(Nota: 100 es el tamaño de cada muestra = n).

LCS<sub>p</sub> = 
$$\bar{p}$$
 +  $z\sigma_{\hat{p}}$  = 0.04 + 3(0.02) = 0.10

$$LCI_p = \bar{p} - z\sigma_{\hat{p}} = 0.04 - 3(0.02) = 0$$

(debido a que no podemos tener un porcentaje de defectos negativo). -

RAZONAMIENTO ► Cuando graficamos los límites de control y la fracción defectuosa de la muestra, encontramos que sólo un capturista de datos (número 17) está fuera de control. La empresa podría querer examinar el trabajo individual un poco más de cerca para observar si existe un problema serio (vea la figura S6.6).





## LÍMITES DE CONTROL PARA EL GRÁFICO C

La población sigue una distribución Poisson, pero aplicando el Teorema del Límite Central permite asumir que la muestra estadística sigue una distribución normal.

 $\bar{c}$  = es el promedio de defectos por unidad

 $\sqrt{\overline{c}}$  = desviación estandar de los defectos por unidad

Límite de Control (99.73%) =  $\bar{c} \pm 3\sqrt{\bar{c}}$ 



# DETERMINACIÓN DE LÍMITES DE CONTROL PARA EL NÚMERO DE DEFECTOS

PARAGUAYO ALEMANA

### DETERMINACIÓN DE LÍMITES DE CONTROL PARA EL NÚMERO DE DEFECTOS

La compañía de taxis Red Top recibe varias quejas al día sobre el comportamiento de sus conductores. Durante un periodo de 9 días (donde los días son la unidad de medida), el propietario Gordon Hoft recibió los siguientes números de llamadas de pasajeros molestos: 3, 0, 8, 9, 6, 7, 4, 9, 8, para un total de 54 quejas. Hoft quiere calcular límites de control con el 99.73% de confianza.

MÉTODO ► Aquí es aplicable la ecuación (S6-12).

SOLUCIÓN 
$$ightharpoonup \bar{c} = \frac{54}{9} = 6$$
 reclamaciones por día.

Por lo tanto:

LCS<sub>c</sub> = 
$$\bar{c}$$
 +  $3\sqrt{\bar{c}}$  = 6 +  $3\sqrt{\bar{6}}$  = 6 + 3(2.45) = 13.35, o 13.  
LCI<sub>c</sub> =  $\bar{c}$  -  $3\sqrt{\bar{c}}$  = 6 -  $3\sqrt{\bar{6}}$  = 6 - 3(2.45) = 0  $\leftarrow$  (porque no puede ser negativo).

RAZONAMIENTO ▶ Después de que Hoft realizó una gráfica de control resumiendo estos datos y la colocó en un lugar visible del vestidor de conductores, el número de llamadas recibidas descendió a un promedio de tres por día. ¿Puede explicar por qué ocurrió esto?

## AO en acción

## Tratando de conseguir un asiento con millas de viajero frecuente

¿Qué tan difícil es canjear sus 25 000 puntos de viajero frecuente por boletos de avión? Eso depende de la compañía aérea. (Depende también de la ciudad. ¡No trate de entrar o salir de San Francisco!). Cuando la empresa consultora Idea Works realizó 280 solicitudes estándar de recompensa por millaje a cada uno de los sitios web de 24 líneas aéreas (un total de 6720 solicitudes), las tasas de éxito oscilaron entre un mínimo de 25.7 y 27.1% (en US Airways y Delta, respectivamente) a un máximo de 100% en GOLBrazil y 99.3% en Southwest.

El promedio general de 68.6% para las dos docenas de compañías proporciona la línea central en una gráfica p. Con límites de control 3-sigma (inferior de 82.5% y superior de 54.7%), es fácil identificar al resto de las compañías como ejecutantes superiores o inferiores. GOL y Southwest están "fuera de control" (pero de una manera destacablemente positiva), así como

Lufthansa (85.0%), Singapore (90.7%), Virgin Australia (91.4%) y Air Berlin (96.4%).

US Airways y Delta, además de Emirates (35.7%), AirTran (47.1%), Turkish (49.3%) y SAS (52.9%) están fuera de control de manera negativa.

Las gráficas de control pueden ayudar a las aerolíneas a ver cuál es su posición respecto a sus competidores en este tipo de actividades de servicio al cliente como maletas perdidas, tasas de puntualidad y facilidad de recuperación de los puntos por millaje recorrido. "Creo que las compañías aéreas están recibiendo el mensaje de que la disponibilidad es importante. ¿Las compañías aéreas son lo que deben ser? No lo creo", dice el presidente de Idea Works.

Fuente: Wall Street Journal (26 de mayo de 2011), y St. Louis Business Journal (26 de mayo de 2011).



## ASPECTOS DE ADMINISTRACIÓN Y LOS GRÁFICOS DE CONTROL

PARAGUAYO ALEMANA

- En un mundo ideal, no hay necesidad de gráficos de control.
  - La calidad es uniforme y tan alta que los empleados no necesitan perder tiempo ni dinero en el muestreo y monitoreo de variables y atributos.
- Sin embargo, como los procesos aún no llegan a la perfección, los administradores deben tomar tres decisiones importantes acerca de los gráficos de control.
  - 1. Deben seleccionar los puntos del proceso que necesitan SPC.
  - 2. Deben decidir si los gráficos de variables o de atributos son apropiados.
  - 3. La compañía debe establecer políticas de SPC claras y específicas para que las sigan los empleados.

### Datos variables

### Uso de una gráfica $\bar{x}$ y una gráfica R

- Las observaciones son variables, y éstas generalmente son las medidas del tamaño o del peso de los productos. Como ejemplos se tienen el grosor y la longitud de un cable y el peso de una lata de sopa Campbell's.
- 2. Recopilar 20 o 25 muestras de n = 4, n = 5, o más, cada una de un proceso estable, y calcular la media para una gráfica  $\overline{x}$  y el rango para una gráfica R.
- 3. Rastreamos muestras de n observaciones cada una, como en el ejemplo S1.

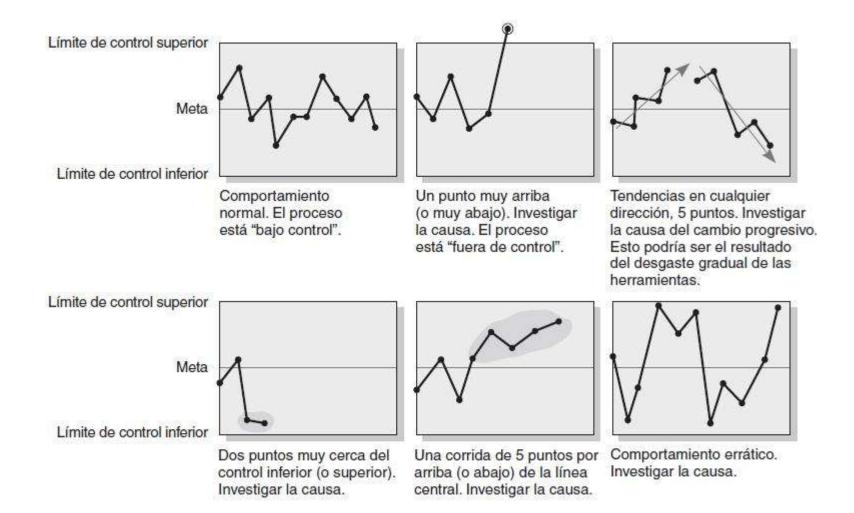
### Datos de atributos

### Uso de una gráfica p

- Las observaciones son atributos que se pueden clasificar como buenos o malos (o pasa-no pasa, funciona-no funciona), es decir, en dos estados.
- 2. Tratamos con fracciones, proporciones o porcentajes de defectos.
- 3. Existen varias muestras, con muchas observaciones en cada una. Por ejemplo, 20 muestras de n = 100 observaciones en cada una, como en el ejemplo S4.

### Uso de una gráfica c

- 1. Las observaciones son atributos cuyos defectos por unidad de producción se pueden contar.
- 2. Tratamos con el número contado, el cual es una pequeña parte de las posibles ocurrencias.
- 3. Los defectos podrían ser: imperfecciones en un escritorio; quejas en un día; delitos en un año; asientos rotos en un estadio; erratas en un capítulo de este texto; o corrimientos en un rollo de tela, como se ilustra en el ejemplo S5.



**Corrida de prueba:** Prueba usada para examinar los puntos registrados en una gráfica de control y ver si existen variaciones no aleatorias.

## HABILIDAD DEL PROCESO

PARAGUAYO ALEMANA

- El control estadístico del proceso implica mantener un proceso bajo control.
- Esto significa que la variación natural del proceso debe ser estable.
  - Pero un proceso que se encuentra bajo control estadístico podría no producir bienes y servicios que cumplan sus especificaciones de diseño (tolerancias).
- La habilidad de un proceso para cumplir las especificaciones de diseño, establecidas por ingeniería de diseño o por los requerimientos del cliente, se denomina habilidad del proceso.
  - Aún cuando un proceso esté bajo control estadístico (estable), el resultado de ese proceso podría no apegarse a las especificaciones.



## RAZÓN DE HABILIDAD DEL PROCESO $(C_P)$

PARAGUAYO ALEMANA

$$C_p = \frac{\text{Especificación superior – especificación inferior}}{6\sigma}$$

- Un proceso capaz debe tener un  $C_p$  de al menos 1,0 (2,7 partes por 1000 estarán fuera de especificaciones).
- A menudo, se establece un valor de  $C_p$  = 1,33 (estándar 4 sigma, 64 partes por millón) para reducir la variabilidad del proceso.
- Seis sigma requiere un  $C_p = 2.0$  (3.4 partes por millón)



## RAZÓN DE HABILIDAD DEL PROCESO $(C_P)$

PARAGUAYO ALEMANA

## RAZÓN DE HABILIDAD DEL PROCESO (C<sub>D</sub>)

En el proceso de quejas sobre seguros de GE,  $\bar{x}=210.0$  minutos y  $\sigma=0.516$  minutos.

La especificación de diseño para cumplir con las expectativas del cliente es de  $210 \pm 3$  minutos. Por lo tanto, la especificación superior es de 213 minutos y la inferior de 207 minutos. El administrador de operaciones quiere calcular la razón de habilidad del proceso.

MÉTODO ► GE aplica la ecuación (S6-13).

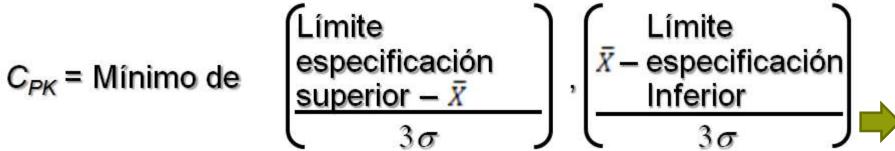
SOLUCIÓN 
$$ightharpoonup$$
  $C_p = \frac{\text{Especificación superior} - \text{Especificación inferior}}{6\sigma} = \frac{213 - 207}{6(.0516)} = 1.938$ 

RAZONAMIENTO ► Puesto que una razón de 1.00 implica que el 99.73% de los resultados de un proceso está dentro de las especificaciones, esta razón sugiere un proceso muy capaz, con un incumplimiento menor a 4 quejas por millón.



- $C_{PK}$ : Proporción de la variación natural (3 $\sigma$ ) que hay entre el centro del proceso y el límite de especificación más cercano.
- El índice de habilidad del proceso,  $C_{PK}$ , mide la diferencia que hay entre las dimensiones deseadas y las reales de los bienes o servicios producidos.

Límite especificación superior – 
$$\bar{x}$$



PARAGUAYO ALEMANA

- Donde
  - $ar{x}$  media del proceso  $\sigma$  desviación estándar de la población de un proceso
- Si el índice  $C_{PK}$  es 1, la variación de proceso se centra y el proceso es capaz de producir dentro de 3 desviaciones estándar (menos de 2.700 ppm)
- Un  $C_{PK}$  de 2,0 significa que el proceso es capaz de producir menos de 3,4 ppm.



## ÍNDICE DE HABILIDAD DEL PROCESO $(C_{PK})$

PARAGUAYO ALEMANA

## ÍNDICE DE HABILIDAD DEL PROCESO (Cpk)

Usted es el gerente de mejoras de proceso y ha desarrollado una máquina nueva para cortar las plantillas destinadas a la mejor línea de zapatos deportivos de la compañía. Está emocionado porque la meta de la compañía es de no más de 3.4 defectos por millón, y esta máquina parece ser la innovación que necesita. Las plantillas no pueden superar en más de  $\pm$ .001 pulgadas el grosor requerido de 0.250 pulgadas. Desea saber si debe reemplazar a la máquina existente, que tiene un  $C_{\rm pk}$  de 1.0.

MÉTODO ► Decide determinar el C<sub>pk</sub>, usando la ecuación (S6-14), para la nueva máquina y tomar una decisión con base en esto.

SOLUCIÓN ▶

Límite de especificación superior = 0.251 pulgadas.

Límite de especificación inferior = 0.249 pulgadas.

Media del nuevo proceso  $\overline{X} = 0.250$  pulgadas.

Desviación estándar estimada del nuevo proceso =  $\sigma$  = 0.0005 pulgadas.

$$C_{\rm pk} = {\rm Minimo\ de} \left[ \frac{{\rm Limite\ de\ especificación\ superior} - \overline{X}}{3\sigma}, \frac{\overline{X} - {\rm Limite\ de\ especificación\ inferior}}{3\sigma} \right]$$

$$C_{pk} = Minimo de \left[ \frac{(0.251) - 0.250}{(3)0.0005}, \frac{0.250 - (0.249)}{(3)0.0005} \right]$$

Ambos cálculos dieron como resultado:  $\frac{0.001}{0.0015} = .67$ .

RAZONAMIENTO ► Como la nueva máquina tiene un C<sub>pk</sub> de sólo 0.67, no debe reemplazar a la máquina existente.



Cpk = número negativo (El proceso no cumple con las especificaciones). Cpk = número negativo (El proceso no cumple con las especificaciones). Cpk = entre 0 y 1 (El proceso no cumple con las especificaciones). C<sub>pk</sub> = 1 (El proceso cumple con las especificaciones). Cpk mayor que 1 (El proceso es mejor de lo requerido por la especificación). Límite de Límite de especificación especificación inferior superior



## Control Estadístico del Proceso Ejercicios



## **PROBLEMAS RESUELTOS**

PARAGUAYO ALEMANA

#### SOLVED PROBLEM S6.1

A manufacturer of precision machine parts produces round shafts for use in the construction of drill presses. The average diameter of a shaft is .56 inch. Inspection samples contain 6 shafts each. The average range of these samples is .006 inch. Determine the upper and lower  $\overline{x}$  control chart limits.

#### SOLUTION

The mean factor  $A_2$  from Table S6.1, where the sample size is 6, is seen to be .483. With this factor, you can obtain the upper and lower control limits:

$$UCL_{\overline{x}} = .56 + (.483)(.006)$$
  
= .56 + .0029  
= .5629 inch  
 $LCL_{\overline{x}} = .56 - .0029$   
= .5571 inch

Nocaf Drinks, Inc., a producer of decaffeinated coffee, bottles Nocaf. Each bottle should have a net weight of 4 ounces. The machine that fills the bottles with coffee is new, and the operations manager wants to make sure that it is properly adjusted. Bonnie Crutcher, the operations manager, randomly selects and weighs n=8 bottles and records the average and range in ounces for each sample. The data for several samples is given in the following table. Note that every sample consists of 8 bottles.

SAMPLE	SAMPLE RANGE	SAMPLE AVERAGE	SAMPLE	SAMPLE RANGE	SAMPLE AVERAGE
Α	.41	4.00	E	.56	4.17
В	.55	4.16	F	.62	3.93
C	-44	3.99	G	.54	3.98
D	.48	4.00	Н	.44	4.01

Is the machine properly adjusted and in control?

#### SOLUTION

We first find that  $\overline{\overline{x}} = 4.03$  and  $\overline{R} = .505$ . Then, using Table S6.1, we find:

$$UCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} + A_2\overline{R} = 4.03 + (.373)(.505) = 4.22$$
  
 $LCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} - A_2\overline{R} = 4.03 - (.373)(.505) = 3.84$   
 $UCL_R = D_4\overline{R} = (1.864)(.505) = .94$   
 $LCL_R = D_3\overline{R} = (.136)(.505) = .07$ 

It appears that the process average and range are both in statistical control.

The operations manager needs to determine if a process with a mean (4.03) slightly above the desired mean of 4.00 is satisfactory; if it is not, the process will need to be changed.

Altman Distributors, Inc., fills catalog orders. Samples of size n = 100 orders have been taken each day over the past 6 weeks. The average defect rate was .05. Determine the upper and lower limits for this process for 99.73% confidence.

#### SOLUTION

z = 3,  $\overline{p} = .05$ . Using Equations (S6-9), (S6-10), and (S6-11):

$$UCL_{p} = \overline{p} + 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = .05 + 3\sqrt{\frac{(.05)(1-.05)}{100}}$$

$$= .05 + 3(0.0218) = .1154$$

$$LCL_{p} = \overline{p} - 3\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = .05 - 3(0.0218)$$

$$= .05 - .0654 = 0 \text{ (because percentage defective cannot be negative)}$$

Ettlie Engineering has a new catalyst injection system for your countertop production line. Your process engineering department has conducted experiments and determined that the mean is 8.01 grams with a standard deviation of .03. Your specifications are:  $\mu = 8.0$  and  $\sigma = .04$ , which means an upper specification limit of 8.12 [= 8.0 + 3(.04)] and a lower specification limit of 7.88 [= 8.0 - 3(.04)].

What is the C<sub>pk</sub> performance of the injection system?

#### SOLUTION

Using Equation (S6-14):

$$C_{\rm pk} = {\rm Minimum\ of} \left[ \frac{{\rm Upper\ specification\ limit} - \overline{X}}{3\sigma}, \frac{\overline{X} - {\rm Lower\ specification\ limit}}{3\sigma} \right]$$

where

 $\overline{X}$  = process mean

 $\sigma = \text{ standard deviation of the process population}$ 

$$C_{pk} = Minimum of \left[ \frac{8.12 - 8.01}{(3)(.03)}, \frac{8.01 - 7.88}{(3)(.03)} \right]$$
$$\left[ \frac{.11}{09} = 1.22, \frac{.13}{09} = 1.44 \right]$$

The minimum is 1.22, so the C<sub>pk</sub> is within specifications and has an implied error rate of less than 2,700 defects per million.

Airlines lose thousands of checked bags every day, and America South Airlines is no exception to the industry rule. Over the past 6 weeks, the number of bags "misplaced" on America South flights has been 18, 10, 4, 6, 12, and 10. The head of customer service wants to develop a c-chart at 99.73% levels.

#### SOLUTION

She first computes 
$$\overline{c} = \frac{18 + 10 + 4 + 6 + 12 + 10}{6} = \frac{60}{6} = 10 \text{ bags/week}$$

Then, using Equation (S6-12):

$$UCL_{C} = \overline{c} + 3\sqrt{\overline{c}} = 10 + 3\sqrt{10} = 10 + 3(3.16) = 19.48$$
 bags

$$LCL_C = \overline{c} - 3\sqrt{\overline{c}} = 10 - 3\sqrt{10} = 10 - 3(3.16) = .52 \text{ bag}$$

- **S6.1** Boxes of Honey-Nut Oatmeal are produced to contain 14 ounces, with a standard deviation of 0,1 ounce. Set up the 3-sigma  $\bar{x}$  -chart for a sample size of 36 boxes.
- **S6.2** The overall average on a process you are attempting to monitor is 50 units. The process population standard deviation is 1,72. Determine the upper and lower control limits for a mean chart, if you choose to use a sample size of 5.
- a) Set z = 3.
- b) Now set z = 2. How do the control limits change?
- **S6.3** Thirty-five samples of size 7 each were taken from a fertilizer-bag-filling machine. The results were overall mean = 57,75 lb; average range = 1,78 lb.
- a) Determine the upper and lower control limits of the  $\bar{x}$  -chart, where  $\sigma = 3$ .
- b) Determine the upper and lower control limits of the *R* -chart, where  $\sigma = 3$ .

• • **S6.6** Sampling four pieces of precision-cut wire (to be used in computer assembly) every hour for the past 24 hours has produced the following results:

Hour		R	Hour		R
1	3,25	0,71	13	3,11	0,85
2	3,10	1,18	14	2,83	1,31
3	3,22	1,43	15	3,12	1,06
4	3,39	1,26	16	2,84	0,50
5	3,07	1,17	17	2,86	1,43
6	2,86	0,32	18	2,74	1,29
7	3,05	0,53	19	3,41	1,61
8	2,65	1,13	20	2,89	1,09
9	3,02	0,71	21	2,65	1,08
10	2,85	1,33	22	3,28	0,46
11	2,83	1,17	23	2,94	1,58
12	2,97	0,4	24	2,64	0,97

Develop appropriate control charts and determine whether there is any cause for concern in the cutting process. Plot the information and look for patterns.

• • **S6.15** The results of an inspection of DNA samples taken over the past 10 days are given below. Sample size is 100.

Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Deffectives	7	6	6	9	5	6	0	8	9	1

- a) Construct a 3-sigma *p* -chart using this information.
- b) Using the control chart in part (a), and finding that the number of defectives on the next three days are 12, 5, and 13, is the process in control?

• • **S6.24** Telephone inquiries of 100 IRS "customers" are monitored daily at random. Incidents of incorrect information or other nonconformities (such as impoliteness to customers) are recorded. The data for last week follow:

Day	No. of nonconformities
1	5
2	10
3	23
4	20
5	15

- a) Construct a 3-standard deviation c -chart of nonconformities.
- b) What does the control chart tell you about the IRS telephone operators?

- **S6.40** The difference between the upper specification and the lower specification for a process is 0,6". The standard deviation is 0,1". What is the process capability ratio, Cp? Interpret this number.
- • **S6.42** Linda Boardman, Inc., an equipment manufacturer in Boston, has submitted a sample cutoff valve to improve your manufacturing process. Your process engineering department has conducted experiments and found that the valve has a mean ( $\mu$ ) of 8,00 and a standard deviation ( $\sigma$ ) of 0,04. Your desired performance is  $\mu = 8.0 \pm 3\sigma$ , where  $\sigma = 0.045$ . What is the Cpk of the Boardman valve?



Darden Restaurants, the \$6.3 billion owner of such popular brands as Olive Garden, Seasons 52, and Bahama Breeze, serves more than 320 million meals annually in its 1,500 restaurants across the U.S. and Canada. Before any one of these meals is placed before a guest, the ingredients for each recipe must pass quality control inspections at the source, ranging from measurement and weighing to tasting, touching, or lab testing. Darden has differentiated itself from its restaurant peers by developing the gold standard in continuous improvement.

To assure both customers and the company that quality expectations are met. Darden uses a rigorous inspection process, employing statistical process control (SPC) as part of its "Farm to Fork" program. More than 50 food scientists, microbiologists, and public health professionals report to Ana Hooper, vice president of quality assurance.

As part of Darden's Point Source program, Hooper's team, based in Southeast Asia (in China, Thailand, and Singapore) and Latin America (in Equador, Honduras, and Chile), approves and inspects-and works with Darden buyers to purchase-more than 50 million pounds of seafood each year for restaurant use. Darden used to build quality in at the end by inspecting shipments as they reached U.S. distribution centers. Now, thanks to coaching and partnering with vendors abroad, Darden needs but a few domestic inspection labs to verify compliance to its exacting standards. Food vendors in source countries know that when supplying Darden, they are subject to regular audits that are stricter than U.S. Food and Drug Administration (FDA) standards.

### Two Quality Success Stories

Quality specialists' jobs include raising the bar and improving quality and safety at all plants in their geographic area. The Thai quality representative, for example, worked closely with several of Darden's largest shrimp vendors to convert them to a production-line-integrated quality assurance program. The vendors were

able to improve the quality of shrimp supplied and reduce the percentage of defects by 19%.

Likewise, when the Darden quality teams visited fields of growers' shippers in Mexico recently, it identified challenges such as low employee hygiene standards, field food safety problems, lack of portable toilets, child labor, and poor working conditions. Darden addressed these concerns and hired third-party independent food safety verification firms to ensure continued compliance to standards.

#### SPC Charts

SPC charts, such as the one shown on page 253 in this supplement, are particularly important. These charts document precooked food weights; meat, seafood and poultry temperatures; blemishes on produce; and bacteria counts on shrimp-just to name a few. Quality assurance is part of a much bigger process that is key to Darden's success-its supply chain (see Chapters 2 and 11 for discussion and case studies on this topic). That's because quality comes from the source and flows through distribution to the restaurant and guests.

#### Discussion Questions\*

- 1. How does Darden build quality into the supply chain?
- 2. Select two potential problems—one in the Darden supply chain and one in a restaurant-that can be analyzed with a fish-bone chart. Draw a complete chart to deal with each problem.
- 3. Darden applies SPC in many product attributes. Identify where these are probably used.
- 4. The SPC chart on page 253 illustrates Darden's use of control charts to monitor the weight of salmon filets. Given these data, what conclusion do you, as a Darden quality control inspector, draw? What report do you issue to your supervisor? How do you respond to the salmon vendor?

<sup>\*</sup>You might want to view the video that accompanies this case before answering these questions.

PARAGUAYO ALEMANA

## ¡GRACIAS POR LA ATENCIÓN! eladio.martinez@upa.edu.py

