



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

Dipartimento di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

Corso di Laurea in  
Informatica

ESAMI DI

PROGRAMMAZIONE FUNZIONALE

*Prof.re Luca Abeni*

Autore  
Emanuele Nardi

Revisore  
Matteo Contrini

Anno accademico 2017/2018



# Introduzione

Il materiale didattico trattato in questo documento si trova nella cartella Google Drive del corso di Informatica [↗](#).

Hai trovato un errore? Inviami un'e-mail [↗](#) o contattami direttamente su Telegram [↗](#).

Ulteriori contatti dell'ateneo si trovano sulla pagina del DISI [↗](#).

## Indice

<b>Giugno 2015</b>	<b>5</b>
Testo . . . . .	5
Soluzione . . . . .	5
<b>Luglio 2015</b>	<b>7</b>
Testo . . . . .	7
Soluzione . . . . .	7
<b>Agosto 2015</b>	<b>8</b>
Testo . . . . .	8
Soluzione . . . . .	8
<b>Settembre 2015</b>	<b>9</b>
Testo . . . . .	9
Soluzione . . . . .	9
<b>Giugno 2016</b>	<b>10</b>
1° Turno . . . . .	10
Testo . . . . .	10
Soluzione . . . . .	10
2° Turno . . . . .	10
Testo . . . . .	10
Soluzione . . . . .	10
<b>Luglio 2016</b>	<b>12</b>
1° Turno . . . . .	12
Testo . . . . .	12
Soluzione . . . . .	12
2° Turno . . . . .	13
Testo . . . . .	13
Soluzione . . . . .	13
<b>Agosto 2016</b>	<b>14</b>
Testo . . . . .	14
Soluzione . . . . .	14
<b>Gennaio 2017</b>	<b>15</b>
Testo mancante . . . . .	15
Soluzione mancante . . . . .	15

<b>Febbraio 2017</b>	<b>16</b>
Testo . . . . .	16
Soluzione . . . . .	16
<b>Giugno 2017</b>	<b>17</b>
1° Turno . . . . .	17
Testo . . . . .	17
Soluzione . . . . .	17
2° Turno . . . . .	17
Testo . . . . .	17
Soluzione . . . . .	17
<b>Luglio 2017</b>	<b>19</b>
1° Turno . . . . .	19
Testo . . . . .	19
Soluzione . . . . .	19
2° Turno . . . . .	19
Testo . . . . .	19
Soluzione . . . . .	20
<b>Settembre 2017</b>	<b>21</b>
Testo . . . . .	21
Soluzione . . . . .	21
<b>Gennaio 2018</b>	<b>22</b>
Testo mancante . . . . .	22
Soluzione mancante . . . . .	22

## Lista dei Codici

1	Definizione di numero naturale tramite gli Assiomi di Peano . . . . .	5
2	Definizione della funzione <code>somma</code> tramite gli Assiomi di Peano . . . . .	5
3	Dichiarazione di numeri naturali . . . . .	5
4	Definizione <i>alternativa</i> della funzione <code>somma</code> tramite gli Assiomi di Peano . . . . .	5
5	Esempio di esecuzione . . . . .	5
6	Definizione della funzione <code>prodotto</code> tramite gli Assiomi di Peano . . . . .	6
7	Esempio di esecuzione . . . . .	6
8	Definizione del tipo di dato <code>espressione Lambda</code> . . . . .	7
9	Definizione della funzione <code>compute</code> . . . . .	7
10	Definizione della funzione <code>elementi_pari</code> . . . . .	8
11	Definizione del tipo di dato <code>codice</code> . . . . .	9
13	Definizione della funzione <code>arriva</code> . . . . .	9
14	Definizione della funzione <code>hist</code> . . . . .	10
15	Definizione della funzione <code>noduplen</code> . . . . .	10
16	Definizione del tipo di dato <code>espressione Lambda</code> . . . . .	12
18	Definizione della funzione <code>is_free</code> . . . . .	12
19	Definizione della funzione <code>semplifica</code> . . . . .	13
20	Definizione del tipo di dato <code>espressione</code> . . . . .	13

21	Definizione della funzione <code>eval</code> . . . . .	13
22	Definizione del tipo di dato <code>insiemi di interi</code> . . . . .	14
23	Definizione della funzione <code>vuoto</code> . . . . .	14
24	Definizione della funzione <code>aggiungi</code> . . . . .	14
25	Definizione della funzione <code>contiene</code> . . . . .	14
26	Definizione della funzione <code>intersezione</code> . . . . .	14
27	Definizione della funzione <code>unione</code> . . . . .	16
28	Definizione della funzione <code>sommali</code> - 1° Turno . . . . .	17
29	Definizione della funzione <code>sommali</code> - 2° Turno . . . . .	17
30	definizione della funzione <code>eval</code> . . . . .	19
31	Esempio di ciclo <code>for in C</code> . . . . .	19
32	definizione della funzione <code>eval</code> . . . . .	20



# Giugno 2015

## Testo

Come noto, un numero naturale è esprimibile in base agli assiomi di Peano usando il seguente tipo di dato:

---

```
datatype naturale = zero | successivo of naturale;
```

---

**Codice 1:** Definizione di numero naturale tramite gli Assiomi di Peano

Usando tale tipo di dato, la somma fra numeri naturali è esprimibile come:

---

```
val rec somma = fn zero      => (fn n => n)  
                | successivo a => (fn n => successivo (somma a n));
```

---

**Codice 2:** Definizione della funzione somma tramite gli Assiomi di Peano

Scrivere una funzione Standard ML, chiamata `prodotto`, che ha tipo `naturale -> naturale -> ↯ ↯ naturale`, che calcola il prodotto di due numeri naturali. Si noti che la funzione `prodotto` può usare la funzione `somma` nella sua implementazione.

## Soluzione

Prendiamo confidenza con il tipo di dato definito:

---

```
> zero;  
val it = zero: naturale  
  
> successivo(successivo zero);  
val it = successivo (successivo zero): naturale
```

---

**Codice 3:** Dichiarazione di numeri naturali

La somma fra numeri naturali è esprimibile in due modi, equivalenti fra loro, un modo è quello illustrato dal professore, l'altro è il seguente:

---

```
val rec somma = fn zero      => (fn n => n)  
                | successivo a => (fn n => (somma a (successivo(n))));  
  
val somma = fn: naturale -> naturale -> naturale
```

---

**Codice 4:** Definizione *alternativa* della funzione somma tramite gli Assiomi di Peano

Commento sulle due implementazioni:

Entrambe le definizioni di `somma` sono corrette. Nella prima definizione il caso *successivo a* restituisce una funzione che mappa una variabile `n` nel successivo della somma di `a` con `n`, nella seconda definizione, invece, il caso *successivo a* restituisce una funzione che mappa una variabile `n` nella somma di `a` con il successivo di `n`.

Il funzionamento dell'esecuzione della funzione `somma` fra due numeri naturali – definiti secondo gli Assiomi di Peano – è la seguente:

bisogna togliere un valore `successivo` al primo addendo affinché risulti pari al caso base (cioè zero). Questo lo si fa **o** aggiungendo un valore `successivo` alla somma del primo addendo con il secondo (1<sup>a</sup> implementazione) **o** sommando il primo addendo con il successivo del secondo addendo (2<sup>a</sup> implementazione).

---

```
> somma (successivo zero) (successivo (successivo zero));  
val it = successivo (successivo (successivo zero)): naturale
```

---

**Codice 5:** Esempio di esecuzione

La somma di 1 e 2, risulta 3.

N.B. sono state aggiunte delle parentesi per far sì che gli argomenti dati in pasto alla funzione `somma` siano delle espressioni valutabili e non delle funzioni, quali sarebbero senza le parentesi.

---

```
val rec prodotto = fn zero      => (fn b => zero)
                  | successivo(a) => (fn b => (somma b (prodotto a b)));
```

```
val prodotto = fn: naturale -> naturale -> naturale
```

---

**Codice 6:** Definizione della funzione `prodotto` tramite gli Assiomi di Peano

Mostriamo un esempio di esecuzione della funzione `prodotto`:

---

```
datatype naturale = zero | succ of naturale;

val rec somma = fn zero      => (fn n => n)
                | succ a     => (fn n => succ (somma a n));

val rec prodotto = fn zero    => (fn b => zero)
                  | succ(a) => (fn b => (somma b (prodotto a b)));

prodotto (succ (succ (succ zero))) (succ (succ (succ zero)));
```

---

**Codice 7:** Esempio di esecuzione



## Testo

Si consideri il seguente tipo di dato, che rappresenta una semplice espressione avente due argomenti  $x$  e  $y$ :

---

```
datatype Expr = X
                | Y
                | Avg of Expr * Expr
                | Mul of Expr * Expr
```

---

### Codice 8: Definizione del tipo di dato espressione Lambda

dove il costruttore  $X$  rappresenta il valore del primo argomento  $x$  dell'espressione, il costruttore  $Y$  rappresenta il valore del secondo argomento  $y$ , il costruttore  $Avg$ , che si applica ad una coppia  $(e1, e2)$ , rappresenta la media (intera) dei valori di  $e1$  ed  $e2$ , mentre il costruttore  $Mul$  (che ancora si applica ad una coppia  $(e1, e2)$ ) rappresenta il prodotto dei valori di due espressioni  $e1$  ed  $e2$ .

Implementare una funzione Standard ML, chiamata `compute`, che ha tipo `Expr -> int -> int -> int`.

Come suggerito dal nome, `compute` calcola il valore dell'espressione ricevuta come primo argomento, applicandola ai valori ricevuti come secondo e terzo argomento e ritorna un intero che indica il risultato finale della valutazione.

**IMPORTANTE:** notare il tipo della funzione! Come si può intuire da tale tipo, la funzione riceve tre argomenti usando la *tecnica del currying*. È importante che la funzione abbia il tipo corretto (indicato qui sopra). Una funzione avente tipo diverso da `Expr -> int -> int -> int` non sarà considerata corretta.

## Soluzione

---

```
val rec compute = fn X      => (fn x => fn y => x)
                  | Y      => (fn x => fn y => y)
                  | Avg(e1, e2) => (fn x => fn y =>
                                   ((compute e1 x y) + (compute e2 x y)) div 2)
                  | Mul(e1, e2) => (fn x => fn y =>
                                   (compute e1 x y) * (compute e2 x y))

val compute = fn: Expr -> int -> int -> int
```

---

### Codice 9: Definizione della funzione compute

## Agosto 2015

### Testo

Scrivere una funzione Standard ML, chiamata `elementi_pari`, che ha tipo `'a list -> 'a list`. La funzione riceve come parametro una  $\alpha$ -lista e ritorna una  $\alpha$ -lista contenente gli elementi della lista di ingresso che hanno posizione *pari* (il secondo elemento, il quarto elemento, etc...).

Per esempio

---

```
elementi_pari [1,5,2,10]
```

---

ritorna

---

```
[5,10]
```

---

Si noti inoltre che la funzione `elementi_pari` non deve cambiare l'ordine degli elementi della lista rispetto all'ordine della lista ricevuta come argomento (considerando l'esempio precedente, il valore ritornato deve essere `[5,10]`, non `[10,5]`).

Si noti che la funzione `elementi_pari` può usare i costruttori forniti da Standard ML per le alfa-liste, senza bisogno di definire alcun **datatype** o altro.

### Soluzione

---

```
val rec elementi_pari = fn []      => []  
                        | [v]      => []  
                        | a::(b::l) => b::(elementi_pari l)
```

---

```
val elementi_pari = fn:'a list -> 'a list
```

---

**Codice 10:** Definizione della funzione `elementi_pari`

### Testo

Si consideri il seguente tipo di dato:

---

```
datatype codice = rosso of string
                | giallo of string
                | verde of string;
```

---

#### Codice 11: Definizione del tipo di dato codice

che rappresenta un paziente in arrivo al pronto soccorso.

La stringa rappresenta il cognome del paziente, mentre i tre diversi costruttori `rosso`, `giallo` e `verde` rappresentano la gravità del paziente (codice `rosso`: massima gravità/urgenza, codice `verde`: minima gravità/urgenza).

Quando un paziente con codice `rosso` arriva al pronto soccorso, viene messo in lista d'attesa dopo tutti i pazienti con codice `rosso` (ma prima di quelli con codice `giallo` o `verde`); quando arriva un paziente con codice `giallo`, viene messo in lista d'attesa dopo tutti i pazienti con codice `rosso` o `giallo` (ma prima di quelli con codice `verde`), mentre quando arriva un paziente con codice `verde` viene messo in lista d'attesa dopo tutti gli altri pazienti.

Si scriva una funzione `arriva` (avente tipo `codice list -> codice -> codice list`) che riceve come argomenti la lista dei pazienti in attesa (lista di elementi di tipo `codice`) ed un paziente appena arrivato (elemento di tipo `codice`) e ritorna la lista aggiornata dei pazienti in attesa (dopo aver inserito il nuovo paziente nel giusto posto in coda).

Come esempio, l'invocazione

---

```
arriva [rosso "topolino", rosso "cip", giallo "ciop", verde "paperino", verde "pluto"] (↵
↵ giallo "clarabella");
```

---

deve avere risultato

---

```
[rosso "topolino", rosso "cip", giallo "ciop", giallo "clarabella", verde "paperino", ↵
↵ verde "pluto"]
```

---

**IMPORTANTE:** notare il tipo della funzione! Si noti inoltre che la funzione usa la *tecnica del currying* per gestire i due argomenti.

### Soluzione

---

```
datatype codice = rosso of string
                | giallo of string
                | verde of string;
```

---

#### Codice 12: Definizione del tipo di dato codice

---

```
val rec arriva = fn
  []          => (fn x => [x])
| (verde n)::l => (fn (verde nn) => (verde n)::(arriva l (verde nn))
  | x          => x::((verde n)::l))
| (giallo n)::l => (fn (verde nn) => (giallo n)::(arriva l (verde nn))
  | (giallo nn) => (giallo n)::(arriva l (giallo nn))
  | x          => x::((giallo n)::l))
| (rosso n)::l => (fn x => (rosso n)::(arriva l x));
```

```
val arriva = fn: codice list -> codice -> codice list
```

---

#### Codice 13: Definizione della funzione arriva

# Giugno 2016

## 1° Turno

### Testo

Si scriva una funzione `hist` (avente tipo `real list -> real * real -> int`) che riceve come argomento una lista di `real` `l` ed una coppia di `real` `(c, d)`. La funzione `hist` ritorna il numero di elementi della lista compresi nell'intervallo  $(c - d, c + d)$ , estremi esclusi (vale a dire il numero di elementi `r` tali che  $c - d < r < c + d$ ).

Come esempio, l'invocazione

---

```
hist [0.1, 0.5, 1.0, 3.0, 2.5] (1.0, 0.5);
```

---

deve avere risultato 1;

---

```
e hist [0.1, 0.5, 1.0, 3.0, 2.5] (1.0, 0.6);
```

---

deve avere risultato 2.

### Soluzione

---

```
val rec hist = fn []      => (fn (c:real, d:real) => 0)
                | [e]     => (fn (c:real, d:real) =>
                                if (e > (c-d) andalso e < (c+d)) then
                                    1
                                else
                                    0)
                | (e :: l) => (fn (c:real, d:real) =>
                                if (e > (c-d) andalso e < (c+d)) then
                                    1 + hist l (c, d)
                                else
                                    0 + hist l (c, d));

val hist = fn: real list -> real * real -> int
```

---

**Codice 14:** Definizione della funzione `hist`

## 2° Turno

### Testo

Si scriva una funzione `noduplen` (avente tipo `'a list -> int`) che riceve come argomento una lista di `'a` `l`. La funzione `noduplen` ritorna il numero di elementi della lista senza considerare i duplicati.

Come esempio, l'invocazione

---

```
noduplen ["pera", "pera", "pera", "pera"];
```

---

deve avere risultato 1;

---

```
noduplen ["red", "red", "green", "blue"];
```

---

deve avere risultato 3.

### Soluzione

---

```
val rec noduplen = fn []      => 0
                   | [a]     => 1
                   | a::(b::l) => if (a <> b) then
                                   1 + noduplen (b::l)
                                   else
                                   0
```

---

```
0 + noduplen (b::l);
```

```
val noduplen = fn: 'a list -> int
```

---

**Codice 15:** Definizione della funzione `noduplen`

# Luglio 2016

## 1° Turno

### Testo

Si consideri il tipo di dato

---

```
datatype lambda_expr = Var of string
                        | Lambda of string * lambda_expr
                        | Apply of lambda_expr * lambda_expr;
```

---

**Codice 16:** Definizione del tipo di dato espressione Lambda

che rappresenta un'espressione del Lambda-calcolo.

Il costruttore Var crea un'espressione costituita da un'unica funzione / variabile (il cui nome è un valore di tipo string); il costruttore Lambda crea una Lambda-espressione a partire da un'altra espressione, legandone una variabile (indicata da un valore di tipo string); il costruttore Apply crea un'espressione data dall'applicazione di un'espressione ad un'altra.

Si scriva una funzione is\_free (avente tipo string -> lambda\_expr -> bool) che riceve come argomenti una stringa (che rappresenta il nome di una variabile / funzione) ed una Lambda-espressione, ritornando true se la variabile indicata appare come libera nell'espressione, false altrimenti (quindi, la funzione ritorna false se la variabile è legata o se non appare nell'espressione).

Come esempio, l'invocazione

---

```
is_free "a" (Var "a")
```

---

deve avere risultato true, l'invocazione

---

```
is_free "b" (Var "a")
```

---

deve avere risultato false, l'invocazione

---

```
is_free "a" (Lambda ("a", Apply((Var "a"), Var "b")))
```

---

deve avere risultato false, l'invocazione

---

```
is_free "b" (Lambda ("a", Apply((Var "a"), Var "b")))
```

---

deve avere risultato true e così via.

**IMPORTANTE:** notare il tipo della funzione! La funzione usa la *tecnica del currying* per gestire i due argomenti.

### Soluzione

---

```
datatype lambda_expr = Var of string
                        | Lambda of string * lambda_expr
                        | Apply of lambda_expr * lambda_expr;
```

---

**Codice 17:** Definizione del tipo di dato espressione Lambda

---

```
val rec is_free = fn s => fn Var v => s = v
                  | Lambda (v, e) => if (s = v) then
                                false
                                else
                                is_free s e
                  | Apply (e1, e2) => (is_free s e1) orelse (is_free s e2);

val is_free = fn: string -> lambda_expr -> bool
```

---

**Codice 18:** Definizione della funzione is\_free

## 2° Turno

### Testo

Basandosi sul tipo di dato espressione e la funzione eval definiti come segue:

---

```
local
  val rec eval = fn costante      n      => n
                  | somma          (a1, a2) => (eval a1) + (eval a2)
                  | sottrazione    (a1, a2) => (eval a1) - (eval a2)
                  | prodotto       (a1, a2) => (eval a1) * (eval a2)
                  | divisione      (a1, a2) => (eval a1) div (eval a2);
in
  val semplifica = fn costante      n      => costante(n)
                   | somma          (a1, a2) => costante((eval a1) + (eval a2))
                   | sottrazione    (a1, a2) => costante((eval a1) - (eval a2))
                   | prodotto       (a1, a2) => costante((eval a1) * (eval a2))
                   | divisione      (a1, a2) => costante((eval a1) div (eval a2))
end;
```

(tipo funzione)

---

#### Codice 19: Definizione della funzione semplifica

il tipo espressione può essere esteso come segue per supporre il concetto di variabile:

---

```
datatype espressione = costante      of int
                       | variabile    of string
                       | somma         of espressione * espressione
                       | sottrazione   of espressione * espressione
                       | prodotto      of espressione * espressione
                       | divisione     of espressione * espressione
                       | var           of string      * espressione * espressione;
```

---

#### Codice 20: Definizione del tipo di dato espressione

Si riscriva la funzione eval per supportare i due nuovi costruttori `variabile` e `var`. `variabile x`, con `x` di tipo `string`, è valutata al valore della variabile di nome `x` (per fare questo, `eval` deve cercare nell'ambiente un legame fra tale nome ed un valore). `var (x, e1, e2)` è valutata al valore di `e2` dopo aver assegnato ad `x` il valore di `e1`.

Per poter valutare correttamente `variabile` e `var`, `eval` deve quindi ricevere come argomento l'ambiente in cui valutare le variabili. Tale ambiente può essere rappresentato come una lista di coppie (`string`, `intero`) ed avrà quindi tipo `(string * int)list`.

La funzione `eval` deve quindi avere tipo `(string * int)list -> espressione -> int`.

### Soluzione

Questa è una possibile soluzione. Si noti che in questa soluzione la funzione `cerca` viene definita come visibile a tutti, mentre sarebbe più opportuno renderla locale a `eval` usando un costrutto `let` o `local`.

---

```
val rec cerca = fn s => fn [] => 0
                | (s1, v)::l => if s1 = s then v else cerca s l;

val rec eval = fn env =>
  fn costante      n      => n
  | variabile      s      => cerca s env
  | somma          (a1, a2) => (eval env a1) + (eval env a2)
  | sottrazione    (a1, a2) => (eval env a1) - (eval env a2)
  | prodotto       (a1, a2) => (eval env a1) * (eval env a2)
  | divisione      (a1, a2) => (eval env a1) div (eval env a2)
  | var            (v, e1, e2) => eval ((v, eval env e1)::env) e2;
```

---

#### Codice 21: Definizione della funzione eval

### Testo

Si consideri una possibile implementazione degli insiemi di interi in standard ML, in cui un insieme di interi rappresentato da una funzione da `int` a `bool`:

---

```
type insiemediinteri = int -> bool;
```

---

**Codice 22:** Definizione del tipo di dato `insiemediinteri`

La funzione applicata ad un numero intero ritorna `true` se il numero appartiene all'insieme, `false` altrimenti. L'insieme vuoto è quindi rappresentato da una funzione che ritorna sempre `false`:

---

```
val vuoto:insiemediinteri = fn n => false;
```

---

```
val vuoto = fn: insiemediinteri
```

---

**Codice 23:** Definizione della funzione `vuoto`

ed un intero può essere aggiunto ad un insieme tramite la funzione `aggiungi`:

---

```
val aggiungi = fn f:insiemediinteri => fn x:int =>
  (fn n:int => if (n = x) then
    true
    else
    false
  ):insiemediinteri;
```

---

```
val aggiungi = fn: insiemediinteri -> int -> insiemediinteri
```

---

**Codice 24:** Definizione della funzione `aggiungi`

È possibile verificare se un intero è contenuto in un insieme tramite la funzione `contiene`:

---

```
val contiene = fn f:insiemediinteri => fn n:int => f n;
```

---

**Codice 25:** Definizione della funzione `contiene`

Si implementi la funzione `intersezione`, avente tipo `insiemediinteri -> insiemediinteri -> insiemediinteri`, che dati due insiemi di interi ne calcola l'intersezione.

**IMPORTANTE:** notare il tipo della funzione! Come si può intuire da tale tipo, usa la *tecnica del currying* per gestire i suoi due argomenti.

### Soluzione

---

```
val intersezione = fn i1:insiemediinteri => fn i2:insiemediinteri =>
  (fn n =>
    ((contiene i1 n) andalso (contiene i2 n))
  ):insiemediinteri;
```

---

```
val intersezione = fn: insiemediinteri -> insiemediinteri -> insiemediinteri
```

---

**Codice 26:** Definizione della funzione `intersezione`



## **Gennaio 2017**

### **Testo**

Testo mancante.

### **Soluzione**

Soluzione mancante.

## Febbraio 2017

### Testo

Si implementi la funzione `unione`, avente tipo `insiemediinteri -> insiemediinteri -> insiemediinteri`, che dati due insiemi di interi ne calcola l'unione.

### Soluzione

---

```
val unione = fn i1:insiemediinteri => fn i2:insiemediinteri =>
  (fn n =>
    ((contiene i1 n) orElse (contiene i2 n))
  ):insiemediinteri;

val unione = fn: insiemediinteri -> insiemediinteri -> insiemediinteri
```

---

**Codice 27:** Definizione della funzione `unione`

# Giugno 2017

## 1° Turno

### Testo

Si scriva una funzione `sommali` (avente tipo `int -> int list -> int`) che riceve come argomento un intero `n` ed una lista di interi `l`. La funzione `sommali` somma ad `n` gli elementi di `l` che hanno posizione *pari* (se la lista contiene meno di 2 elementi, `sommali` ritorna `n`).

Come esempio, l'invocazione

---

```
sommali 0 [1,2];
```

---

deve avere risultato 2;

---

```
sommali 1 [1,2,3];
```

---

deve avere risultato 3;

---

```
sommali 2 [1,2,3,4];
```

---

deve avere risultato 8.

### Soluzione

---

```
val rec sommali = fn z => fn []      => z
                      | v::[]      => z
                      | v1::v2::l => v2 + (sommali z l);
```

```
val sommali = fn: int -> int list -> int
```

---

**Codice 28:** Definizione della funzione `sommali`

## 2° Turno

### Testo

Si scriva una funzione `sommali` (avente tipo `int -> int list -> int`) che riceve come argomento un intero `n` ed una lista di interi `l`. La funzione `sommali` somma ad `n` gli elementi di `l` che hanno posizione *multipla di 3* (se la lista contiene meno di 3 elementi, `sommali` ritorna `n`).

Come esempio, l'invocazione

---

```
sommali 0 [1,2,3];
```

---

deve avere risultato 3,

---

```
sommali 1 [1,2,3];
```

---

deve avere risultato 4: e

---

```
sommali 2 [1,2,3,4,5,6];
```

---

deve avere risultato 11.

### Soluzione

---

```
val rec sommali = fn z => fn []      => z
                      | v::[]      => z
                      | v1::v2::[] => z
                      | v1::v2::v3::l => v3 + (sommali z l);
```

```
val sommali = fn: int -> int list -> int
```

---

**Codice 29:** Definizione della funzione sommali

# Luglio 2017

## 1° Turno

### Testo

Si consideri il tipo di dato `FOR = For of int * (int -> int)`; i cui valori `For(n, f)` rappresentano funzioni che implementano un ciclo for come il seguente:

---

```
int ciclofor (int x) {
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        x = f(x);
    }
}
```

---

Si scriva una funzione `eval` (avente tipo `FOR -> (int -> int)`) che riceve come argomento un valore di tipo `FOR` e ritorna una funzione da interi ad interi che implementa il ciclo indicato qui sopra (applica  $n - 1$  volte la funzione `f` all'argomento).

Come esempio, se `val f = fn x => x * 2`, allora `eval (For(3, f))` ritornerà una funzione che dato un numero `i` ritorna `i = 8`:

---

```
> val f = fn x => x * 2;
val f = fn: int -> int

> eval (For(3, f));
val it = fn: int -> int

> val g = eval (For(3, f));
val g = fn: int -> int

> g 5;
val it = 20: int
```

---

### Soluzione

---

```
datatype FOR = For of int * (int -> int);

val rec eval = fn For (n, f) =>
    fn x => if (n > 0) then
        eval (For (n - 1, f)) (f x)
    else
        x;
```

---

**Codice 30:** definizione della funzione `eval`

## 2° Turno

### Testo

Si consideri il tipo di dato `FOR = For of int * (int -> int)`; i cui valori `For(n, f)` rappresentano funzioni che implementano un ciclo for come il seguente:

---

```
int ciclofor (int x) {
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        x = f(x);
    }
}
```

---

**Codice 31:** Esempio di ciclo for in C

Si scriva una funzione `eval` (avente tipo `FOR -> (int -> int)`) che riceve come argomento un valore di tipo `FOR` e ritorna una funzione da interi ad interi che implementa il ciclo indicato qui sopra (applica  $n - 1$  volte la funzione `f` all'argomento).

Come esempio, se `val f = fn x => x * 2`, allora `eval (For(3, f))` ritornerà una funzione che dato un numero `i` ritorna `i = 4`:

---

```
> val f = fn x => x * 2;
val f = fn: int -> int

> eval (For(3, f));
val it = fn: int -> int

> val g = eval (For(3, f));
val g = fn: int -> int

> g 5;
val it = 20: int
```

---

## Soluzione

---

```
datatype FOR = For of int * (int -> int);

val rec eval = fn For (n, f) =>
    fn x => if (n > 1) then
        eval (For (n - 1, f)) (f x)
    else
        x;
```

---

**Codice 32:** definizione della funzione `eval`

## Settembre 2017

### Testo

Si consideri il tipo di dato

---

```
datatype intonil = Nil | Int of int
```

---

ed una possibile implementazione semplificata di ambiente (che considera solo valori interi) basata su di esso:

---

```
type ambiente = string -> intonil
```

---

In questa implementazione, un ambiente è rappresentato da una funzione che mappa nomi (valori di tipo `string`) in valori di tipo `intonil` (che rappresentano un intero o nessun valore). Tale funzione applicata ad un nome ritorna il valore intero ad esso associato oppure `Nil`.

Usando questa convenzione, l'ambiente vuoto (in cui nessun nome è associato a valori) può essere definito come:

---

```
val ambientevuoto = fn _:string => Nil;
```

---

Basandosi su queste definizioni, si definisca una funzione `"lega"` con tipo `"ambiente -> string -> int -> ambiente"`. che a partire da un ambiente (primo argomento) genera un nuovo ambiente (valore di ritorno) uguale al primo argomento più un legame fra il nome e l'intero ricevuti come secondo e terzo argomento.

**IMPORTANTE:** notare il tipo della funzione! Come si può intuire da tale tipo, usa la *tecnica del currying* per gestire i suoi due argomenti.

A titolo di esempio:

- `((lega ambientevuoto "a"1)"a")` deve ritornare `Int 1`;
- `((lega ambientevuoto "a"1)"boh")` deve ritornare `Nil`;
- `((lega (lega ambientevuoto "a"1)"boh"~1)"boh")` deve ritornare `Int ~1`;
- `((lega (lega ambientevuoto "a"1)"boh"~1)"mah")` deve ritornare `Nil`.

### Soluzione

---

```
val lega = fn e:ambiente =>
  fn nome =>
    fn valore =>
      (fn n => if (n = nome)
        then
          (Int valore)
        else
          (e n)): ambiente;
```

---

## Gennaio 2018

### Testo

Il testo dell'esame non è ancora stato rilasciato dal Prof.re. Nel caso l'avesse fatto ed io non avessi ancora aggiornato questo documento ti prego di contattarmi via e-mail [↗](#) o direttamente su Telegram [↗](#).

### Soluzione