

Dipartimento di Ingegneria e Scienza dell'Informazione

Corso di Laurea in Informatica

Esami di

PROGRAMMAZIONE FUNZIONALE

Prof.re Luca Abeni

Autore Emanuele Nardi Revisore Matteo Contrini

Anno accademico 2017/2018

Introduzione

Il materiale didattico trattato in questo documento si trova nella cartella Google Drive del corso di Informatica $\, \, \Box \, \,$

Indice

Fiugno 2015	5
Testo	
uglio 2015	7
Testo	
agosto 2015	8
Testo	
ettembre 2015	ç
Testo	
Giugno 2016	10
1° Turno Testo Soluzione 2° Turno Testo Soluzione	10 10 10 10
uglio 2016	12
1° Turno Testo Soluzione 2° Turno Testo Soluzione	12 12 13 13
agosto 2016	1 4
Testo	
Gennaio 2017	15
Testo mancante	

Febbra	aio 2017	16
Test Solu		16 16
Giugno	o 2017	17
	Turno Testo Soluzione Turno Testo Soluzione	17 17 17 17 17
Luglio	2017	19
	Testo	19 19 19 19 19
Settem	abre 2017	21
Test Solu	to	21 21
Genna	io 2018	22
Solu	to mancante	22 22
1 2 3 4 5 6 7	Definizione di numero naturale tramite gli Assiomi di Peano	5 5 5 5 6 6
8 9	Definizione del tipo di dato espressione Lambda	7 7
10	Definizione della funzione elementi_pari	8
11 13	Definizione del tipo di dato codice	9
14 15	Definizione della funzione hist	10 10
16 18 19 20	Definizione della funzione is_free	12 12 13 13

21	Definizione della funzione eval	13
22	Definizione del tipo di dato insiemidiinteri	14
23	Definizione della funzione vuoto	14
24	Definizione della funzione aggiungi	14
25	Definizione della funzione contiene	14
26	Definizione della funzione intersezione	14
27	Definizione della funzione unione	16
28	Definizione della funzione sommali - 1º Turno	17
29	Definizione della funzione sommali - 2º Turno	17
30	definizione della funzione eval	19
31	Esempio di ciclo for in C	19
32	definizione della funzione eval	20

Giugno 2015

Testo

Come noto, un numero naturale è esprimibile in base agli assiomi di Peano usando il seguente tipo di dato:

```
datatype naturale = zero | successivo of naturale;
```

Codice 1: Definizione di numero naturale tramite gli Assiomi di Peano

Usando tale tipo di dato, la somma fra numeri naturali è esprimibile come:

Codice 2: Definizione della funzione somma tramite gli Assiomi di Peano

Scrivere una funzione Standard ML, chiamata prodotto, che ha tipo naturale -> prodotto di due numeri naturali. Si noti che la funzione prodotto può usare la funzione somma nella sua implementazione.

Soluzione

Prendiamo confidenza con il tipo di dato definito:

```
> zero;
val it = zero: naturale
> successivo(successivo zero);
val it = successivo (successivo zero): naturale
```

Codice 3: Dichiarazione di numeri naturali

La somma fra numeri naturali è esprimibile in due modi, equivalenti fra loro, un modo è quello illustrato dal professore, l'altro è il seguente:

Codice 4: Definizione alternativa della funzione somma tramite gli Assiomi di Peano

Commento sulle due implementazioni:

Entrambe le definizioni di somma sono corrette. Nella prima definizione il caso successivo a restituisce una funzione che mappa una variabile n nel successivo della somma di a con n, nella seconda definizione, invece, il caso successivo a restituisce una funzione che mappa una variabile n nella somma di a con il successivo di n.

Il funzionamento dell'esecuzione della funzione somma fra due numeri naturali – definiti secondo gli Assiomi di Peano – è la seguente:

bisogna togliere un valore successivo al primo addendo affinché risulti pari al caso base (cioè zero). Questo lo si fa \mathbf{o} aggiungendo un valore successivo alla somma del primo addendo con il secondo (1ª implementazione) \mathbf{o} sommando il primo addendo con il successivo del secondo addendo (2ª implementazione).

```
> somma (successivo zero) (successivo (successivo zero));
val it = successivo (successivo zero)): naturale
```

Codice 5: Esempio di esecuzione

La somma di 1 e 2, risulta 3.

N.B. sono state aggiunte delle parentesi per far sì che gli argomenti dati in pasto alla funzione somma siano delle espressioni valutabili e non delle funzioni, quali sarebbero senza le parentesi.

Codice 6: Definizione della funzione prodotto tramite gli Assiomi di Peano

Mostriamo un esempio di esecuzione della funzione prodotto:

Codice 7: Esempio di esecuzione

Luglio 2015

Testo

Si consideri il seguente tipo di dato, che rappresenta una semplice espressione avente due argomenti x e y:

Codice 8: Definizione del tipo di dato espressione Lambda

dove il costruttore X rappresenta il valore del primo argomento x dell'espressione, il costruttore Y rappresenta il valore del secondo argomento y, il costruttore Avg, che si applica ad una coppia (e1, e2), rappresenta la media (intera) dei valori di e1 ed e2, mentre il costruttore Mul (che ancora si applica ad una coppia (e1, e2)) rappresenta il prodotto dei valori di due espressioni e1 ed e2.

Implementare una funzione Standard ML, chiamata compute, che ha tipo Expr -> int -> int.

Come suggerito dal nome, compute calcola il valore dell'espressione ricevuta come primo argomento, applicandola ai valori ricevuti come secondo e terzo argomento e ritorna un intero che indica il risultato finale della valutazione.

IMPORTANTE: notare il tipo della funzione! Come si può intuire da tale tipo, la funzione riceve tre argomenti usando la *tecnica del currying*. É importante che la funzione abbia il tipo corretto (indicato qui sopra). Una funzione avente tipo diverso da Expr -> int -> int non sarà considerata corretta.

Codice 9: Definizione della funzione compute

Agosto 2015

Testo

Scrivere una funzione Standard ML, chiamata elementi_pari, che ha tipo 'a list -> 'a list. La funzione riceve come parametro una α -lista e ritorna una α -lista contenente gli elementi della lista di ingresso che hanno posizione pari (il secondo elemento, il quarto elemento, etc...).

Per esempio

```
elementi_pari [1,5,2,10]
ritorna
[5,10]
```

Si noti inoltre che la funzione elementi_pari non deve cambiare l'ordine degli elementi della lista rispetto all'ordine della lista ricevuta come argomento (considerando l'esempio precedente, il valore ritornato deve essere [5,10], non [10,5]).

Si noti che la funzione elementi_pari può usare i costruttori forniti da Standard ML per le alfa-liste, senza bisogno di definire alcun **datatype** o altro.

Codice 10: Definizione della funzione elementi_pari

Settembre 2015

Testo

Si consideri il seguente tipo di dato:

Codice 11: Definizione del tipo di dato codice

che rappresenta un paziente in arrivo al pronto soccorso.

La stringa rappresenta il cognome del paziente, mentre i tre diversi costruttori rosso, giallo e verde rappresentano la gravità del paziente (codice rosso: massima gravità/urgenza, codice verde: minima gravità/urgenza).

Quando un paziente con codice rosso arriva al pronto soccorso, viene messo in lista d'attesa dopo tutti i pazienti con codice rosso (ma prima di quelli con codice giallo o verde); quando arriva un paziente con codice giallo, viene messo in lista d'attesa dopo tutti i pazienti con codice rosso o giallo (ma prima di quelli con codice verde), mentre quando arriva un paziente con codice verde viene messo in lista d'attesa dopo tutti gli altri pazienti.

Si scriva una funzione arriva (avente tipo codice list -> codice -> codice list) che riceve come argomenti la lista dei pazienti in attesa (lista di elementi di tipo codice) ed un paziente appena arrivato (elemento di tipo codice) e ritorna la lista aggiornata dei pazienti in attesa (dopo aver inserito il nuovo paziente nel giusto posto in coda).

Come esempio, l'invocazione

```
[rosso "topolino", rosso "cip", giallo "ciop", giallo "clarabella", verde "paperino", \swarrow verde "pluto"]}
```

IMPORTANTE: notare il tipo della funzione! Si noti inoltre che la funzione usa la tecnica del currying per gestire i due argomenti.

Codice 12: Definizione del tipo di dato codice

Codice 13: Definizione della funzione arriva

Giugno 2016

1º Turno

Testo

Si scriva una funzione hist (avente tipo real list \rightarrow real * real \rightarrow int) che riceve come argomento una lista di real led una coppia di real (c, d). La funzione hist ritorna il numero di elementi della lista compresi nell'intervallo (c - d, c + d), estremi esclusi (vale a dire il numero di elementi r tali che (c - d < r < c + d).

Come esempio, l'invocazione

```
hist [0.1, 0.5, 1.0, 3.0, 2.5] (1.0, 0.5);

deve avere risultato 1;

e hist [0.1, 0.5, 1.0, 3.0, 2.5] (1.0, 0.6);
```

deve avere risultato 2.

Soluzione

Codice 14: Definizione della funzione hist

2º Turno

Testo

Si scriva una funzione noduplen (avente tipo ''a list -> int) che riceve come argomento una lista di ''a l. La funzione noduplen ritorna il numero di elementi della lista senza considerare i duplicati.

Come esempio, l'invocazione

```
noduplen ["pera", "pera", "pera"];
deve avere risultato 1;
noduplen ["red", "red", "green", "blue"];
```

deve avere risultato 3.

val noduplen = fn: ''a list -> int

Codice 15: Definizione della funzione noduplen

Luglio 2016

1º Turno

Testo

Si consideri il tipo di dato

Codice 16: Definizione del tipo di dato espressione Lambda

che rappresenta un'espressione del Lambda-calcolo.

Il costruttore Var crea un'espressione costituita da un'unica funzione / variabile (il cui nome è un valore di tipo string); il costruttore Lambda crea una Lambda-espressione a partire da un'altra espressione, legandone una variabile (indicata da un valore di tipo string); il costruttore Apply crea un'espressione data dall'applicazione di un'espressione ad un'altra.

Si scriva una funzione is_free (avente tipo string -> lambda_expr -> bool) che riceve come argomenti una stringa (che rappresenta il nome di una variabile / funzione) ed una Lambda-espressione, ritornando true se la variabile indicata appare come libera nell'espressione, false altrimenti (quindi, la funzione ritorna false se la variabile è legata o se non appare nell'epressione).

Come esempio, l'invocazione

```
is_free "a" (Var "a")
```

deve avere risultato true, l'invocazione

```
is_free "b" (Var "a")
```

deve avere risultato false, l'invocazione

```
is_free "a" (Lambda ("a", Apply((Var "a"), Var "b")))
```

deve avere risultato false, l'invocazione

```
is_free "b" (Lambda ("a", Apply((Var "a"), Var "b")))
```

deve avere risultato true e così via.

IMPORTANTE: notare il tipo della funzione! La funzione usa la tecnica del currying per gestire i due argomenti.

Codice 17: Definizione del tipo di dato espressione Lambda

Codice 18: Definizione della funzione is_free

2º Turno

Testo

Basandosi sul tipo di dato espressione e la funzione eval definiti come segue:

```
val rec eval = fn costante
                                      (a1, a2) \Rightarrow (eval a1) + (eval a2)
                                      (a1, a2) => (eval a1) - (eval a2)
                       sottrazione
                       prodotto
                                      (a1, a2) \Rightarrow (eval a1) * (eval a2)
                       divisione
                                      (a1, a2) => (eval a1) div (eval a2);
in
    val semplifica = fn costante
                                               => costante(n)
                                      (a1, a2) => costante((eval a1) + (eval a2))
                         somma
                         sottrazione (a1, a2) => costante((eval a1) - (eval a2))
                         prodotto
                                      (a1, a2) => costante((eval a1) * (eval a2))
                         divisione
                                      (a1, a2) => costante((eval a1) div (eval a2))
end;
(tipo funzione)
```

Codice 19: Definizione della funzione semplifica

il tipo espressione può essere esteso come segue per supporare il concetto di variabile:

Codice 20: Definizione del tipo di dato espressione

Si riscriva la funzione eval per supportare i due nuovi costruttori variabile e var. variabile x, con x di tipo stringa, é valutata al valore della variabile di nome x (per fare questo, eval deve cercare nell'ambiente un legame fra tale nome ed un valore). var (x, e1, e2) é valutata al valore di e2 dopo aver assegnato ad x il valore di e1.

Per poter valutare correttamente variabile e var, eval deve quindi ricevere come argomento l'ambiente in cui valutare le variabili. Tale ambiente può essere rappresentato come una lista di coppie (stringa, intero) ed avra' quindi tipo (string * int)list.

La funzione eval deve quindi avere tipo (string * int)list -> espressione -> int.

Soluzione

Questa é una possibile soluzione. Si noti che in questa soluzione la funzione cerca viene definita come visibile a tutti, mentre sarebbe più opportuno renderla locale a eval usando un costrutto let o local.

```
val rec cerca = fn s => fn [] => 0
                          | (s1, v)::l => if s1 = s then v else cerca s l;
val rec eval = fn env =>
               fn costante
                                           => n
                  variabile
                                           => cerca s env
                                                                 (eval env a2)
                  somma
                               (a1, a2)
                                           => (eval env a1) +
                  sottrazione (a1, a2)
                                           => (eval env a1) -
                                                                 (eval env a2)
                  prodotto
                               (a1, a2)
                                           => (eval env a1) *
                                                                 (eval env a2)
                  divisione
                                           => (eval env a1) div (eval env a2)
                               (a1, a2)
                  var
                               (v, e1, e2) => eval ((v, eval env e1)::env) e2;
```

Codice 21: Definizione della funzione eval

Agosto 2016

Testo

Si consideri una possibile implementazione degli insiemi di interi in standard ML, in cui un insieme di interi rappresentato da una funzione da int a bool:

```
type insiemediinteri = int -> bool;
```

Codice 22: Definizione del tipo di dato insiemidiinteri

La funzione applicata ad un numero intero ritorna true se il numero appartiene all'insieme, false altrimenti. L'insieme vuoto è quindi rappresentato da una funzione che ritorna sempre false:

```
val vuoto:insiemediinteri = fn n => false;
val vuoto = fn: insiemediinteri
```

Codice 23: Definizione della funzione vuoto

ed un intero può essere aggiunto ad un insieme tramite la funzione aggiungi:

Codice 24: Definizione della funzione aggiungi

É possibile verificare se un intero è contenuto in un insieme tramite la funzione contiene:

```
val contiene = fn f:insiemediinteri => fn n:int => f n;
```

Codice 25: Definizione della funzione contiene

Si implementi la funzione intersezione, avente tipo insiemediinteri -> insiemediinteri -> 2 \$\sigma\$ insiemediinteri, che dati due insiemi di interi ne calcola l'intersezione.

IMPORTANTE: notare il tipo della funzione! Come si puo' intuire da tale tipo, usa la tecnica del currying per gestire i suoi due argomenti.

Codice 26: Definizione della funzione intersezione

Gennaio 2017

Testo

Testo mancante.

Soluzione

Soluzione mancante.

Febbraio 2017

Testo

Si implementi la funzione unione, avente tipo insiemediinteri -> insiemediinteri -> insiemediinteri \(\structure \), che dati due insiemi di interi ne calcola l'unione.

```
val unione = fn i1:insiemediinteri => fn i2:insiemediinteri =>
          (fn n =>
                ((contiene i1 n) orelse (contiene i2 n))
        ):insiemediinteri;
val unione = fn: insiemediinteri -> insiemediinteri -> insiemediinteri
```

Codice 27: Definizione della funzione unione

Giugno 2017

1º Turno

Testo

Si scriva una funzione sommali (avente tipo int -> int list -> int) che riceve come argomento un intero n ed una lista di interi l. La funzione sommali somma ad n gli elementi di l che hanno posizione pari (se la lista contiene meno di 2 elementi, sommali ritorna n).

Come esempio, l'invocazione

```
sommali 0 [1,2];

deve avere risultato 2;

sommali 1 [1,2,3];

deve avere risultato 3;

sommali 2 [1,2,3,4];
```

deve avere risultato 8.

Soluzione

Codice 28: Definizione della funzione sommali

2º Turno

Testo

Si scriva una funzione sommali (avente tipo int -> int list -> int) che riceve come argomento un intero n ed una lista di interi l. La funzione sommali somma ad n gli elementi di l che hanno posizione multipla di 3 (se la lista contiene meno di 3 elementi, sommali ritorna n).

Come esempio, l'invocazione

```
sommali 0 [1,2,3];
deve avere risultato 3,
sommali 1 [1,2,3];
deve avere risultato 4: e
sommali 2 [1,2,3,4,5,6];
```

deve avere risultato 11.

Codice 29: Definizione della funzione sommali

Luglio 2017

1º Turno

Testo

Si consideri il tipo di dato FOR = For **of** int * (int -> int); i cui valori For(n, f) rappresentano funzioni che implementano un ciclo for come il seguente:

```
int ciclofor (int x) {
   for (int i = 1; i < n; i++) {
       x = f(x);
   }
}</pre>
```

Si scriva una funzione eval (avente tipo $FOR \rightarrow (int \rightarrow int))$ che riceve come argomento un valore di tipo FOR e ritorna una funzione da interi ad interi che implementa il ciclo indicato qui sopra (applica n-1 volte la funzione f all'argomento).

Come esempio, se val $f = fn \times x \times 2$, allora eval (For(3, f)) ritornerà una funzione che dato un numero i ritorna i = 8:

```
> val f = fn x => x * 2;
val f = fn: int -> int
> eval (For(3, f));
val it = fn: int -> int
> val g = eval (For(3, f));
val g = fn: int -> int
> g 5;
val it = 20: int
```

Soluzione

Codice 30: definizione della funzione eval

2º Turno

Testo

Si consideri il tipo di dato FOR = For **of** int * (int -> int); i cui valori For(n, f) rappresentano funzioni che implementano un ciclo for come il seguente:

```
int ciclofor (int x) {
   for (int i = 1; i < n; i++) {
        x = f(x);
   }
}</pre>
```

Codice 31: Esempio di ciclo for in C

Si scriva una funzione eval (avente tipo $FOR \rightarrow (int \rightarrow int)$) che riceve come argomento un valore di tipo FOR e ritorna una funzione da interi ad interi che implementa il ciclo indicato qui sopra (applica n-1 volte la funzione f all'argomento).

Come esempio, se val $f = fn \times x + 2$, allora eval (For(3, f)) ritornerà una funzione che dato un numero i ritorna i = 4:

```
> val f = fn x => x * 2;
val f = fn: int -> int
> eval (For(3, f));
val it = fn: int -> int
> val g = eval (For(3, f));
val g = fn: int -> int
> g 5;
val it = 20: int
```

Codice 32: definizione della funzione eval

Settembre 2017

Testo

Si consideri il tipo di dato

```
datatype intonil = Nil | Int of int
```

ed una possibile implementazione semplificata di ambiente (che considera solo valori interi) basata su di esso:

```
type ambiente = string -> intonil
```

In questa implementazione, un ambiente è rappresentato da una funzione che mappa nomi (valori di tipo string) in valori di tipo intonil (che rappresentano un intero o nessun valore). Tale funzione applicata ad un nome ritorna il valore intero ad esso associato oppure Nil.

Usando questa convenzione, l'ambiente vuoto (in cui nessun nome è associato a valori) può essere definito come:

```
val ambientevuoto = fn _:string => Nil;
```

Basandosi su queste definizioni, si definisca una funzione "lega" con tipo "ambiente -> string -> \(\cdot\) int -> ambiente". che a partire da un ambiente (primo argomento) genera un nuovo ambiente (valore di ritorno) uguale al primo argomento più un legame fra il nome e l'intero ricevuti come secondo e terzo argomento.

IMPORTANTE: notare il tipo della funzione! Come si può intuire da tale tipo, usa la tecnica del currying per gestire i suoi due argomenti.

A titolo di esempio:

```
- ((lega ambientevuoto "a"1)"a") deve ritornare Int 1;
- ((lega ambientevuoto "a"1)"boh") deve ritornare Nil;
- ((lega (lega ambientevuoto "a"1)"boh"~1)"boh") deve ritornare Int ~1;
- ((lega (lega ambientevuoto "a"1)"boh"~1)"mah") deve ritornare Nil.
```

Gennaio 2018

Testo