

Cognome:

Nome:

Matricola:

Riga:

Col:

Algoritmi e Strutture Dati - 05/06/14

Esercizio 0 Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

Esercizio 1 – Punti ≥ 6

Dati n segmenti della retta delle ascisse, dove l' i -esimo segmento inizia nella coordinata $a[i]$ e termina nella coordinata $b[i]$, si scriva un algoritmo che trovi il sottoinsieme di segmenti che coprono la maggior parte della retta e non sono sovrapposti. Valutare il costo computazionale.

Esercizio 2 – Punti ≥ 6

Dati due alberi binari di ricerca T ed S , si scriva un algoritmo che determini se tali alberi sono uguali o meno (sia per contenuto nelle chiavi, che strutturalmente). Valutare il costo computazionale.

Esercizio 3 – Punti ≥ 8

Dati un grafo non orientato $G = (V, E)$ ed un intero k , scrivere un algoritmo che ritorni vero se è possibile colorare il grafo usando al più k colori, in modo che ogni nodo sia colorato con un colore diverso da tutti i nodi adiacenti, falso altrimenti. Valutare il costo computazionale.

Esercizio 4 – Punti ≥ 12

Sia V un vettore di n interi. Chiamiamo *costo* $C(i, j)$ di un sottovettore $V[i \dots j]$ di V la somma dei suoi elementi:

$$C(i, j) = \sum_{t=i}^j V[t]$$

Una k -*partizione* del vettore V è una divisione del vettore in k sottovettori $V[1, j_1], V[j_1 + 1, j_2], V[j_2 + 1, j_3], \dots, V[j_{k-1} + 1, j_k]$ con $j_k = n$ e $j_t < j_{t+1}, \forall 1 \leq t < k$, ovvero tale per cui i sottovettori coprono totalmente il vettore e non si sovrappongono.

Chiamiamo *costo della partizione* il costo massimo dei suoi sottovettori. Dato un vettore V di n interi e un intero k , con $2 \leq k \leq n$, il problema è trovare una partizione di V di costo minimo che divide V in k sottovettori.

Ad esempio, se $V = \{2, 3, 7, -7, 15, 2\}$, una 3-partizione possibile è $\{2, 3, 7\}, \{-7, 15\}, \{2\}$, che ha costo pari a $2 + 3 + 7 = 12$. La 3-partizione $\{2, 3\}, \{7\}, \{-7, 15, 2\}$ ha costo pari a $-7 + 15 + 2 = 10$ e dovrebbe essere ottima.

1. Scrivere un algoritmo che risolve il problema nel caso particolare $k = 2$, restituendo il costo della 2-partizione ottima (suggerimento: $O(n)$).
2. Scrivere un algoritmo che risolve il problema nel caso particolare $k = 3$, restituendo il costo della 3-partizione ottima (suggerimento: $O(n^2)$).
3. Scrivere un algoritmo che risolve il problema per ogni k , restituendo il costo della k -partizione ottima (suggerimento: $O(kn^2)$).

In tutti i casi, discutere il costo computazionale. Ovviamente i casi con $k = 2$ e $k = 3$ possono essere risolti dall'algoritmo generale, ma per questi due valori è possibile scrivere algoritmi più efficienti e/o più semplici.