

Algoritmi e Strutture Dati - 24/01/2017

Esercizio -1 Iscrivarsi allo scritto entro la scadenza. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

Esercizio 0 Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

Esercizio 1 – Punti ≥ 6

Trovare un limite superiore e inferiore al costo computazionale del seguente algoritmo, dando una dimostrazione formale.

```

int crazy(int  $n$ )
{
    if  $n \leq 1$  then
        return  $n \cdot n$ 
    else
        int  $b \leftarrow 1$ 
        for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do
            for  $j \leftarrow i$  to  $n$  do
                 $b \leftarrow (b + i * j) \bmod 1007$ 
        return  $b + \text{crazy}(\lfloor n/4 \rfloor) + \text{crazy}(\lfloor n/2 \rfloor) + \text{crazy}(\lfloor n/4 \rfloor)$ 
}

```

Esercizio 2 – Punti ≥ 6

Fra ogni coppia di wrestler professionisti, può esserci una rivalità oppure no. Per ragioni di marketing, è una buona idea dividere i wrestler professionisti in "buoni" e "cattivi". Supponete di avere rappresentato i wrestler e le loro rivalità tramite un grafo $G = (V, E)$, dove $(u, v) \in E$ significa che il wrestler u è un rivale del wrestler v e viceversa. Scrivere un algoritmo che restituisce **true** se è possibile suddividere i wrestler professionisti in due sottoinsiemi non vuoti ("buoni" e "cattivi"), non necessariamente della stessa dimensione, in modo tale che non ci siano rivalità all'intero dei due gruppi; **false** altrimenti.

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

Esercizio 3 – Punti ≥ 8

Siete il proprietario di una catena di segherie. Avete a disposizione un insieme di n foreste, in cui volete pianificare il taglio di alberi per i prossimi m anni.

Tagliate solo piante mature; i vostri modelli matematici dicono che nell'anno i -esimo, matureranno w_{ij} piante nella foresta j -esima. Una pianta che matura nell'anno i -esimo può essere tagliata in quell'anno o in uno qualunque di quelli successivi.

Dato il vostro personale e le vostre attrezzature, nell'anno i -esimo potete tagliare al massimo u_i alberi in totale su tutte le foreste. Bisogna altresì tenere conto che l'ente parco permette di tagliare al massimo v_{ij} alberi nell'anno i -esimo nella foresta j -esima, per motivi che l'autore di questo compito non riesce a inventare.

Descrivere un algoritmo per determinare quanti alberi tagliare in ogni anno per ogni foresta, massimizzando il numero totale di alberi tagliati. Discutere correttezza e complessità.

Esercizio 4 – Punti ≥ 10

Qualunque stringa può essere decomposta in una sequenza di palindromi. Per esempio, la stringa "BUBBASEESABANANA" può essere decomposta in palindrome nei modi seguenti (e in molti altri):

```

BUB · BASEESAB · ANANA
B · U · BB · A · SEES · ABA · NAN · A
B · U · BB · A · SEES · A · B · ANANA
B · U · B · B · A · S · E · E · S · A · B · A · N · ANA

```

Scrivere un algoritmo che restituisca il più piccolo numero di sottostringhe palindrome in cui può essere suddivisa la vostra stringa. Ad esempio, data la stringa "BUBBASEESABANANA", il vostro algoritmo deve restituire 3. Data la stringa "AFISICACISIFA", il vostro algoritmo deve restituire 1.

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto. Esistono soluzioni in tempo $O(n^3)$ e $O(n^2)$.