

Cognome:

Nome:

# Matricola:

Riga:

Col:

***Algoritmi e Strutture Dati - Prova d'esame***  
***11/01/12***

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

**Esercizio 1 - Punti  $\geq 4$**

Si consideri la seguente ricorrenza

$$T(n) = \begin{cases} T(\lfloor n/c \rfloor) + \Theta(1) & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

Si calcoli la corrispondente funzione di complessità utilizzando il metodo di sostituzione.

**Esercizio 2 - Punti  $\geq 6$**

Avete a disposizione  $n$  dadi e  $n$  bulloni. Tutti i dadi hanno dimensioni diverse; tutti i bulloni hanno dimensioni diverse; per ogni dado, esiste un bullone corrispondente e viceversa. Non potete confrontare due bulloni o due dadi; potete però confrontare un bullone  $b$  con un dado  $d$  (operazione  $\text{try}(b, d)$ ), e ottenere -1 se il bullone è più piccolo del dado, 0 se coincidono e +1 se il bullone è più grande del dado. Scrivere un algoritmo che trova la coppia bullone e dado più piccoli, discuterne correttezza e complessità misurata nel numero di operazioni  $\text{try}()$ .

**Esercizio 3 - Punti  $\geq 10$**

Siano  $X[1 \dots n]$  e  $Y[1 \dots n]$  due vettori, ciascuno contenente  $n$  interi già ordinati. Descrivete un algoritmo che in tempo  $O(\log n)$  trovi la mediana dei  $2n$  elementi dei vettori  $X$  e  $Y$  (cioè dell'insieme  $X \cup Y$ ).

**Esercizio 4 - Punti  $\geq 14$**

Bisogna creare un albero di ricerca contenente  $n$  chiavi  $k_1 < k_2 < \dots < k_n$ , a ciascuna delle chiavi è associato un peso  $p_i$  rappresentante la frequenza con cui si stima che la chiave verrà poi ricercata. Assumendo che la radice dell'albero sia a livello 1, il costo dell'albero di ricerca per le  $n$  chiavi viene definito come  $\sum_{i=1}^n p_i \cdot l_i$ , dove  $l_i$  è il livello dell'albero in cui si trova la chiave  $k_i$ . Descrivere un algoritmo che trovi l'albero di ricerca di costo minimo e discuterne la complessità.

Suggerimento: si utilizzi la programmazione dinamica.