

Algoritmi e Strutture Dati - 10/09/12

Esercizio 1 – Punti $\geq 6 + 6$

Il professor Sortino ha inventato un nuovo algoritmo di ordinamento, che funziona nel modo seguente. Il vettore di input viene diviso in tre parti, di dimensioni approssimativamente uguali ad un terzo di n . Dopo di che, vengono ordinati ricorsivamente le prime due parti del vettore (ovvero i primi due terzi), i secondi due terzi, e di nuovo i primi due terzi.

SortinoSort(integer[] A , integer i , integer j)

```

if  $j - i + 1 \leq 6$  then
    InsertionSort( $A, i, j$ )
else
    integer  $s \leftarrow \lceil (j - i + 1)/3 \rceil$ 
    SortinoSort( $A, i, i + 2s - 1$ )
    SortinoSort( $A, i + s, j$ )
    SortinoSort( $A, i, i + 2s - 1$ )

```

1. Qual è la complessità di questo algoritmo? Il Prof. Sortino finirà sulla prossima edizione del mio libro?
2. (Difficile, Opzionale) Dimostrare per induzione che questo algoritmo è corretto. Per comodità, assumete pure che tutti i valori siano distinti.

Esercizio 2 – Punti ≥ 6

Supponiamo di avere n valori reali in un vettore A . Sia $d = (\max(A) - \min(A))/(n - 1)$. Dimostrare che esiste una coppia di indici i, j in A tali che $|A[i] - A[j]| \leq d$ e scrivere un algoritmo per individuarli in tempo $O(n)$. Se ci sono più coppie con questa proprietà, è sufficiente restituire una qualsiasi di esse.

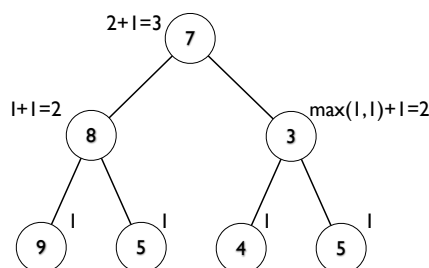
Esercizio 3 – Punti ≥ 12

Sia $A[1 \dots n, 1 \dots n]$ una matrice di valori booleani 0/1. Scrivere un algoritmo che restituisce la dimensione del più grande quadrato composto da valori 1. Ad esempio, nella matrice seguente, i quadrati di dimensione massima (ve ne sono due, di cui uno evidenziato in grassetto) hanno dimensione pari a 4.

1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0

Esercizio 4 – Punti ≥ 6

Scrivere una funzione che prende in input il puntatore ad un nodo di un albero binario contenente numeri interi e restituisce la lunghezza della sequenza monotona crescente nodo-foglia più lunga partendo da quel nodo. Il valore associato al nodo t è contenuto nella variabile $t.key$. Nell'albero seguente, i valori sono contenuti all'interno dei cerchi e la lunghezza è segnata esternamente al nodo.



Discutere la correttezza dell'algoritmo e analizzare il suo costo computazionale. Vietato usare variabili globali.