

Cognome:

Nome:

Matricola:

Riga:

Col:

Algoritmi e Strutture Dati - 05/11/15

Esercizio 0 Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

Esercizio 1 – Punti ≥ 6

- Utilizzando **un qualunque metodo**, trovare i limiti superiore e inferiore per la seguente ricorrenza (assumendo che $0 < \beta < 1$):

$$T(n) = \begin{cases} T(\lfloor \beta n \rfloor) + n^\beta & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

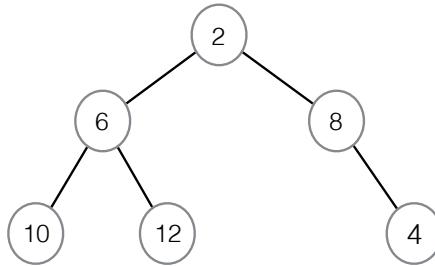
- Utilizzando **il metodo di sostituzione**, detto anche per tentativi, trovare i limiti superiore e inferiore per la seguente ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} T\left(\frac{1}{2}n\right) + T\left(\frac{4}{5}n\right) + T\left(\frac{3}{10}n\right) + n^2 & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 – Punti ≥ 6

Si consideri un albero binario T i cui nodi contengono chiavi intere. Scrivere un algoritmo efficiente che, quando invocato su un nodo t di T calcola la differenza tra il valore massimo e il valore minimo contenuti nelle chiavi del sottoalbero radicato nel nodo t . Vi ricordo che le chiavi sono contenute nel campo *key* della struttura dati TREE. Discutere correttezza e complessità.

Esempio: dato questo albero come input e applicando l'algoritmo alla radice, l'output deve essere pari a: $12 - 2 = 10$.



Esercizio 3 – Punti ≥ 9

Sia $G = (V, E)$ un grafo **orientato** e siano s, t, u tre vertici distinti in V .

- Si scriva un algoritmo che restituisca **true** se **ogni** cammino da s a t passa per u , **false** altrimenti (se non esiste alcun cammino da s a t , si ritorni **true**).
- Si scriva un algoritmo che restituisca **true** se **esiste** un cammino da s a t che passa per u , **false** altrimenti.

Esercizio 4 – Punti ≥ 9

Sia dato in input un vettore **ordinato** di interi A , contenente n valori presi da un insieme composto da **solo due possibili valori**: $\{a, b\}$, con $a < b$. Essendo ordinato, tutti i valori a si trovano nel vettore prima dei valori b . Si assuma che nel vettore sia presente almeno un valore a e almeno un valore b . Scrivere un algoritmo efficiente che restituisca il numero di occorrenze del valore più frequente contenuto nel vettore. Soluzioni con complessità $O(n)$ non verranno considerate. Discuterne correttezza e complessità.

Esempio:

- Input: $A = [1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2]$, $n = 10$
- Output: 6, in quanto 1 appare 6 volte e 2 solo 4.

Cognome:

Nome:

Matricola:

Riga:

Col:

Algoritmi e Strutture Dati - 05/11/15

Esercizio 0 Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

Esercizio 1 – Punti ≥ 6

- Utilizzando **un qualunque metodo**, trovare i limiti superiore e inferiore per la seguente ricorrenza (assumendo che $0 < \beta < 1$):

$$T(n) = \begin{cases} \left\lfloor \frac{1}{\beta} \right\rfloor T(\lfloor \beta n \rfloor) + n^\beta & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

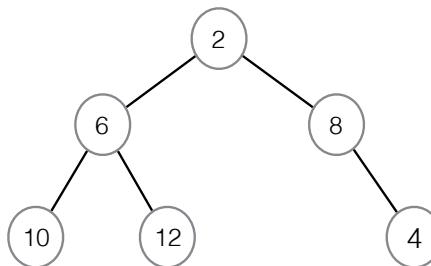
- Utilizzando **il metodo di sostituzione**, detto anche per tentativi, trovare i limiti superiore e inferiore per la seguente ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} T\left(\frac{1}{2}n\right) + T\left(\frac{2}{5}n\right) + T\left(\frac{7}{10}n\right) + n^2 & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 – Punti ≥ 6

Si consideri un albero binario T i cui nodi contengono chiavi intere. Scrivere un algoritmo efficiente che, quando invocato su un nodo u di T calcola la media dei valori delle chiavi presenti nel sottoalbero radicato nel nodo u , cioè la somma dei valori delle chiavi diviso il numero di nodi del sottoalbero. Vi ricordo che le chiavi sono contenute nel campo *key* della struttura dati TREE. Discutere correttezza e complessità.

Esempio: dato questo albero come input e applicando l'algoritmo alla radice, l'output deve essere pari a: $\frac{2+6+8+10+12+4}{6} = \frac{42}{6} = 7$.



Esercizio 3 – Punti ≥ 9

Sia $G = (V, E)$ un grafo **orientato** e siano s, t, u tre vertici distinti in V .

- Si scriva un algoritmo che restituisca **true** se *ogni* cammino da s a t passa per u , **false** altrimenti (se non esiste alcun cammino da s a t , si ritorni **true**).
- Si scriva un algoritmo che restituisca **true** se *esiste* un cammino da s a t che passa per u , **false** altrimenti.

Esercizio 4 – Punti ≥ 9

Sia dato in input un vettore **ordinato** di interi A , contenente n valori presi da un insieme composto da solo due possibili valori: $\{a, b\}$, con $a < b$. Essendo ordinato, tutti i valori a si trovano nel vettore prima dei valori b . Si assume che nel vettore sia presente almeno un valore a e almeno un valore b . Scrivere un algoritmo efficiente che restituisca la somma di tutti i valori contenuti nel vettore A . Soluzioni con complessità $\Omega(n)$ non verranno considerate. Discuterne correttezza e complessità.

Esempio:

- Input: $A = [1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2]$, $n = 10$
- Output: 15