

## Algoritmi e Strutture Dati - 29/06/17

**Esercizio -1** Iscrivarsi allo scritto entro la scadenza. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna su tutti i fogli da consegnare. Consegnare foglio A4 e foglio protocollo di bella. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

### Esercizio 1 – Punti $\geq 6$

Trovare i limiti superiore e inferiori più stretti possibili per la seguente equazione di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} 2T(\lfloor n/2 \rfloor) + 4T(\lfloor n/4 \rfloor) + 15T(\lfloor n/8 \rfloor) + n^2 & n > 8 \\ 1 & n \leq 8 \end{cases}$$

### Esercizio 2 – Punti $\geq 7$

Scale e serpenti è un gioco da tavola, inventato in India nel 16esimo secolo, che si svolge su una scacchiera  $n \times n$ , numerata consecutivamente da 1 a  $n^2$  a partire dal basso a sinistra, numerando le righe alternativamente da sinistra a destra e da destra a sinistra, come illustrato in figura. Si gioca con un dado a 6 facce, partendo dalla casella 1 e avanzando di un numero di caselle pari al risultato del dado. Se si arriva alla base di una scala, ci si sposta in cima (avanzando nel gioco); se si arriva alla bocca di un serpente, ci si sposta nella sua coda (arretrando).

Siano dati in input  $n$  (la dimensione del lato) e scale e/o serpenti memorizzati in vettore  $V[1 \dots n^2]$ , tale per cui  $V[i] > i$  se nella casella  $i$ -esima c'è una scala che conduce alla casella  $V[i]$ ;  $V[i] < i$  se nella casella  $i$ -esima c'è un serpente che conduce nella casella  $V[i]$ ;  $V[i] = i$  se nella casella  $i$ -esima non c'è alcuna scala e alcun serpente.

Scrivere un algoritmo che restituisca il numero minimo di tiri di dadi necessari per vincere, ovvero arrivare alla casella  $n^2$ . Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.



### Esercizio 3 – Punti $\geq 8$

La High Line è un parco lineare di New York realizzato su una sezione in disuso della ferrovia sopraelevata chiamata West Side Line. E' un rettilineo lungo  $L$  metri corredato da aiuole e piante. Lungo il parco, esistono  $n$  irrigatori. L'irrigatore  $i$ -esimo è collocato ad una distanza  $D[i]$  dall'inizio della High Line e ha un raggio di azione pari a  $R[i]$ , ovvero inaffia la sezione di High Line che va da  $D[i] - R[i]$  a  $D[i] + R[i]$ . Il vostro compito è scrivere un algoritmo che restituisca il minimo numero di irrigatori che vanno attivati per innaffiare l'intera linea, oppure -1 se è impossibile innaffiare l'intera linea. Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

### Esercizio 4 – Punti $\geq 10$

Al CERN stanno progettando un esperimento, il cui scopo è misurare le *proprietà fisiche*  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ . A questo scopo, è disponibile un insieme  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$  di *strumenti*. Lo strumento  $i$  è in grado di studiare un sottoinsieme  $p_i \subseteq P$  di proprietà; durante un esperimento può misurare un qualunque sottoinsieme di tali proprietà. Per evitare errori di misurazione, ogni proprietà deve essere misurata da almeno  $r$  strumenti diversi. Inoltre, ogni strumento  $i$ -esimo è prodotto da una ditta  $d_i$  nell'insieme  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_t\}$ . Per evitare errori sistematici, tutti gli  $r$  strumenti che misurano una proprietà devono avere produttori differenti. Descrivere un algoritmo che restituisca vero se gli strumenti a disposizione permettono di misurare le proprietà rispettando i vincoli appena descritti, falso altrimenti. Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.