Soluzioni di ricorrenze nell'analisi di algoritmi

Ricorrenze lineari *con partizione bilanciata*

coatanti intere reali $\boxed{a \geqslant 1, b \geqslant 2}$

coatanti reali $\boxed{c > 0, \beta \geqslant 0}$

$$T(n) = \begin{cases} a\,T\left(\frac{n}{b}\right) + cn^{\beta} & n \geqslant m \\ \Theta(n) & n \leqslant m \leqslant h \end{cases}$$

Posto $\boxed{\alpha = \log_b a}$, allora:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(n^{\alpha}) & \alpha > \beta \\ \Theta(n \log n) & \alpha = \beta \\ \Theta(n^{\beta}) & \alpha < \beta \end{cases}$$

Teorema dell'esperto

qualsiasi $\boxed{a \geqslant 1, b > 1}$

asint. positiva $\boxed{f(n)}$

$$T(n) = \begin{cases} a\,T\left(\frac{n}{b}\right) + \boxed{f(n)} & n > 1 \\ \Theta(n) & n \leqslant 1 \end{cases}$$

Posto $\boxed{\alpha = \log_b a}$, allora:

1	$\exists \varepsilon > 0 : f(n) \in \mathcal{O}(n^{\alpha - \varepsilon})$	$T(n)$ è $\Theta(n^{\alpha-\varepsilon})$
2	$f(n) \in \Theta(n^{\alpha})$	$T(n)$ è $\Theta(f(n) \log n)$
3	$\exists \varepsilon > 0 : f(n) \in \Omega(n^{\alpha+\varepsilon})$, $\exists c : 0 < c < 1$, $\exists m > 0 : af(\frac{n}{b}) \leqslant c\, f(n)$	$T(n)$ è $\Theta(f(n))$

Ricorrenze lineari di ordine costante

costanti intere non negative $\boxed{a_1, a_2, \ldots, a_h}$

costanti reali $\boxed{c > 0, \beta \geqslant 0}$

$$T(n) = \begin{cases} \boxed{\sum_{1 \leqslant i \leqslant h} a_i}\, T(n-1) + cn^{\beta} & n \geqslant m \\ \Theta(n) & n \leqslant m \leqslant h \end{cases}$$

Posto $\boxed{a = \boxed{}}$, allora:

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(n^{\beta+1}) & a = 1 \\ \Theta(a^n n^{\beta}) & a \geqslant 2 \end{cases}$$