

Cognome:

Nome:

Matricola:

Riga:

Col:

Algoritmi e Strutture Dati - 12/01/15

Esercizio 0 Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

Esercizio 1 – Punti ≥ 6

Trovare limiti superiori e inferiori per la seguente equazione di ricorrenza, utilizzando il metodo di sostituzione (detto anche per tentativi)

$$T(n) = \begin{cases} T(n/2) + 2^n & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 – Punti ≥ 6

Un albero binario T è k -bilanciato se la differenza di altezza fra il sottoalbero $T.left$ e $T.right$ è inferiore o uguale a k , e questa proprietà vale ricorsivamente per tutti i sottoalberi di T .

Scrivere un algoritmo che preso in input un albero binario T e un valore k , restituisca vero se l'albero è k -bilanciato. Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

Esercizio 3 – Punti ≥ 9

Scrivere un algoritmo che, dato un grafo orientato G determina se G contiene cicli di lunghezza 4. Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto. Per questo esercizio, consideriamo cicli i cui archi sono tutti distinti, senza che necessariamente i vertici siano distinti. Ad esempio, quattro archi orientati distinti $(a, b), (b, c), (c, b)$ e (b, a) costituiscono un ciclo di lunghezza 4; quattro archi orientati non distinti $(a, b), (b, a), (a, b)$ e (b, a) non costituiscono un ciclo di lunghezza 4.

Esercizio 4 – Punti ≥ 9

Un bambino scende una scala composta da n scalini. Ad ogni passo, può decidere di fare 1,2,3,4 scalini alla volta. Scrivere un algoritmo che determina in quanti modi diversi può scendere le scale. Ad esempio, se $n = 7$, alcuni dei modi possibili sono i seguenti (rappresentati dalla lunghezza dei passi in numero di scalini):

- 1,1,1,1,1,1,1
- 1,2,4
- 4,2,1
- 2,2,2,1
- 1,2,2,1,1

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.