

## Algoritmi e Strutture Dati - Seconda provetta

### 31/05/12

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

### Esercizio 1 – Punti $\geq 6$

Si consideri la rete di flusso di Figura 1. Siano  $x[1] \dots x[6]$  le 6 cifre del vostro numero di matricola, da sinistra (più significativa) a destra (meno significativa). Ovvero, se il vostro numero di matricola è 123456,  $x[1] = 1$ ,  $x[2] = 2$ ,  $x[3] = 3$ , etc. Identificare il valore totale del flusso massimo. Nel foglio di consegna, è obbligatorio riportare solo il valore totale del flusso massimo, non è necessario riportare i valori sugli archi o illustrare il procedimento.

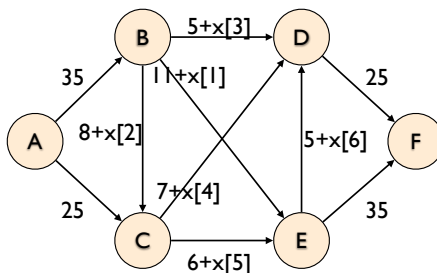


Figura 1: Problema di flusso

### Esercizio 2 – Punti $\geq 6$

Una sequenza di interi  $X = x_1 x_2 \dots x_m$  si definisce ZIG-ZAG se, per  $1 \leq i < m$ ,

$$\begin{aligned} x_i < x_{i+1} & \quad \text{se } i \text{ è dispari} \\ x_i > x_{i+1} & \quad \text{se } i \text{ è pari} \end{aligned}$$

Ad esempio  $X = (3, 8, 1, 5, 2)$  è una sequenza ZIG-ZAG, mentre  $X = (3, 8, 10, 5, 2)$  non lo è. Descrivere ed analizzare un algoritmo che data una sequenza  $Y = y_1 y_2 \dots y_n$  restituisca la lunghezza della più lunga sottosequenza ZIG-ZAG di  $Y$ . Ad esempio, se  $Y = (3, 4, 8, 5, 6, 2)$  allora la lunghezza massima è 5 (ossia la sottosequenza è  $3, 8, 5, 6, 2$  o anche  $4, 8, 5, 6, 2$ ). Discutere correttezza e complessità.

Esiste un algoritmo  $O(n)$  basato su tecnica greedy.

### Esercizio 3 – Punti $\geq 10$

Supponete di avere  $n$  interi positivi, distinti, memorizzati in un vettore  $B[1 \dots n]$ , che rappresentano tagli di banconote, e un valore intero positivo  $T$ , che rappresenta un resto da dare. Scrivere un algoritmo che *conta* il numero totale di modi diversi per restituire questo resto, sommando un numero qualsiasi di banconote. Discutere correttezza e complessità.

Ad esempio: Supponiamo di avere banconote da 1, 2, 5 euro e di dover dare un resto di 4 euro. I modi diversi di dare questo resto sono:

$$\{1 + 1 + 1 + 1\}, \{1 + 1 + 2\}, \{2 + 2\}$$

Notare che  $\{2 + 1 + 1\}$  e  $\{1 + 2 + 1\}$  non contano come modi diversi perchè sono permutazioni della seconda.

Notare che è possibile rispondere 0; per esempio se ho una banconota da 5 e devo dare resto 7.

E' possibile risolvere il problema tramite backtrack, ma la programmazione dinamica è applicabile in questo caso.

### Esercizio 4 – Punti $\geq 10$

Siano  $X[1 \dots n]$  e  $Y[1 \dots n]$  due vettori, ciascuno contenente  $n$  interi già ordinati. Scrivere un algoritmo che trovi i valori mediani dei  $2n$  elementi dei vettori  $X$  e  $Y$  presi insieme. Usiamo il plurale perchè essendo  $2n$  pari, è possibile definire *due* valori mediani. Discutere correttezza e complessità.

Tramite un algoritmo divide-et-impera, è possibile trovare la mediana in tempo  $O(\log n)$ . Algoritmi meno efficienti verranno considerati ma non valutati con punteggio pieno.