

## ***Algoritmi e Strutture Dati - 02/09/13***

### **Esercizio 1 – Punti $\geq 6$**

Si consideri un gruppo di  $n = 2^k$  persone, ognuna delle quali conosce un segreto distinto. Ad ogni turno, ogni persona può spedire un solo messaggio ad un'altra persona di sua scelta, contenente tutti i segreti che conosce. Lo scopo è far sì che tutti vengano a conoscenza di tutti i segreti.

Ad esempio, supponendo  $n = 2$ , nel turno 1 la prima persona può spedire il proprio segreto alla seconda, e contemporaneamente la seconda può spedire il proprio segreto alla prima. Sono quindi necessari 1 turno e 2 messaggi affinché  $n = 2$  persone conoscano i segreti di tutti.

Calcolare i migliori limiti inferiore e superiore al numero di messaggi che è necessario spedire affinché tutti conoscano i segreti di tutti. Calcolare i migliori limiti inferiore e superiore al numero di turni che è necessario eseguire affinché tutti conoscano i segreti di tutti.

In entrambi i casi, giustificare la risposta.

### **Esercizio 2 – Punti $\geq 6$**

Scrivere un algoritmo che, preso in input un albero binario di ricerca  $T$  in cui i nodi sono associati ad una variabile *color*, restituisce **true** se e solo se  $T$  è un albero red-black. Discutere la complessità dell'algoritmo proposto.

### **Esercizio 3 – Punti $\geq 6$**

Scrivere un algoritmo efficiente che, dato in input un grafo non orientato  $G = (V, E)$ , un nodo  $r \in V$  e un intero  $d > 0$ , restituisce il numero di nodi che si trovano a distanza minore o uguale di  $d$  da  $r$ . La distanza è misurata in numero di archi. Discutere la complessità dell'algoritmo proposto.

### **Esercizio 4 – Punti $\geq 12$**

Dati  $n$  dadi, con il dado  $i$ -esimo dotato di  $F[i]$  facce numerate da 1 a  $F[i]$ , trovare il numero di modi diversi con cui è possibile ottenere una certa somma  $X$  sommando i valori di tutti i dadi. Ad esempio, avendo due dadi a quattro facce numerati da 1 a 4, il valore 7 è ottenibile in un solo modo non contando le possibili permutazioni:  $3 + 4$ . Avendo tre dadi sempre a 4 facce, il valore 6 è ottenibile in tre modi diversi non contando le possibili permutazioni:  $1 + 1 + 4$ ,  $1 + 2 + 3$ ,  $2 + 2 + 2$ .