

## ***Algoritmi e Strutture Dati - 08/01/18***

**Esercizio -1** Iscriversi allo scritto entro la scadenza. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna su tutti i fogli da consegnare. Consegnare foglio A4 e foglio protocollo di bella. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

### **Esercizio 1 – Punti $\geq 6$**

Trovare i limiti superiore e inferiori più stretti possibili per la seguente equazione di ricorrenza, utilizzando il metodo di sostituzione:

$$T(n) = \begin{cases} 16T(\lfloor n/4 \rfloor) + 256T(\lfloor n/16 \rfloor) + n^2\sqrt{n} & n \geq 16 \\ 1 & n < 16 \end{cases}$$

### **Esercizio 2 – Punti $\geq 6$**

Si consideri un grafo orientato  $G = (V, E)$  non pesato contenente  $n$  nodi, rappresentato tramite matrice di adiacenza. Scrivere un algoritmo **traspose(boolean[][] M, int n)**, che trasforma il grafo nel suo grafo trasposto. L'algoritmo deve operare "sul posto", ovvero (1) deve modificare la matrice di input  $M$ , (2) *senza allocare/copiare un'altra matrice o un altro vettore*.

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

### **Esercizio 3 – Punti $\geq 10$**

Nel 2017, New York ha festeggiato il numero più basso di omicidi degli ultimi 60 anni - solo 285! Bill de Blasio, sindaco di NY, è curioso: qual è stato il periodo di 7 giorni consecutivi con il più alto numero di omicidi? Oppure 50 giorni? Oppure 36 ore?

Per soddisfare la curiosità di de Blasio, ti è stato chiesto di scrivere una funzione che prenda in input:

- un vettore  $A$  di  $n$  interi positivi, dove  $A[i]$  rappresenta l'istante temporale in cui è stato registrato l' $i$ -esimo omicidio, misurato come numero intero di minuti trascorsi dalla scoperta dell'isola di Manhattan (3/9/1609). Gli omicidi sono memorizzati in *ordine cronologico*, ovvero *il vettore è ordinato*. Nota: nello stesso minuto, possono essere stati registrati più omicidi.
- un valore intero  $t$ , che rappresenta la lunghezza del periodo temporale considerato, misurato in numero di minuti.

Scrivere un algoritmo **maxCrime(int[] A, int n, int t)** che prenda in input il vettore degli istanti temporali e il parametro  $t$  e restituisca il numero massimo di omicidi scoperti in un qualsiasi periodo di  $t$  minuti consecutivi. Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

Esempio: se  $A = [10, 17, 19, 23, 24, 26]$  e  $t = 4$ , l'algoritmo restituisce 3, in quanto il periodo lungo 4 minuti con il maggior numero di omicidi è compreso fra 23 e 26 (infatti, 26-23+1).

### **Esercizio 4 – Punti $\geq 12$**

Un *alberobello* è un albero binario i cui nodi hanno esattamente 0 oppure 2 figli. I nodi interni di un alberobello sono marcati con la lettera **I**, mentre le foglie sono marcate con la lettera **L**.

Scrivere un algoritmo **nicetree(ITEM[] S, int n)** che prende in input una stringa di  $n$  caratteri che rappresenta la visita in profondità *anticipata* dell'albero (pre-order), e restituisca l'altezza dell'albero.

Discutere corettesza e complessità dell'algoritmo proposto.

Esempio, "ILIILLL" è la visita in profondità anticipata dell'albero rappresentato in figura, che ha altezza pari a tre.

