

## *Algoritmi e Strutture Dati - 08/06/17*

**Esercizio -1** Iscrivarsi allo scritto entro la scadenza. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna su tutti i fogli da consegnare. Consegnare foglio A4 e foglio protocollo di bella. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

### **Esercizio 1 – Punti $\geq 6$**

Trovare i limiti superiore e inferiori più stretti possibili per la seguente equazione di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n \leq 1 \\ T(\lfloor n/2 \rfloor) + T(\lfloor n/4 \rfloor) + n & \text{se } n > 1 \text{ e } n \text{ è divisibile per 4 ma non per 81} \\ T(\lfloor n/9 \rfloor) + T(\lfloor n/81 \rfloor) + \sqrt{n} & \text{se } n > 1 \text{ e } n \text{ è divisibile per 81} \\ \log n & \text{altrimenti} \end{cases}$$

### **Esercizio 2 – Punti $\geq 8$**

Scrivere un algoritmo che prenda in input un grafo orientato, e restituisca

- 0 se non è possibile individuare un ordinamento topologico del grafo,
- 1 se esiste un solo ordinamento topologico,
- 2 se esistono più ordinamenti topologici.

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

### **Esercizio 3 – Punti $\geq 7$**

Scrivere un algoritmo che data una coppia di interi  $n, h$ , restituisca il numero di alberi binari strutturalmente diversi contenenti  $n$  nodi e di altezza al più  $h$ . Due alberi binari si dicono "strutturalmente" diversi se disegnando correttamente i figli destri e sinistri, si ottengono figure diverse. Ad esempio, un nodo radice con un figlio destro è diverso da un nodo radice con un figlio sinistro. Entrambi questi alberi hanno altezza 1.

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

### **Esercizio 4 – Punti $\geq 10$**

Alice e Bob devono comunicare in segreto. Bob se ne esce fuori con il seguente codice crittografico: la lettera "A" corrisponde a 1, la lettera "B" corrisponde a 2, la lettera "C" corrisponde a 3 e così via fino a "Z" che corrisponde a 26. Ad esempio, la parola "ACME" è tradotta con "13135". Ma Alice si accorge subito di un problema: il codice non è univoco, ovvero "13135" può essere interpretato anche come "MACE", "MME" e "ACACE".

Scrivere un algoritmo che dato un codice numerico composto da  $n$  cifre rappresentato da un vettore  $T$  di interi, restituisca il numero di modi possibili in cui è possibile interpretare il codice. Se non è possibile interpretare il codice, l'algoritmo deve restituire 0.

Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.