

Cognome:

Nome:

# Matricola:

Riga:

Col:

## ***Algoritmi e Strutture Dati - 6/6/16***

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

### **Esercizio 1 – Punti $\geq 4$**

Trovare limiti superiori e inferiori per la seguente equazione di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} T\left(\frac{1}{10}n\right) + T\left(\frac{5}{6}n\right) + T\left(\frac{1}{16}n\right) + n & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

### **Esercizio 2 – Punti $\geq 6$**

Nell'episodio S03E01 della serie TV "Silicon Valley", la compagnia Hooli (<http://www.hooli.com/>) ha deciso di cancellare un'intera divisione (un manager e tutti i dipendenti sotto di lui) per migliorare i conti.

L'organigramma della compagnia è dato da un albero radicato  $T$ . Ogni nodo rappresenta un dipendente; ogni dipendente  $t$  ha un salario  $t.\text{salario}$  e una produttività  $t.\text{produttivita}$ . Una divisione è costituita da un nodo interno (manager) e da tutti i suoi discendenti.

Si è deciso di cancellare la divisione il cui *profitto totale* (somma delle produttività meno somma del salario di tutti i dipendenti della divisione, compreso il manager) è minore fra tutte le divisioni (può anche essere un valore negativo).

Scrivere un algoritmo che restituisca il *profitto totale* della divisione da cancellare; discuterne correttezza e complessità.

### **Esercizio 3 – Punti $\geq 11$**

La cancellazione di un'intera divisione ha creato un certo malcontento fra i dipendenti di Hooly. Il management ha deciso che è necessario individuare un sottoinsieme di essi e pagarli per spiare gli altri, utilizzando la regola seguente.

Dato l'albero rappresentante l'organigramma, per ogni relazione padre-figlio (ovvero, manager-dipendente diretto) presente nell'albero, almeno uno fra il nodo padre e il nodo figlio deve essere una spia. Visto che pagare le spie costa, il vostro compito è scrivere un algoritmo che restituisca il numero minimo di spie che sono necessarie per soddisfare tale condizione. Discutere correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

### **Esercizio 4 – Punti $\geq 9$**

Si scriva un algoritmo che preso in input  $n$  e  $k$ , restituisca il numero totale di vettori distinti di lunghezza  $n$ , contenenti valori interi compresi fra 1 e  $k$ , ordinati dalla relazione  $\leq$ . Si discuta la correttezza e la complessità dell'algoritmo proposto.

Ad esempio, dati  $n = 4$  e  $k = 3$ , questi sono i possibili vettori ordinati:

```
[1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 2], [1, 1, 1, 3], [1, 1, 2, 2], [1, 1, 2, 3],
[1, 1, 3, 3], [1, 2, 2, 2], [1, 2, 2, 3], [1, 2, 3, 3], [1, 3, 3, 3],
[2, 2, 2, 2], [2, 2, 2, 3], [2, 2, 3, 3], [2, 3, 3, 3], [3, 3, 3, 3]
```

e quindi il valore da restituire è 15.