

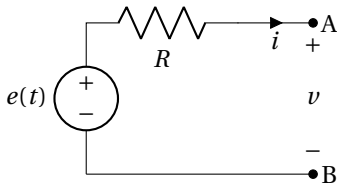
1 Bipoli fondamentali

Un **bipolo ideale** presenta la stessa intensità di corrente ai terminali e la tensione è indipendente dal percorso compiuto: è descritto da una sola tensione ed una sola corrente. $f(v(t), i(t)) = 0$ è detta **equazione caratteristica** del bipolo.

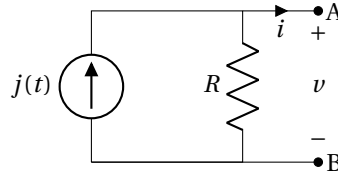
Bipolo passivo: bipolo che non sono in grado di erogare più energia elettrica di quanto assorbita in precedenza. Gli unici **bipoli attivi** sono i generatori.

1.1 Bipoli Statici

- Resistore: $v = Ri$
- GIT: $v = e(t)$
- Corto Circuito: $v = 0$
- GRT: $v = e(t) - Ri$ C.G.



- Interruttore:
- GIC: $i = j(t)$
- C. Aperto: $i = 0$
- GRC: $i = j(t) - Gv$ C.G.



1.2 Bipoli Dinamici

Condensatore:

- $i(t) = C \frac{dv}{dt}$
- $v(t) = v(t_0) + 1/C * \int_{t_0}^t i(t) dt$
- $\dot{Z}_C = jX_C = -\frac{j}{\omega C}$
- $X_C = -\frac{1}{\omega C}$

Dove:

- $\dot{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = R + jX$ è detta **Impedenza**.
- $\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}}$ è detta **Ammettenza**.

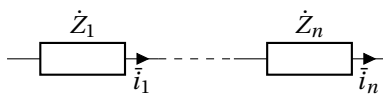
Induttore:

- $v(t) = L \frac{di}{dt}$
- $i(t) = i(t_0) + 1/L * \int_{t_0}^t v(t) dt$
- $\dot{Z}_L = jX_L = j\omega L$
- $X_L = \omega L$

- $\Im(\dot{Z}) = X$ è detta **Reattanza**
- $\Re(\dot{Z}) = R$ è detta **Resistenza**

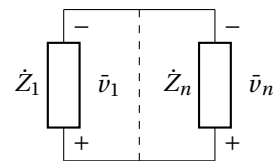
2 Circuiti Equivalenti

2.1 Bipolo "Serie"



- $\dot{Z}_{eq} = \sum_{k=1}^n \dot{Z}_k$
- $\bar{i}_1 = \dots = \bar{i}_n$
- $\bar{v}_k = \frac{\dot{Z}_k}{\sum_{h=1}^n \dot{Z}_h} \bar{v}_s$ (+ di \bar{v}_k su + di \bar{v}_s)

2.2 Bipolo "Parallelo"



- $\dot{Y}_{eq} = \sum_{k=1}^n \dot{Y}_k \rightarrow \dot{Z}_{eq} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \dot{Y}_k}$
- $\bar{v}_1 = \dots = \bar{v}_n$
- $\bar{i}_k = \frac{\dot{Y}_k}{\sum_{h=1}^n \dot{Y}_h} \bar{i}_p$ (\bar{i}_k ed \bar{i}_p concordi)
- $\bar{i}_1 = \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \bar{i}_p$ ($n = 2$)

2.3 Th. Thevenin

BLS controllabile in **corrente**:

1. $BLS \iff GRT$
2. $e(t) = e_0(t)$ "Tensione a vuoto"
3. $R_{eq} = R_{eq0}$ di BLS_0

Procedimento:

1. sostituire BLS con GRT (o GRC)
2. spegnere i generatori e trovare R_{eq0} di BLS_0
3. trovare $e_0(t)$ (oppure $j_0(t)$) di BLS

2.4 Th. Norton

BLS controllabile in **tensione**:

1. $BLS \iff GRC$
2. $j(t) = j_0(t)$ "Corrente di cortocircuito"
3. $G_{eq} = G_{eq0}$ di BLS_0

3 Potenza ed Energia in AC

3.1 Potenza Istantanea

$$p^a(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\phi_V - \phi_I) + \cos(2\omega t + \phi_V + \phi_I)]$$

In regime sinusoidale la **potenza istantanea** è somma di un primo termine **costante** ed un secondo **fluttuante** a pulsazione 2ω .

3.2 Potenza Media

$$P_M^a = \frac{1}{T} \int_0^T p^a(t) dt = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\phi_V - \phi_I) = \Re(\dot{S})$$

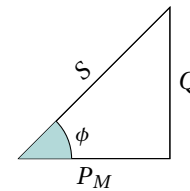
La **potenza media** coincide proprio con il **termine costante** della potenza istantanea ($p^a(t)$).

$\cos(\phi_V - \phi_I) = \cos(\phi)$ è detto **fattore di potenza**.

3.3 Potenza Complessa

$$\dot{S} = \frac{1}{2} \tilde{V} \tilde{I}^* = P_M + jQ = S e^{j\phi}$$

$$\begin{cases} P_M = \Re(\dot{S}) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \phi & \text{Potenza Media} \\ Q = \Im(\dot{S}) = \frac{1}{2} V_m I_m \sin \phi & \text{Potenza Reattiva} \\ S = |\dot{S}| = \frac{1}{2} V_m I_m & \text{Potenza Apparente} \end{cases}$$



⚠ La potenza apparente non si conserva!

In caso di **valori efficaci (o RMS)** alle varie potenze bisogna rimuovere il fattore moltiplicativo $\frac{1}{2}$ (dato che in RMS: $\dot{S} = \tilde{V} \tilde{I}^*$) e considerare come ampiezze $A_{eff} = \frac{A_m}{\sqrt{2}}$.

Dato che $\dot{Z} = \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}}$, la potenza complessa può essere calcolata anche usando la formula: $\dot{S} = \frac{1}{2} * \dot{Z} * I_m^2$.
Analogamente considerando i **valori efficaci**: $\dot{S} = \dot{Z} * I_{eff}^2$

3.4 Sfasamento tensione - corrente

Nei circuiti AC, nonostante corrente e tensione abbiano la stessa frequenza, normalmente risultano **sfasate**. I carichi induttivi e capacitivi sono la causa dello sfasamento.

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_V)$$

$$I(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_I)$$

L'angolo $\phi = \phi_V - \phi_I$ rappresenta il ritardo della corrente rispetto alla tensione:

Tipo di circuito	ϕ	Forma dell'impedenza	R/A
Resistivi	$\phi = 0$	$\dot{Z} = R$	$v(t)$ ed $i(t)$ in fase
Induttivi	$\phi = \frac{\pi}{2}$	$\Im(\dot{Z}) > 0$	$i(t)$ in ritardo
Capacitivi	$\phi = -\frac{\pi}{2}$	$\Im(\dot{Z}) < 0$	$v(t)$ in anticipo

3.5 Ottimizzazione energetica

Per evitare sprechi energetici è essenziale ottimizzare la trasmissione dell'energia elettrica. La stessa linea di trasmissione, dotata di resistenza interna, assorbe una certa parte della potenza erogata dal generatore per **effetto Joule**. Per ottimizzare il trasporto di energia è essenziale diminuire la potenza assorbita dai vari componenti:

1. ridurre la corrente che circola nel circuito massimizzando il fattore di potenza (tecnica del **rifasamento**);
2. ridurre la corrente che circola nel circuito aumentando la tensione mediante l'utilizzo di trasformatori;
3. ridurre la resistenza complessiva del circuito aumentando la sezione dei conduttori o usando sistemi a più conduttori.

3.6 Rifasamento

Il **rifasamento** è una tecnica di ottimizzazione del trasporto energetico che consente di minimizzare la corrente nel circuito (e quindi la potenza assorbita), mediante la massimizzazione del **fattore di potenza** $\cos(\phi)$.

$$I = \frac{P_M}{V \cos \phi}$$

Per $\cos \phi = 1$ il denominatore è massimo, pertanto la corrente è **minima**:

$$\cos \phi = 1 \Rightarrow I = \frac{P}{V} = I_{min}$$

$\cos \phi = 1$ rappresenta idealmente la **massima efficienza** possibile data da un carico puramente **resistivo**, ovvero quando la potenza reattiva complessiva è nulla ($Q = 0$):

$$Q = 0 \Rightarrow I = I_{min}$$

Il **rifasamento** consiste pertanto nella riduzione della **potenza reattiva** Q al fine di diminuire il più possibile l'intensità di corrente nel circuito. Ciò si ottiene collegando un **condensatore** (di rifasamento) in parallelo al circuito in quanto, per definizione, il condensatore è caratterizzato da potenza reattiva negativa.

$$Q_C = Q' - Q$$

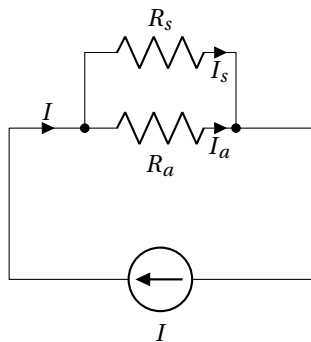
$$X_C = \frac{V^2}{|Q_C|} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C}$$

4 Strumenti di misura

4.1 Definizioni

- **Sensibilità:** valore minimo misurabile
- **Accuratezza:** vicinanza al valore vero
- **Precisione:** capacità di rimisurare lo stesso valore
- **Portata:** valore massimo misurabile
- **Incertezza:** indicazione quantitativa della qualità del risultato di una misura. E' un parametro che indica il range all'interno del quale il valore vero si trova.

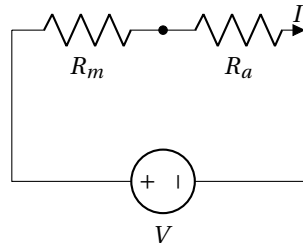
4.2 Amperometro



Un **amperometro magnetoelettrico** si realizza collegando in **parallelo** ad un milliamperometro, una resistenza di **shunt** R_s la quale deve essere piu' **piccola** possibile.

$$\begin{cases} R_s I_s = R_a I_a \\ I_s = I - I_a \end{cases} \Rightarrow R_s = \frac{R_a I_a}{I - I_a}$$

4.3 Voltmetro



Un **voltmetro magnetoelettrico** si realizza collegando in **serie** ad un milliamperometro, una resistenza R_m la quale deve essere la piu' **grande** possibile.

$$V = V_a + V_m = I(R_a + R_m) \Rightarrow R_m = \frac{V}{I} - R_a$$

4.4 Misura dell'incertezza:

TIPO A

Valutata statisticamente mediante misurazioni ripetute. Procedimento:

1. Media: $X_e = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$
2. Dev. std: $s = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} * \sum_{k=1}^N (X_k - X_e)^2}$
3. Incertezza: $u_A = \frac{s}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} * \sum_{k=1}^N (X_k - X_e)^2}$

Una volta determinati tutti i contributi bisogna combinarli in un'unica espressione:

$$\text{Incertezza Complessiva: } u = \sqrt{u_1^2 + \dots + u_n^2}$$

Il valore della misura si esprime nella forma: $x = x_e \pm u$. Per aumentare la probabilità che il valor vero rientri nell'intervallo $x \in [x_e - u; x_e + u]$ è necessario moltiplicare l'incertezza u per un **fattore di copertura** k :

$$\text{Incertezza estesa: } U = k * u$$

TIPO B

Le informazioni sull'incertezza provengono da altre vie, come la documentazione dello strumento usato.

$$u_B = \sqrt{\sigma^2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Dove a rappresenta lo scostamento.