

# Vértices fortemente cospectrais em árvores.

Semana do  
Conhecimento  
Ufmg 2022

UFMG, 95; Brasil, 200:  
interseções



# Introdução e Objetivos

Teoria Espectral de Grafos

Computação quântica

Árvores

Demonstrar que não existe árvore com mais de dois vértices fortemente cospectrais

**Semana do  
Conhecimento  
Ufmg 2022**

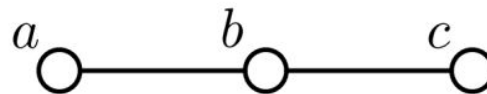
UFMG, 95; Brasil, 200:  
interseções

# Metodologia

Grafos e Árvores

Matriz de Adjacência

Decomposição espectral



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sqrt{2} \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2} & 1 \\ \sqrt{2} & 2 & \sqrt{2} \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix} + 0 \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \sqrt{2} \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{2} & 1 \\ -\sqrt{2} & 2 & -\sqrt{2} \\ 1 & -\sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$$

**Semana do  
Conhecimento  
Ufmg 2022**

UFMG, 95; Brasil, 200:  
interseções

# Metodologia

Para dois vértices **a** e **c** serem fortemente cospectrais, precisamos que, em cada idempotente, as entradas **(a, a)** sejam iguais às entradas **(c, c)** e que as colunas **a** sejam paralelas às colunas **c**.

$$\frac{1}{4} \begin{pmatrix} \textcircled{1} & \sqrt{2} & 1 \\ \sqrt{2} & 2 & \sqrt{2} \\ 1 & \sqrt{2} & \textcircled{1} \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \textcircled{1} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \textcircled{1} \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \textcircled{1} & -\sqrt{2} & 1 \\ -\sqrt{2} & 2 & -\sqrt{2} \\ 1 & -\sqrt{2} & \textcircled{1} \end{pmatrix}$$

# Resultados e Conclusões

Conseguimos demonstrar que não existem árvores com mais de dois vértices fortemente cospectrais.

Grafos com conjuntos arbitrários de vértices fortemente cospectrais, mas nenhum conjunto entre árvores.

Espectro de árvores possui um comportamento diferente dos demais grafos.