

# FORECASTING

## SERIES DE TIEMPO

# LECCIÓN 8

Applied Mathematics and Actuary Training



## FORECASTING

Lección 8 – Modelando Volatilidad

# MODELOS ESTOCÁSTICOS

## MODELO ARCH SIMPLE

Varianza que  
**no es constante**  
en el tiempo



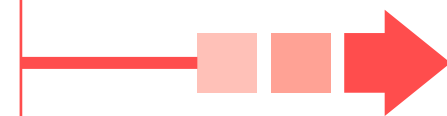
Serie de tiempo  
**HETEROCEDÁSTICA**

Varianza  
**Correlacionada con**  
el tiempo



Serie de tiempo  
**HETEROCEDÁSTICA  
CONDICIONAL**

Modelo Autorregresivo  
Heterocedástico  
Condicional de orden 1:  
***ARCH(1)***



Modelo que **permite**  
**cambios** condicionales en  
la **varianza**

- Una serie  $\{\epsilon_t\}$  con media  $\mu_\epsilon = 0$  es heterocedástica condicional autorregresiva de primer orden si:

$$\epsilon_t = w_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2}$$

$w_t$ : Ruido Blanco  $\mu = 0$  ;  $\sigma^2 = 1$

*¿Cómo se introduce la volatilidad?*

$$Var(\epsilon_t) = E[(\epsilon_t - \mu_\epsilon)^2]$$

$$= E[\epsilon_t^2]$$

$$= E \left[ \left( w_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2} \right)^2 \right]$$

$$= E[w_t^2] E[\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2]$$

$$= \alpha_0 + \alpha_1 E[\epsilon_{t-1}^2]$$

$$= \alpha_0 + \alpha_1 Var[\epsilon_{t-1}]$$

$\therefore$  La varianza de un proceso ARCH(1) se comporta como una serie AR(1)

*¿Cómo se aplica?*

En una serie “preblanqueada” de residuos que ya no contenga tendencias ni cambios estacionales. Por ejemplo, tras ajustar satisfactoriamente un modelo SARIMA

# MODELOS ESTOCÁSTICOS

## MODELO ARCH GENERALIZADO

Modelo Autorregresivo  
Heterocedástico  
Condicional de orden p:  
***ARCH(p)***

Extensión de **ARCH(1)** que  
permite lags adicionales

- Una serie  $\{\epsilon_t\}$  con media  $\mu_\epsilon = 0$  es heterocedástica condicional autorregresiva de orden p si:

$$\epsilon_t = w_t \sqrt{\alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2}$$

$w_t$ : Ruido Blanco  $\mu = 0$  ;  $\sigma^2 = 1$

Modelo Autorregresivo Heterocedástico  
Condicional Generalizado de orden q,p:  
***GARCH(q, p)***

- Una serie  $\{\epsilon_t\}$  con media  $\mu_\epsilon = 0$  es heterocedástica condicional autorregresiva generalizada de orden q, p si:

$$\epsilon_t = w_t \sqrt{h_t}$$

Donde:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}$$

***¿Cómo se aplican?***

En una serie “preblanqueada” de residuos que ya no contenga tendencias ni cambios estacionales. Por ejemplo, tras ajustar satisfactoriamente un modelo SARIMA

# FORECASTING

## SERIES DE TIEMPO

Modelando Volatilidad | Lección 8