FORECASTING

SERIES DE TIEMPO

LECCIÓN 9

Applied Mathematics and Actuary Training

LECCIÓN 9

Applied Mathematics and Actuary Training

FORECASTING

Lección 9 – Introducción a Series Multivariadas

AMAT

CAUSALIDAD DE GRANGER

Imaginemos un modelo de regresión

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \epsilon_t$$

y_t es la variable **dependiente/pronosticada**

x_t es la variable **independiente/explicativa**

Suena razonable decir que x causa a y

Sin embargo, la **causalidad** puede ir **en cualquier dirección, o en ambas, o en ninguna**

En series de tiempo
Podemos aprovechar que
El tiempo no corre hacia atrás

Eventos Pasados $\xrightarrow{\text{Pueden causar}}$ Eventos Futuros

Eventos Futuros $\xrightarrow{\text{No pueden causar}}$ Eventos Pasados

Causalidad de Granger solo es relevante en series de tiempo

En el sentido de Granger x causa a y → Si valores pasados de x Ayudan a explicar a y

Esto no garantiza que x causa a y
Pero sugiere al menos que x podría estar causando a y

Por ejemplo, sean dos series estacionarias $\{x_t\}$; $\{y_t\}$ que pueden ser modeladas como:

$$y_t = \phi_1 + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} + \beta x_{t-1} + \cdots + \beta_q x_{t-q} + \epsilon_t$$

$\{x_t\}$ causa a $\{y_t\}$ en el sentido de Granger si algún coeficiente $\beta_i \neq 0$

MODELOS ESTOCÁSTICOS
MODELOS VAR

Si queremos comprobar la dirección de la causalidad → Modelo Vectorial Autorregresivo ***VAR***

- Estas dos ecuaciones conforman un modelo VAR:

$$y_t = \phi_1 + \alpha_{11} y_{t-1} + \cdots + \alpha_{1p} y_{t-p} + \beta_{11} x_{t-1} + \cdots + \beta_{1q} x_{t-q} + \epsilon_{1t}$$

$$x_t = \phi_1 + \alpha_{21} y_{t-1} + \cdots + \alpha_{2p} y_{t-p} + \beta_{21} x_{t-1} + \cdots + \beta_{2q} x_{t-q} + \epsilon_{2t}$$

- La primera prueba si **X causa a Y en el sentido de Granger**
- La segunda si **Y causa a X en el sentido de Granger**.

NOTA: Los coeficientes tienen subíndices que indican en qué ecuación se encuentran

Variables VAR deben ser estacionarias.

Si hay raíces unitarias, se toman diferencias y que el modelo incluya los cambios

El modelo VAR puede extenderse a **Múltiples Variables**

ESTABILIDAD DEL MODELO
ESTACIONARIEDAD

- Consideremos el modelo VAR:

$$y_t = 0.3y_{t-1} + 0.8x_{t-1} + \epsilon_{1t}$$

$$x_t = 0.9y_{t-1} + 0.4x_{t-1} + \epsilon_{2t}$$

- Podemos verlo de forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.8 \\ 0.9 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

- El modelo VAR será estacionario/estable si los eigenvalores λ de la matriz de coeficientes son menores a 1

Para calcular los eigenvalores requerimos el determinante de:

$$\begin{vmatrix} 0.3-\lambda & 0.8 \\ 0.9 & 0.4-\lambda \end{vmatrix} = (0.3-\lambda)(0.4-\lambda) - (0.9)(0.8)$$

$$= 0.12 - 0.3\lambda - 0.4\lambda + \lambda^2 - 0.72$$

$$= \lambda^2 - 0.7\lambda - 0.6$$

Chicharrón:

$$\lambda_1 = \frac{-(-0.7) + \sqrt{(0.7)^2 - 4(1)(-0.6)}}{2(1)} = 1.2$$

$$\lambda_2 = \frac{-(-0.7) - \sqrt{(0.7)^2 - 4(1)(-0.6)}}{2(1)} = -0.5$$

Debido a que $\lambda_1 > 1$ este sistema VAR no es estacionario

FORECASTING

SERIES DE TIEMPO

Introducción a Series Multivariadas | Lección 9

LECCIÓN 9