

# FORECASTING

## SERIES DE TIEMPO

# LECCIÓN 9

Applied Mathematics and Actuary Training



## FORECASTING

Lección 9 – Introducción a Series Multivariadas

# CAUSALIDAD DE GRANGER

Imaginemos un modelo de regresión

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \epsilon_t$$

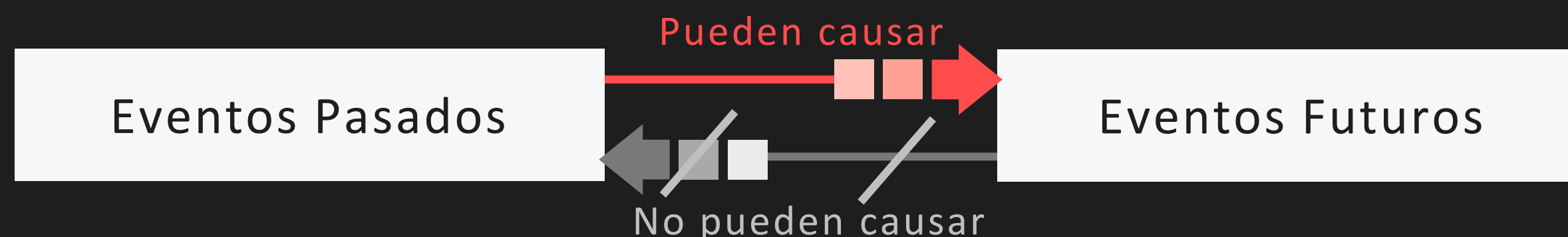
$y_t$  es la variable  
**dependiente/pronosticada**

$x_t$  es la variable  
**independiente/explicativa**

Suena razonable decir que  $x$  causa a  $y$

Sin embargo, la **causalidad** puede ir  
**en cualquier dirección, o en ambas, o en ninguna**

En series de tiempo  
Podemos aprovechar que  
**El tiempo no corre hacia atrás**



**Causalidad de Granger solo es relevante en series de tiempo**

En el sentido de Granger  
 $x$  causa a  $y$

Si valores pasados de  $x$   
Ayudan a explicar a  $y$

Esto no garantiza que  $x$  causa a  $y$   
Pero sugiere al menos que  $x$  podría estar causando a  $y$

Por ejemplo, sean dos series estacionarias  $\{x_t\}$  ;  $\{y_t\}$   
que pueden ser modeladas como:

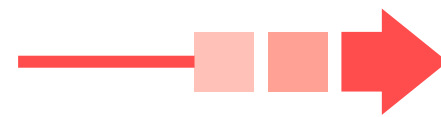
$$y_t = \phi_1 + \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + \beta x_{t-1} + \dots + \beta_q x_{t-q} + \epsilon_t$$

$\{x_t\}$  causa a  $\{y_t\}$  en el sentido de Granger  
si algún coeficiente  $\beta_i \neq 0$

# MODELOS ESTOCÁSTICOS

## MODELOS VAR

Si queremos  
comprobar la dirección  
de la causalidad



Modelo Vectorial  
Autorregresivo  
**VAR**

- Estas dos ecuaciones conforman un modelo VAR:

$$y_t = \phi_1 + \alpha_{11}y_{t-1} + \dots + \alpha_{1p}y_{t-p} + \beta_{11}x_{t-1} + \dots + \beta_{1q}x_{t-q} + \epsilon_{1t}$$

$$x_t = \phi_1 + \alpha_{21}y_{t-1} + \dots + \alpha_{2p}y_{t-p} + \beta_{21}x_{t-1} + \dots + \beta_{2q}x_{t-q} + \epsilon_{2t}$$

- La primera prueba si **X causa a Y** en el sentido de Granger
- La segunda si **Y causa a X** en el sentido de Granger.

*NOTA: Los coeficientes tienen subíndices que indican en qué ecuación se encuentran*

**Variables VAR deben ser estacionarias.**

Si hay raíces unitarias, se toman diferencias y que el modelo incluya los cambios

El modelo VAR  
puede extenderse a  
**Múltiples Variables**

# ESTABILIDAD DEL MODELO ESTACIONARIEDAD

- Consideremos el modelo VAR:

$$y_t = 0.3y_{t-1} + 0.8x_{t-1} + \epsilon_{1t}$$

$$x_t = 0.9y_{t-1} + 0.4x_{t-1} + \epsilon_{2t}$$

- Podemos verlo de forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.8 \\ 0.9 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

- El modelo VAR será estacionario/estable si los eigenvalores  $\lambda$  de la matriz de coeficientes son menores a 1

Para calcular los eigenvalores requerimos el determinante de:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 0.3 - \lambda & 0.8 \\ 0.9 & 0.4 - \lambda \end{vmatrix} &= (0.3 - \lambda)(0.4 - \lambda) - (0.9)(0.8) \\ &= 0.12 - 0.3\lambda - 0.4\lambda + \lambda^2 - 0.72 \\ &= \lambda^2 - 0.7\lambda - 0.6 \end{aligned}$$

Chicharrón:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{-(-0.7) + \sqrt{(0.7)^2 - 4(1)(-0.6)}}{2(1)} = 1.2 \\ \lambda_2 &= \frac{-(-0.7) - \sqrt{(0.7)^2 - 4(1)(-0.6)}}{2(1)} = -0.5 \end{aligned}$$

Debido a que  $\lambda_1 > 1$  este sistema VAR no es estacionario

# FORECASTING

## SERIES DE TIEMPO

Introducción a Series Multivariadas | Lección 9