AMAT

FORECASTING

SERIES DE TIEMPO

LECCIÓN 2

Applied Mathematics and Actuary Training

Applied Mathematics and Actuary Training

FORECASTING

Lección 2 – Nociones Básicas Series de Tiempo

ESTACIONARIEDAD

Serie de tiempo
ESTACIONARIA → Propiedades estadísticas:
NO dependen del tiempo (t)

Media	Varianza	Correlación
Estacionaria en Primer Orden Si su función de media es constante (μ).	La varianza de una serie de tiempo *estacionaria en primer orden es:* $\sigma^2(t) = E[(x_t - \mu)^2]$	Las variables de una serie $(x_t$ y $x_{t-k})$ pueden tener correlación.
Estimamos la media poblacional μ por medio de la **media muestral $\bar{x}$** $\bar{x} = \sum_{t=1}^{n} \frac{x_t}{n}$	Se asume un modelo estacionario en la varianza (σ^2 constante) y **puede ser estimada con**: $Var(x) = \frac{\sum (x_t - \bar{x})^2}{n-1}$	***Estacionaria en Segundo Orden*** si la correlación entre estas depende únicamente del retraso k (lag)

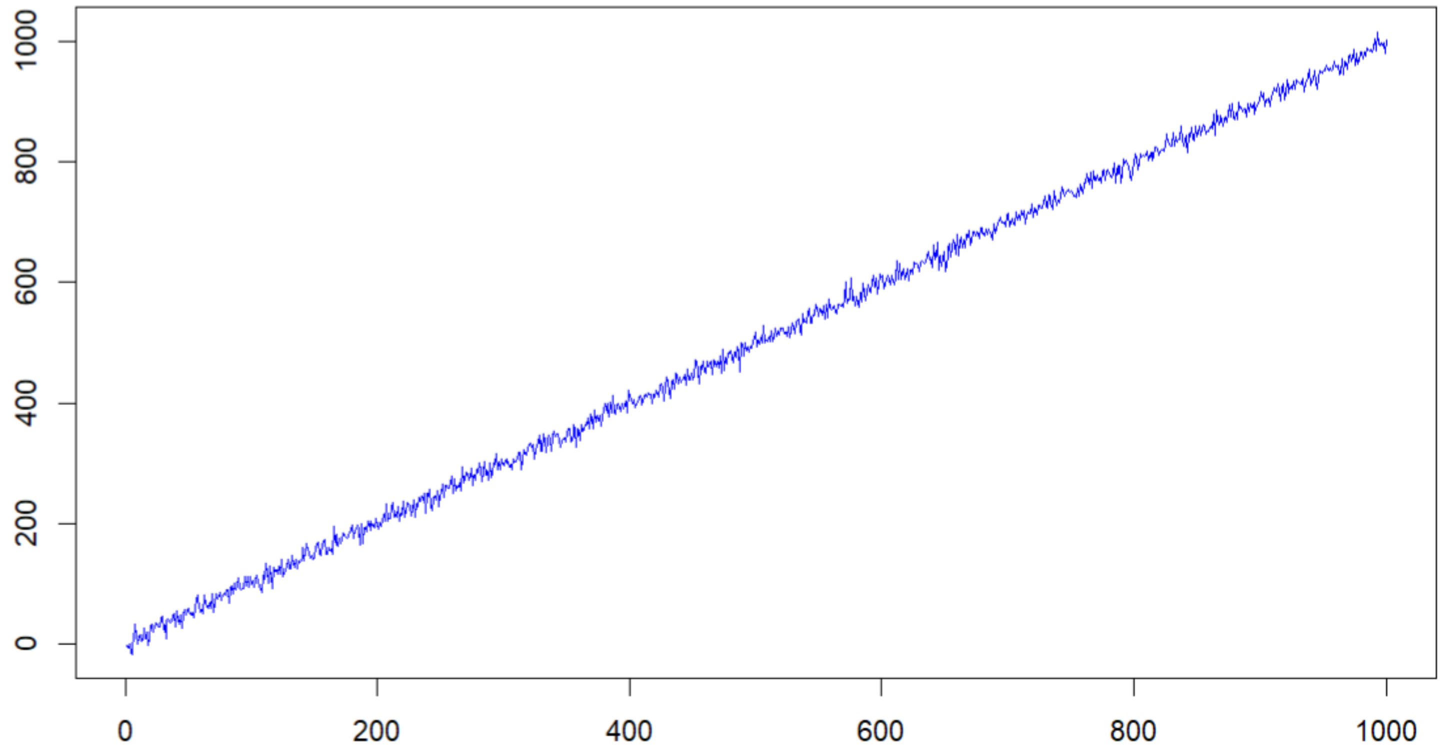
Modelo Ergódico:
$n \to \infty \;\Rightarrow\; \bar{x} \to \mu$

Homocedasticidad:
Varianza Constante

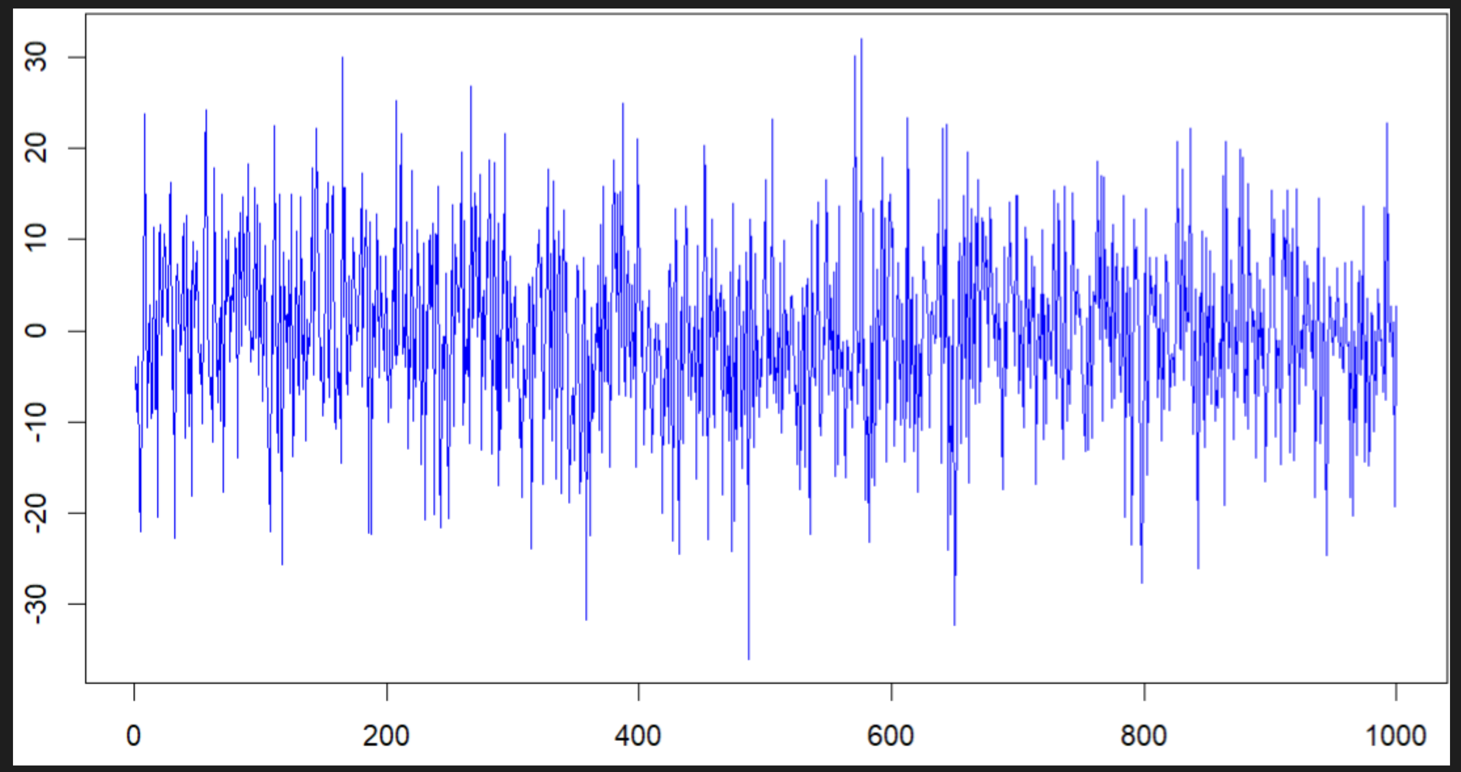
x_t: *Valor observado en la serie a tiempo t*
n : *Número total de observaciones*
μ : *Media constante*
E : *Valor esperado (esperanza)*
x_{t-k}: *Valor observado k pasos antes de t*

AMAT

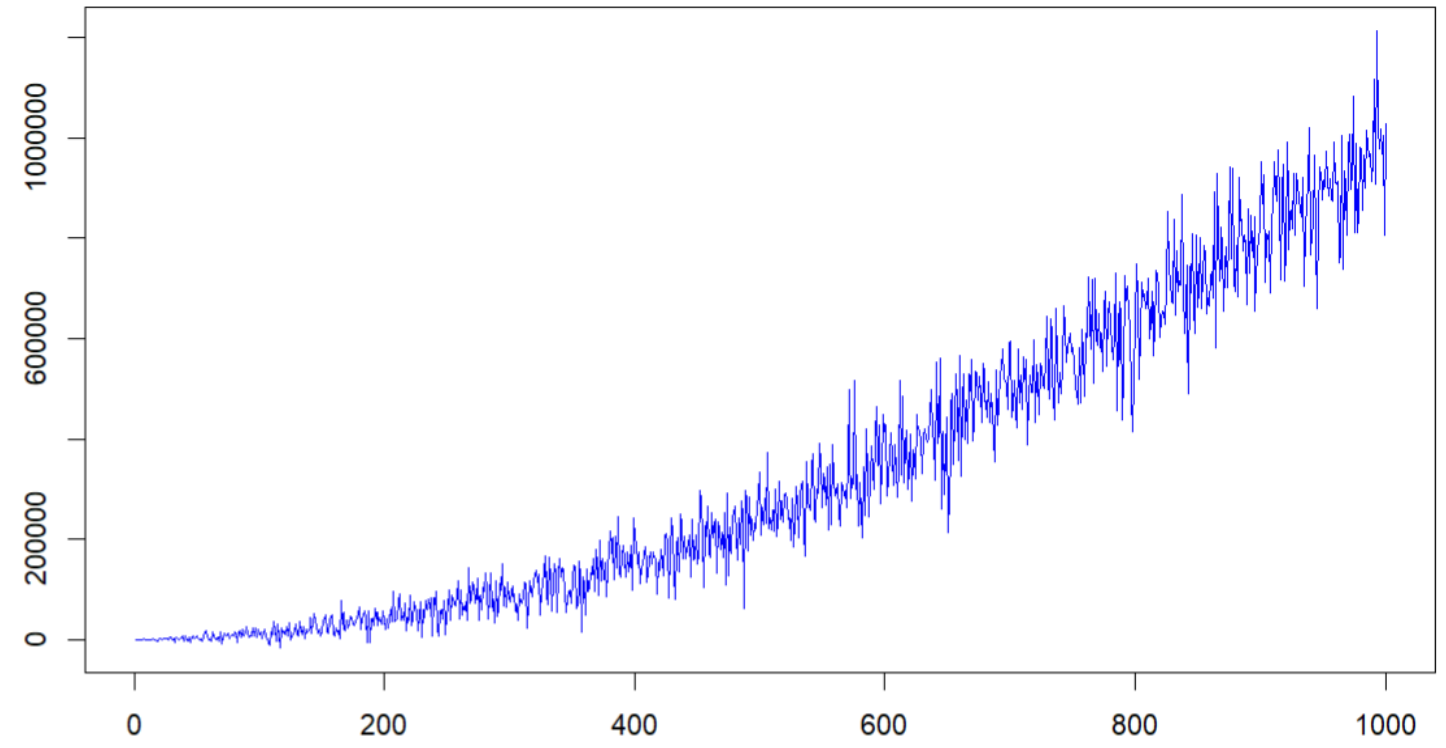
¿ES ESTACIONARIA?



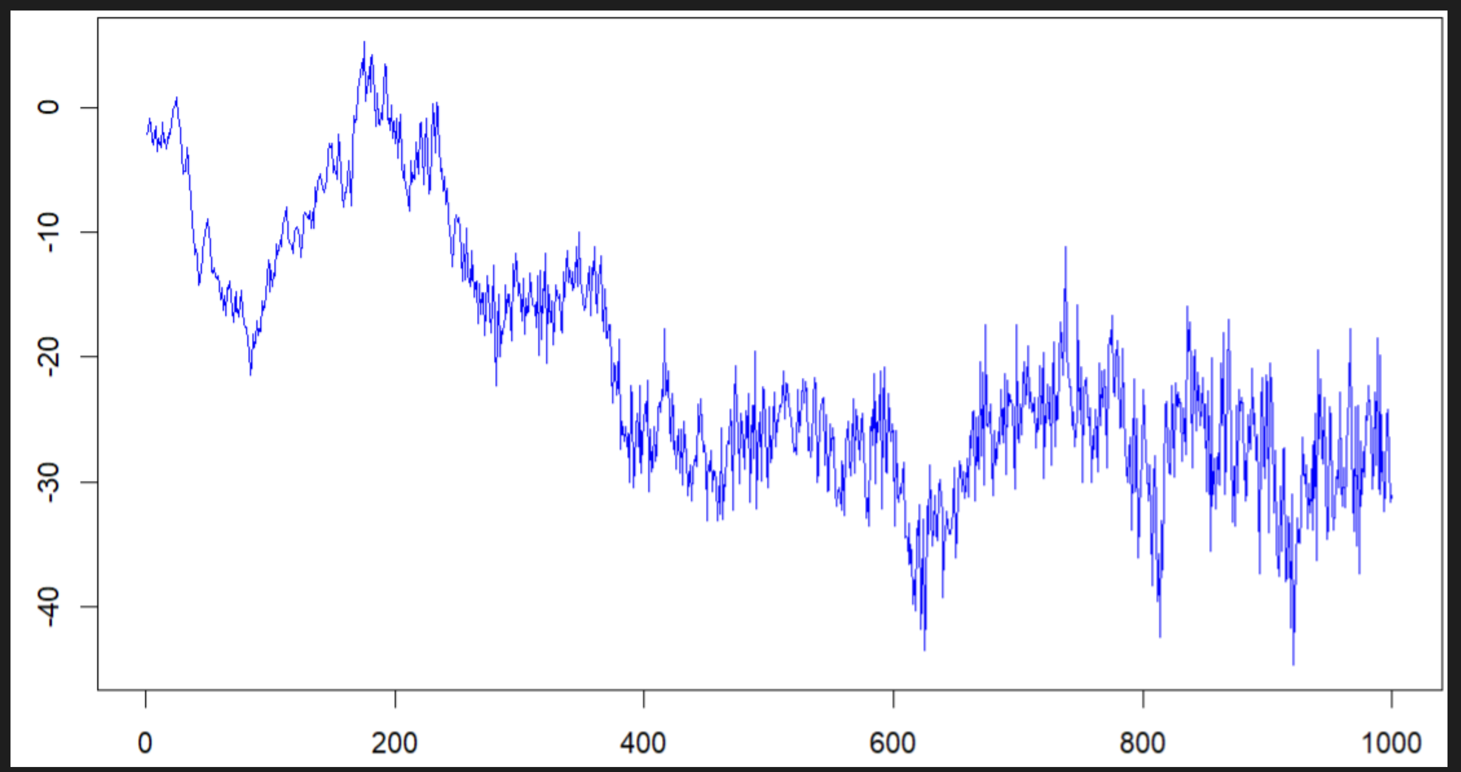
Media: ❌ Varianza: ✅



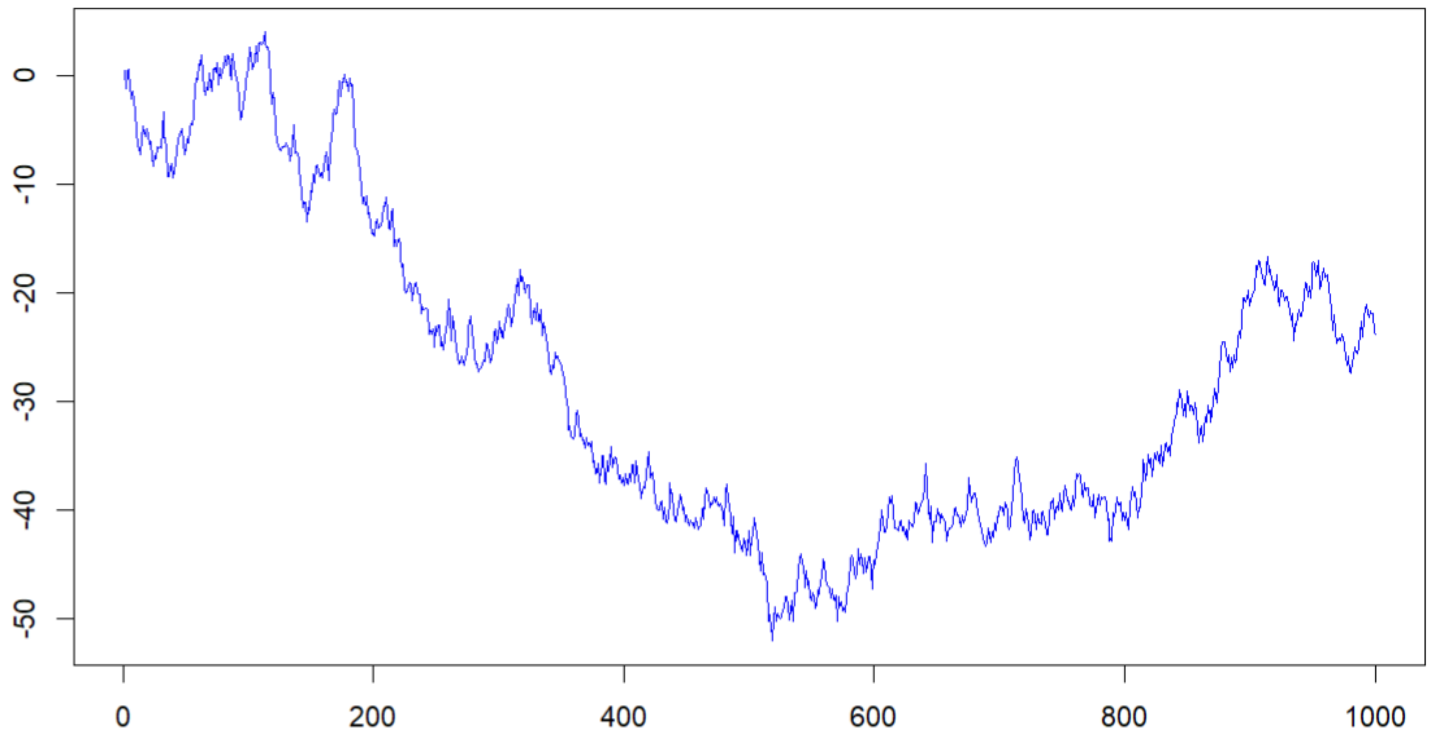
Media: ✅ Varianza: ✅



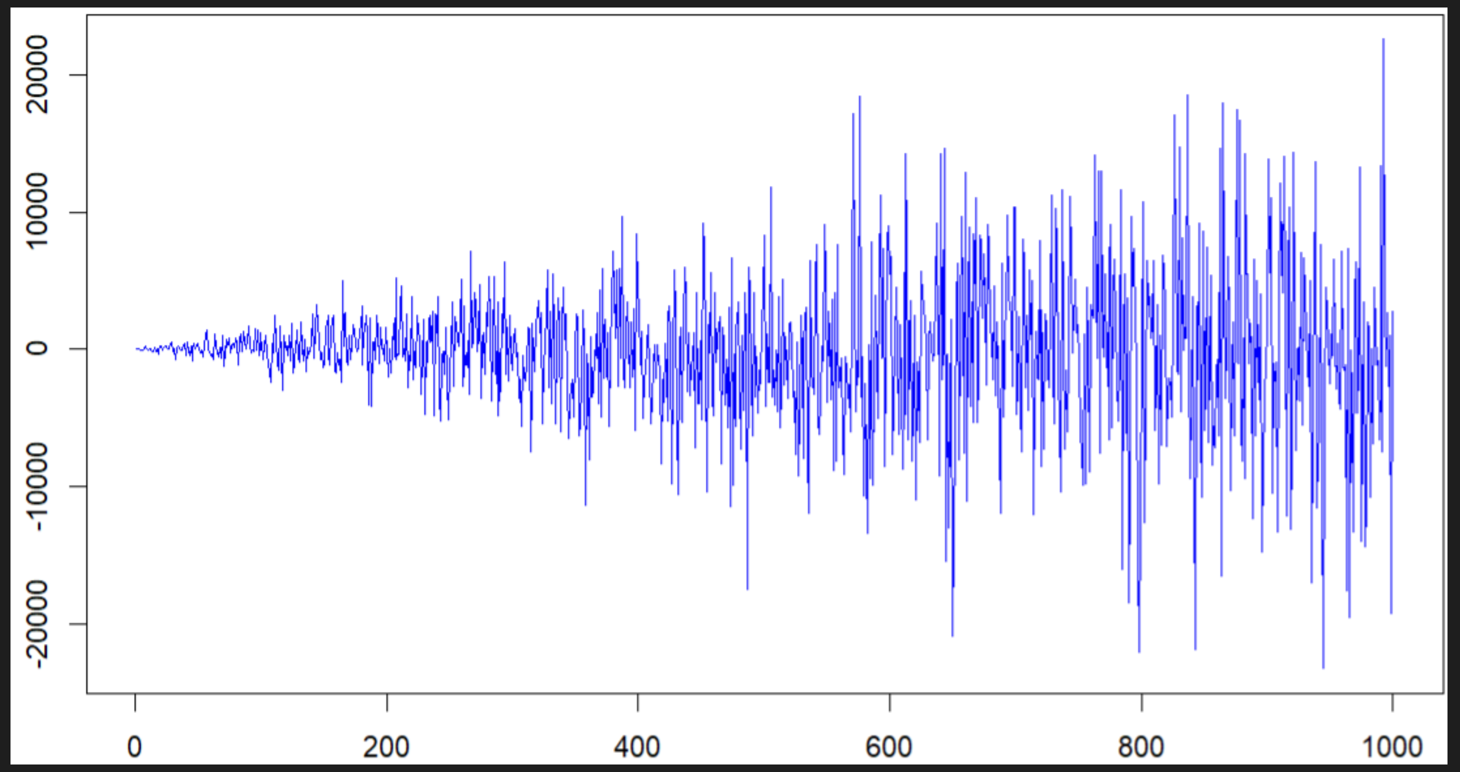
Media: ❌ Varianza: ❌



Media: ❌ Varianza: ❌



Media: ❌ Varianza: ✅



Media: ✅ Varianza: ❌

CORRELACIÓN

Variables de modelos de series de tiempo pueden estar correlacionadas
(Estacionario en segundo orden si esa correlación solo depende de los pasos que las separan)

AUTOCOVARIANZA ***(ACVF)***

$$\gamma_k = E[(x_t - \mu)(x_{t-k} - \mu)]$$

- Covarianza de una variable consigo misma, en diferentes tiempos.
- *IMPORTANTE:* La función no depende de t

AUTOCORRELACIÓN ***(ACF)***

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\sigma^2}$$

NOTA:

$$\rho_0 = \frac{\gamma_0}{\sigma^2} = 1$$

- Correlación de una variable consigo misma, en diferentes tiempos
- Si está presente - Los valores pasados influyen en el actual.
- Contenida entre -1 (negativa perfecta) y +1 (positiva perfecta).

AUTOCORRELACIÓN PARCIAL ***(PACF)***

$$\phi_k = \rho(x_t, x_{t-k} | x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-(k-1)})$$

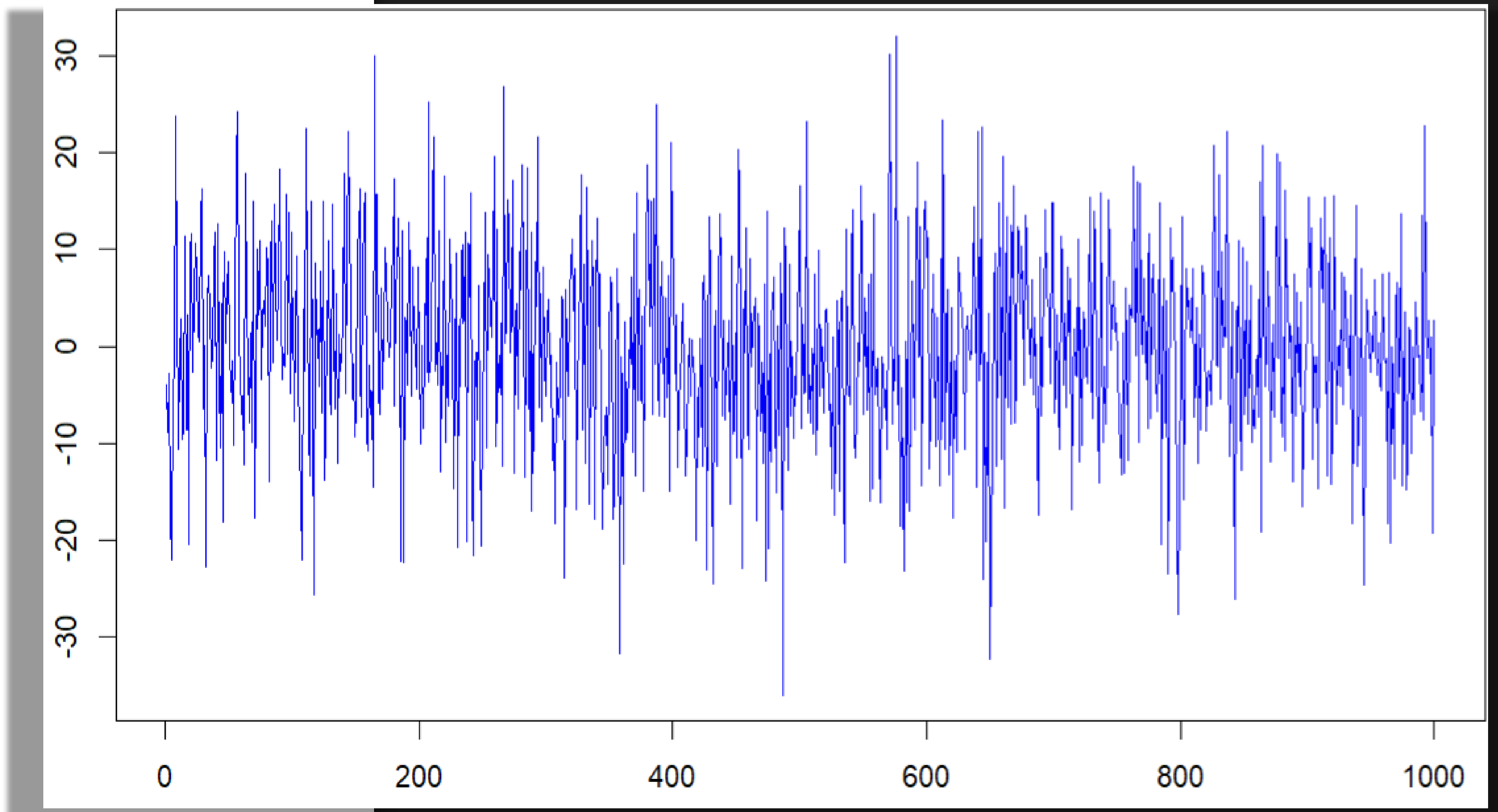
- Autocorrelación después de eliminar el efecto de lags más cortos
- Mide la relación DIRECTA entre x_t y x_{t-k}.
- Excluye la influencia de valores intermedios entre estas dos

AMAT

MODELO BÁSICO
RUIDO BLANCO

Una serie de tiempo $\{w_t\}$ se denomina **ruido blanco discreto** si:

- Sus elementos son independientes e idénticamente distribuidos.
- Su media es $\mu = 0$
- Su varianza σ^2 es constante
- No presenta autocorrelación $\rho_k(w_t) = 0 = Corr(w_t, w_{t-k})$



IMPORTANTE: Una serie de Ruido Blanco es estacionaria por definición.

NOTA: Si $w_t \sim N(0, \sigma^2)$ la serie se conoce como Ruido Blanco Gaussiano

AMAT

MODELO BÁSICO
CAMINATA ALEATORIA

Una serie de tiempo $\{x_t\}$ se denomina **caminata aleatoria** si:

Cada elemento x_t es una combinación entre:

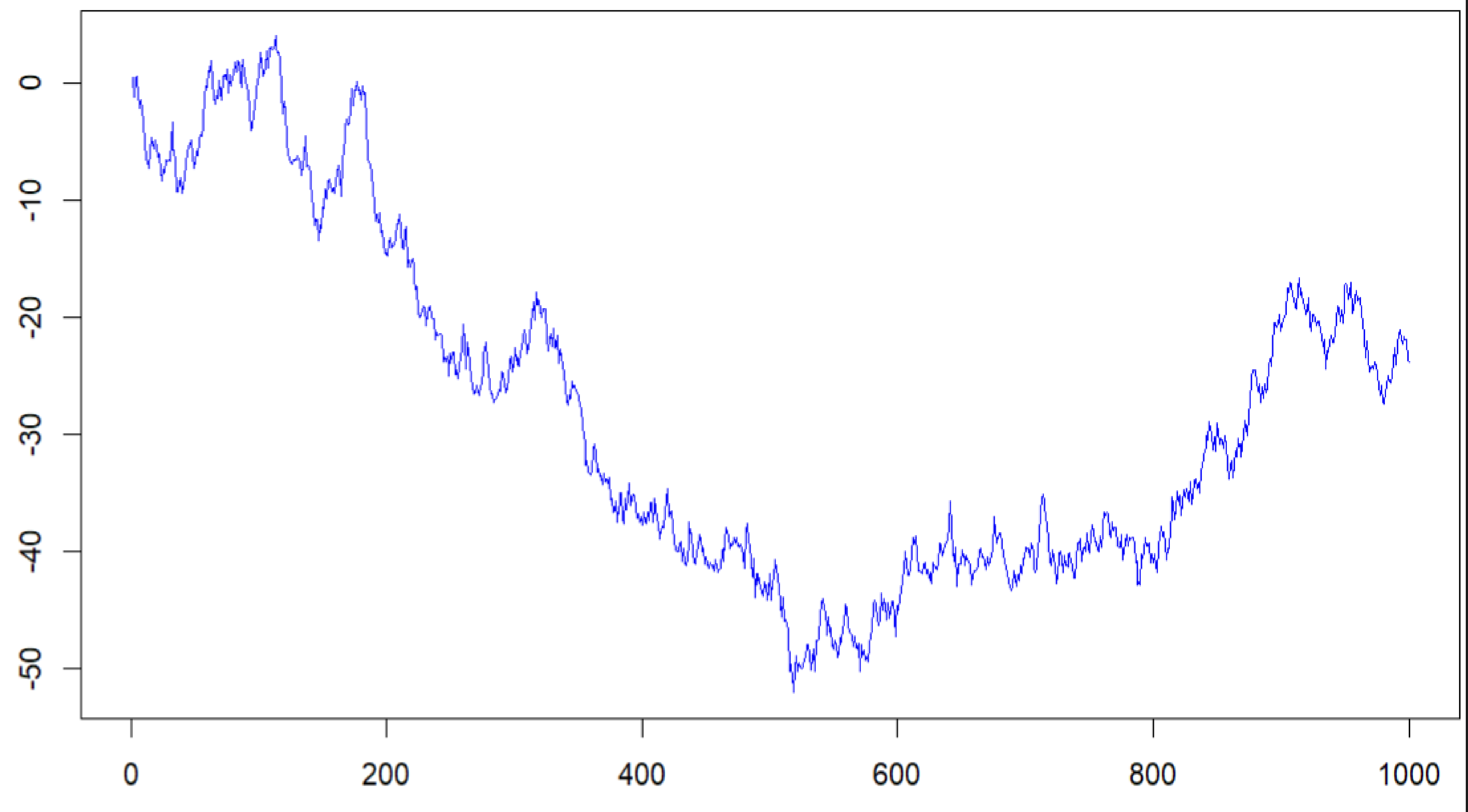
- El valor observado en el tiempo inmediato anterior x_{t-1}.
- Un componente de ruido blanco w_t.
- Puede contener un componente de desvío *(drift).*

Es decir: $x_t = x_{t-1} + w_t + \delta t$ *(drift)*

NOTA: Sustituyendo términos tenemos
Por ejemplo $x_{t-1} = x_{t-2} + w_{t-1}$ $\Rightarrow$ $x_t = [\, x_{t-2} + w_{t-1} \,] + w_t$

Y continuando con esta misma sustitución hacia atrás tenemos

$x_t = w_1 + w_2 + \cdots + w_{t-1} + w_t$



NO es estacionaria:

$E(X_t) = 0$

$Var(X_t) = t\sigma^2$

$Cov(X_t, X_{t+k}) = t\sigma^2$

FORECASTING

SERIES DE TIEMPO

Nociones Básicas Series de Tiempo| Lección 2

LECCIÓN 2

Applied Mathematics and Actuary Training