Aprendizado Automático

João Paulo Pordeus Gomes

Redução de Dimensionalidade

Classificação e Regressão

- Diversos problemas reais têm muitos atributos
  - Reconhecimento de faces
  - Classificação de textos
  - Reconhecimento de impressões digitais
  - ...

Classificação e Regressão

- Diversos problemas reais têm muitos atributos
  - Reconhecimento de faces
  - Classificação de textos
  - Reconhecimento de impressões digitais
  - ...
- Overfitting

Classificação e Regressão

- Diversos problemas reais têm muitos atributos
  - Reconhecimento de faces
  - Classificação de textos
  - Reconhecimento de impressões digitais
  - ...
- Overfitting
- Custo computacional
- Custo de armazenamento

Redução de Dimensionalidade

- Duas estratégias mais comuns
  - Seleção de atributos
  - Combinação de atributos

Seleção de atributos

- Duas abordagens
  - Usar algum critério para definir o quão bom é um atributo (Filter)
  - Selecionar subgrupos de atributos e ver o resultado na classificação/regressão (Wrapper)

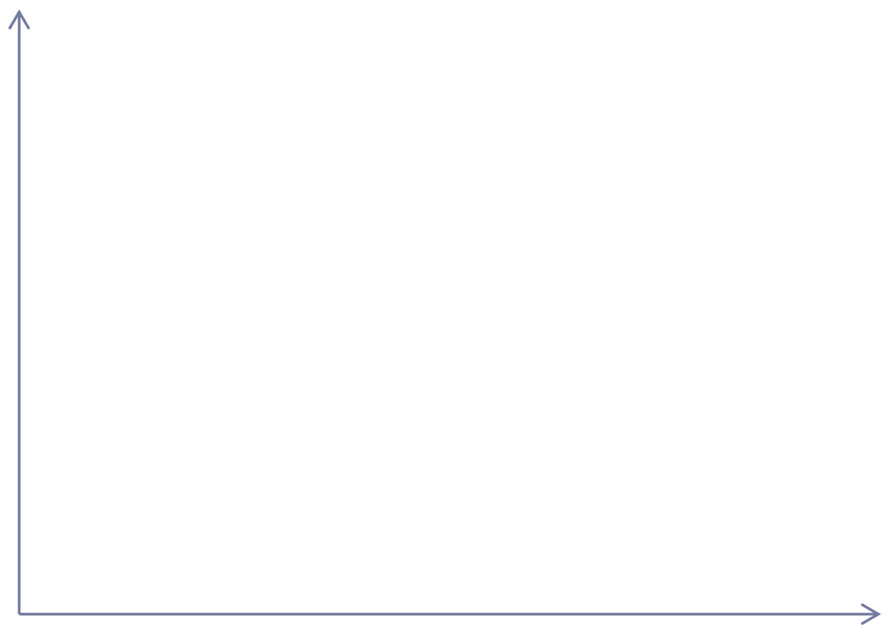
Filter

- Fisher Score
  - Toma cada um dos atributos e calcula

$$V(i) = \frac{(\mu_{(+)}(i) - \mu_{(-)}(i))^2}{\sigma^2_{(+)}(i) + \sigma^2_{(-)}(i)}$$

Filter

- Fisher Score



Wrapper

- Problema de otimização combinatória
- Escolher um subconjunto das variáveis originais que fornece o melhor resultado para classificação

Wrapper

- Problema de otimização combinatória
- Escolher um subconjunto das variáveis originais que fornece o melhor resultado para classificação
- Pode utilizar uma estratégia gulosa (*greedy*)

Combinação de atributos

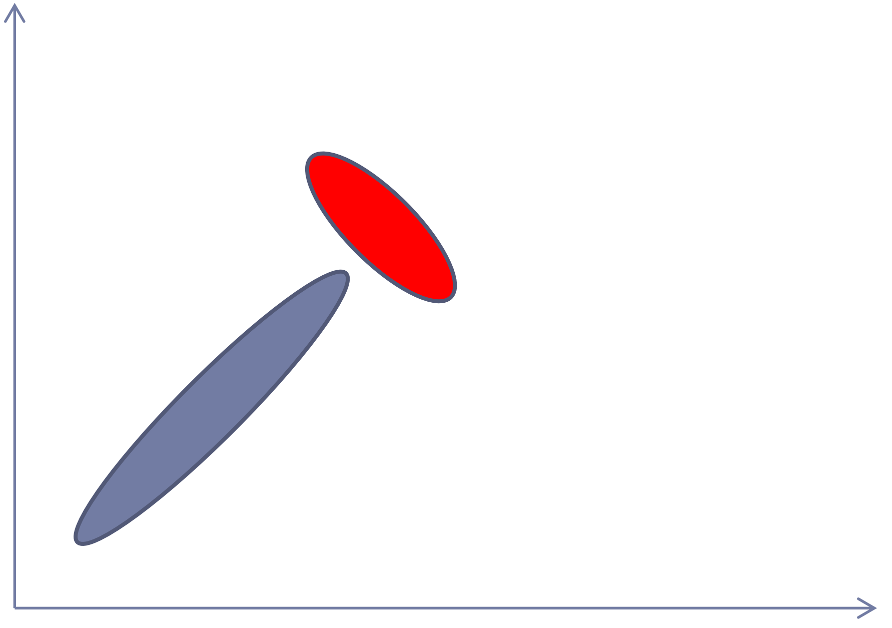
- Combinar os atributos originais de forma a transformá-los em vetores de atributos de menor dimensão
- Como combinar ?
  - Linearmente
  - Não linearmente
- Qual critério usar para combinar ?

Análise de Componentes Principais

- Principal Component Analysis (PCA)
- Método de combinação linear dos atributos para a geração de novos atributos.
- Redução de dimensão se dá pela seleção de um subgrupo destes atributos

PCA

- Idéia



PCA

- $Ax = x'$
- Vamos definir u como uma parte de A

PCA

- $Ax = x'$
- Vamos definir u como uma parte de A

- Temos que encontrar u, tal que:
  - $\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x' - \mu)\,(x' - \mu)^T$
- Seja o maior possível

PCA

- $Ax = x'$
- Vamos definir u como uma parte de A

- Temos que encontrar u, tal que:
  - $\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x' - \mu)\,(x' - \mu)^T$
- Seja o maior possível
- Sob certas restrições
- $u^t u = 1$

PCA

- $max \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x' - \mu)\,(x' - \mu)^T$

s.t

- $u^t u = 1$

PCA

- $max \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x') \, (x')^T$

s.t

- $u^t u = 1$

PCA

- $max \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x') \, (x')^T$

s.t

- $u^t u = 1$
- Como:
- $max \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x') \, (x')^T$
- $= max \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (ux) \, (ux)^T$

PCA

- $max \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x') \, (x')^T$

s.t

- $u^t u = 1$
- Como:
- $max \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x') \, (x')^T$
- $= max \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (ux) \, (ux)^T$
- $= max \; u^T \sum u$

PCA

- $max\ u^T \sum u$

s.t

- $u^t u = 1$

PCA

- $max\ u^T \sum u$

s.t

- $u^t u = 1$
- Multiplicadores de Lagrange

PCA

- $max\ u^T \sum u$

s.t

- $u^t u = 1$
- Multiplicadores de Lagrange
- $L = \ u^T \sum u - \lambda(u^t u - 1)$

PCA

- $max\ u^T \sum u$

s.t

- $u^t u = 1$
- Multiplicadores de Lagrange
- $L = u^T \sum u - \lambda(u^t u - 1)$
  - $\frac{\partial L}{\partial u} = 0$
  - $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$

PCA

- $max\ u^T \sum u$

s.t

- $u^t u = 1$
- Multiplicadores de Lagrange
- $L = \ u^T \sum u - \lambda(u^t u - 1)$
  - $\sum u = \lambda\ u$
  - $u^t u = 1$

PCA

- Como resolver
  - $\sum u = \lambda u$

PCA

- Como resolver
  - $\sum u = \lambda\, u$
- Problema de Autovetores e autovalores

PCA

- Como resolver
  - $\sum u = \lambda\, u$
- Problema de Autovetores e autovalores
- Para achar u, basta calcular os autovetores da matriz Σ
- λ são os autovalores associados
- Os autovalores correspondem a variância explicada em cada novo atributo

PCA na prática

- Toma os dados de entrada
- Subtrai as médias
- Calcula a matriz de covariância
- Calcula os autovalores e autovetores
- Escolhe os k maiores autovalores
- Utiliza os k autovetores correspondentes para criar k novos atributos

Dúvidas ?