



# Aprendizagem Automática



João Paulo Pordeus Gomes

A vertical blue bar is located on the left side of the slide, partially enclosed by a thin white rectangular border.

# Regressão Logística

# Regressão Logística

---

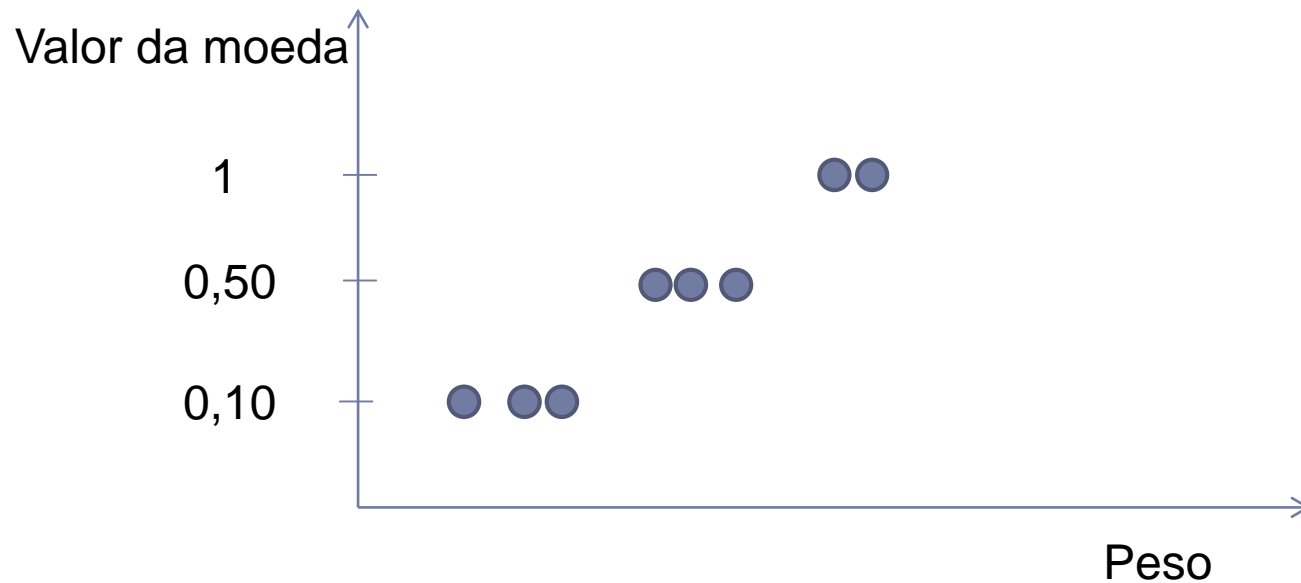
- ▶ Método de Classificação



# Regressão Logística

---

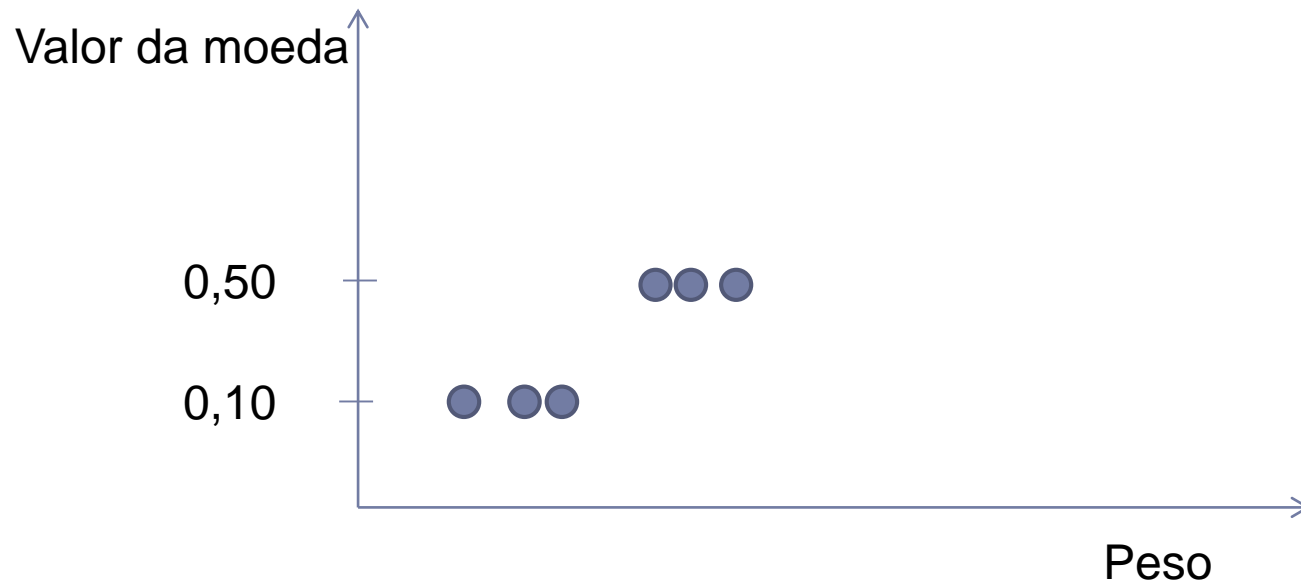
- ▶ Método de Classificação
  - ▶ Exemplo



# Regressão Logística

---

- ▶ Método de Classificação
  - ▶ Exemplo



# Regressão Logística

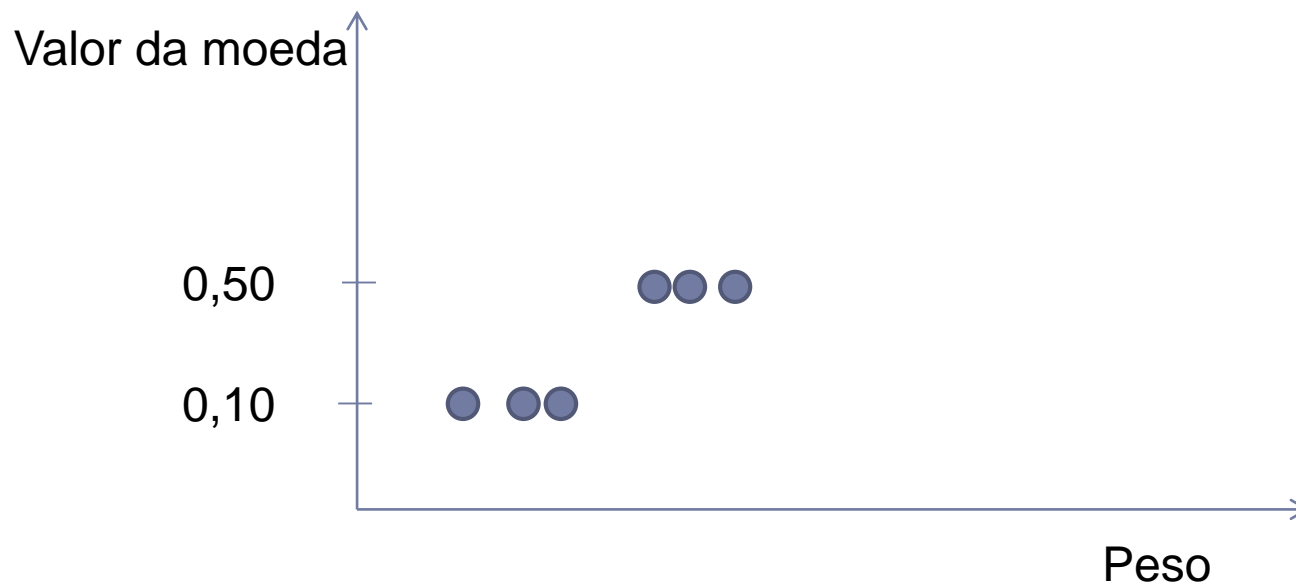
---

## ► Método de Classificação

### ► Exemplo

#### ► Utilizando Regressão Linear

□  $\bar{y}_i = w_1 x_i + w_0$



# Regressão Logística

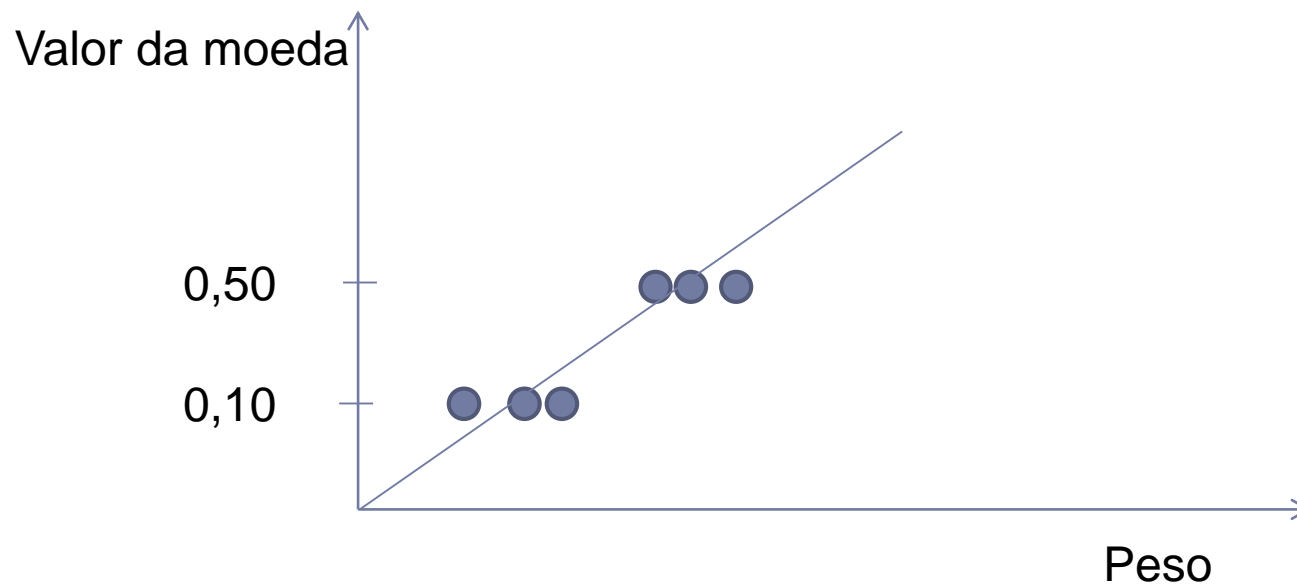
---

## ► Método de Classificação

### ► Exemplo

#### ► Utilizando Regressão Linear

□  $\bar{y}_i = w_1 x_i + w_0$



# Regressão Logística

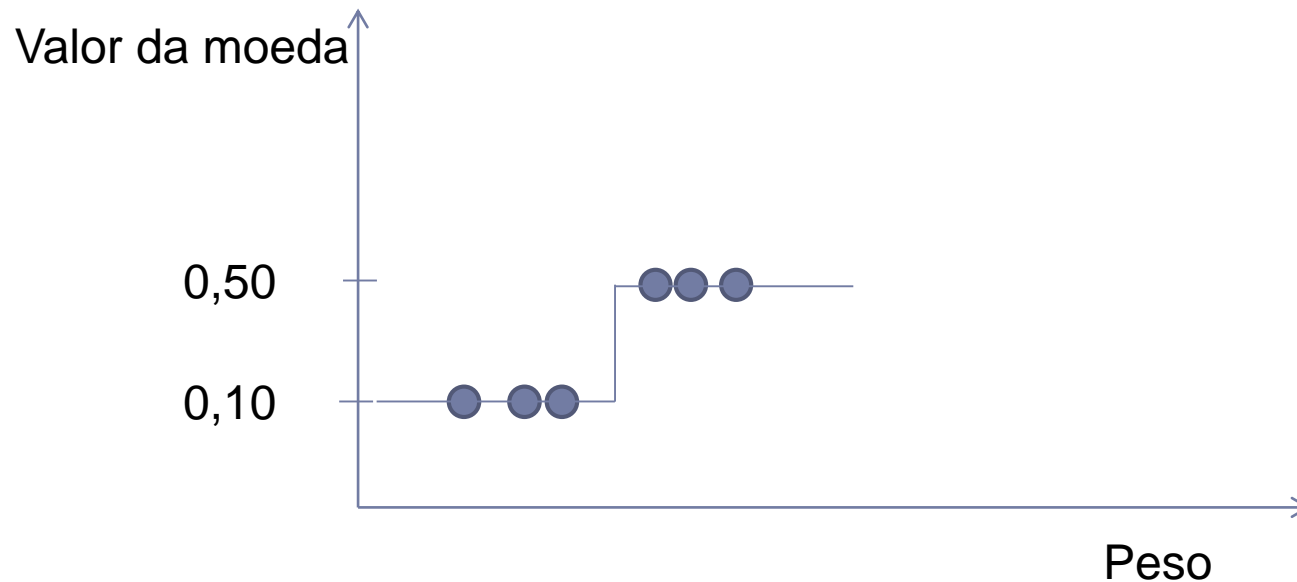
---

## ► Método de Classificação

### ► Exemplo

#### ► Utilizando Regressão Linear

□  $\bar{y}_i = w_1 x_i + w_0$





# Regressão Logística

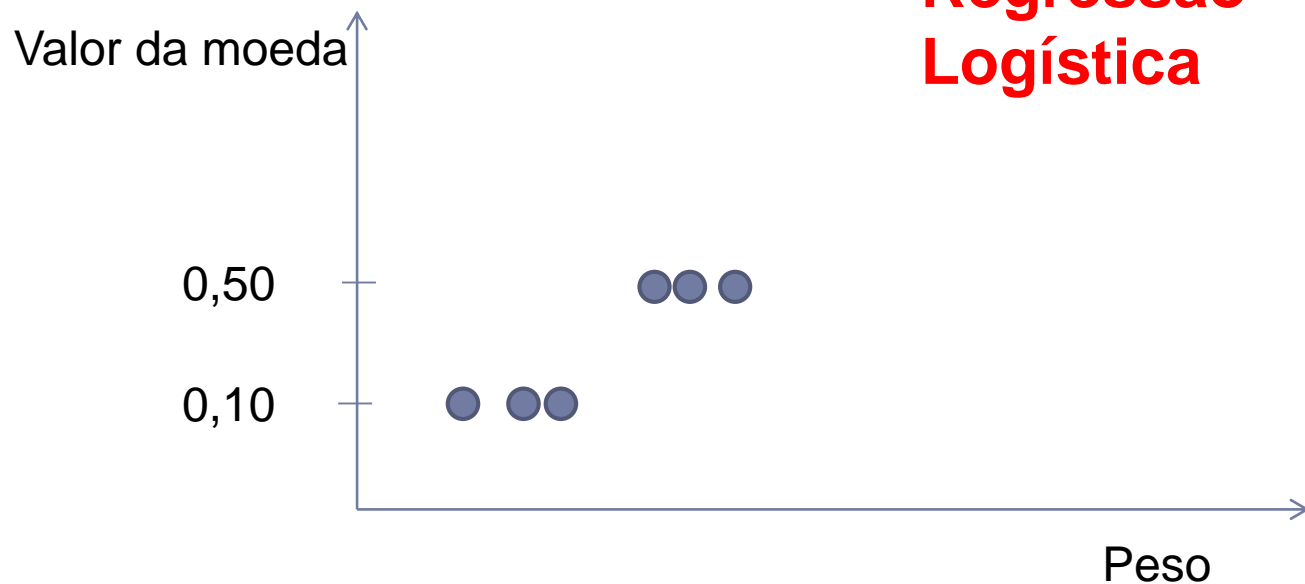
---

## ► Método de Classificação

### ► Exemplo

#### ► Utilizando Regressão Linear

□  $\bar{y}_i = w_1 x_i + w_0$



# Regressão Logística

---

- ▶ Modelo Linear

- ▶  $\bar{y}_i = w_1 x_i + w_0 = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i$

- ▶ Função Logística

- ▶  $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$



# Regressão Logística

---

- ▶ Modelo Linear

- ▶  $\bar{y}_i = w_1 x_i + w_0 = \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i$

- ▶ Função Logística

- ▶  $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$

- ▶ Regressão Logística

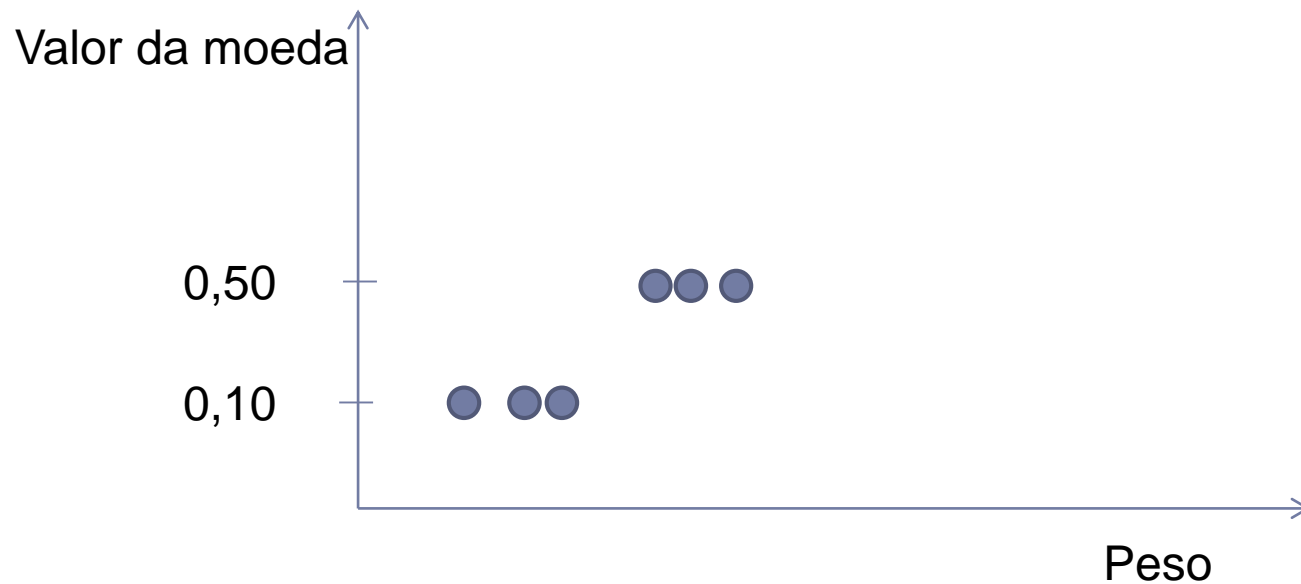
- ▶  $\bar{y}_i = \frac{1}{1+e^{-\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i}}$



# Regressão Logística

---

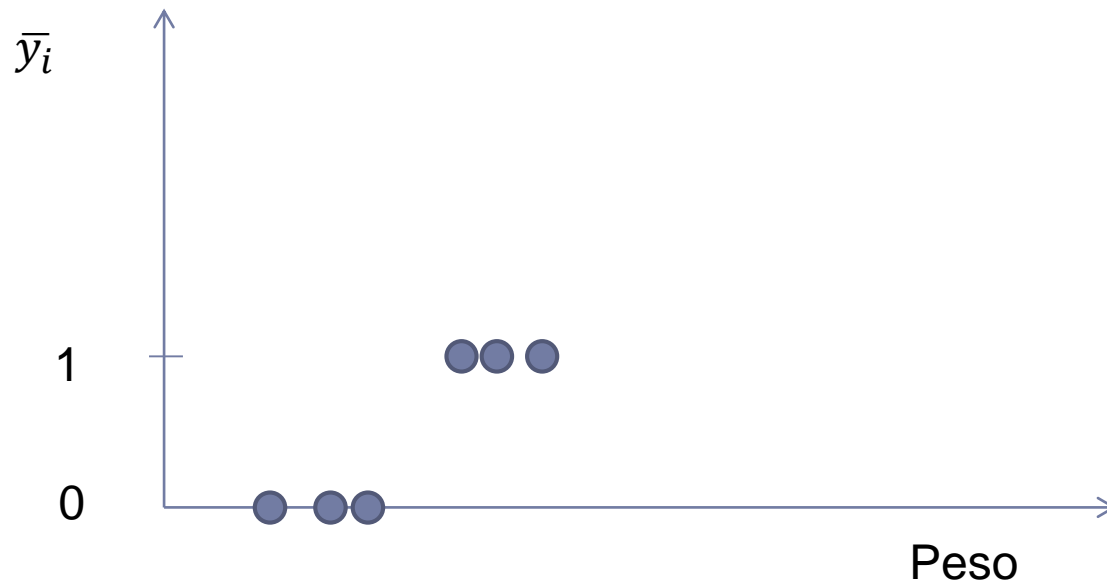
►  $\bar{y}_i = \frac{1}{1+e^{-w^T x_i}}$



# Regressão Logística

---

►  $\bar{y}_i = \frac{1}{1+e^{-w^T x_i}}$



# Regressão Logística

---

►  $\bar{y}_i = \frac{1}{1+e^{-w^T x_i}}$

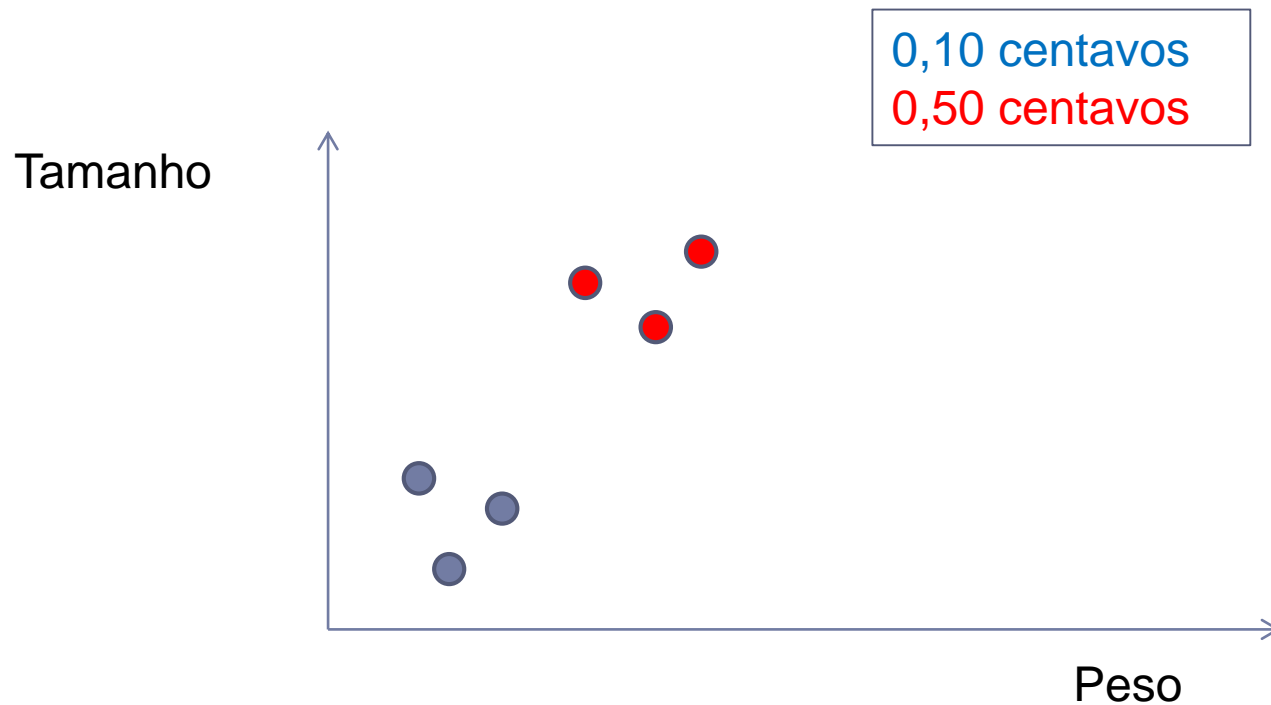
0,10 centavos  
0,50 centavos



# Regressão Logística

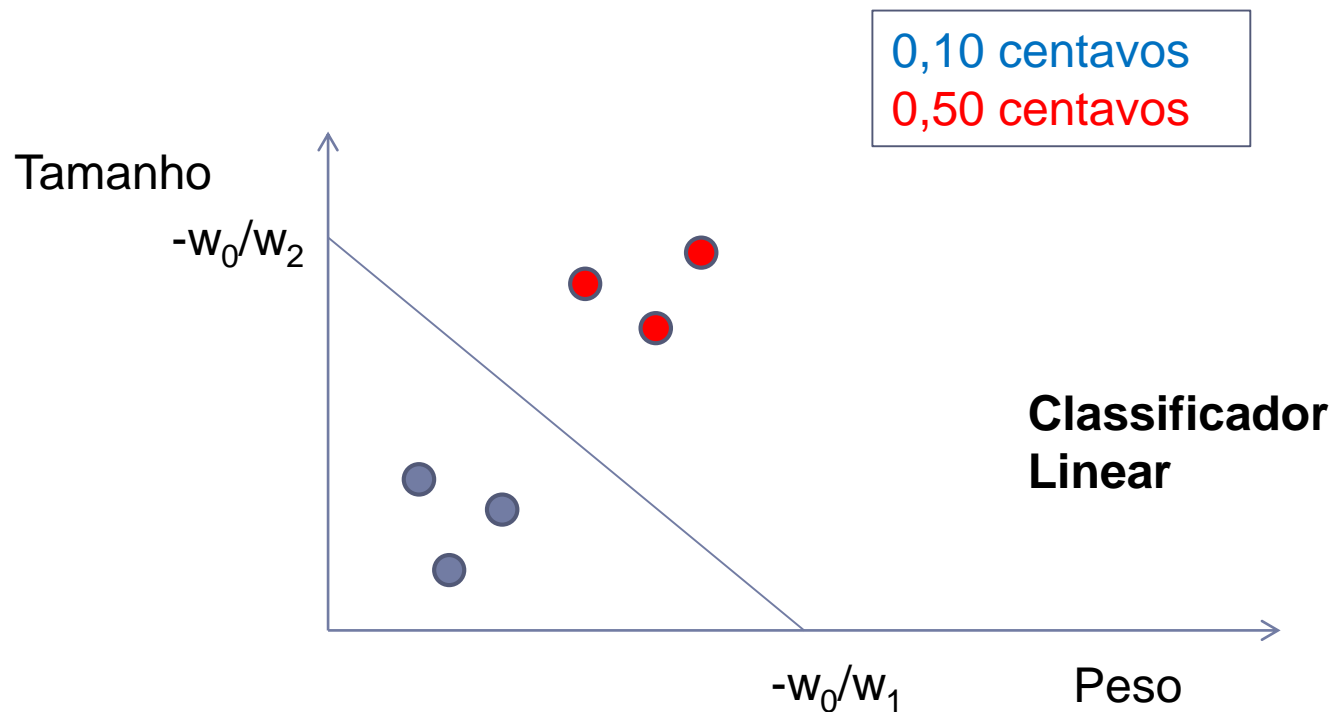
---

►  $\bar{y}_i = \frac{1}{1+e^{-w^T x_i}}$



# Regressão Logística

►  $\bar{y}_i = \frac{1}{1+e^{-w^T x_i}}$





# Regressão Logística

---

- ▶ Modelo

- ▶  $\bar{y}_i = \frac{1}{1+e^{-w^T x_i}}$

- ▶ Ajuste dos parâmetros



# Regressão Logística

---

- ▶ Modelo

- ▶  $\bar{y}_i = \frac{1}{1+e^{-w^T x_i}}$

- ▶ Ajuste dos parâmetros

- ▶ Gradiente descendente

- ▶ Minimizar uma função de custo (função objetivo)

- $w = w - \alpha \frac{\partial J}{\partial w}$



# Função Objetivo

---

- ▶ Primeira escolha

- ▶  $J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2$



# Função Objetivo

---

- ▶ Primeira escolha

- ▶  $J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left( y_i - \frac{1}{1+e^{-\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i}} \right)^2$



# Função Objetivo

---

- ▶ Primeira escolha

- ▶  $J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (y_i - \frac{1}{1+e^{-\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i}})^2$

- ▶ Regra de aprendizado

- ▶  $\mathbf{w} = \mathbf{w} - \alpha \frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}}$



# Função Objetivo

---

- ▶ Primeira escolha

- ▶  $J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left( y_i - \frac{1}{1+e^{-\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i}} \right)^2$

- ▶ Regra de aprendizado

- ▶  $\mathbf{w} = \mathbf{w} - \alpha \frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}}$

- ▶ J não é uma função convexa

- ▶ Mínimos Locais



# Função Objetivo

---

- ▶ Primeira escolha

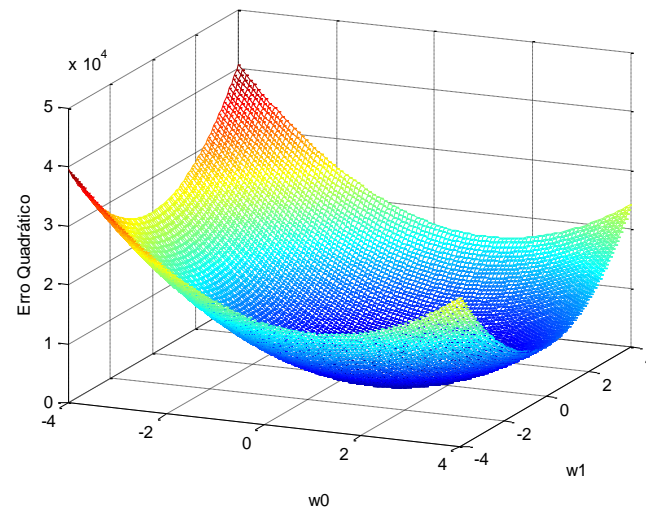
- ▶  $J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left( y_i - \frac{1}{1+e^{-\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i}} \right)^2$

- ▶ Regra de aprendizado

- ▶  $\mathbf{w} = \mathbf{w} - \alpha \frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}}$

- ▶ J não é uma função convexa

- ▶ Mínimos Locais



# Função Objetivo

---

- ▶  $J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n C(\mathbf{w})$
- ▶  $C(\mathbf{w}) = \begin{cases} -\ln(\bar{y}_i) & \text{se } y = 1 \\ -\ln(1 - \bar{y}_i) & \text{se } y = 0 \end{cases}$





# Função Objetivo

---

- ▶  $J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n C(\mathbf{w})$
- ▶  $C(\mathbf{w}) = \begin{cases} -\ln(\bar{y}_i) & \text{se } y = 1 \\ -\ln(1 - \bar{y}_i) & \text{se } y = 0 \end{cases}$
- ▶ Nova Função de Custo
  - ▶  $J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n -y_i \ln(\bar{y}_i) - (1 - y_i) \ln(1 - \bar{y}_i)$



# Regra de Aprendizado

---

- ▶ Função de custo

- ▶  $J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n -y_i \ln(\bar{y}_i) - (1 - y_i) \ln(1 - \bar{y}_i)$

- ▶ Regra

- ▶  $w = w - \alpha \frac{\partial J}{\partial w}$



# Regra de Aprendizado

---

- ▶ Função de custo

- ▶  $J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n -y_i \ln(\bar{y}_i) - (1 - y_i) \ln(1 - \bar{y}_i)$

- ▶ Regra

- ▶  $\mathbf{w} = \mathbf{w} - \alpha \frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}}$

- ▶ Gradiente

- ▶  $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}} = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i) \mathbf{x}_i$



# Regra de Aprendizado

---

- ▶ Função de custo

- ▶  $J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n -y_i \ln(\bar{y}_i) - (1 - y_i) \ln(1 - \bar{y}_i)$

- ▶ Regra

- ▶  $\mathbf{w} = \mathbf{w} + \alpha \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i \mathbf{x}_i$

- ▶ Gradiente

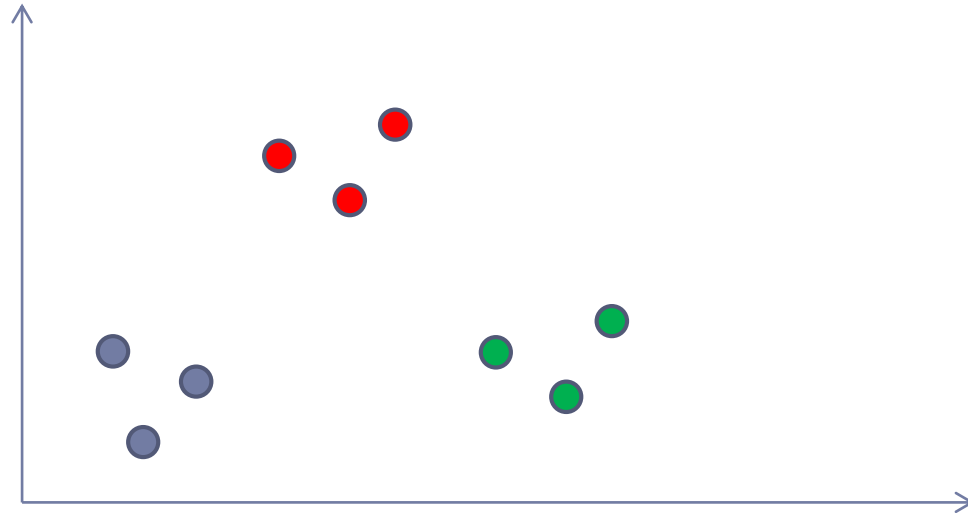
- ▶  $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}} = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i) \mathbf{x}_i$



# Regressão Logística Multiclasses

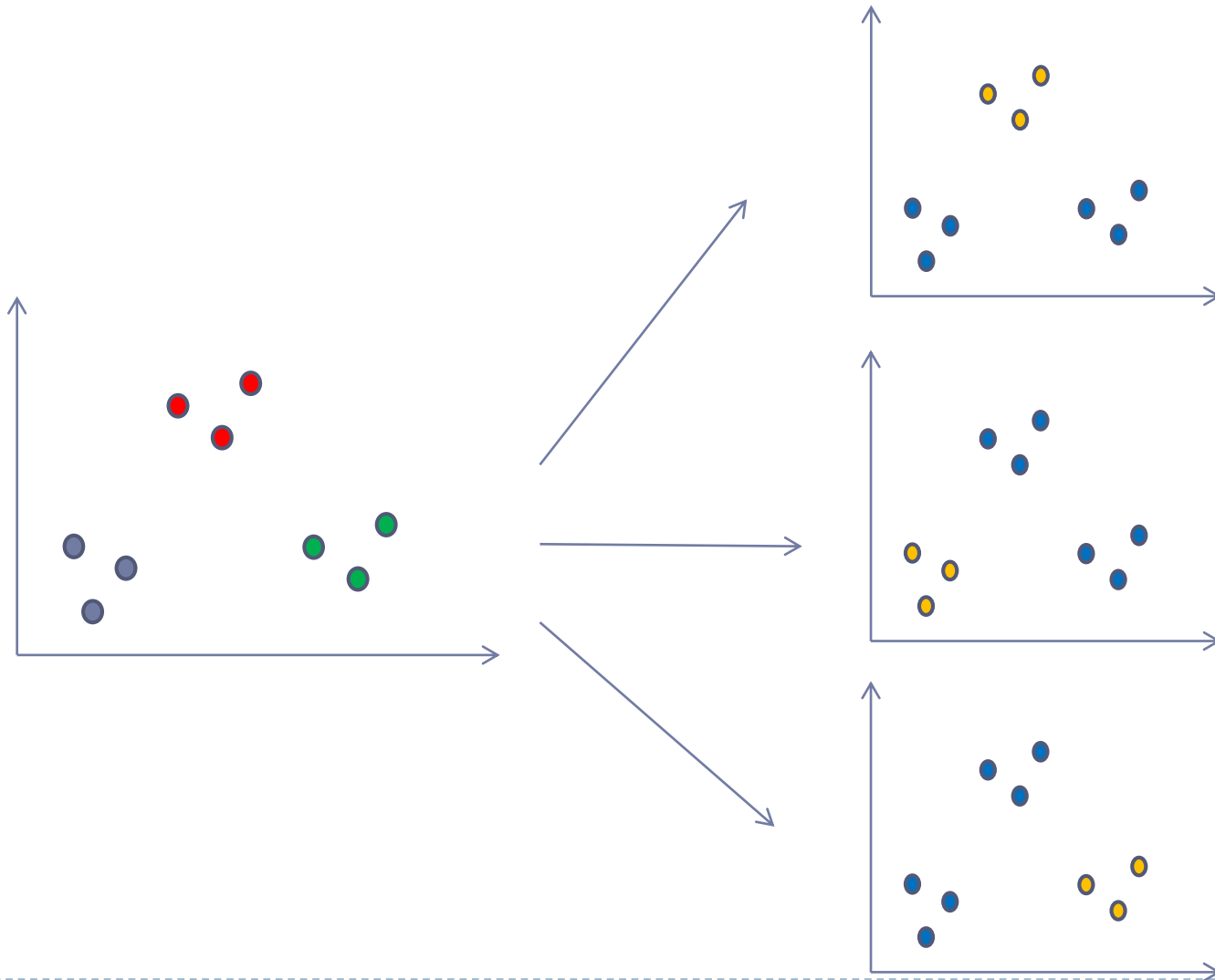
# Regressão Logística Multiclases

---

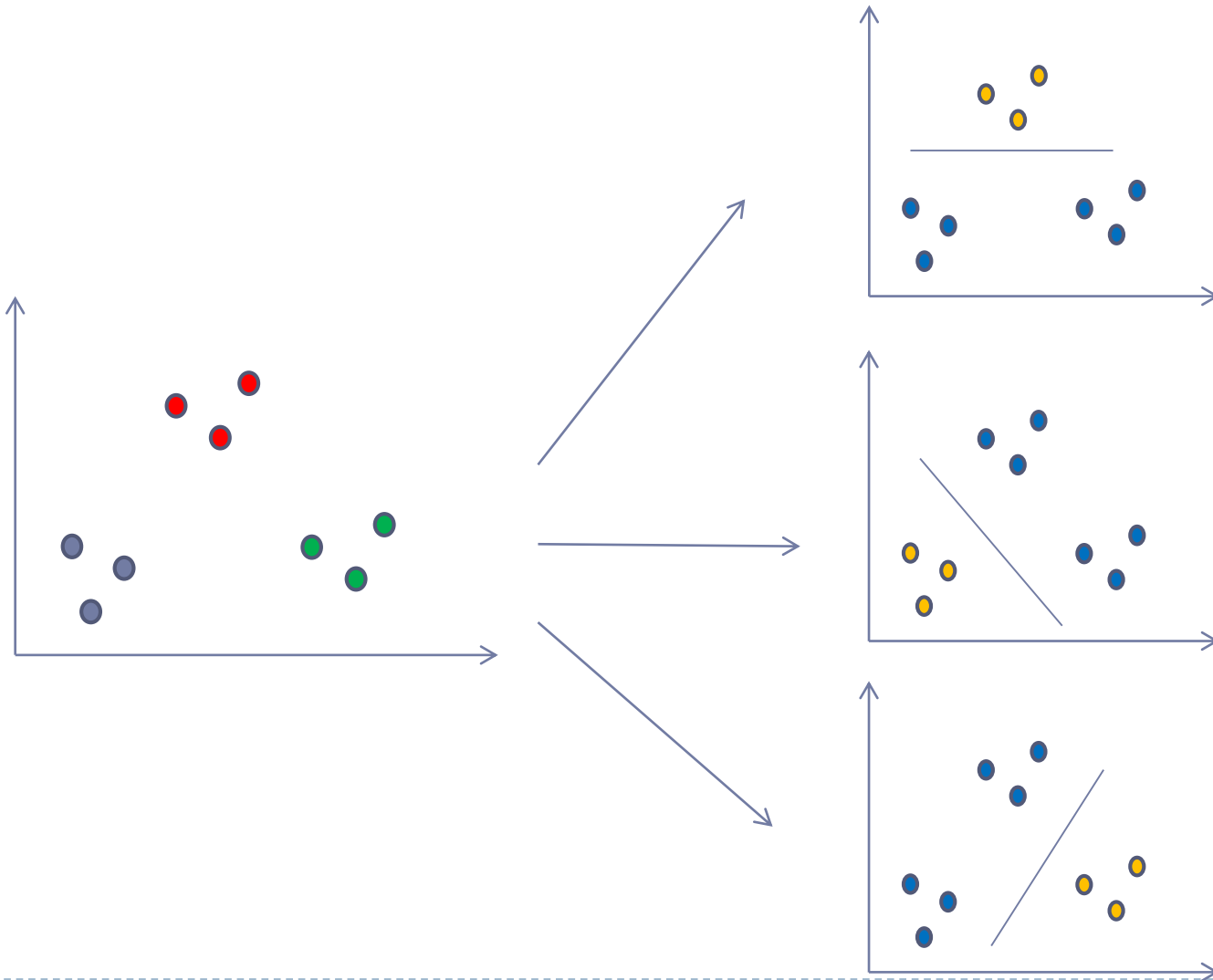


# Regressão Logística Multiclases

---



# Regressão Logística Multiclases







Dúvidas ?