

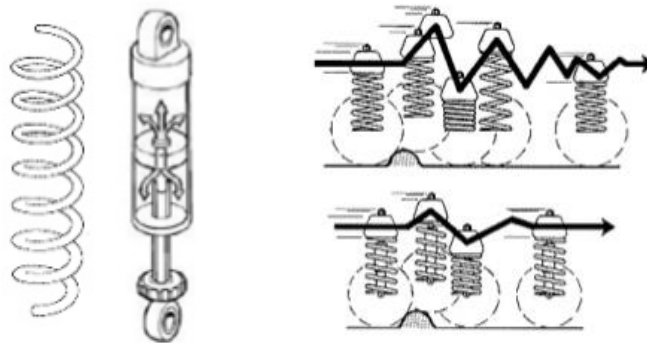
ANÁLISIS NUMÉRICO I (75.12 – 95.04)
MÉTODOS MATEMÁTICOS Y NUMÉRICOS (95.13)
FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

TRABAJO PRÁCTICO
2do cuatrimestre 2023

Resolución numérica de problemas de valores iniciales
Análisis de la suspensión de un vehículo: sistema oscilatorio amortiguado

Introducción

La suspensión de un vehículo tiene como función principal absorber las aceleraciones verticales producidas por irregularidades en el terreno, de manera que se genere confort en la marcha para los pasajeros y se incremente la seguridad en el manejo al mantener el contacto de los neumáticos con el terreno. Los componentes principales del sistema de amortiguación son los muelles (resortes elásticos), los amortiguadores y los neumáticos (no tenidos en cuenta en este trabajo).



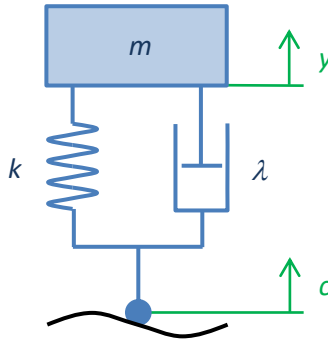
Muelle, amortiguador y sistema de suspensión en funcionamiento

Los muelles mantienen la altura de marcha y resisten el peso del vehículo, funcionando como elemento intermediario flexible entre la carrocería y el terreno. Tanto un incremento de carga como una saliente en el terreno producen la compresión del sistema, seguido eventualmente de un rebote o extensión producido por el comportamiento dinámico del conjunto. Los amortiguadores disipan la energía introducida manteniendo las oscilaciones controladas. Se trata en general de cilindros telescópicos hidráulicos, dentro de los cuales se dispone un pistón con orificios por donde circula aceite.

El comportamiento del sistema de suspensión responde a las ecuaciones de un oscilador amortiguado. Si los amortiguadores no existieran, una perturbación en el terreno produciría oscilaciones que se mantendrían de forma permanente. Muelles demasiado blandos absorberían muy bien una perturbación, pero a costa de un desplazamiento excesivo, y posiblemente no puedan resistir el peso del vehículo ni mantener su altura de marcha. El diseño del sistema de suspensión procura hallar una solución de compromiso entre estas condiciones de contorno.

Modelo matemático del sistema

En este trabajo, se modela la suspensión de un vehículo considerando un sistema dinámico que se desplaza en dirección vertical. Los muelles responden a una ley elástica, es decir que la fuerza es proporcional al acortamiento o alargamiento del resorte. Los amortiguadores disipan la energía proporcionalmente a la velocidad de acortamiento o alargamiento.



Esquema del modelo matemático del sistema de suspensión

El sistema analizado puede modelarse matemáticamente en virtud de la Ley de Newton, es decir:

$$\sum F = ma$$

donde $\sum F$ es la suma de las fuerzas actuantes en el sistema de suspensión [N], m la masa de una cuarta parte del vehículo [kg] (lo que corresponde a cada rueda) y a la aceleración vertical a la que se ve sometido el vehículo [m/s^2]. Las fuerzas actuantes son la fuerza elástica y la fuerza de amortiguación:

$$F_{el} = k(c - y)$$

$$F_{am} = \lambda(c' - y')$$

donde k es la constante elástica del muelle [N/m], λ es la constante de amortiguación [Ns/m], c es la cota o elevación del terreno [m], y es la posición de la carrocería [m], c' e y' son derivadas de c e y con respecto al tiempo, es decir velocidades verticales [m/s]. La aceleración vertical de la carrocería puede expresarse como $a = y''$. Reemplazando estas expresiones en la ecuación original queda:

$$y'' = \frac{k}{m}(c - y) + \frac{\lambda}{m}(c' - y')$$

Esta ecuación corresponde a un oscilador amortiguado que responde a una excitación dada por la variable c .

Desarrollo del Trabajo Práctico

1. Oscilador armónico con excitación uniforme

1.1. Resolver el sistema de ecuaciones utilizando los métodos de Euler, Euler implícito y Runge Kutta de orden 2 por un período de 5 segundos, introduciendo los siguientes datos:

$$m = \frac{\text{padrón}}{200} \text{ kg} \quad k = 25000 \text{ N/m} \quad \lambda = 0 \text{ Ns/m} \quad c = 0.1 \text{ m } \forall t$$

Comenzar el análisis utilizando un paso $\Delta t = 0.005 \text{ s}$ y estudiar cómo responde cada método. Variar el paso para que todos los métodos arrojen un resultado aceptable.

1.2. Corroborar experimentalmente si la frecuencia natural de oscilación se corresponde con su expresión analítica: $\omega_n = \sqrt{k/m}$.

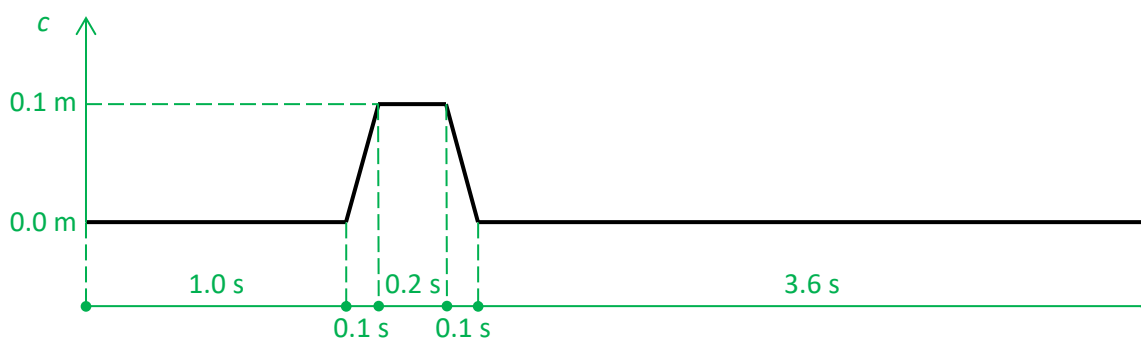
1.3. Estimar experimentalmente el orden de cada método.

1.4. Elegir el método más conveniente justificando la elección en base al error, tiempo de cálculo y complejidad de programación.

2. Oscilador amortiguado accionado por un lomo de burro

2.1. Habiendo elegido el método más conveniente, volver a resolver el sistema pero ahora utilizando los siguientes datos:

$$m = \frac{\text{padrón}}{200} \text{ kg} \quad k = 25000 \text{ N/m} \quad \lambda = 750 \text{ Ns/m} \quad c \text{ de acuerdo a:}$$



Perfil del terreno. Las abscisas ya están convertidas a la variable tiempo.

2.2. Modificar los valores de k y λ para optimizar la amortiguación del vehículo, teniendo en cuenta las siguientes restricciones:

- El sistema de amortiguación no puede comprimirse más de 0.05 m , es decir $y - c \geq -0.05 \text{ m}$.
- La aceleración vertical y'' al pasar por el lomo de burro debe minimizarse
- Las oscilaciones en la carrocería después del lomo de burro deben minimizarse