

Ficha-Resumo de Lógica

Professor Douglas Maioli

Conectivos Lógicos

Conectivos	Símbolos	Símbolos	Lê-se	Exemplos
Negação	\neg	\sim (')	Não	$\neg p$
Conjunção	\wedge	.	E	$p \wedge q$
Disjunção (Inclusiva)	\vee	+	Ou	$p \vee q$
Disjunção Exclusiva	$\underline{\vee}$	\oplus	Ou ... Ou ... (mas não ambos)	$p \underline{\vee} q$
Condicional	\Rightarrow	\rightarrow	Se ... Então	$p \Rightarrow q$
Bicondicional	\Leftrightarrow	\leftrightarrow	Se, e somente se	$p \Leftrightarrow q$

Palavras Chaves de cada Conectivo Lógico:

Negação

Palavras: “Não”, “Não é verdade que”, “É falso que”

Conjunção

Palavras: “e”, “além disso”, “mas”, “também”, “.” (Ponto final e começa outra frase)

Disjunção (Inclusiva)

Palavras: “ou”.

Atenção: alguns livros consideram que “ou ... ou” pode ser “ou inclusivo”.

Disjunção Exclusiva

Palavras: “ou ... ou, mas não ambas”, “ou ou”

Condicional

Palavras: “implica”, “então”, “logo”, frases que tenham “se”

Bicondicional

Palavras: “se, e somente se”, “é condição necessária e suficiente”

Ordem Dos Conectivos

1. Parênteses (à partir dos mais internos)

2. \neg

3. \vee , \wedge

4. \Rightarrow

5. \Leftrightarrow

Tabela Verdade dos Conectivos Lógicos

E

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

OU

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

OU EXCLUSIVO

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \vee B$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

IMPLICA

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \Rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

EQUIVALE

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \Leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

NÃO

<i>A</i>	$\neg A$
V	F
F	V

Regras De Equivalência

Equivalência	Nome / Abreviatura
$A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$ $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$	Comutatividade / <i>com</i>
$(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$ $(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$	Associatividade / <i>ass</i>
$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	Distributividade / <i>dist</i>
$A \wedge 1 \Leftrightarrow A$ $A \vee 0 \Leftrightarrow A$	Elementos neutros
$A \wedge 0 \Leftrightarrow 0$ $A \vee 1 \Leftrightarrow 1$	Outras propriedades do 0 e 1
$A \wedge \neg A \Leftrightarrow 0$ $A \vee \neg A \Leftrightarrow 1$	Complementares

Equivalência	Nome / Abreviatura
$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$ $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$	Lei de Morgan / <i>De Morgan</i>
$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A) \Leftrightarrow (A \Leftrightarrow B)$	Definição de Equivalência / <i>que</i>
$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \neg A \vee B$	Condicional / <i>cond</i>
$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$	Contraposição / <i>cont</i>
$\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$	Dupla Negação / <i>dn</i>
$A \Leftrightarrow A \wedge A$ $A \Leftrightarrow A \vee A$	Idempotência / <i>id</i>

Regras De Inferência

De	Deduzimos	Nome / Abreviatura
A $A \Rightarrow B$	B	Modus ponens / <i>mp</i>
$\neg B$ $A \Rightarrow B$	$\neg A$	Modus Tollens / <i>mt</i>
A B	$A \wedge B$	Conjunção / <i>conj</i>
$A \wedge B$	A	Simplificação / <i>simp</i>
$A \wedge B$	B	Simplificação / <i>simp</i>
A	$A \vee B$	Adição / <i>ad</i>
$A \Rightarrow B$ $B \Rightarrow C$	$A \Rightarrow C$	Silogismo Hipotético / <i>sh</i>
$\neg A$ $A \vee B$	B	Silogismo Disjuntivo / <i>sd</i>
$(A \wedge B) \Rightarrow C$	$A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$	Exportação / <i>exp</i>



Regras De Inferência de Quantificadores

De	Deduzimos	Nome / Abreviatura	Restrições do Uso
$(\forall x)P(x)$	$P(t)$, t é uma variável ou uma constante	Particularização Universal / pu	<i>Se t for uma variável, não deve estar dentro do escopo de um quantificador de t</i>
$(\exists x)P(x)$	$P(a)$, a é uma constante	Particularização Existencial / pe	<i>É necessário que seja a primeira regra a usar a</i>
$P(x)$	$(\forall x)P(x)$	Generalização Universal / gu	<i>$P(x)$ não pode ser deduzida de nenhuma hipótese na qual x é uma variável livre.</i>
$P(x)$ ou $P(a)$ em que a é constante	$(\exists x)P(x)$	Generalização Existencial / ge	<i>x não pode aparecer em $P(a)$</i>

Explicação informal das regras de inferência de Quantificadores:

1) Particularização Universal

Você retira o “para todo” e a variável que estiver na frente do “para todo”, você muda naquela linha toda por outra letra.

Cuidado: essa nova letra não pode aparecer em outro quantificador dessa linha.

Exemplo:

$$(\forall y)(\exists u)(C(y) \rightarrow D(y, u))$$

$$(\exists u)(C(r) \rightarrow D(r, u))$$

Tirei o “para todo y ” e troquei nessa linha o “ y ” por “ r ”, perceba que eu poderia chamar “ y ” de qualquer nome, menos de “ u ”.

2) Particularização Existencial

Você retira o “existe” e a variável que estiver na frente do “existe”, você muda naquela linha toda por outra letra.

Cuidado: essa nova letra deve ser considerada como constante e não pode ter sido utilizada em nenhum passo anterior, nem em hipóteses, nem na tese.

Exemplo:

$$(\exists x)(Q(x) \wedge P(y, x))$$

$$Q(a) \rightarrow P(y, a)$$

Tirei o “existe x ” e troquei nessa linha o “ x ” por “ a ”, o “ a ” não pode aparecer antes.



3) Generalização Universal

Você troca alguma letra de uma linha por uma variável, pode ser “x” e coloca na frente o “para todo x”.

Cuidado: em geral só podemos fazer isso em variáveis que vieram de particularização universal. Nunca usar em constante e nem em letras que vieram de particularização existencial.

Exemplo:

$$A(t) \rightarrow B(t) \wedge C(t, g) \\ (\forall x)(A(x) \rightarrow B(x) \wedge C(x, g))$$

Supondo que as variáveis “t” de todos os predicados da linha de cima, vieram de uma particularização universal, então troquei todos os “t” dessa linha por “x” e coloquei o “para todo x”

4) Generalização Existencial

Você troca alguma letra de uma linha por uma variável, pode ser “x” e coloca na frente o “existe x”.

Cuidado: a variável que vai colocar junto com o existe não pode aparecer no predicado dessa linha.

Exemplo:

$$Q(a) \wedge P(x, a) \\ (\exists y)(Q(y) \wedge P(x, y))$$

Troquei na linha de cima o “a” pela variável “y” e acrescentei o “existe y”, perceba que nesse caso não podia trocar “a” por “x” e colocar o “existe x”, pois o “x” aparece no predicado que tem a letra “a” que vai ser trocada.