Guía Examen Oral — Probabilidad 2 — 2024
FCEA

1 Distribución Binomial

- Enunciar y probar ley débil de los grandes números para la binomial (Sección 4.5).

2 σ-Álgebras y medidas

- Definir una σ-álgebra, y mostrar ejemplos.
- Definir la σ-álgebra generada por una familia (Sección 5.1.1).
- Definir una medida, mostrar ejemplos, enunciar y demostrar propiedades (Sección 5.2).

3 Variables Aleatorias

- Definir una variable aleatoria, y mostrar ejemplos (Sección 5.3.1).
- Definir la función distribución asociada a una variable aleatoria. Dar ejemplos (por ejemplo en casos discretos, y en casos continuos).
- Definir convergencia casi segura, y mostrar ejemplos.
- Definir convergencia en probabilidad, y mostrar ejemplos.
- Probar que convergencia casi segura implica convergencia en probabilidad. Mostrar un contrajemplo del recíproco.

4 Integrales y Esperanzas

- Comentar cómo es el proceso de definición de la integral en un espacio de medida, i.e. integral de funciones simples, y pasaje al límite (Sección 5.4).
- Definir la esperanza de una variable aleatoria (Sección 5.4.1).
- Vincular lo anterior con la definición usual esperanza de variables aleatorias discretas y continuas.
- Enunciar y demostrar la Desigualdad de Chebyshev (Teorema 5.63).
- Esperanza via la función de distribución (Sección 5.4.5).
- Enunciar los tres teoremas límites (Sección 5.4.6), y los ejemplos asociados.
- Enunciar el Teorema 5.75 de cálculo de esperanzas mediante la función de distribución (sin demostración). Mostrar algún ejemplo de cómo se aplica.

5 Independencia

- Definir independencia de eventos y de variables aleatorias,
- Relacionar la independencia con la medida producto de las distribuciones (Teorema 5.87 y 5.88, y Corolario 5.89). (Enunciar y demostrar.)

6 Ley de los Grandes Números

- Enunciar y demostrar la ley débil (Teorema 6.1).
- Mostrar que sin independencia se puede construir contraejemplos.
- Definir convergencia en L^2, y probar que convergencia en L^2 implica convergencia en probabilidad.
- Enunciar y demostrar la ley fuerte de los grandes números (Teorema 6.13).
- Enunciar y demostrar el Lema de Borel-Cantelli (Teorema 6.15).

7 Teorema Central del Límite

- Definir la convergencia en distribución, y mostrar ejemplos.
- Probar que la convergencia en probabilidad implica convergencia en distribución.
- ¿Qué dice el Teorema Central del límite? Enunciarlo y demostrarlo (Teorema 7.10) utilizando funciones características.