## Glivenko-Cantelli y etc.

24 de junio de 2024

- Ej,  $\Omega = [0,1]$ ,  $\mathbb{P}$  unif y  $X_n = \mathbb{1}\{\omega \in [0,1/n)\}$ . ¿ $\lim_n F_n(x)$ ?

- Ej,  $\Omega = [0, 1]$ ,  $\mathbb{P}$  unif y  $X_n = \mathbb{1}\{\omega \in [0, 1/n)\}$ .  $\lim_n F_n(x)$ ?
- Es distinto, si tenemos una **muestra**  $\vec{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$  y  $F_n(x) = \text{ecdf}(\vec{X})(x)$ . Reflexionar la diferencia y ¿lím<sub>n</sub>  $F_n(x)$ ?
- Por facilidad: asumimos F es continua, pero vale en general.

- Ej,  $\Omega = [0, 1]$ ,  $\mathbb{P}$  unif y  $X_n = \mathbb{1}\{\omega \in [0, 1/n)\}$ . ¿ $\lim_n F_n(x)$ ?
- Es distinto, si tenemos una **muestra**  $\vec{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$  y  $F_n(x) =$ 
  - $\operatorname{ecdf}(\vec{X})(x)$ . Reflexionar la diferencia y  $\lim_{n \to \infty} F_n(x)$ ?
- ullet Por facilidad: asumimos F es continua, pero vale en general.
- o i or raemada. asammos i es continua, pero vale en general.
- Sabíamos por ejercicios prácticos que  $F_n(x) \to F(x)$ , pero ahora vimos que [SPOILER ALERT]  $\sup_{\mathbb{R}} |F_n(x) F(x)| \to 0$ .

- Ej,  $\Omega = [0, 1]$ ,  $\mathbb{P}$  unif y  $X_n = \mathbb{1}\{\omega \in [0, 1/n)\}$ .  $\lim_n F_n(x)$ ?
- Es distinto, si tenemos una **muestra**  $\vec{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$  y  $F_n(x) =$  $\operatorname{ecdf}(\vec{X})(x)$ . Reflexionar la diferencia y  $\lim_{n} F_n(x)$ ?
- Por facilidad: asumimos F es continua, pero vale en general.
- Sabíamos por ejercicios prácticos que  $F_n(x) \to F(x)$ , pero ahora vimos
- que [SPOILER ALERT]  $\sup_{\mathbb{D}} |F_n(x) F(x)| \to 0$ .
- $F_n \bowtie \mu_n$  (la **medida empírica**, ver práctico 3).  $\mu_n \to \mu \stackrel{\mathsf{def}}{\Leftrightarrow} \int_{\mathbb{D}} f d\mu_n \to \int_{\mathbb{D}} f d\mu$  para toda f continua y acotada.

- Ej,  $\Omega = [0, 1]$ ,  $\mathbb{P}$  unif y  $X_n = \mathbb{1}\{\omega \in [0, 1/n)\}$ .  $\lim_n F_n(x)$ ?
- Es distinto, si tenemos una **muestra**  $\vec{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$  y  $F_n(x) =$  $\operatorname{ecdf}(\vec{X})(x)$ . Reflexionar la diferencia y  $\lim_{n} F_n(x)$ ?
- Por facilidad: asumimos F es continua, pero vale en general.
- Sabíamos por ejercicios prácticos que  $F_n(x) \to F(x)$ , pero ahora vimos que [SPOILER ALERT]  $\sup_{\mathbb{D}} |F_n(x) - F(x)| \to 0$ .
- $F_n \bowtie \mu_n$  (la **medida empírica**, ver práctico 3).
- $\mu_n \to \mu \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \int_{\mathbb{D}} f d\mu_n \to \int_{\mathbb{R}} f d\mu$  para toda f continua y acotada.

Si  $f=\mathbb{1}_{(-\infty,x]}$ , por G-C,  $\sup_{x\in\mathbb{R}}|\int_{\mathbb{R}}\mathbb{1}_{(-\infty,x]}d\mu_n-\int_{\mathbb{R}}\mathbb{1}_{(-\infty,x]}d\mu| o 0$ 

- Ej,  $\Omega = [0, 1]$ ,  $\mathbb{P}$  unif y  $X_n = \mathbb{1}\{\omega \in [0, 1/n)\}$ . ¿ $\lim_n F_n(x)$ ?
- Es distinto, si tenemos una **muestra**  $\vec{X} = \{X_1, \dots, X_n\}$  y  $F_n(x) = \text{ecdf}(\vec{X})(x)$ . Reflexionar la diferencia y  $i \lim_n F_n(x)$ ?
  - Por facilidad: asumimos F es continua, pero vale en general.
- Sabíamos por ejercicios prácticos que  $F_n(x) \to F(x)$ , pero ahora vimos que [SPOILER ALERT]  $\sup_{\mathbb{D}} |F_n(x) F(x)| \to 0$ .
- que [SPOILER ALERT]  $\sup_{\mathbb{R}} |F_n(x) F(x)| \to 0$ .

   $F_n \bowtie \mu_n$  (la **medida empírica**, ver práctico 3).
- $\mu_n \to \mu \stackrel{\mathrm{def}}{\Leftrightarrow} \int_{\mathbb{R}} f d\mu_n \to \int_{\mathbb{R}} f d\mu$  para toda f continua y acotada.
  - Si  $f = \mathbb{1}_{(-\infty,x]}$ , por G-C,  $\sup_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}} |\int_{\mathbb{R}} \mathbb{1}_{(-\infty,x]} d\mu_n \int_{\mathbb{R}} \mathbb{1}_{(-\infty,x]} d\mu| \to 0$
- ¿Podemos cambiar  $\mathbb{1}_{(-\infty,x]}$  por  $\mathbb{1}_B$  con B medible?