Version travail

© Emeline Faugere / @wolvermimine. Tous droits réservés. 2025.

Aujourd'hui, on parle de...

Scie et de colle qui fait des schpouics et des fils

Vecteur contrainte

$$\vec{T}(M,\vec{n}) = \sigma(M).\vec{n}$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}(e_1, e_2, e_3)}$$

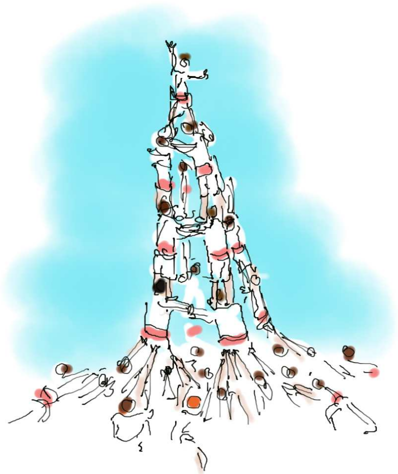
et un peu de torseur de cohésion

et un peu de tenseur des contraintes

Si t'essaies de paraitre plus grand en montant sur un pâté de sable, il y a peu de chances que t'y arrives.

Mais si c'est pas un pâté de sable mais un pâté en béton, en bois ou en métal, là oui, ça devrait mieux marcher !

Si chaque grain de sable retenait ses potes aussi... Comme dans les grandes pyramides humaines !

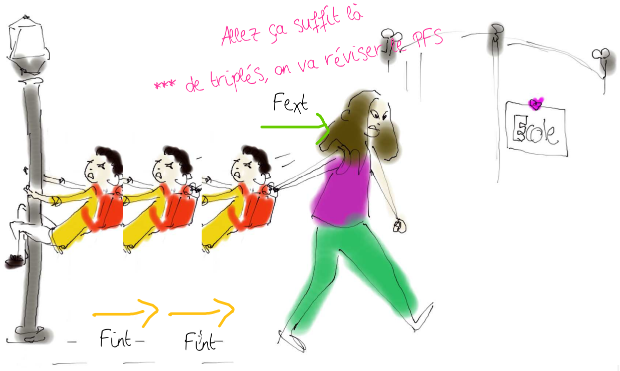


Et ouais, dans la matière, quand ya des ptits bras pour maintenir les grains d'à côté, ça tient !

Mais si ya pas les bras....

Ça tombe bien, les bras on sait les modéliser, ces bras ! c'est les vecteurs contraintes. Allez go on zoom !

On va commencer simple avec une poutre. On tire dessus, on tire on tire. Est-ce qu'on est capable de quantifier comment se comportent les bouts de poutre les uns avec les autres pour garder la matière 'cohérente' ? (c'est-à-dire : pas casser)

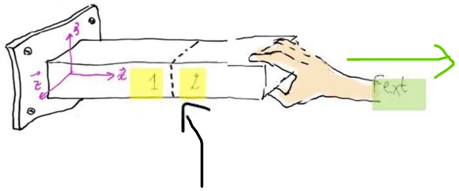


Chaque enfant tire sur le précédent « pour ne pas se détacher » du poteau. (Alors que pourtant le PFS c'est trop cool)

Cimer, elle est où la poutre ?

Ah oui, bon.

Voilà une poutre encastrée à gauche et sur laquelle on tire à droite. Et une base sympa, car cartésienne β (x, y, z)



Qu'est-ce qui se passe ici ? Sur un plan de **normale n=x** ?

À l'échelle de la poutre, peut-on anticiper la forme de $\{T_{int}\}^*$?

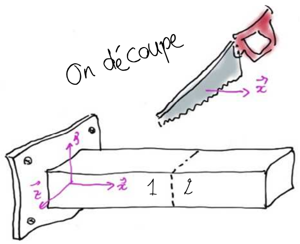
À l'échelle de la surface, peut-on anticiper $T(M, n)$ en un point M de cette surface ?

Pour bien anticiper, on va interposer un matériaux plus visuel. On coupe selon la **direction normale** à n.

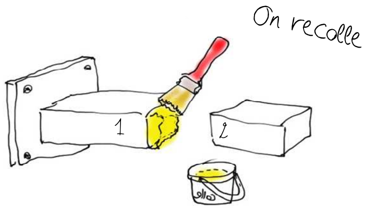
$\vec{T}(M, \vec{n})$, $\vec{n} = \vec{x}$

les actions locales des bras dans le plan de la colle

un point de la surface de colle

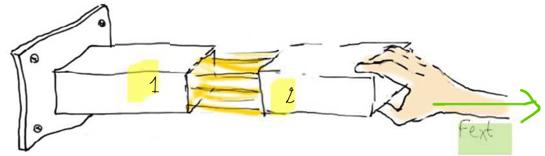


Et on y va avec des la grosse glue bien capable de gros shpouic quand on l'écrase et ou de beaux fils, quand on tire dessus (de la néoprène?)



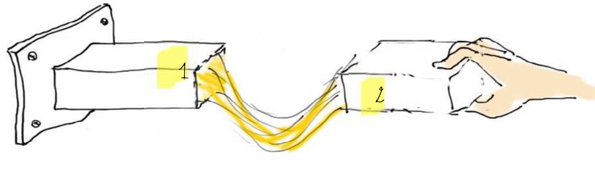
Pour maintenir l'ensemble **cohérent**, la colle assure un encastrement qui remplace les actions exercées directement entre atomes quand on ne découpe pas la structure. L'avantage avec la colle c'est que si on l'imagine se déformer, on peut bien comprendre la nature et le sens des actions mécaniques dans cet encastrement collé. Et c'est bien ce qu'on cherche !

Pour revenir à l'exemple tout simple de la poutre en traction



Si ça fait des fils genre fondue savoyarde, ça veut dire que la colle a été **étirée**.

Le sens des fils donne le sens des actions mécaniques.

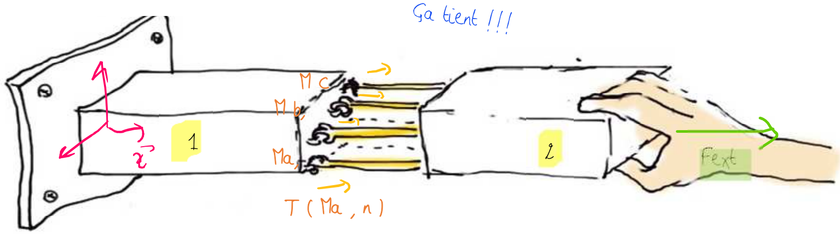


Mais attention, il faut quand même se souvenir que le but de la colle c'est de solidariser 1 et 2. Si on en arrive à ça... ça n'a plus de sens ! Et en plus, les actions mécaniques deviennent hyper petites, la main ne tire plus vraiment.

Weady !

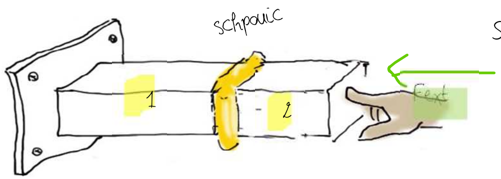
Donc à la place des fils de fondue tout mous, on peut aussi visualiser plein de p'tits bras agissant ensemble pour maintenir la cohésion de la matière.

Ça tient !!!



Chaque petit bras représente une action surfacique sur une petite surface de normale n centrée sur M : c'est $T(M, n)$

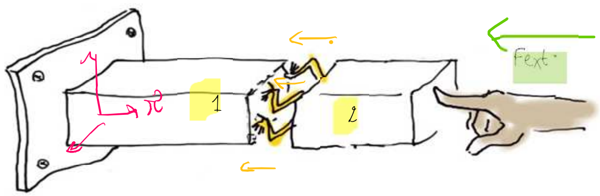
Ici chaque bras agit de la même manière : 2 tire sur 1 selon x. $T(M, x) = T . x$



Si au lieu de tirer sur la poutre on appuie dessus, la colle aurait plutôt tendance à s'écraser et à déborder façon mayonnaise dans un sandwich.

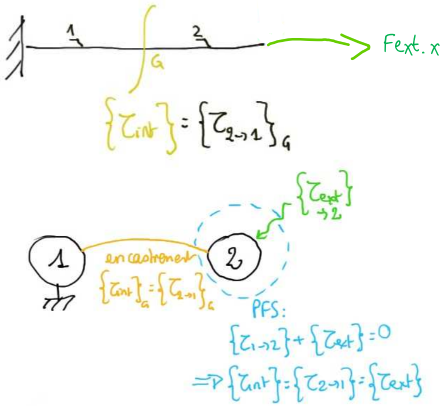
Les ptits bras de la colle repoussent tous de la même façon pour éviter que 2 ne rentre dans 1.

$T(M,x) = -T.x$



Au passage..

Si on regarde le problème de façon macroscopique, on est juste en train de faire de la mécanique générale et un petit PFS au morceau de poutre '2' !



L'action mécanique globale que 2 applique à 1 sur la tranche pour éviter à la matière de se disloquer c'est $\{\tau_{int}\}_G$

Et c'est aussi... la somme de toutes les actions de tous les petits bras

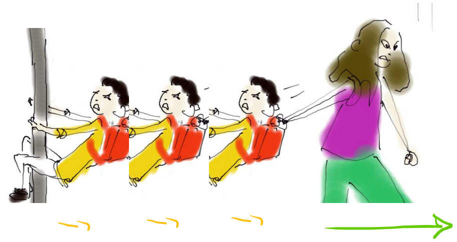
N uniforme

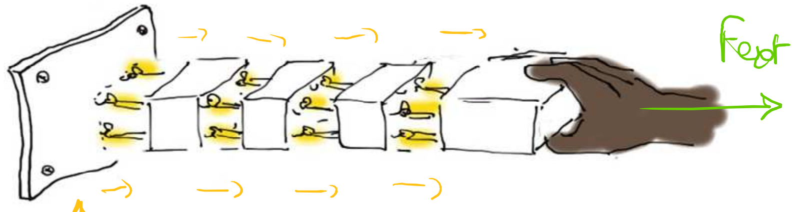
$$\hookrightarrow \vec{T}(M,\vec{x}) = \boxed{\frac{F_{ext}}{S}} \cdot \vec{x}$$

Ça vient de là.

Enfin, quelle que soit là où on tranche dans la poutre, on va retrouve le même phénomène : des petites actions de traction dans les petits bras.

L'action de Fext se transmet de proche en proche.

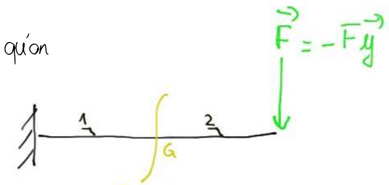




Nb : la platine (l'encastrement 1/0) est elle aussi sollicité quand on tire sur la poutre. Donc les actions dans la liaison encastrement sont égales aux actions du torseur de cohésion quand on est à l'extrémité encastrée

Si il n'y avait pas de liaison pour empêcher à la poutre de se déplacer, et bien, tout simplement il n'y aurait aucun effort dans les petits bras et le solide se translaterait mais en mode détendu dans les bras.

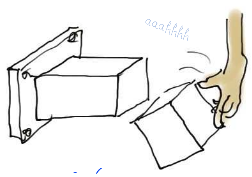
On se fait un cas un peu moins évident maintenant qu'on a compris les spaücs et les fils !



$$\{\tau_{int}\} = \{\tau_{2\to 1}\}_G$$

La poutre console. Cette fois au lieu de tirer au bout, on va appuyer vers le bas.

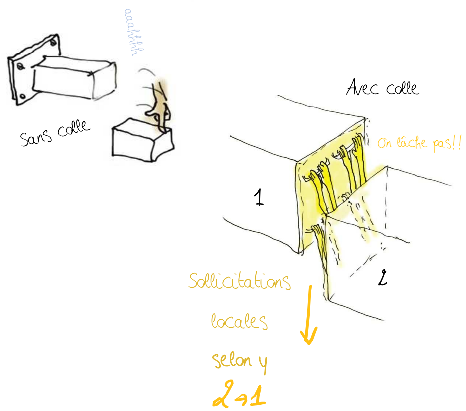
Ce qui est intéressant avec cet exemple c'est que non seulement l'appui a tendance à décaler le bout de poutre vers le bas, mais en plus à le faire pivoter.



Le couple du torseur de sollicitation exprimé au niveau de la coupe : F . d !

$$\{\tau_{ext}\} = \left\{\begin{matrix}-F\vec{y}\\ 0\end{matrix}\right\}_A = \left\{\begin{matrix}-F\vec{y}\\ -d.F\vec{z}\end{matrix}\right\}_G$$

On regarde donc bout par bout les effets en terme d'actions dans les ptits bras : 1/ l'effet de la résultante et 2/ l'effet du couple

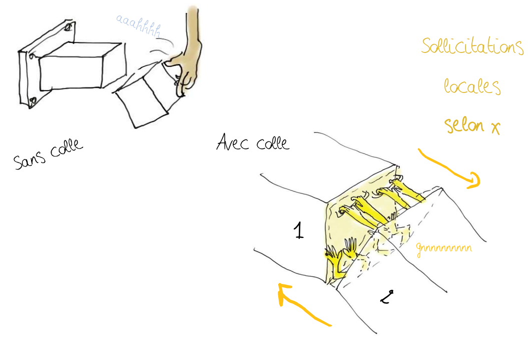


Pour éviter que la partie 2 ne tombe sous l'effet de l'action mécanique en bout, chaque petite surface de colle de 2 s'accroche à la partie 1 en exerçant une petite action mécanique (les petits bras) verticalement (selon y donc) et vers le bas.

L'action des bras est dans le plan de coupe? C'est une contrainte de cisaillement τ

Ici elle est uniforme

2 a aussi tendance à pivoter, même si on l'empêche de tomber. Pour éviter cela, les petits bouts de surface du haut cherchent à ne pas s'éloigner de 1 (petits bras tendus) tandis que les petits bouts de surface du bas repoussent sur 1. Toutes ces actions se font horizontalement (selon x)



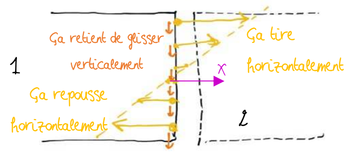
L'action des bras est normale au plan de coupe? C'est une contrainte normale. σ

Ici on passe progressivement de compression des bras à traction des bras

en passant par une zone centrale où les ptits bras se la coulent douce

$$\vec{T}(M,\vec{x}) = \sigma(M)\vec{x} + \tau(M)\vec{y}$$

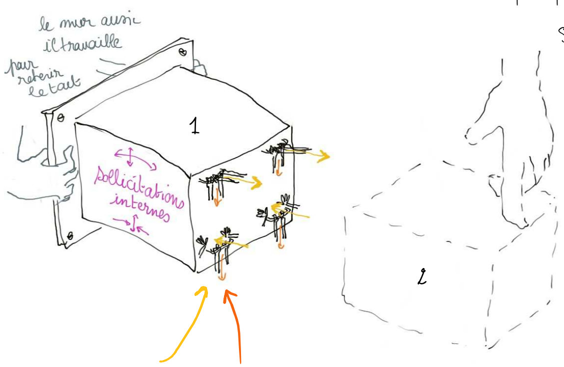
$\sigma(M)$ et τ



Voilà ce que cela représente lorsque l'on dessine « l'état de contrainte » dans la section de normale x

Nb : une autre façon de voir les choses, c'est de se demander comment il faudrait appuyer/tirer/solliciter la surface de découpe sur le bout 1 pour que le bout 1 soit sollicité exactement de la même manière que lorsqu'on appuyait sur le bout 2 qui transmettait ses actions à 1.

On élimine la main et le bout 2, et on le remplace par plein de 'petits bras' sur la tranche



$\vec{T}(M,\vec{x}) = \sigma(M)\vec{x} + \tau(M)\vec{y}$

$\sigma(M)$ et τ

Aujourd'hui, on parle de...

Ranger les vecteurs contraintes

Tenseur des contraintes

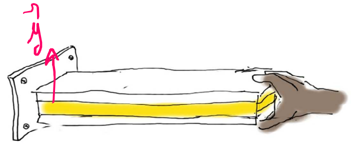
$$\vec{T}(M,\vec{n}) = \sigma(M).\vec{n}$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}_{B(e_1, e_2, e_3)}$$

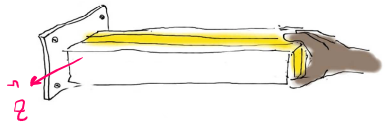
Est-ce que faire des tranches de poutre comme des bouts de saucisson c'est suffisant pour décrire comment toute la matière est sollicitée ?

Qu'est ce qui se passe si on tranche mais dans d'autres directions ? On essaie !

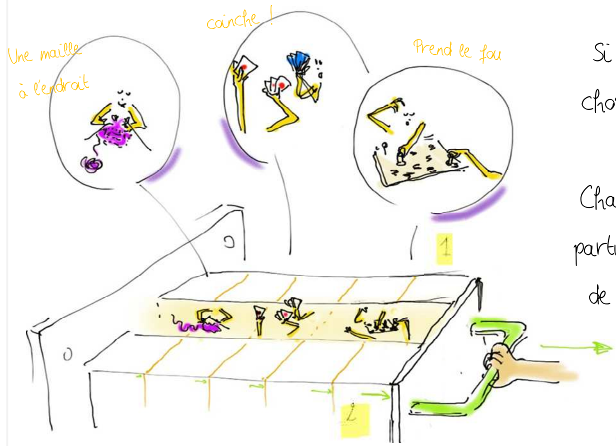
Ça va trancher !



Qu'est ce qui se passe ici ? Dans les tranches de normale y ?



Et dans celles de normale z ?



Si on zoom, il ne se passe pas grand chose... Ça tricote, ça joue aux cartes ou aux échecs . .

Chaque point de la coupe du côté de la partie 1 est resté en face du même point de la partie 2 quand on a tiré sur la poutre.

Même si les sections se sont déplacées, elles sont restées parallèles. Pas de risque de glisser, de s'éloigner, de se rentrer dedans ? Il n'y a rien à faire dans la colle !

Toutes ces infos se stockent dans le **tenseur des contraintes**.

Voilà, c'est juste une caisse de rangement de trois données vectorielles de ce qui se passe dans la colle en un point d'une coupe pour trois ses de coupes orthogonales.

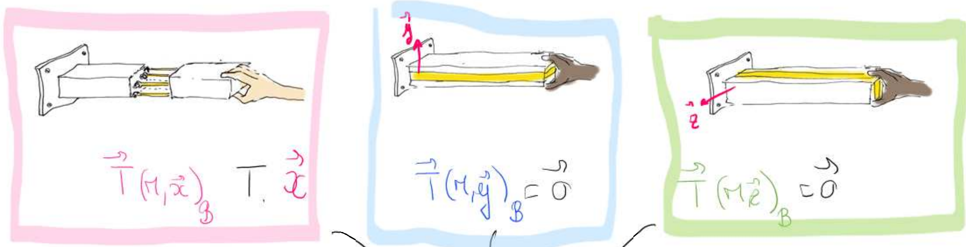
$$\overline{\overline{\sigma}}(M) = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ - & - & - \end{bmatrix}_{M,\mathcal{B}(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\vec{T}(M,\vec{x})_{\mathcal{B}} = \overline{\overline{\sigma}}_M \, \vec{x} \qquad \vec{T}(M,\vec{y})_{\mathcal{B}} = \overline{\overline{\sigma}}_M \, \vec{y} \qquad \vec{T}(M,\vec{z})_{\mathcal{B}} = \overline{\overline{\sigma}}_M \cdot \vec{z}$$

Ici on découpe selon x, y ou z, mais on peut imaginer découper selon d'autres choix de bases*.

C'est pratique car en rangeant ça comme ça, on retrouve directement la colonne d'un vecteur en multipliant le tenseur par ledit vecteur (celui qui est normal à la coupe)

Conclusion pour la poutre sur laquelle on a tiré : Le tenseur des contraintes en un point M exprimé dans la base cartésienne (x, y, z) est diagonal et n'a qu'une seule contrainte principale T



$$\overline{\overline{\sigma}}(M) = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{M,\mathcal{B}(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

On vérifie qu'on a pigé avec la poutre console en flexion simple qu'on a déjà découpé selon x donc on sait déjà ranger les premières infos $\vec{T}(M,\vec{x}) = \sigma(M)\vec{x} + \tau(M)\vec{y}$

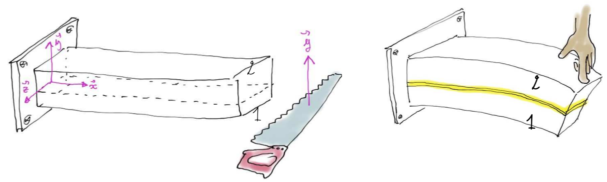
$$\vec{T}(M,\vec{x}) = \begin{bmatrix} \sigma_{11}(M) & & \\ \tau_{21} & \overline{\overline{\sigma}} & \\ 0 & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{21} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} \begin{matrix} \vec{T}(M,\vec{x}).\vec{x} \\ \vec{T}(M,\vec{x}).\vec{y} \\ \vec{T}(M,\vec{x}).\vec{z} \end{matrix}$$

: Tirer ou repousser 1 perpendiculairement à la surface pour éviter qu'elle pivote

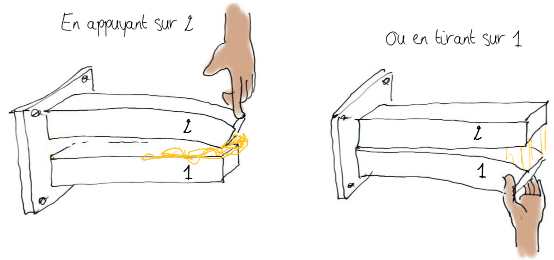
: Tirer ou repousser 1 parallèlement à la surface pour éviter qu'elle ne glisse

: Inutile de retenir 1 dans la direction z

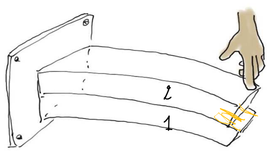
Pour le contenu de la deuxième colonne : c'est reparti pour découper la poutre horizontalement, c'est-à-dire perpendiculairement à y :



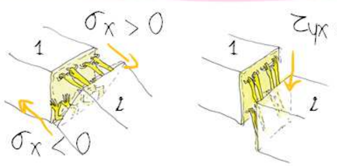
Avec de la colle très molle ça fera c
schpouic ou des fils en fonction de
où on applique localement F sur
l'extrémité de la poutre (en appuyant
2 ou en tirant sur 1).
dans la direction y.



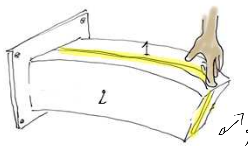
Et ça fera aussi des fils dans la direction x car les deux plans vont glisser l'un sur l'autre si il ne sont pas solidarisés



Allez on range ces infos dans le tenseur des contraintes.



$$\vec{T}(M,\vec{x})_{\mathcal{B}} = \sigma_x\,\vec{x} + \tau_{yx}\,\vec{y}$$

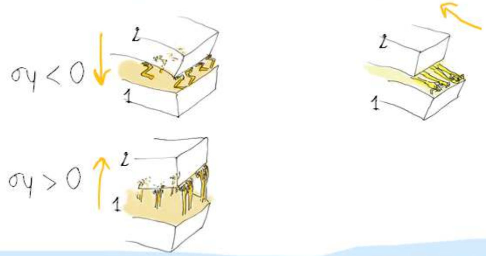


$$\vec{T}(M,\vec{z})_{\mathcal{B}} = \vec{0}$$

2 sur 1

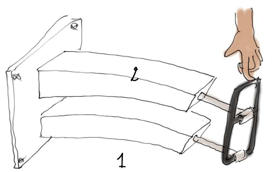
$$\overline{\overline{\sigma}}(M) = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{M,\mathcal{B}(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

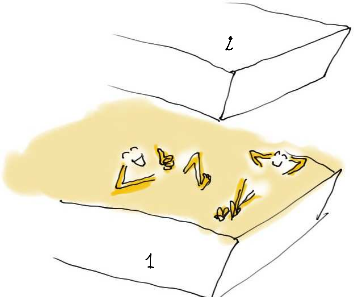
$$\vec{T}(M,\vec{y})_{\mathcal{B}} = \sigma_y\,\vec{y} + \tau_{xy}\,\vec{x}$$



On verra pourquoi $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ (déjà ils ont le même signe c'est bon signe (ahah)

Remarque, on aurait pu aussi appuyer en même temps sur 1 et 2 au bout de la poutre Et dans ce cas ?





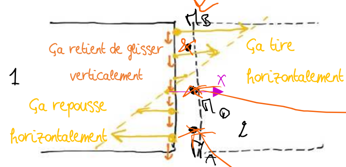
A la cool ! On est ni compressé ni étiré dans la direction y car les plans de 1 et 2 restent parallèles

Donc, si c'est le cas, $\sigma_y = 0$!
Mais il y a toujours le glissement à éviter et $\tau_{xy} \neq 0$

Nb 1 : Le tenseur n'est pas le même partout puisqu'il dépend du point M par lequel on tranche la matière. Par exemple, pour la composante σ_{xx}, si on regarde dessus, au milieu (fibre neutre) ou dessous, les valeurs varient.

2 sur 1

$$\overline{\overline{\sigma}}(M_B) = \begin{bmatrix} \sigma_x > 0 & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{M_B,\mathcal{B}(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$



2 sur 1

$$\overline{\overline{\sigma}}(M_0) = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{M_0,\mathcal{B}(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

2 sur 1

$$\overline{\overline{\sigma}}(M_A) = \begin{bmatrix} \sigma_x < 0 & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{M_A,\mathcal{B}(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Nb 2 : Si le tenseur n'est pas diagonal, comme il est symétrique, on peut le diagonaliser. Ce qui veut dire que dans la matière on trouvera toujours une base $\mathcal{B}p$ (x_p, y_p, z_p) telle que pour des sections normales à cette base, les actions des petits bras ne sont que de la traction compression normale aux coupes. Voir la fiche dédiée (et celle sur Mohr).

Nb 3 : les plans de coupe orientées comme on veut et pour lesquelles on regarde les actions des petits bras de glue, c'est ce qu'on appelle des 'facettes' dans le jargon.

Aujourd'hui, on parle de...

Cuisine : camembert, oignons, tartes, saucisson végé etc etc

Tenseur des contraintes

Pas cartésien !

$$\vec{T}(M,\vec{n}) = \sigma(M).\vec{n}$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}(e_1, e_2, e_3)}$$

Prérequis

- La fiche sur les vecteurs contraintes
- Le PFD
- Eventuellement la fiche sur les efforts centrifuges
- L'opérateur div

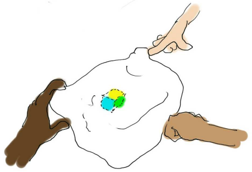
Aujourd'hui, on parle de...

PFS miniatures, les p'tites mains entre atomes !

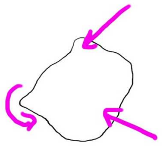
L'équation d'équilibre

$$\underline{div}\, \underline{\underline{\sigma}}_{(M)} + \underline{f_d}_{(M)} = \rho\, \vec{\Gamma}_{(M)}$$

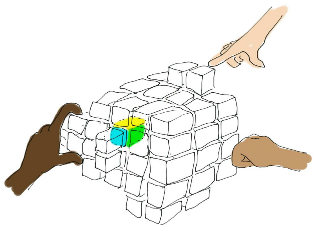
Lorsqu'une pièce est sollicitée, si ça ne casse pas et que rien ne bouge, cela veut dire que chaque petit bout de matière est maintenu en position à l'équilibre en étant bien confortablement appuyé sur ses voisin·es.

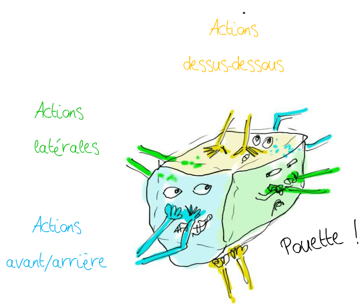


Prenons l'exemple de cette pièce sur laquelle vu de l'extérieur, on appuie, on tord, bref, on applique des actions mécaniques.



Si maintenant on veut zoome à l'intérieur, découpons-la en petits cubes dont les petits volumes sont $dV = dx . dy . dz$.





Chaque face de chaque petit cube subit les actions des petits cubes voisins qui appuient ou tirent sur notre cube témoin :

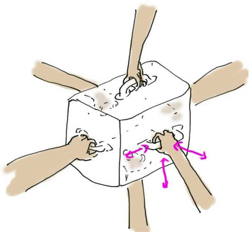
Dessus, dessous, devant, derrière, à droite et à gauche.

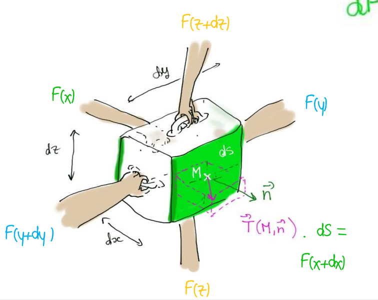
La petite **actions surfacique** qui s'exerce sur chaque petite face de normale **n** est donnée par le vecteur contrainte T (actions surfaciques normales à la surface et/ou actions surfaciques tangentes à la surface.

$$\vec{T}(M,\vec{n}) = \sigma(M).\vec{n}$$

Pour avoir la petite **force** (et non l'action surfacique) **exercée sur chaque face**, il faut donc multiplier par la surface de la face

$$\vec{dF} = dS.\vec{T}(M,\vec{n}) :$$





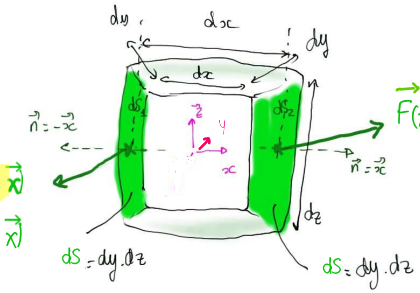
Par exemple, sur la surface verte située autour du point M_{x+dx}

Lorsque la pièce est sollicitée, chaque simultanée petit cube est contrainte de tous les côtés et son équilibre s'établit si la somme de ces efforts est nulle. Le bilan des actions mécaniques subies par le petit cube est :

$$F(x) + F(x+dx) + F(y) + F(y+dy) + F(z) + F(z+dz)$$

Si on les regarde deux à deux, par exemple $F(x) + F(x+dx)$ appliquée sur $dS = dV/dx$

$$\vec{F}(x) = dS.\ \vec{T}(M_x, -\vec{x})$$
$$= -dS.\ \vec{T}(M_x, \vec{x})$$



$$\vec{F}(x+dx) = dS.\ \vec{T}(M_{x+dx}, \vec{x})$$

$$\vec{F}(x+dx) + \vec{F}(x) = dS.\ (\vec{T}(M_{x+dx}, \vec{x}) - \vec{T}(M_x, \vec{x})) = dV.\ \frac{d\vec{T}(M, \vec{x})}{dx}$$

Petit rappel

$$\sigma(M) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(M) & - & - \\ \sigma_{yx}(M) & - & - \\ \sigma_{zx}(M) & - & - \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$\vec{T}(M,\vec{x})$ $\vec{T}(M,\vec{y})$ $\vec{T}(M,\vec{z})$

Si on fait la même chose sur les paires de faces bleus et jaunes .... Tadam ! Div !

$$F(x) + F(x+dx) + F(y) + F(y+dy) + F(z) + F(z+dz) = dv. \left| \underbrace{\begin{matrix} \sigma_{xx,x}(M) \\ \sigma_{yx,x}(M) \\ \sigma_{zx,x}(M) \end{matrix}}_{\frac{d\vec{T}(M,\vec{x})}{dx}} + \underbrace{\begin{matrix} \sigma_{xy,y}(M) \\ \sigma_{yy,y}(M) \\ \sigma_{zy,y}(M) \end{matrix}}_{\frac{d\vec{T}(M,\vec{y})}{dy}} + \underbrace{\begin{matrix} \sigma_{xz,z}(M) \\ \sigma_{yz,z}(M) \\ \sigma_{zz,z}(M) \end{matrix}}_{\frac{d\vec{T}(M,\vec{z})}{dz}} \right.$$

$$\Sigma F \text{ ext cube} = dv\ .\ \underline{div}\ \sigma_{(M)}$$

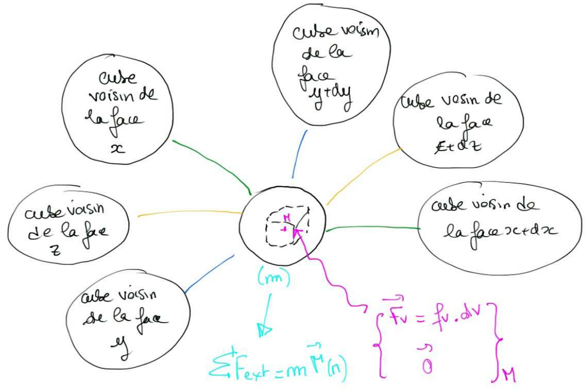
Brrref ! Div (σ) = 0 c'est juste **l'équation de résultante d'un PFS** .

Maintenant, on peut aussi imaginer qu'en plus des actions sur les faces, chaque petit cube subit aussi des forces volumiques, et qu'il se déplace avec une accélération non nulle.

Allez, on ajoute alors :

- Les éventuels efforts liés à une charge volumique $F_v = dv . f_v$ (par exemple, le poids)
- Les éventuels effets d'inertie $m . a = ro . dV . a$

Un PFD tout simple appliqué au petit cube de masse m et de volume dv donne la fameuse 'formule de l'équilibre dans la matière' !



$$\mathrm{div}\, \sigma_{(M)} + f_{d(M)} = \rho \vec{\Gamma}(M)$$

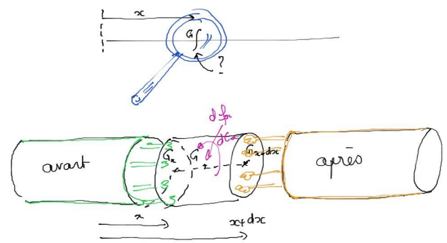
Aujourd'hui, on parle de...

PFS miniatures, les ptites mains entre atomes !

La même pour une poutre

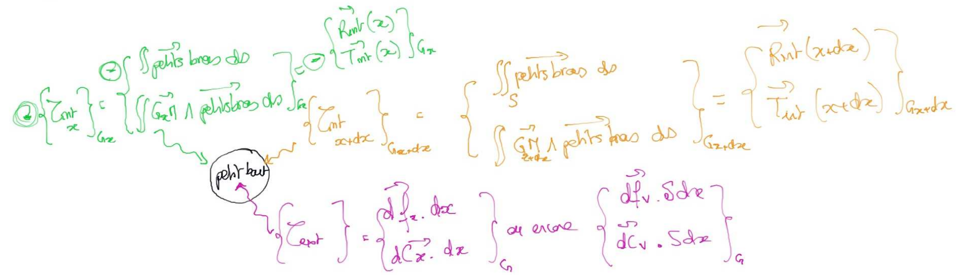
On se la fait version RdM ?

Genre, comment le petit bout de poutre est maintenu en équilibre par ses parties voisines ?



Le bilan des actions mécaniques que subit le petit bout est :

- à droite (sur la surface sont le centre géométrique est G_{x+dx}) : + Tint (x+dx) (c'est une convention)
- à gauche (sur la surface sont le centre géométrique est G_x) : - Tint (x) (c'est la même convention)
- Dans le petit bout il peut y avoir des actions volumiques (f_v ou des couples volumiques c_v)



L'écriture d'un petit PFS au petit bout isolé permet de faire apparaitre les équations **d'équilibre locales linéiques** (pour la résultante c'est exactement la même chose que le div en volumique). Pour l'équation de couple, il faut juste faire attention à exprimer les torseurs au meme point (donc à déplacer l'un des deux torseurs de cohésion)

Pour écrire l'équilibre : ⚠ en G_x ou G_{x+dx} (ou G, mais ça alourdit énormément)
par exemple

$$-\left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_{int}}(x)\\ \overrightarrow{T_{int}}(x)\end{matrix}\right\}_{G_x} + \left\{\begin{matrix}\overrightarrow{R_{int}}(x+dx)\\ \overrightarrow{T_{int}}(x+dx) + \underbrace{\overrightarrow{G_x G_{x+dx}}}_{dx.\underline{t}} \wedge \overrightarrow{R_{int}}(x+dx)\end{matrix}\right\}_{G_x} + \left\{\begin{matrix}\overset{\underline{r}}{\overrightarrow{df_x}}\,dx\\ \underset{\underline{h}}{\overrightarrow{dC_x}}\,dx + \underbrace{\overrightarrow{G_x G}}_{\frac{dx}{2}\underline{t}} \wedge \overrightarrow{df_x}\,dx\end{matrix}\right\}_{G_x} = 0$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{matrix}\dfrac{\overrightarrow{R_{int}}(x+dx) - \overrightarrow{R_{int}}(x)}{dx} + \overrightarrow{df_x} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\dfrac{d\overrightarrow{R_{int}}}{dx} + \vec{r} = \vec{0}}\\ \dfrac{\overrightarrow{T_{int}}(x+dx) - \overrightarrow{T_{int}}(x)}{dx} + \vec{t} \wedge \overrightarrow{R_{int}}(x+dx) + \vec{h} + \cancel{\frac{dx}{2}}\,\underline{t} \wedge \underline{r} = 0 \Rightarrow \boxed{\dfrac{d\overrightarrow{T_{int}}}{dx} + \vec{t} \wedge \overrightarrow{R_{int}} + \vec{h} = 0}\end{matrix}\right.$$

« autres termes

Et voilà !

Un petit PFD au bout de poutre et on a les équations 'locales' d'équilibre de la rdm.

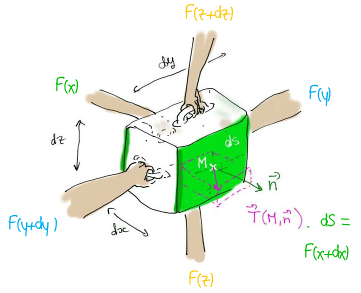
Attention : la plupart du temps, utiliser cette forme est beaucoup plus long que d'utiliser les équations globales donc... à utiliser avec parcimonie !

Conclusion : 3D ou 1D

Quelle que soit la dimension, on est toujours en train d'écrire : « sous l'effet des actions voisines et internes, ça bouge pas.

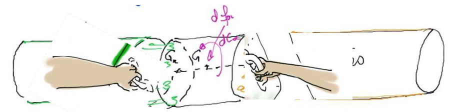
3D

$$\operatorname{div} \sigma_{(M)} + f_{d(M)} = 0$$



1D

$$\frac{d\overrightarrow{R_{int}}}{dx} + \vec{r} = \vec{0}$$



Solide !