

Modulation, Démodulation, Sous-échantillonnage

Mini-projet Traitement du Signal 2023-24

INTRODUCTION

Le but de ce projet est d'examiner concrètement quelques techniques de transmission de signaux couramment utilisées en télécommunications, dans le cas assez simple de la modulation d'amplitude, et de voir que la condition de Nyquist-Shannon peut être comprise dans un sens élargi.

Le travail à rendre consiste en un notebook Jupyter commenté, avec quelques explications théoriques courtes mais pertinentes, et surtout des figures illustratives. Un peu de recherche documentaire est nécessaire (mais guère plus que Wikipedia). Les bonus proposent deux développements (parmi bien d'autres possibles !) sur les sujets abordés ; ils sont facultatifs, et indépendants l'un de l'autre.

On utilisera dans la suite trois fréquences de référence d'ordres de grandeur différents : B la fréquence maximale du signal à transmettre, $f_c \gg B$ la fréquence de la porteuse, et $f_\infty \gg f_c$ la fréquence d'échantillonnage pour représenter les signaux analogiques (f_∞ étant choisie "très grande", un signal échantillonné à f_∞ peut être vu comme un signal à temps continu).

I. MODULATION ET DÉMODULATION DSB-SC (DOUBLE-SIDEBAND SUPRESSED-CARRIER)

A. Modulation

- fabriquer le signal à transmettre $x(t)$ décrit dans l'annexe ; afficher le signal et son spectre ; quelle est (approximativement) la fréquence maximale B ?
- fabriquer le signal modulé $x_m(t) := x(t) \cos(2\pi f_c t)$, avec $f_c := 47$ Hz ; afficher le signal et son spectre. Pourquoi le nom "DSB-SC" donné à ce type de modulation ?

B. Démodulation synchrone "analogique"

- fabriquer le signal $x_{md}(t) := 2x_m(t) \cos(2\pi f_c t)$; afficher le signal et son spectre
- filtrer $x_{md}(t)$ par un filtre passe-bas, soit $x_{mdf}(t)$ le résultat ; afficher le signal et son spectre, et la réponse fréquentielle du filtre. Conclusion ?
- pour la suite du traitement, on échantillonnerait $x_{mdf}(t)$ afin de manipuler numériquement le signal. Quelle est la fréquence minimale d'échantillonnage possible ?
- la démodulation présentée ici se fait d'habitude avec des composants analogiques. Serait-il possible de réaliser numériquement le même traitement après avoir échantillonné x_m ? Quelle est la fréquence minimale d'échantillonnage possible ?

C. Démodulation synchrone par sous-échantillonnage

- échantillonner le signal modulé $x_m(t)$ à la fréquence $f_s := f_c/n$ avec n entier, soit $x_s(t)$ le résultat ; afficher le signal et son spectre. Conclusion ? Quelle est la fréquence minimale d'échantillonnage possible ?
- intérêt de cette procédure ? Interprétation temporelle et fréquentielle ?

II. MODULATION-DÉMODULATION DSB-SC AVEC SINUS

Reprendre les questions de la partie I en utilisant partout $\sin(2\pi f_c t)$ au lieu de $\cos(2\pi f_c t)$.

III. MODULATION ET DÉMODULATION QAM (QUADRATURE AMPLITUDE MODULATION)

La modulation DSB-SC "gaspille" de la bande passante ; pourquoi ? En s'inspirant des résultats de la section précédente, montrer qu'on peut transmettre deux signaux $x_I(t)$ et $x_Q(t)$ en même temps, en modulant $\cos(2\pi f_c t)$ par x_I et $\sin(2\pi f_c t)$ par x_Q , et en sommant le résultat, d'où le signal modulé composite $x_m(t) := x_I(t) \cos(2\pi f_c t) + x_Q(t) \sin(2\pi f_c t)$. Reprendre les questions des sections I-A à I-C dans ce cas.

Pour $x_I(t)$, utiliser le signal $x(t)$ de la partie I-A ; pour $x_Q(t)$, fabriquer un signal différent, mais avec à peu près la même fréquence maximale B .

IV. MODULATION ET DÉMODULATION SSB-SC (SINGLE-SIDEBAND SUPRESSED-CARRIER)

Si on n'a qu'un seul signal $x(t)$ à transmettre, une autre façon d'économiser la bande passante est la modulation à bande unique "SSB-SC" ; pourquoi ? Reprendre les questions de la partie I dans ce cas (pour la modulation, on pourra utiliser la fonction `scipy.signal.hilbert`).

V. BONUS 1 : MODULATEUR DE WEAVER

En pratique, on ne peut pas utiliser la transformée de Hilbert pour moduler en temps réel un signal en SSB-SC ; pourquoi ? On utilise à la place un dispositif appelé "modulateur de Weaver" ; implémenter ce modulateur, et vérifier qu'on obtient bien le même résultat qu'avec la méthode "théorique".

VI. BONUS 2 : TRANSMISSION MULTIPORTEUSE

Généraliser l'approche QAM de la section III pour transmettre simultanément quatre signaux.

ANNEXE : CODE PYTHON DU SIGNAL À UTILISER

```
import numpy as np
import scipy.signal as sig

fc = 47.0 # carrier frequency
finfty = fc*1e2 # very high "continuous" frequency

T = 15. # duration of signal
N = round(finfty*T) # number of samples
t = np.arange(0.0, N)/finfty

pulsation1 = 2*np.pi*t/T
pulsation2 = 2*np.pi/np.sqrt(7)*t/T
xRaw = np.cos(pulsation1*t) + np.sin(pulsation2*t)
pulsation2 = 2*np.pi/np.sqrt(7)*t/T
xRaw = np.cos(pulsation1*t) + np.sin(pulsation2*t)
window = sig.windows.kaiser(N,9)
x = xRaw*window
```

Remarque. *Pour éviter des soucis d'interprétation du spectre liés à la "fuite spectrale", le signal a été passé dans une "fenêtre régularisante" (en l'occurrence une fenêtre de Kaiser).*