Домашнее задание на 17.04 (Алгебра)

Емельянов Владимир, ПМИ гр №247

№1 Мы знаем, что матрицы в группе G и подгруппе H имеют вид:

$$G = \begin{pmatrix} * & * \\ 0 & * \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 1 & * \\ 0 & * \end{pmatrix}$$

Покажем, что:

$$g^{-1}Hg = H \quad \forall g \in G$$

Пусть:

$$g \in G, h \in H \implies g = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & e \end{pmatrix}$$

Тогда:

$$g^{-1}Hg = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & e \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 & ab + c(ad + be) \\ 0 & c^2e \end{pmatrix} \in H$$

Следовательно, $H\triangle G$