ИДЗ №9 (вариант 10) (Линейная алгебра)

Емельянов Владимир, ПМИ гр №247

№1 Пусть $P(-35, 20, -15)$ — точка на искомой прямой. Пусть Q - точка на пересекающей прямой, при которой вектор PQ — это направляющий вектор искомой прямой.

$$Q(t) = (-t + 26, -4t - 6, -5t + 20)$$

Тогда вектор PQ:

$$PQ(t) = (-t+26+35, -4t-6-20, -5t+20+15) = (61-t, -4t-26, 35-5t)$$

По условию искомая прямая параллельна плоскости

$$3x + 4y - 2z = -3$$

Это означает, что прямая перпендикулярна к нормали этой плоскости, то есть должно выполняться:

$$(PQ, n) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3\cdot(61-t)+4\cdot(-4t-26)-2\cdot(35-5t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = 1$$

Получаем направляющий вектор искомой прямой, поделим его на 30 для удобства:

$$\vec{a} = \frac{1}{30}PQ = \frac{1}{30}(60, -30, 30) = (2, -1, 1)$$

То есть уравнение искомой прямой:

$$\frac{x + 35}{2} = \frac{y - 20}{-1} = \frac{z + 15}{1}$$

Ответ: $\frac{x+35}{2} = \frac{y-20}{-1} = \frac{z+15}{1}$

№2 Направим ось x по лучу BA, ось y по лучу BC, ось z по лучу BB', тогда по отношениям в условии найдём координаты точек:

$$A = (10, 0, 0), \quad E = (0, 0, 6), \quad D' = (10, 10, 10), \quad F = (0, 0, 5)$$
$$AE = (-10, 0, 6) \quad D'F = (-10, -10, -5)$$

Найдём косинус угла между AE и $D'F$:

$$|\vec{AE}| = 2\sqrt{34}, \qquad |\vec{D'F}| = \sqrt{(-10)^2 + (-10)^2 + (-5)^2} = \sqrt{225} = 15.$$