

Домашнее задание на 24.04 (Линейная алгебра)

Емельянов Владимир, ПМИ гр №247

№1 Мы знаем с.в. и с.з.:

$$\lambda_1 = 1 + i, \quad v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = 1 - i, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

Диагонализуем A :

$$A = P D P^{-1}, \quad P = (v_1, v_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}, \quad D = \text{diag}(1 + i, 1 - i)$$

Тогда

$$A^{21} = P D^{21} P^{-1} = P \begin{pmatrix} (1 + i)^{21} & 0 \\ 0 & (1 - i)^{21} \end{pmatrix} P^{-1}$$

Получаем

$$A^{21} = P \begin{pmatrix} -2^{10}(1 + i) & 0 \\ 0 & -2^{10}(1 - i) \end{pmatrix} P^{-1} = -2^{10} P D P^{-1} = -2^{10} A = -1024 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ: $-1024 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$