

Домашнее задание на 05.06 (Линейная алгебра)

Емельянов Владимир, ПМИ гр №247

№1 1.1 Дано

$$6x^2 - 5y^2 + 12x - 10y + 31 = 0$$

Сгруппируем члены с x и y :

$$(6x^2 + 12x) + (-5y^2 - 10y) + 31 = 0$$

Вынесем коэффициенты за скобки:

$$6(x^2 + 2x) - 5(y^2 + 2y) + 31 = 0$$

Дополним до полных квадратов:

$$6(x^2 + 2x + 1 - 1) - 5(y^2 + 2y + 1 - 1) + 31 = 0$$

$$6[(x + 1)^2 - 1] - 5[(y + 1)^2 - 1] + 31 = 0$$

Раскроем скобки:

$$6(x + 1)^2 - 6 - 5(y + 1)^2 + 5 + 31 = 0$$

$$6(x + 1)^2 - 5(y + 1)^2 + 30 = 0$$

Перенесем константу вправо:

$$6(x + 1)^2 - 5(y + 1)^2 = -30$$

Разделим обе части на -30 :

$$\frac{6(x+1)^2}{-30} - \frac{5(y+1)^2}{-30} = 1$$

Упростим:

$$-\frac{(x+1)^2}{5} + \frac{(y+1)^2}{6} = 1$$

$$\frac{(y+1)^2}{6} - \frac{(x+1)^2}{5} = 1$$

Каноническое уравнение:

$$\frac{(y')^2}{6} - \frac{(x')^2}{5} = 1$$

где $x' = x + 1$, $y' = y + 1$. Выражение старых координат через новые:

$$x = x' - 1, \quad y = y' - 1$$

Тип кривой: гипербола (так как уравнение имеет вид $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$).

1.2