

Домашнее задание на 10.04 (Математический анализ)

Емельянов Владимир, ПМИ гр №247

№1 Первое равенство неверно, так как:

$$\int \frac{1}{x} dx - \int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + C_1 - (\ln(x) + C_2) = C_1 - C_2$$

Второе равенство верно. Третье равенство неверно - аналогично первому.

№2 (a) Рассмотрим интеграл:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx &= \arcsin x + C_1 = -\arccos x + C_2 \implies \\ \implies \arcsin x + \arccos x &= C_2 - C_1 = C \end{aligned}$$

Значит, в любой точке сумма константа:

$$\arcsin 1 + \arccos 1 = \frac{\pi}{2}$$

Ответ: $\frac{\pi}{2}$

(b) Рассмотрим интеграл:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx &= \operatorname{arctg} x + C_1 = -\operatorname{arctg} \frac{1}{x} + C_2 \implies \\ \implies \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} &= C_2 - C_1 = C \end{aligned}$$

Значит, в любой точке сумма константа:

$$C_2(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & x > 0, \\ -\frac{\pi}{2}, & x < 0. \end{cases}$$

№3