Tarea algebra

1 Muestre el n-ésimo + 1 término de las siguientes relaciones recursivas

$$x_{n+1} = 4x_n - x_n^2, \quad x_0 = 4\sin^2\theta$$

$$\cancel{x_{n+1}} = 4(4\sin^2\theta) - (4\sin^2\theta)^2$$

$$x_1 = 4^2\sin^2\theta - 4^2\sin^4\theta$$

$$4^2\sin^2\theta(1 - \sin^2\theta)$$

$$4^2\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$= \cancel{4}\sin^2(2\theta)$$

$$4$$

$$x_2 = 4^1\sin^2(2\theta) - (\sin^2(2\theta))^2$$

$$x_2 = 4^2\sin^2(2\theta) - 4^2\sin^4(2\theta)$$

$$x_2 = 4^2\sin^2(2\theta)(1 - \sin^2(2\theta))$$

$$x_2 = 4^2\sin^2(2\theta)\cos^2(2\theta)$$

$$x_2 = 4\sin^2(4\theta) : 4\sin^2(2^{n+1}\theta) - \theta \in [0, \pi/2]$$

b)

$$x_{n+1} = 4x_n - 4x_n^2, \quad x_0 = \sin^2\theta$$

$$x_1 = 4\sin^2\theta - 4\sin^4\theta$$

$$x_1 = 4\sin^2\theta(1 - \sin^2\theta)$$

$$x_1 = 4\sin^2\theta\cos^2\theta$$

$$x_1 = \sin^2(2\theta)$$

$$x_2 = 4(\sin^2(2\theta) - 4\sin^4(2\theta)$$

$$x_2 = 4\sin^2(2\theta)(1 - \sin^2(2\theta))$$

$$x_2 = 4\sin^2(2\theta)\cos^2(2\theta)$$

$$x_2 = \sin^2(4\theta) \qquad x_n = \sin^2(2^n\theta)$$

$$x_{n+1} = \sin^2(2^{n+1}\theta) \quad \theta \in [0, \pi/2]$$

5 Muestre con detalle que la sustitución hacia adelante se expresa como

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=0}^{i-1} A_{ij} x_i}{A_{ii}}$$

$Ax = b$

A es triangular inferior $\begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0_2 & x_3 & 0 \\ x_4 & x_5 & x_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix}$, b

$x \cdot x_1 = b_1$

$x_1 = \frac{b_1}{x_1}$; $x_1 = x_{ii}$

$x_2 x_1 + x_3 y = b_2$

$x_2 \frac{b_1}{x_1} + x_3 y = b_2$

$x_3 y = b_2 - x_2 \frac{b_1}{x_1}$

$y = \frac{b_2 - \frac{b_1}{x_1} x_2}{x_3}$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{11} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$a_{11} \cdot x_1 = b_1$

$x_1 = \frac{b_1}{a_{11}}$

$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 = b_2$

$x_2 = \frac{b_2 - a_{21}\left(\frac{b_1}{a_{11}}\right)}{a_{22}}$

a_{ij} x_k i ii

$$x^{k+1} = \frac{b_i - \sum a_{ij} x_k}{a_{ii}}$$

$$x^{k+1} = \frac{b_i \sum_{j=0}^{i-1} A_{ij} x_j}{A_{ii}}$$

6. Muestre con detalle que la sustitución hacia atrás se expresa como

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} A_{ij} x_j}{A_{ii}}$$

donde $i = n, n-1, 0$

$Ax = b$

A es triangular superior

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$a_{33} \cdot x_3 = b_3$$

$$x_3 = \frac{b_3}{x_{33}}$$

$$a_{22} x_2 + a_{23} x_3 = b_2$$

$$a_{22} x_2 + a_{23} \frac{b_3}{x_{33}} = b_2$$

$$\cancel{a_{22}}\, x_2^{x_{k+1}} = \frac{b_2 - \overset{A_{ij}}{a_{23}} \overset{x_k}{\frac{b_3}{x_{33}}}}{a_{22}}$$

$$x_{n-1} = \frac{b_{n-1} - a_{(n-1)n} \left(\frac{b_n}{a_{nn}} \right)}{a_{(n-1)(n-1)}}$$

$$x_i^n = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j}{a_{ii}}$$