Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : BAC Session : 2017
Série : F 1-2-3-4-5-7-8-CI
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3 h
Coefficient : 3

EXERCICE 1 : 5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère l'application du plan qui au point M d'affixe z associe le point M' d'affixe Z' tel que :

$Z' = -z^2 - \bar{z}^2 - z\bar{z} + (3-2i)z + (3+2i)\bar{z} - 11.$

1- Montrer que pour tout nombre complexe z, le nombre complexe Z' est réel. **1 pt**

2- On pose $z = x + iy$ où $(x; y) \in \mathbb{R}^2$.
Montrer que $Z' = 0$ si et seulement si $-3x^2 + y^2 + 6x + 4y - 11 = 0$. **0,5pt**

3- On désigne par (Γ), l'ensemble des points M d'affixe $z = x + iy$ tels que $Z' = 0$.

a) Montrer que (Γ) est une conique dont on donnera l'équation réduite, la nature exacte et les coordonnées des sommets dans un repère que l'on précisera. **2 pts**

b) Tracer (Γ) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. **1,5pt**

EXERCICE 2 : 5 points

Le tableau suivant donne la superficie et le prix de dix appartements vendus récemment dans le centre d'une petite ville :

Superficie (en m²) x_i	42	46	48	52	55	75	80	90	100	120
Prix (en milliers de francs) y_i	330	370	400	430	450	660	680	780	850	1050

1- Représenter, dans le plan rapporté à un repère orthogonal, le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ associé aux informations ci-dessus. On adoptera les unités graphiques suivantes : **1,5pt**
sur l'axe des abscisses : 1 cm pour 10 m^2 ;
sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 100 000 francs.

2- Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage des points $M_i(x_i; y_i)$ et placer le dans le repère. **1 pt**

3- Montrer qu'une équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés est : y = 9,1086x – 44,89. **1,5pt**

4- Dans cette question, on utilisera l'équation obtenue dans la question 3 pour faire des estimations de prix et de surface.

a) Estimer le prix d'un appartement de 150 m^2. **0,5pt**

b) Estimer (au mètre carré près) la surface d'un appartement coûtant 1 600 000 francs. **0,5pt**

PROBLEME : 10 points

Le problème comporte deux parties

On considère les fonctions f et g définis sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$;

$g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$.

$(\mathcal{C}_f)$ est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On prendra comme unité graphique : 1 cm .

Partie A : *Étude du signe de g 3 points*

1- Étudier les variations de g et dresser son tableau de variation. **1 pt**

2- Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ puis vérifier que $0{,}35 \leq \alpha \leq 0{,}36$. **1 pt**

3- En déduire le tableau des signes de $g(x)$. **1 pt**

Partie B : *Étude de f* (*7 points*)

1- a) Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de f. Comparer $f'(x)$ à $g(x)$. **0,5 pt**

b) Démontrer que $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$ d'amplitude 2×10^{-2}. **0,75pt**

c) Dresser le tableau des variations de f. **1 pt**

2- Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$.

Préciser la position de $(\mathcal{C}_f)$ et de (D). **1 pt**

3- Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 0. **0,5pt**

4- Tracer (D), (T) et $(\mathcal{C}_f)$. **1,5 pt**

5- a) Déterminer les réels a , b et c tels que la fonction :
$x \mapsto (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ soit une primitive de la fonction :
$x \mapsto (x^2 + 2)e^{-x}$. **0,75pt**

b) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan limité par (D), (T) , $(\mathcal{C}_f)$ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$. **1 pt**