Office du Baccalauréat du Cameroun
Session 2017

Examen : Probatoire
Série : $F_{2-3-4-5-CI-EF-MEB-IS-IB-GT}$
Epreuve : Mathématiques
Durée : 2h
Coefficient : 3

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie.

Exercice 1 : 6 points

On considère l'équation (E) : $4CosxSinx + 2\sqrt{2}Cosx + 2Sinx + \sqrt{2} = 0$

1) Montrer que l'équation (E) est équivalente à l'équation : $(2Cosx + 1)(2Sinx + \sqrt{2}) = 0$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans l'intervalle $]-\pi;\pi[$ l'équation (E).

3) On considère les nombres complexes suivants : $z_1 = Cosa + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + iSinb$

où a et b sont deux solutions de l'équation (E) appartenant à $]-\pi;\pi[$ tels que $a - b = \dfrac{11\pi}{12}$.

On pose $Z = \dfrac{z_1}{z_2}$.

i) Montrer que $\dfrac{2\pi}{3}$ est un argument de z_1 et que $-\dfrac{\pi}{4}$ est un argument de z_2.

ii) Écrire Z sous la forme algébrique.

iii) Quelle est la forme trigonométrique de Z ?

iV En déduire les valeurs exactes de $Cos\dfrac{11\pi}{12}$ et $Sin\dfrac{11\pi}{12}$.

Exercice 2 : 4 points

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $BC = 8cm$ et $BA = 5cm$. Soit I le milieu de $[BC]$.

1) Faire la figure et placer le point F tel que $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{BA}$.

2) Montrer que F est le barycentre des points A et B, pondérés par des réels que l'on déterminera.

3) P étant un point du plan, réduire chacune des sommes suivantes :

a) $\frac{1}{2}\overrightarrow{PB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{PC}$; **b)** $-\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PB}$; **c)** $2\overrightarrow{PB} - 2\overrightarrow{PA}$.

4) Déterminer et représenter l'ensemble (D) des points M du plan vérifiant :
$\|\frac{1}{2}\overrightarrow{MB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MC}\| = \| -\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\|$.

5) Déterminer et représenter l'ensemble (Ω) des points M du plan vérifiant :
$\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \| -2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\|$.

Problème : 10 points

Partie A

Un récipient d'eau de fabrication artisanal a été scié en deux par un soudeur métallique. Le bord obtenue (**partie touchée par les dents de la scie**) est approximativement une partie de (C) courbe de f définie par : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$.

1) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2) Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.

3) Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

4) Compléter le tableau ci-dessous puis construire (C) dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ unité sur les axes 1 cm.

5) Placer les points $A(0;-1)$, $B(-2;3)$, $C(2;3)$ et donner la nature exacte du triangle ABC.

6) En tournant le triangle ABC autour de l'axe $(O;\vec{j})$, on obtient un solide donc le volume est presque la valeur approchée par excès à 10^{-2} du double de celui du récipient d'eau scié.
Donner la nature de ce solide et calculer en m^3 cette valeur approchée du volume de ce récipient. Prendre $\pi = 3,14$.

Partie B

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = f(n) + 1$ pour tout n entier naturel.

1) Vérifier pour tout n entier naturel $u_n = n^2(n+3)$.

2) Calculer $\Delta_n := u_{n+1} - u_n$ en fonction de n, puis déduire le sens de variation de la suite (u_n).

3) La suite (u_n) est-elle convergente ? Justifier votre réponse.

4) On définie une autre suite (v_n) par $v_n = \dfrac{(\Delta_n - 3n^2)}{3}$.

4-a) Donner la nature de la suite (v_n) en précisant sa raison.

4-b) On pose $s_n := v_1 + v_2 + v_3 + ... + v_n$. Calculer s_n en fonction de n .

4-c) Montrer que $s_7 = 71$