REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail – Patrie

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

UNIVERSITE DE DOUALA

INSTITUT UNIVERSITAIRE DE TECHNOLOGIE

BP. 8698 DOUALA
Tél : (237) 233 40 24 82
E-mail : infos.iut@univ-douala.com

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace – Work - Fatherland

MINISTRY OF HIGHER EDUCATION

THE UNIVERSITY OF DOUALA

UNIVERSITY INSTITUTE OF TECHNOLOGY

PO Box : 8698 DOUALA
Phone : (237) 233 40 24 82
E-mail : infos.iut@univ-douala.com

CONCOURS D'ENTREE EN 1ère ANNEE/*1st YEAR COMPETITIVE ENTRANCE EXAMINATION*

Epreuve de Mathématiques/*Mathematics*
Spécialité/*Specialities* : MTI & MTIN
Durée/*Duration* : 2h/*hrs*

Exercice /*Exercise* 1 (4 points/*marks*)

On donne les nombres complexes suivants/*Consider the following complex numbers* : $z_1 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$ et $z_1 = 1 - i$

1) Donner le module et un argument de/*Give the module and the argument* z_1, z_2 et $\frac{z_1}{z_2}$
2) Donner la forme algébrique de/ *Give the algebraic form of* $\frac{z_1}{z_2}$
3) **En déduire que /*Demonstrate that* :** $cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Exercice/*Exercise* 2 (4 points/*marks*)

1. Soit f, la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = xe^{-x}$/ *Consider* f, *the function defined on* $[0, +\infty[$ by $f(x) = xe^{-x}$.

1.1. Étudier les variations de *f* et dresser son tableau de variations / *Study the variations of f, and draw its variation table* .**1pt/*mrks***

1.2. Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{4}$ admet deux solutions α et β $(\alpha < \beta)$ / *Show that equation* $f(x) = \frac{1}{4}$ *admits two solutions* α *and* β $(\alpha < \beta)$.**1pt/*mrks***

Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α./ *Determine an amplitude frame* $^{-2}$ de/for α.

2. On considère la suite/*Consider sequence* (U_n)définie sur/*defined on* $\mathbb{N}$par/*by* : $U_0 = \alpha$ et/and $U_{n+1} = U_n e^{-U_n}$ pour tout entier naturel non nul n/ *for all non-null natural numbers* n. (α est le réel de la question/ *is the real of question* 1.2.)

2.1. Montrer que la suite/*Show that sequence* (U_n) est à termes positifs et décroissante/*has positive outcomes, and that it is encreasing*.**0.5pt/*mrk***

2.2. En déduire que la suite/Deduce that sequence (U_n) est convergente puis déterminer sa limite/ *is converging, then determine its limit*.**0.5pt/*mrk***

3. On considère la suite/*Consider sequence* (W_n)définie sur/*defined on* $\mathbb{N}$par/*by* $W_n = lnU_n$.

3.1. Montrer que pour tout entier naturel/*Show that for all natural numbers* n, on $U_n = W_n - W_{n+1}$.**0.5pt/*mrk***

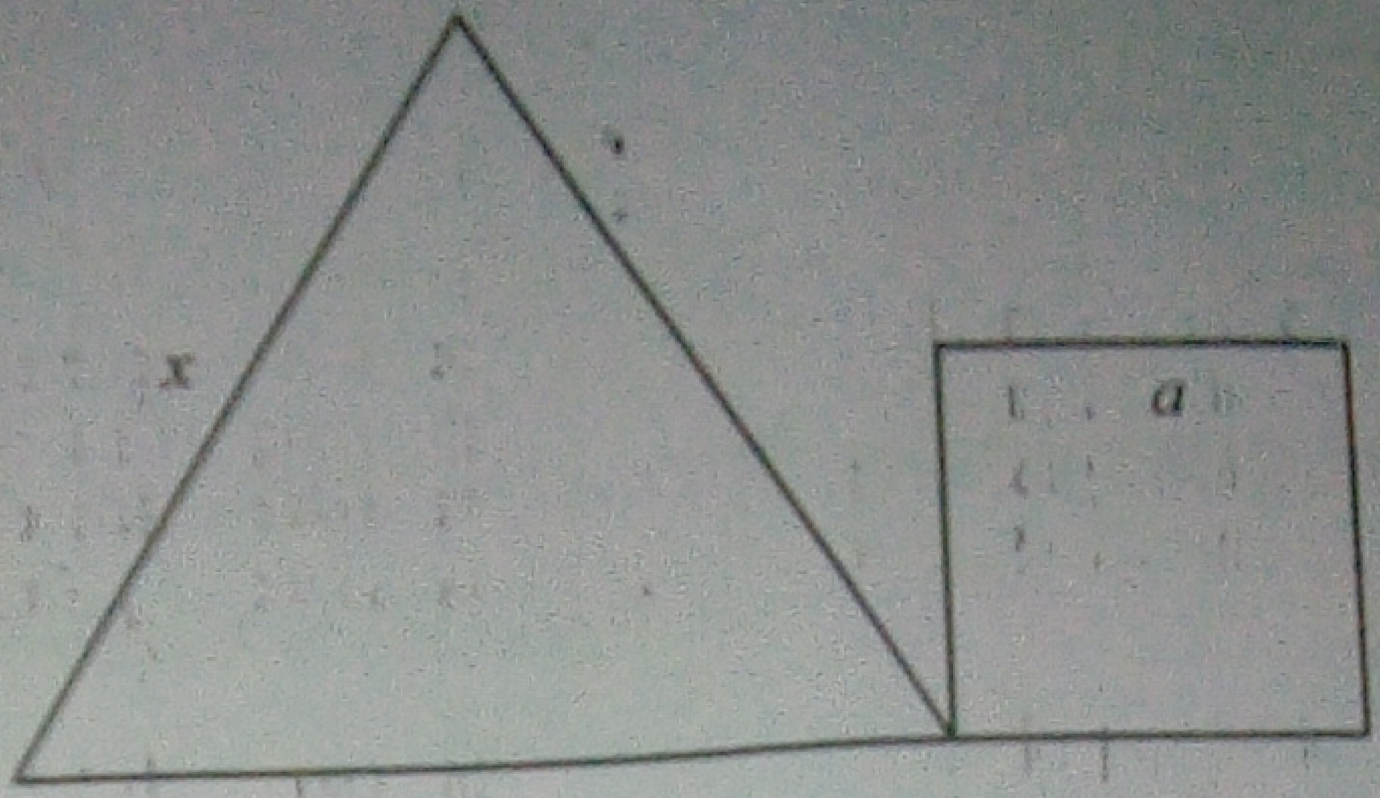
3.2. On pose $S_n = U_0 + U_1 + . . . + U_n$.

Etudier la convergence de la suite/*Examine the convergence of* (S_n).**0.5pt/*mrk***

Exercice/*Exercise* 3 (4 points/*marks*)

Avec une même ficelle de longueur 1 m, on forme un triangle équilatéral de côté x et un carré de côté a. On note s la somme des aires du triangle et du carré.

With the same 1m-long string, we draw an equilateral triangle sized x, and a square sized a. Consider s the total of triangle and square surfaces.



1. Montrez que/*Show that* $s(x)=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+\frac{1}{16}(1-3x)^2$.
2. Pour quelle valeur de x, s est-elle minimale/ *What is the value of x for a minimal s?*
3. Pour la valeur de x trouvée, quelle est la valeur de/*From the x value found, determine the value of* $\frac{x}{a}$?

Exercice/*Exercise* 4 (4 points/*marks*)

Le candidat devra choisir la bonne réponse parmi les choix proposés et la porter dans son cahier de composition, en précisant le numéro de la question et la lettre correspondant à sa réponse **(exemple 7a, 13b, 1d, 2a, 3c, etc.)**/ *The candidate will have to choose the correct answer among the proposed choices and write it in his/her composition notebook, specifying the number of the question and the letter corresponding to his/her answer (e.g. 7a, 13b, 1d, 2a, 3c, etc.).*

1) Soit A un polynôme de degré $n \geqslant 1$. / *Consider A, a ploynomial of* $n \geqslant 1$ *degree*. Soit B un polynôme de degré $m \geqslant 1$/ *Consider B, a ploynomial of* $m \geqslant 1$ *degree* , avec/with $m \leq n$. Soit/Consider $A = B \times Q + R$ la division euclidienne de/ *the euclidean division of* A par/*by* B. On note/ *we note* $q = degQ$ et $r = degR$ (avec $r = -\infty$ si $R = 0$). Quelles sont les assertions vraies/Which of these assertions are true ?

a) $q = n - m$
b) $r < m$
c) $r = 0 \Rightarrow A \text{ divise}/devides\ B$
d) $n = mq + r$

2) Soit/*Consider* $n \geq 2$. Soit/*Consider* $A = X^{2n} + X^{2n-2}$. Soit/*Consider* $B = X^n - X^{n-1}$. Soit/*Consider* $A = B \times Q + R$ la division euclidienne de/ *the euclidean division of* A par/*by* B.
a) Le coefficient de X^n de Q est 1 / *1 is the coefficient of* X^n of Q.
b) Le coefficient de X^{n-1} de Q est 1/ *1 is the coefficient of* X^{n-1} of Q.
c) Le coefficient de X^{n-2} de Q est 2 / *2 is the coefficient of* X^{n-2} of Q .
d) R est constitué d'un seul monôme/ *R is made of a single monomial.*

3) Soit/Consider $P(X) = X^n + a_{n-1}X^{n-1} + \cdots + a_1 X + a_0$ un polynôme de $\mathbb{R}[X]$de dégré $n \geqslant 1$ / $\mathbb{R}[X]$ *polynomial of* $n \geqslant 1$ *degree*. À ce polynôme P, on associe un polynôme Q, défini par / *A polynomial Q is associated to the initial polynomial P, defined by* $Q(X) = P\left(X - \frac{a_{n-1}}{n}\right)$. Quelles sont les assertions vraies/*Which of these assertions are true ?*

a) Si $P(X) = X^2 + 3X + 1$alors $Q(X) = X^2 - 2X$./ *If* $P(X) = X^2 + 3X + 1$, *then* $Q(X) = X^2 - 2X$.

b) Si $P(X) = X^3 - 3X^2 + 2$alors $Q(X) = X^3 - 3X$./ *If* $P(X) = X^3 - 3X^2 + 2$, then $Q(X) = X^3 - 3X$

c) Le coefficient constant du polynôme Q est toujours nul /The constant coefficient of the polynomial Q is null .

d) Le coefficient du monôme X^{n-1}de Q est toujours nul / *The coefficient of the monomial* X^{n-1}*of Q is always null.* .

4) Soit $P(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. On associe le polynôme dérivé $P'(X) = \sum_{k=1}^{n} k a_k X^{k-1}$/ *Consider* $(X) = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$. *A derived polynomial* $P'(X) = \sum_{k=1}^{n} k a_k X^{k-1}$ *is associated.*

Quelles sont les assertions vraies /Which of these assertions are true?

a) Si *P* est de dégré $n \geqslant 1$alors *P'* est de dégré $n - 1$ / *If P is* $n \geqslant 1$ *degree, then P' is* $n - 1$ *degree.*

b) Si $P'(X) = nX^{n-1}$alors $P(X) = X^n$ / *If* $P'(X) = nX^{n-1}$, *then* $P(X) = X^n$.

c) Si $P' = P$alors $P = n$ / *If* $P' = P$, *then* $P = n$.

d) Si $P' - Q' = 0$ alors $P - Q = 0$ / *If* $P' - Q' = 0$, *then* $P - Q = 0$.

5) Soit $A(X) = \sum_{i=0}^{n} a_i X^i$. Soit $B(X) = \sum_{j=0}^{m} b_j X^m$. Soit $C(X) = A(X)xB(X) = \sum_{k=0}^{m+n} c_k X^k$. / *Consider* $A(X) = \sum_{i=0}^{n} a_i X^i$. *Consider* $B(X) = \sum_{j=0}^{m} b_j X^m$. *consider* $C(X) = A(X)xB(X) = \sum_{k=0}^{m+n} c_k X^k$.

Quelles sont les assertions vraies/*Which of these assertions is true ?*

a) $c_k = a_k b_k$

b) $c_k = \sum_{i+j=k} a_i b_j$

c) $c_k = \sum_{i=0}^{k} a_i b_j$

d) $c_k = \sum_{i=0}^{K} a_i b_{j-1}$

Exercice/*Exercise* 5 : *(4 points/marks)*

Le candidat devra choisir la bonne réponse parmi les choix proposés et la porter dans son cahier de composition, en précisant le numéro de la question et la lettre correspondant à sa réponse **(exemple 7a, 13b, 1d, 2a, 3c, etc.)**/ *The candidate will have to choose the correct answer among the proposed choices and write it in his/her composition notebook, specifying the number of the question and the letter corresponding to his/her answer (e.g. 7a, 13b, 1d, 2a, 3c, etc.).*

Question 1 : L'équation différentielle $y' = 3y$ admet pour solutions les fonctions f définie sur $\mathbb{R}$ par/ *The differential equation $y' = 3y$ admits for solutions the functions f defined on $\mathbb{R}$ by:*

A. $f(x) = ke^{-3x}$ où k est constante réelle/ $f(x) = ke^{-3x}$ *where k is real constant*

B. $f(x) = ke^{3x}$ où k est constante réelle/ $f(x) = ke^{3x}$ *where k is real constant*

C. $f(x) = 0$

D. $f(x) = e^{-3x} + k$ où k est constante réelle/ $f(x) = e^{-3x} + k$ *where k is real constant*

Question 2 : On note A une constante quelconque. Quelle est la solution de/ *We note A as any constant. What is the solution of*

$y'(t) + y(t) = e^{-t}$

A. $y(t) = t + Ae^{-t}$

B. $y(t) = t - 1 + Ae^{-t}$

C. $y(t) = (t + A)e^{-t}$

D. Aucune réponse juste/*All the answers are wrong.*

Question 3 : Les solutions de l'équation différentielle de l'équation $4y'' + y = 0$ qui s'annulent en 0 sont/ *The solutions of the differential equation of the equation $4y'' + y = 0$ which cancel out in 0 are :*

A. les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{\frac{x}{2}} - k$. où k est une constante réelle/ A. *Functions f defined on $\mathbb{R}$ and $f(x) = e^{\frac{x}{2}} - k$. where k is a real constant*

B. les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = k\cos(x)$ où k est une constante réelle /*Functions f defined on $\mathbb{R}$, and $f(x) = k\cos(x)$, where k is a real constant*

C. les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = k\sin(x/2)$ où k est une constante réelle/ *Functions f defined on $\mathbb{R}$ by $f(x) = k\sin(x/2)$, where k is a real constant*

D. les fonctions f définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = k\cos(x/2)$ où k est une constante réelle/*Functions f defined on $\mathbb{R}$ by $f(x) = k\cos(x/2)$, where k is a real constant*

Question 4 : soit f et g deux fonctions solutions de l'équation différentielle/ *Let f and g, two solution functions of the differential equation*

$y' - 2y = 4x$ Alors la fonction h définie par $h(x) = f(x) - g(x)$ est telle que/ *Therefore, the function defined by $h(x)=f(x)-g(x)$, such that :*

A. $h(x) = k$ où k est une constante réelle/ *k is real constant*

B. $h(x) = ke^{2x}$ où k est une constante réelle/ *k is real constant*

C. $h(x) = 0$

D. Aucune réponse/ *No answer*