Ministère de l'Éducation Nationale
Office du Baccalauréat

Examen : **Baccalauréat** Session : 2000
Série : **D**
Épreuve : **Mathématiques**
Durée : **4 heures**
Coefficient : **4**

L'épreuve comporte deux exercices et un problème. Les pages sont numérotées de 1 à 2.

EXERCICE 1 : 4 points

Dans le plan complexe $\mathcal{P}$ rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A d'affixe 1, B d'affixe z et C d'affixe z^2.

1°) Déterminer z pour que O soit le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients respectifs 4, −2 et 1. (le point B a une ordonnée strictement positive) 1 pt

2°) z ayant la valeur trouvée précédemment, déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $4\,AM^2 - 2\,BM^2 + CM^2 = k$, où k est un réel donné. (discuter suivant les valeurs de k) 1,5 pts

3°) On considère F l'application de $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{P}$ qui à tout point M d'affixe $z = x + i\,y$ associe le point M′ d affixe $z' = \left(1 + i\sqrt{3}\right) z$.

a) Déterminer les images par F des points d'affixes 1 et $\left(1 + i\sqrt{3}\right)$. 0,5 pt

b) Quelle est la nature de F ? Donner ses éléments caractéristiques. 1 pt

EXERCICE 2 : 5 points

1°) Soit n un entier naturel ; calculer $I = \displaystyle\int_n^{n+1} (x + 1)\, e^{-x}\, dx$. 1 pt

2°) On appelle (U_n) la suite définie par :

$$U_n = -\,(n + 3)\, e^{-n-1} + (n + 2)\, e^{-n} .$$

a) Étudier la convergence de (U_n). 0,75 pt

b) On pose :

$$S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n.$$

- Calculer S_2. 0,25 pt
- Exprimer S_n en fonction de n. 0,5 pt
- Calculer la limite de S_n quand n tend vers l'infini. 0,5 pt

3°) Loïs part du Cameroun avec une somme de 675 000 XAF. Elle doit visiter n pays d'Afrique. Sachant que le taux de change est de 15 % à chaque frontière et que tous les frais de séjour sont pris en charge par ses amis dans chaque pays,

a) Combien lui reste-t-il au troisième pays ? 0,5 pt

b) Combien de pays doit-elle visiter pour qu'au retour dans son pays il lui reste au moins 200 000 XAF ? 1,5 pts

PROBLÈME : 11 points

A/ Une urne contient n boules noires et une boule blanche indiscernables au toucher. Un jeu consiste à tirer de cette urne une boule, de noter sa couleur et de la remettre dans l'urne. Cette épreuve s'effectue deux fois. Si après le tirage on obtient deux boules noires, on gagne 1 XAF ; si après le tirage on obtient deux boules blanches on gagne 10 XAF, si on obtient deux boules de couleurs différentes on perd 3,5 XAF.
Soit X la variable aléatoire qui au résultat associe le gain.

1°) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X. 1,5 pts

2°) Calculer l'espérance mathématique E(X). 0,5 pt

B/ Soit f la fonction numérique d'une variable réelle définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{(x+1)^2}.$$

1°) Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 2 pts

2°) Tracer soigneusement la courbe représentative $(\mathcal{C})$ de f dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité sur les axes : $\|\vec{\imath}\| = 2\,\text{cm}$, $\|\vec{\jmath}\| = 1\,\text{cm}$) 2 pts

3°) Utiliser la courbe représentative $(\mathcal{C})$ de la fonction f pour donner les valeurs de n pour lesquelles :

a) le jeu de la Partie A/ est équitable ; 0,5 pt

b) le jeu est avantageux. 0,5 pt

4°) Soit F la fonction numérique d'une variable réelle définie par :

$$F(x) = \int_0^x f(t)\,dt \qquad x \geqslant 0 .$$

a) Justifier l'existence de F. 0,5 pt

b) Démontrer qu'il existe trois nombres réels a, b et c tels que, pour tout x différent de -1,

$f(x) = a + \dfrac{b}{x+1} + \dfrac{c}{(x+1)^2}$. 1 pt

En déduire l'expression de F(x) et calculer F(0). 1,5 pts

c) Calculer l'aire du domaine plan limité par les droites d'équations $x = 2$, $x = 5$ et $y = 0$, et $(\mathcal{C})$. 1 pt