

# Topos de la mesure créatrice (measurement as creation)

Olivier Croissant  
*Emerging Pricing Technologies, Paris, France*

16 septembre 2025

## Idée directrice

Une mesure quantique n'est **pas** un « effondrement » destructif d'information, mais un **acte de création** : elle **enrichit** l'univers des vérités disponibles en raffinant le contexte logique — **sans** présupposer un temps externe. Formellement, une mesure est modélisée par un *morphisme géométrique* qui transforme le topos des états *avant* la mesure en un topos *après* la mesure, où le résultat devient **décidable** (booléen) dans le contexte pertinent. Cette opération est **atemporelle** (pas de paramètre de temps) et s'accorde avec une lecture de l'équation de Wheeler–DeWitt.

## 1 Cadre de départ

- Topos quantique  $\mathcal{E}$  (par exemple presheaves contravariants sur  $V(A)$ ) avec :
  - spectral presheaf  $\Sigma$ ,
  - classificateur  $\Omega$  (Heyting),
  - valuation interne  $\mu : \text{Sub}(\Sigma) \rightarrow [0, 1]^{\leftrightarrow}$  (règle de Born internalisée).
- Un *événement de mesure* est représenté par un *sous-objet*  $U \hookrightarrow \Sigma$  (la proposition « le résultat appartient à  $U$  »).

## 2 Mesure = localisation + slicing (création de décidabilité)

On associe à  $U$  deux étapes *canoniques* :

### 1) Slicing (conditionnement interne)

On passe au *slice topos*  $\mathcal{E}/U$ , qui internalise le fait que l'univers est considéré *sous la condition*  $U$ .

- La valuation se *conditionne* :  $\mu \rightsquigarrow \mu|_U$  sur  $\text{Sub}(\Sigma)|_U$ .
- Les vérités deviennent *contextuelles relatives* à  $U$ .

### 2) Localisation logique (sheafification via Lawvere–Tierney)

On choisit une topologie interne  $j_U : \Omega \rightarrow \Omega$  rendant *décidable* (stable/fermée) la proposition  $U$ .

- On forme le *sous-topos*  $\text{Sh}_{j_U}(\mathcal{E}/U)$  avec foncteur de *sheafification*  $a_{j_U} : \mathcal{E}/U \rightarrow \text{Sh}_{j_U}(\mathcal{E}/U)$  (gauche exacte).
- Dans  $\text{Sh}_{j_U}(\mathcal{E}/U)$ , la proposition «  $U$  » est **booléenne** (on a créé la décidabilité du résultat).

**Définition (Mesure créatrice).** Une *mesure créatrice* est le morphisme géométrique composé

$$\mathcal{E} \xrightarrow{/U} \mathcal{E}/U \xrightarrow{a_{j_U}} \mathcal{E}_U^{\text{meas}} := \text{Sh}_{j_U}(\mathcal{E}/U),$$

où  $j_U$  est choisi de sorte que  $U$  devienne **décidable** dans  $\mathcal{E}_U^{\text{meas}}$ .

*Intuition.* Le passage  $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}_U^{\text{meas}}$  **crée** un nouvel univers logique où le résultat est tranché *dans le bon contexte* — sans violer Kochen–Specker (on ne fabrique pas une section globale de  $\Sigma$  dans  $\mathcal{E}$  ; on travaille dans  $\mathcal{E}/U$  puis on booléanise localement).

### 3 Création d’information (indépendante de l’entropie)

On distingue *information logique contextuelle* et *entropie thermodynamique*.

#### Information logique créée

Le choix d’un résultat  $U$  raffine la Heyting-algèbre interne : on passe d’une valeur de vérité *ouverte* (« possible ») à une valeur *décidable* (oui/non) dans  $\mathcal{E}_U^{\text{meas}}$ . On peut quantifier ce gain (à la Shannon/algorithme) par

$$\Delta\mathcal{I}(U) := -\log \mu(U) \quad (\text{en bits, interne via } [0, 1]^{\leftrightarrow}).$$

C’est un *gain sémantique* (raffinement de la vérité), pas un coût thermodynamique.

#### Indépendance vis-à-vis de l’entropie

L’opération  $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}_U^{\text{meas}}$  est *logique/catégorique*. Elle n’implique pas, en soi, de variation de l’entropie de von Neumann d’un état physique fermé.

### 4 Axiomes (CM) pour la mesure créatrice

- **(CM1) Atemporalité.** Le foncteur  $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}_U^{\text{meas}}$  ne dépend d’aucun paramètre temporel externe.
- **(CM2) Monotonie de l’information.** Si  $U \leq V$  (raffinement), alors  $\Delta\mathcal{I}(U) \geq \Delta\mathcal{I}(V)$ .
- **(CM3) Compatibilité Born interne.**  $\mu_U(X) = \mu(X \wedge U)/\mu(U)$ .
- **(CM4) Localité contextuelle.** La décidabilité créée par  $j_U$  est *locale* au slice  $\mathcal{E}/U$  ; elle n’engendre pas de point global de  $\Sigma$  dans  $\mathcal{E}$ .
- **(CM5) Naturalisme (covariance RG).** Sous changement de cadre (diffeomorphismes, raffinement de région, changement de contexte abélien), la construction est *pseudonaturale* (fonctorielle) : elle ne dépend pas d’un fond temporel.

### 5 Lecture « hors-temps » et Wheeler–DeWitt

Dans une théorie où les états satisfont une *contrainte globale*

$$\hat{\mathcal{H}}\Psi = 0,$$

(*Wheeler–DeWitt*), l’« évolution » n’est pas temporelle mais un *ordre de raffinement* des vérités :

- L’univers interne des solutions est un objet  $\mathcal{S} = \ker(\hat{\mathcal{H}})$  dans  $\mathcal{E}$ .
- Une mesure créatrice sélectionne un *sous-objet décidable*  $\mathcal{S}_U \hookrightarrow \mathcal{S}$  via  $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}_U^{\text{meas}}$ .
- Ce passage ne fait *pas évoluer*  $\Psi$  *dans le temps* ; il *raffine* la description de manière atemporelle : on conditionne la vérité de propositions sur  $\mathcal{S}$ .

**Moralité.** Le sens de Wheeler–DeWitt est préservé : la dynamique fondamentale est *sans temps* ; ce que l’on appelle « devenir » est la montée dans le treillis des contextes (mesures créatrices) qui augmentent l’information logique disponible.

## 6 Interface avec CFS

Dans CFS,  $\rho$  et les *closed chains*  $A_{xy}$  codent la causalité. Avec la mesure créatrice :

- Le résultat  $U$  (proposition sur spectres/invariants) devient **décidable** dans  $\mathcal{E}_U^{\text{meas}}$ .
- Les types causaux (time-/space-/light-like) sont des *prédicats internes* qui, une fois localisés, s'évaluent *sans ambiguïté* pour le contexte mesuré.
- L'action causale interne  $\mathbf{S}[\mu]$  s'évalue *conditionnellement* et peut être *réoptimisée* dans  $\mathcal{E}_U^{\text{meas}}$  (lecture : *back-reaction* informationnelle).

## 7 Exemple minimal (qubit, $\sigma_z$ )

- $\mathcal{E}$  : presheaves sur les contextes  $\{\langle\sigma_x\rangle, \langle\sigma_y\rangle, \langle\sigma_z\rangle\}$ .
- Résultat  $U = \{\sigma_z = +1\} \hookrightarrow \Sigma$ .
- Slice  $\mathcal{E}/U$  : on conditionne toutes les propositions par  $U$ .
- $j_U$  : topologie interne rendant  $U$  **décidable**.
- $\mathcal{E}_U^{\text{meas}}$  : topos où «  $\sigma_z = +1$  » est **vrai booléen** (localement), sans fabriquer de vérité globale pour  $\sigma_x, \sigma_y$ .
- Information créée :

$$\Delta\mathcal{I}(U) = -\log \mu(U).$$

## Résumé

Une *mesure créatrice* est un morphisme géométrique  $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}_U^{\text{meas}}$  (slicing + localisation) qui **rend décidable** le résultat dans le contexte adéquat, **augmente l'information logique** (sans préjuger de l'entropie) et **respecte l'atemporalité** attendue d'une théorie contrainte de type Wheeler–DeWitt.